

منبع اول: تست‌های تمرین

منبع دوم: تست‌های قریب

تعداد تست‌ها در:

chapter.2

فصل ۲:

آمار توصیفی

بنفش: علم آمار، جامعه و نمونه

توری داخل 1401	توری خارج 1401	توری بی 1401
2	2	1
توری داخل 1400	توری خارج 1400	توری بی 1400
0	0	0
توری داخل 1399	توری خارج 1399	توری بی 1399
1	1	1
توری داخل 1398	توری خارج 1398	توری بی 1398
1	1	1

مباحث ویژه تدریسی
ریاضی تدریسی جامع پلاس دوم
هرکول

۱۹۸ چه تعداد از جمله‌های زیر درباره علم آمار درست است؟

الف) اولین مرحله در علم آمار جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

ب) بعد از جمع‌آوری اعداد و ارقام در علم آمار باید به سراغ تحلیل و تفسیر داده‌ها رفت.

ج) بعد از سازماندهی و نمایش داده‌ها در علم آمار باید به نتیجه‌گیری و قضاوت پرداخت.

د) علم آمار شامل روش‌هایی است که با تحلیل داده‌ها آغاز می‌شود و هدف نهایی آن پیش‌بینی پدیده‌های تصادفی است.

۱ صفر ۲ ۱۲ ۳ ۱۳ ۴ ۳

۱۹۹ علم آمار مجموعه روش‌هایی است شامل جمع‌آوری و تحلیل اعداد که قضاوت مناسبی درباره داشته باشیم.

۱ همه پدیده‌های انسانی

۲ پدیده‌هایی که با عدد و رقم بیان می‌شوند.

۳ پدیده‌های تصادفی

۴ آزمایش‌های علمی

۲۰۰ باتوجه به تعریف علم آمار، در کادرهای ۲، ۴ به ترتیب، کدام عبارت‌ها را باید بنویسیم؟

۱ سازماندهی داده‌ها - نمایش داده‌ها

۲ سازماندهی و نمایش داده‌ها - نتیجه‌گیری

۳ پیش‌بینی نتایج - نمایش داده‌ها

۴ دسته‌بندی داده‌ها - نتیجه‌گیری



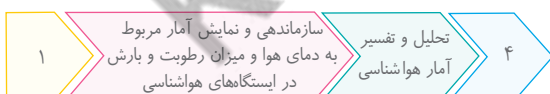
۲۰۱ با در نظر گرفتن اخبار هواشناسی در کادرهای ۱، ۴ کدام عبارت‌ها باید نوشته شوند تا مراحل علم آمار به درستی تکمیل شده باشند؟

۱ پیش‌بینی وضعیت آب و هوا - بررسی داده‌ها

۲ جمع‌آوری آمار مربوط به هواشناسی - پیش‌بینی وضعیت هوا

۳ جمع‌آوری آمار مربوط به هواشناسی - نتیجه‌گیری

۴ پیش‌بینی و جمع‌آوری آمار مربوط به هواشناسی - نتیجه‌گیری



۲۰۲ کدام یک از موارد زیر درباره جامعه آماری و نمونه درست است؟

الف) حجم نمونه بیشتر از حجم جامعه است.

ب) اعضای جامعه همگی عضو نمونه هستند.

ج) نمونه زیر مجموعه‌ای از جامعه است.

د) اعضای نمونه الزاماً عضو جامعه نیستند.

۱ «ب» و «ج»

۲ «ج» و «د»

۳ فقط «ج»

۴ فقط «ب»

۲۰۳ در یک تحقیق آماری حجم نمونه با حجم جامعه برابر است. این تحقیق است.

۱ نمونه‌گیری کلی

۲ سرشماری

۳ کامل

۴ جامع

(کتاب درسی)

(کتاب درسی)

(کتاب درسی)

فصل ۲
آمار توصیفی

مباحث ویژه تدریسی
ریاضی تدریسی جامع پلاس دوم
هرکول
Hercules

۲۰۴ خط تولید یک کارخانه روزانه ۳۰۰۰ قطعه تولید می‌کند. مدیر کارخانه برای کنترل کیفیت قطعات تولید، ۵۰ قطعه را به تصادف انتخاب می‌کند و در واحد کنترل کیفیت ارزیابی می‌کند. این کار را به مدت یک هفته تکرار می‌کند. در این صورت اندازه جامعه و اندازه نمونه است.

- ۱ ۳۵۰, ۲۱۰۰۰ ۲ ۵۰, ۲۱۰۰۰ ۳ ۵۰, ۳۰۰۰ ۴ ۳۵۰, ۳۰۰۰

(کتاب درسی)

۲۰۵ برای بررسی درصد بیکاری در یک روستا جامعه آماری مناسب به کدام صورت است؟

- ۱ شاغلین روستا ۲ بیکاران روستا ۳ جمعیت کل روستا ۴ جمعیت افرادی از روستا که به سن اشتغال رسیده‌اند.

۲۰۶ برای بررسی میزان تحصیلات مردم یک کشور، کدام جامعه آماری مناسب است؟

- ۱ همه تحصیل کرده‌های کشور ۲ نخبه‌های کشور ۳ همه مردم کشور ۴ شهروندان بزرگتر از ۶ سال

(تجربی فارغ - ۹۱)

۲۰۷ میزان آلودگی هوا، کدام نوع متغیر است؟

- ۱ کمی - گسسته ۲ کمی - پیوسته ۳ کیفی - ترتیبی ۴ کیفی - اسمی

۲۰۸ می‌خواهیم وزن افراد یک شرکت با ۸۰ کارمند را بررسی کنیم، برای این منظور ۸ نفر از آن‌ها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و وزن آن‌ها را اندازه‌گیری می‌کنیم، چه تعداد از عبارات زیر در این باره درست است؟

- ۸ کارمند انتخاب شده معرف یک واحد آماری هستند. • در این حالت وزن کارمندان یک مشاهده نام دارد. • عدد وزن هر کدام از کارمندان یک متغیر تصادفی نامیده می‌شود. • حجم جامعه برابر ۸۰ و اندازه نمونه برابر ۸ است.
- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۲۰۹ اگر اعدادی که به یک متغیر نسبت داده می‌شود، قابل جمع کردن نباشند، نوع آن متغیر کدام است؟

- ۱ پیوسته ۲ گسسته ۳ کمی ۴ کیفی

۲۱۰ چه تعداد از عبارات‌های زیر به درستی بیان شده‌اند؟

- الف) آمار، همان علم آمار است. ب) نمونه همواره زیرمجموعه جامعه آماری است. ج) مقطع تحصیلی متغیر تصادفی اسمی است. د) صفر ۱ ۲ ۳ ۴

۲۱۱ در بررسی میزان درآمد کارمندان بانک ملی جامعه آماری کدام است؟

- ۱ درآمد همه شاغلین کشور ۲ درآمد همه کارمندان بانک‌های ایران ۳ درآمد همه کارمندان بانک ملی ۴ همه کارمندان بانک ملی ایران

(تجربی رافل - ۸۶)

۲۱۲ مراحل تحصیلی، یک متغیر تصادفی است، نوع آن کدام است؟

- ۱ کمی گسسته ۲ کمی پیوسته ۳ کیفی اسمی ۴ کیفی ترتیبی

۲۱۳ می‌دانیم در اندازه‌گیری وزن همواره خطا وجود دارد و خطا نیز یک متغیر است، نوع این متغیر کدام است؟

- ۱ کمی گسسته ۲ کمی پیوسته ۳ کیفی اسمی ۴ کیفی ترتیبی

۲۱۴ کدام یک از موارد زیر متغیر محسوب نمی‌شود؟

- ۱ میزان بارندگی ۲ مراحل تحصیلی ۳ درآمد اساتید ۴ مقطع تحصیلی دانش‌آموزان یازدهم

۲۱۵ نوع آلاینده‌های هوا، چگونگی متغیری است؟

- ۱ کمی گسسته ۲ کمی پیوسته ۳ کیفی اسمی ۴ کیفی ترتیبی

۲۱۶ نوع کدام متغیر زیر با بقیه متفاوت است؟

- ۱ حجم آب استخر ۲ قطر تنه درختان ۳ میزان مالیات یک شرکت ۴ تعداد طبقات یک برج

۲۱۷ مقام‌هایی که یک کشتی‌گیر در مسابقات المپیک کسب می‌کند، یک متغیر تصادفی است، نوع آن کدام است؟

- ۱ کمی گسسته ۲ کمی پیوسته ۳ کیفی ترتیبی ۴ کیفی اسمی

۲۱۸ نوع کدام متغیر با بقیه متفاوت است؟

- ۱ انواع ماشین سواری ۲ نژاد افراد ۳ رنگ دوچرخه‌های یک فروشگاه ۴ کیفیت محصول

۲۱۹ درصد ریاضیات یک نفر در کنکور چه نوع متغیری است؟

- ۱ کیفی اسمی ۲ کیفی ترتیبی ۳ کمی گسسته ۴ کمی پیوسته

۲۲۰ چه تعداد از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟

- وزن دانش‌آموزان کلاس • گروه خونی کارمندان شرکت • ملیت تماشاچیان حاضر در ورزشگاه • تندی حرکت خودروها در اتوبان تهران به شمال
- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۲۲۱ میزان آلودگی هوای تهران، نوع آلاینده‌های هوای تهران و تعداد این آلاینده‌ها به ترتیب چه نوع متغیرهایی هستند؟

- ۱ گسسته - پیوسته - ترتیبی ۲ پیوسته - گسسته - ترتیبی ۳ پیوسته - اسمی - ترتیبی ۴ پیوسته - اسمی - گسسته

۲۲۲ سرعت خودرو یک متغیر و میزان مصرف بنزین این خودرو برای هر ۱۰۰ کیلومتر یک متغیر است؟

- ۱ پیوسته - پیوسته ۲ پیوسته - گسسته ۳ گسسته - پیوسته ۴ گسسته - گسسته

۲۲۳ چه تعداد از موارد زیر متغیر کمی گسسته هستند؟

- رتبه دانش‌آموزان در کنکور • درجه سربازان در ارتش • میزان بارش برف • میزان مالیات شرکت • درصد ریاضی کنکور • میزان رشد درختان
- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۲۲۴ چه تعداد از متغیرهای زیر کمی پیوسته هستند؟

- فشار خون • تعداد سبازات یک کهکشان • میزان تحصیلات • تعداد طبقات ساختمان • رنگ چشم • تعداد کتاب‌های کتابخانه • فاصله بین دو شهر • حجم آب استخر
- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

۲۲۵ در کدام یک از موارد زیر، نوع همه متغیرهای داده شده یکسان است؟

- ۱ مراحل تحصیلی - مراحل رشد - وضعیت تاهل ۲ کیفیت هوا - نوع آلاینده‌های هوا - قطر تنه درختان ۳ درآمد معلمان - میزان بارندگی - وزن دانش‌آموزان ۴ میزان بارندگی - قومیت افراد - شاخص توده بدن

۲۲۶ شاخص توده بدنی فردی با ۹۰ کیلوگرم جرم و قد ۱۸۰ سانتی‌متر کدام است؟

- ۱ ۲۴/۳ ۲ ۲۵/۶ ۳ ۲۶/۹ ۴ ۲۷/۷

۲۲۷ می‌دانیم شاخص توده بدنی که از رابطه $T = \frac{W}{H^2}$ به دست می‌آید یک متغیر است. حال اگر وزن فردی ۸۴ کیلوگرم و شاخص توده بدنی

او ۲۱ باشد، قد او برابر با خواهد بود. (W وزن و H قد شخص می‌باشد.)

- ۱ کمی گسسته - ۱۹۶ cm ۲ کمی پیوسته - ۲۰۰ cm ۳ کمی گسسته - ۲۰۰ cm ۴ کمی پیوسته - ۱۹۶ cm



مباحث گرایش به مرکز (میانگین، انحراف از میانگین و میان)

۲۲۸ میانگین داده‌های $0/215, 0/23, 0/405, 0/3, 0/8$ کدام است؟

- ۱ $0/192$ ۲ $0/182$ ۳ $0/196$ ۴ $0/194$

۲۲۹ میانگین مربعات داده‌های آماری ۱، ۴، ۱، ۲، ۲ از مربع میانگین آن‌ها چقدر بیشتر است؟

- ۱ $0/8$ ۲ $1/6$ ۳ $1/2$ ۴ $1/6$

۲۳۰ میانگین داده‌های آماری $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ برابر ۱۸ است، میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_9$ کدام است؟

- ۱ ۱۸ ۲ ۱۶ ۳ ۱۶ ۴ ۲۰

۲۳۱ به داده‌های ۸، ۷، ۶، ۳ یک داده جدید اضافه می‌کنیم، تا میانگین پنج داده حاصل دو واحد بیشتر از میانگین داده‌های اولیه گردد، آن داده کدام است؟

- ۱ ۱۴ ۲ ۱۶ ۳ ۱۸ ۴ ۱۲

۲۳۲ اگر اندازه اضلاع مثلث‌های متساوی‌الاضلاعی ۱۴، ۱۱، ۸، ۵، ۲ باشد، میانگین محیط مثلث‌ها چقدر است؟

- ۱ ۸ ۲ ۲۴ ۳ ۱۶ ۴ ۲۲

۲۳۳ میانگین داده‌های $a+102, a+18, a+12, a+6$ کدام است؟

- ۱ $a+36$ ۲ $a+52$ ۳ $a+54$ ۴ $a+58$

۲۳۴ جدول زیر مربوط به نمرات یک دانش آموز است، اگر میانگین نمرات او $\bar{x} = 8 + 2a$ باشد، مقدار a کدام است؟

نمره درس	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
ضریب درس	۲	۵	۵	۹	۳

- ۱ $1/25$ ۲ $2/25$

- ۳ $1/5$ ۴ $2/5$

۲۳۵ میانگین داده‌های $\binom{6}{0}, \binom{6}{1}, \dots, \binom{6}{6}$ کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ $\frac{32}{3}$ ۳ $\frac{64}{7}$ ۴ $\frac{32}{7}$

۲۳۶ میانگین داده‌های آماری $\log(\tan 1^\circ), \log(\tan 2^\circ), \dots, \log(\tan 89^\circ)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{89}$ ۲ $\frac{1}{90}$ ۳ ۱ ۴ صفر

۲۳۷ میانگین داده‌های آماری $\log \frac{29}{3}, \log \frac{5}{6}, \log \frac{4}{5}, \log \frac{3}{4}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{27}$ ۲ $-\frac{1}{28}$ ۳ $\frac{1}{28}$ ۴ $-\frac{1}{27}$

۲۳۸ میانگین محیط‌های ۶ مربع برابر ۱۲ است. میانگین قطرهای این مربع‌ها کدام است؟

- ۱ $3\sqrt{2}$ ۲ $2\sqrt{2}$ ۳ $6\sqrt{2}$ ۴ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۲۳۹ اگر $5^x = 0/6$ ، $3^{y+2} = 5$ باشد، آنگاه میانگین داده‌های $\frac{1}{y+3}, \frac{1}{x+2}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $1/6$ ۳ ۲ ۴ $1/6$

۲۴۰ به ازای چند مقدار x ، میانگین داده‌های ۵، ۳، ۴، یکی از خود این داده‌ها است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

پاسخنامه فصل دوم

آمار توصیفی



۱۹۸ قبل از حل تست به نکته زیر توجه کنید:

نکته

مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات آمار نامیده می‌شود. علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی است. به عبارت دیگر علم آمار شامل مراحل زیر است:



باتوجه به نکات فوق فقط الف درست است. علت نادرستی سایر موارد:

- ب بعد از جمع‌آوری اعداد و ارقام باید به سراغ سازماندهی و نمایش داده‌ها رفت. *
- ع بعد از سازماندهی و نمایش داده‌ها باید به سراغ تحلیل و تفسیر داده‌ها رفت. *
- د علم آمار با جمع‌آوری اعداد و ارقام آغاز می‌شود. *

۱۹۹ آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است که به ما کمک می‌کند تا قضاوت و پیش‌بینی مناسبی در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی داشته باشیم.

۲۰۰ علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش آن‌ها، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری از آن‌ها است.

۲۰۱ اولین مرحله تحقیق آماری جمع‌آوری اطلاعات و داده‌ها است و آخرین مرحله نتیجه‌گیری است که به ما کمک می‌کند تا پیش‌بینی مناسبی از پدیده‌های تصادفی داشته باشیم.

پدیده‌های تصادفی آمار، آزمایش‌هایی هستند که نتایج آن‌ها قبل از آزمایش قطعی و مشخص نباشند. مثلاً فرمول شیمیایی آب همیشه H_2O است و «بررسی فرمول شیمیایی آب» یک پدیده تصادفی نیست. اما مثلاً نتیجه یک بازی فوتبال، قبل از اتمام بازی، یک پدیده تصادفی است که سه نتیجه احتمالی «برد-تساوی-باخت» را برای یک تیم دارد.

۲۰۲ قبل از حل تست به نکته زیر توجه کنید:

نکته

۱ واقعیت‌هایی درباره یک شی یا فرد که در مناسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌رود داده نام دارد.

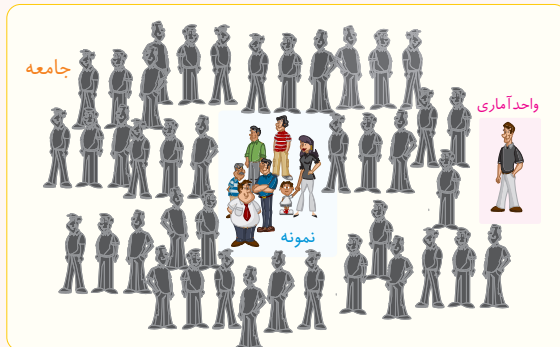
۲ هر ویژگی از افراد یا اشیاء که در اعضای جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک عضو به عضو دیگری تغییر می‌کند، متغیر نامیده می‌شود.

نکته

۳ عددی که به آن ویژگی یک عضو از جامعه نسبت داده می‌شود، مقدار متغیر یا به اصطلاح مشاهده می‌گویند.

۴ به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که می‌خواهیم در مورد آن‌ها داده‌ها را گردآوری کنیم جامعه آماری گفته می‌شود و به تعداد اعضای یک جامعه آماری اندازه جامعه [یا حجم جامعه] گفته می‌شود. [هر کدام از اعضای جامعه یک واحد آماری نامیده می‌شوند]

۵ به هر زیرمجموعه از جامعه آماری که به روشی مشخص انتخاب شده باشد، نمونه می‌گویند و به تعداد عضوهای یک نمونه اندازه نمونه یا حجم نمونه گفته می‌شود.



توجه! اگر اندازه جامعه بزرگ نباشد، می‌توانیم همه واحدهای آماری را مورد بررسی قرار دهیم [سرشماری] اما اگر اندازه جامعه بزرگ باشد یا همه اعضای آن در دسترس نباشند یا دسترسی به آن‌ها هزینه‌بر و وقت‌گیر باشد یا این امکان وجود داشته باشد که در اثر مطالعه نمونه‌ها از بین برود به جای سرشماری از نمونه‌گیری استفاده می‌شود.

حال به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف چون نمونه زیرمجموعه جامعه است همواره داریم حجم نمونه کوچکتر (یا مساوی) حجم جامعه است. *

ب اعضای نمونه همواره همگی عضو جامعه هستند و برعکس آن درست نیست. *

ع نمونه همواره زیرمجموعه‌ای از جامعه است. ✓

د اعضای نمونه همگی الزاماً عضو جامعه هستند. *

۲۰۳ تحقیقی که در آن تمام افراد جامعه مورد بررسی قرار می‌گیرند را سرشماری می‌نامند. سرشماری دقیق اما پرهزینه، زمانبر و در موارد غیرعملی است. به همین خاطر معمولاً سرشماری پرهیز می‌شود و از نمونه‌گیری کمک می‌گیرند. نمونه‌گیری باید منصفانه، دقیق و با دقت انجام شود و شانس انتخاب همه افراد در نمونه، یکسان باشد. به همین سبب نمونه‌گیری مهم‌ترین مرحله یک تحقیق آماری است.

۲۰۴ ۱ مجموعه همه اشیاء یا افراد مورد توجه، چه آن‌هایی که مورد تحقیق قرار می‌گیرند و چه آن‌هایی که برای تحقیق انتخاب نمی‌شوند، را جامعه آماری می‌گویند. چند موردی که درباره‌شان واقعاً تحقیق انجام می‌گیرد را نمونه آماری می‌گویند. در آمار به تعداد اعضای یک مجموعه، اندازه یا حجم می‌گویند.

در این تحقیق جمعاً $21000 \times 7 = 3000 \times 7 = 21000$ کالا مورد توجه بوده است که روی $50 \times 7 = 350$ تای آن‌ها بررسی انجام گرفته است.

۲۰۵ ۴ جامعه آماری مناسب، جمعیت افرادی است که به سن اشتغال رسیده‌اند.

۲۰۶ ۴ جامعه آماری همه افرادی هستند که می‌توانند هدف تحقیق باشند. هم شامل کسانی است که تحقیق روی آن‌ها صورت می‌گیرد (نمونه) و هم شامل کسانی است که تحقیق روی آن‌ها صورت نمی‌گیرد. اما شامل افرادی نیست که به طور منطقی و طبیعی جایی در تحقیق ندارند. شهروندان مثلاً ۴ ساله اصلاً به سنی نرسیده‌اند که بتوانند تحصیلاتی داشته باشند و اولین سال تحصیل (اول دبستان) برای کودکان بالاتر از ۶ سال است.

۲۰۷ ۲ قبل از حل تست به نکته زیر توجه کنید:

نکته انواع متغیرهای تصادفی:

- ۱- کمی: متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری می‌باشند را می‌گوییم و دارای دو نوع هستند:
 - I پیوسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، هر عددی بین a و b را نیز می‌پذیرد.
 - II گسسته: اگر دو مقدار a و b را بپذیرد، بعضی از اعداد بین a و b را نمی‌پذیرد.
- ۲- کیفی: متغیرهایی هستند که غیر قابل اندازه‌گیری می‌باشند و دارای دو نوع هستند:
 - I ترتیبی: دارای نوعی ترتیب طبیعی هستند.
 - II اسمی: دارای هیچ ترتیب طبیعی نیستند.

توجه ۱) اگر اعدادی که به متغیر نسبت داده می‌شود قابل معرل‌گیری باشد می‌توان گفت که متغیر کمی است، اما اگر نتوان از اعداد معرل‌گرفت آن متغیر کیفی است مانند مقام‌های ورزشکاران یا رتبه دانش‌آموزان

توجه ۲) متغیرهایی که فقط نوع آن‌ها معلوم است مانند انواع گل‌های باغ، انواع مدراس و ... متغیر کیفی هستند.

- وزن، قد، قطر تنه درختان، مهم آب، دما، میزان آلودگی هوا، فشار هوا، زمان، سن و ... نمونه‌هایی از متغیر کمی پیوسته هستند.
- تعداد طبقات سافتمان، درصد یک درس در کنگور، تعداد مسافران و ... نمونه‌هایی از متغیر کمی گسسته هستند.
- گروه فونی، رنگ پشم، ملیت، جنسیت، نوع آلودگی هوا، نژاد و ... نمونه‌هایی از متغیر کیفی اسمی هستند.
- مقام‌های یک ورزشکار، میزان لذت از آشپزی، مراحل رشد، مراحل تحصیل، درجه افسران و ... نمونه‌هایی از متغیر کیفی ترتیبی هستند.
- اگر کلمه «میزان» در کنار کلماتی نظیر رضایت، سفتی، لذت، علاقه‌مندی و ... بیاید یک مفهوم کیفی دارد که می‌تواند کم، متوسط، زیاد و یا خیلی زیاد باشد، پس کیفی ترتیبی می‌باشد.
- اگر کلمه «میزان» در کنار کلماتی نظیر بارش، مالیات، درآمد فروش و ... بیاید دقیقاً مفهوم عددی دارد و یک متغیر کمی پیوسته است.
- اگر کلمه «میزان» در کنار آلودگی هوا بیاید، مفهوم کمی دارد و متغیر کمی پیوسته است.

با توجه به نکات فوق میزان آلودگی هوا متغیر کمی پیوسته است [چون امروزه میزان آلودگی هوا را با شاخص‌های عددی بیان می‌کنند اما در گذشته یک کمیت کیفی اسمی بود چون گفته می‌شد آلودگی هوا کم است یا زیاد است یا ...]

۲۰۸ ۱ به بررسی موارد می‌پردازیم:

- ۸ کارمند انتخاب شده معرف یک نمونه هستند. *
- وزن هر کدام از کارمندان یک متغیر تصادفی است. *
- عدد وزن هر کدام از کارمندان مقدار متغیر یا مشاهده نام دارد. *
- حجم جامعه برابر ۸۰ و حجم نمونه برابر ۸ است. ✓

۲۰۹ ۴ در تحقیق‌های آماری، گاهی باید به متغیرها اعدادی را نسبت دهیم که فقط برای علامت‌گذاری هستند. این کار را وقتی متغیر کیفی است انجام می‌دهیم، زیرا داده‌های متغیر کم ی خودشان اعداد هستند. مثلاً اگر متغیر ما جنسیت افراد باشد، به زن عدد ۱ و به مرد عدد ۲ را نسبت می‌دهیم. این اعداد صرفاً برای نشانه‌گذاری هستند و قابل جمع، ضرب یا معدل‌گیری نیستند.

۲۱۰ ۲ به بررسی موارد می‌پردازیم:

- الف) آمار «مجموعه‌ای از اعداد و اطلاعات» است. علم آمار روش‌های جمع‌آوری، سامان‌دهی، تحلیل و نتیجه‌گیری از این اعداد است. *
- ب) نمونه همواره زیرمجموعه جامعه است و در سرشماری با هم برابر هستند. ✓
- ج) مقطع تحصیلی متغیر تصادفی ترتیبی است. *

۲۱۱ ۴ جامعه آماری کارمندان بانک ملی است. درآمد این کارمندان متغیر تصادفی (موضوع تحقیق آماری) است نه جامعه آماری.

۲۱۲ ۴ مراحل تحصیلی قابل اندازه‌گیری نیست، پس کیفی است و دارای ترتیب می‌باشد، پس کیفی ترتیبی است [دبستان، متوسطه ۱، متوسطه ۲، دانشگاه و ...]

۲۱۳ ۲ خطا همیشه قابل محاسبه است، بنابراین متغیر کمی است و با توجه به این که میزان خطا باید همیشه کوچکتر از واحد اندازه‌گیری باشد، هر عدد حقیقی را در بازه (۰، ۱) را می‌تواند بپذیرد، بنابراین کمی پیوسته است.

۲۱۴ ۴ مقطع تحصیلی دانش‌آموزان پایه یازدهم برابر ۱۱ می‌باشد و هیچ تغییری نمی‌کند.

۲۱۵ ۳ با توجه به این که نوع آلاینده‌گی هوا را می‌خواهیم مشخص کنیم و میزان آلاینده‌گی برای ما مهم نیست. پس متغیر کیفی است. همچنین با توجه به این که هیچ ترتیبی در نوع آلاینده‌گی هوا وجود ندارد، پس متغیر کیفی اسمی است.

۲۱۶ ۴ حجم آب استخر، قطر تنه درختان و میزان مالیات یک شرکت هر سه متغیرهای کمی پیوسته هستند، چرا که هر سه مورد اگر دو مقدار a و b را بپذیرند، هر مقداری بین a و b را نیز می‌توانند بپذیرند. ولی تعداد طبقات یک برج، یک متغیر کمی گسسته می‌باشد.

۲۱۷ ۳ مقام‌هایی که یک ورزشکار کسب می‌کند اعداد ۱، ۲، ۳، ... است و واضح است که بر روی آن‌ها نمی‌توانیم اعمال ریاضی انجام دهیم، پس متغیر کیفی است و از طرفی چون با هم قابل قیاس هستند، ترتیبی می‌باشند.

۲۱۸ انواع اشیاء (انواع ماشین، انواع هواپیما و ...)، نژاد [آدم‌ها، سگ‌ها و ...] و رنگ [دوچرخه، ماشین، لباس و ...] متغیرهای کیفی اسمی هستند ولی کیفیت یک محصول یک متغیر کیفی ترتیبی است.

۲۱۹ درصد ریاضیات قابل اندازه‌گیری «قابل محاسبه» است و از دستور $100 \times \frac{\text{تعداد غلط} - (3 \times \text{تعداد درست})}{(\text{تعداد کل})}$ = درصد) برای محاسبه آن استفاده می‌کنیم و این دستور نمی‌تواند تمام اعداد در بازه $[-100, 100]$ را بپذیرد، بنابراین متغیر کمی گسسته می‌باشد.

۲۲۰ به بررسی موارد می‌پردازیم:

- وزن یک متغیر قابل اندازه‌گیری است و اگر دو عدد a, b را بپذیرد هر عددی بین آن دو را نیز می‌پذیرد پس کمی پیوسته است.
- ملیت قابل اندازه‌گیری نیست پس کیفی است و چون ترتیب طبیعی ندارد کیفی اسمی محسوب می‌شود.
- گروه خونی نیز قابل اندازه‌گیری نیست و ترتیب هم ندارد پس کیفی اسمی است.
- تندی خودرو قابل اندازه‌گیری است و اگر دو عدد a, b را بپذیرد هر عددی بین آن‌ها را نیز می‌پذیرد پس کمی پیوسته است.

۲۲۱ میزان آلودگی هوا با عدد مشخص می‌شود پس کمی است. این مقدار هر عدد حقیقی مثبتی می‌تواند باشد، پس پیوسته است. [معمولاً میزان، مقدار و اندازه چیزها متغیر کمی پیوسته است. اما نه همیشه مثلاً میزان رضایت کیفی است.] نوع آلاینده‌های هوا [سربری، ریزگرد (PM)، کربنی و ...] متغیر تصادفی اسمی است. تعداد این آلاینده‌ها البته متغیر تصادفی گسسته است. تعداد هر چیزی، متغیر تصادفی گسسته است.

۲۲۲ سرعت خودرو یک عدد حقیقی است که می‌تواند اعشاری هم باشد، پس پیوسته است. مقدار بنزین مصرفی نیز می‌تواند یک عدد اعشاری باشد و نیاز به اندازه‌گیری دارد. پس این نیز یک متغیر پیوسته است.

۲۲۳ به بررسی موارد می‌پردازیم:

- رتبه دانش‌آموزان هر چند عددی به آن‌ها نسبت داده می‌شود، اما این اعداد قابل معدل‌گیری نیستند بنابراین کیفی ترتیبی است.
- درجه سربازان ارتش قابل اندازه‌گیری نیست ولی ترتیب دارد پس کیفی ترتیبی است.
- میزان بارش برف یک متغیر کمی پیوسته است.
- میزان مالیات شرکت یک متغیر کمی پیوسته است.
- درصد ریاضیات قابل اندازه‌گیری است و از دستور $\frac{3T-F}{3n} \times 100$ به دست می‌آید، اما این دستور نمی‌تواند تمام اعداد بازه $[-100, 100]$ را بپذیرد، پس کمی گسسته است. ✓
- میزان رشد درختان چه از نظر طول و چه از نظر قطر قابل اندازه‌گیری است و هر عددی را می‌تواند بپذیرد پس کمی پیوسته است. ✗

نکته کلمه میزان در کنار کلماتی نظیر رضایت، سفتی، لذت، علاقه‌مندی و ... یک مفهوم کیفی دارد که می‌تواند کم، متوسط یا زیاد باشد و کیفی ترتیبی است اما اگر در کنار کلماتی نظیر بارش، مالیات، درآمد، فروش و ... بیاید مفهوم عددی دارد و قابل اندازه‌گیری است و یک متغیر کمی پیوسته است.

۲۲۴ به بررسی موارد می‌پردازیم:

- فشار خون = کمی پیوسته ✓
- میزان تحصیلات = کیفی ترتیبی ✗
- رنگ چشم = کیفی اسمی ✗
- فاصله بین دو شهر = کمی پیوسته ✓
- تعداد سیارات = کمی گسسته ✗
- تعداد طبقات ساختمان = کمی گسسته ✗
- تعداد کتاب‌ها = کمی گسسته ✗
- حجم آب استخر = کمی پیوسته ✓

۲۲۵ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱. مراحل تحصیلی و مراحل رشد کیفی ترتیبی و وضعیت تأهل کیفی اسمی است. ✗
۲. کیفیت هوا و نوع آلاینده‌ها کیفی اسمی و قطر تنه درختان کمی پیوسته است. ✗
۳. همگی کمی پیوسته هستند. ✓
۴. میزان بارندگی و شاخص توده بدن کمی پیوسته و قومیت افراد کیفی اسمی است. ✗

۲۲۶ شاخص توده بدنی یا BMI، معیاری است که به کمک آن میزان چاقی یا لاغری افراد سنجیده می‌شود. فرمول آن ساده است ولی باید توجه کنید که در این فرمول جرم بر حسب kg و قد بر حسب متر است:

$$BMI = \frac{\text{جرم}}{(\text{قد})^2}$$

که در این مساله برابر است با:

$$BMI = \frac{90}{(1/8)^2} = \frac{90}{1/64} = \frac{5760}{1} = 5760$$

فردی با BMI بالاتر از ۲۵ اضافه وزن دارد. اگر BMI از ۳۰ هم بیشتر باشد این فرد چاق محسوب می‌شود.

۲۲۷ شاخص توده بدن یک متغیر کمی پیوسته است [چون اگر دو عدد a, b را بپذیرد هر عددی بین آن‌ها را نیز می‌پذیرد] حال داریم:

$$21 = \frac{H^2}{H^2} \Rightarrow H^2 = 4 \Rightarrow H = 2m = 200 \text{ cm}$$

۲۲۸ قبل از حل تست به نکته زیر توجه کنید:

نکته میانگین و روش‌های مناسب آن در حالت‌های مختلف

اگر داده‌های آماری $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ را داشته باشیم، میانگین (متوسط یا معدل) داده‌ها را با نماد $\bar{X}$ نمایش می‌دهیم و به صورت زیر آن را نشان می‌دهیم.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

- در محاسبه میانگین داده‌ها، چند حالت خاص و مهم وجود دارد که در حل سوال‌های مربوط به میانگین باید آن‌ها را بدانیم.
- ۱. اگر داده‌های آماری در اطراف یک عدد به مفهوم مائده a باشند، می‌توانیم از همه داده‌ها a واحد کم کنیم و پس از محاسبه میانگین اعداد حاصل، عدد a را به میانگین اضافه کنیم.



نکته

مثال: میانگین داده‌های ۷۰، ۶۸، ۶۸، ۶۶، ۶۵، ۶۳، ۶۲، ۶۰ برابر است با:

از همه داده‌ها عدد ۶۵ را کم می‌کنیم تا داده‌های کوچکتری به دست بیایم و سپس میانگین این داده‌ها را به دست می‌آوریم. $x_i - 65 \Rightarrow -5, -3, -2, 0, 1, 3, 3, 5$

$$\Rightarrow \bar{x} - 65 = \frac{(-5) + (-3) + (-2) + 1 + 3 + 3 + 5}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 65 + 0.25 = 65.25$$

۲۱ اگر داده‌های آماری همگی کسری یا اعشاری باشند، می‌توانیم آن‌ها را در یک عدد ضرب کنیم و پس از محاسبه میانگین، جواب به دست آمده را بر آن عدد تقسیم کنیم.

مثال: میانگین داده‌های $0.43, 0.08, 0.37, 0.15$ برابر است با:

$$0.15, 0.37, 0.08, 0.43 \xrightarrow{\times 1000} 150, 370, 80, 430$$

$$\Rightarrow 1000\bar{x} = \frac{150 + 370 + 80 + 430}{4} = \frac{1030}{4} = 257.5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{257.5}{1000} = 0.2575$$

۳۱ اگر داده‌ها دارای قسمت صغیر و قسمت اعشاری باشند، می‌توانیم قسمت‌های صغیر را جداگانه و قسمت‌های اعشاری را هم جداگانه جمع کرده و حاصل آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

مثال: میانگین داده‌های $3/2, 4/7, 5/8, 8/3$ برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{(3+4+5+8) + (0/2+0/7+0/8+0/3)}{4} = \frac{20+2}{4} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} = 5.5$$

۴۱ اگر داده‌ها تشکیل یک دنباله حسابی بدهند، میانگین کل داده‌ها برابر با میانگین هملات متساوی الفاصله از طرفین دنباله است، مثلاً میانگین جمله اول و آخر برابر با میانگین جمله دوم و ماقبل آخر و ... و همه این میانگین‌ها برابر با میانگین کل دنباله می‌باشند.

مثال: در داده‌های ۱۷، ۱۴، ۱۱، ۸، ۵، ۲ میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{2+17}{2} = \frac{19}{2} = 9.5 \quad \bar{x} = \frac{5+14}{2} = 9.5 \quad \bar{x} = \frac{8+11}{2} = 9.5$$

پس میانگین کل داده‌ها نیز برابر ۹/۵ می‌باشد.

نتیجه ۱: اگر همه داده‌های آماری برابر باشند، میانگین برابر یکی از داده‌ها است.

نتیجه ۲: اگر داده‌های آماری تشکیل یک دنباله حسابی بدهند و تعداد داده‌ها فرد باشد، داده وسط برابر میانگین داده‌ها است.

مثال: $7, 12, 17, 22, 27 \Rightarrow \bar{x} = 17$

همه داده‌ها را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم و در انتها میانگین به دست آمده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$$\Rightarrow 1000\bar{x}_i = \frac{80+30+405+230+215}{5} = \frac{960}{5} = 192 \Rightarrow \bar{x}_i = \frac{192}{1000} = 0.192$$

۳۱۹ میانگین مربع داده‌ها برابر است با:

$$m = \frac{4+4+1+16+1}{5} = \frac{26}{5} = 5.2$$

$$\bar{x}^2 = \left(\frac{2+2+1+4+1}{5}\right)^2 = 4$$

مربع میانگین داده‌ها نیز برابر است با:

بنابراین اختلاف ۱/۲ است.

۲۳۰

۲ باتوجه به این که میانگین ۱۰ داده اول برابر ۱۸ می‌باشد، داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9 + 27}{10} = 18 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_9 + 27 = 180$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 180 - 27 = 153$$

حال میانگین ۹ داده خواسته شده را به دست می‌آوریم.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9}{9} = \frac{153}{9} = 17$$

۲۳۱

۲ باتوجه به صورت سوال داریم:

$$\frac{3+6+7+8+x}{5} = \frac{3+6+7+8}{4} + 2$$

$$\frac{24+x}{5} = 6+2 \Rightarrow 24+x=40 \Rightarrow x=16$$

۲۳۲

۲ باتوجه به این که اضلاع مثلث‌ها یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند،

$$\bar{x} = \frac{2+14}{2} = 8$$

بنابراین میانگین محیط این مثلث‌ها برابر با $3\bar{x} = 3 \times 8 = 24$ می‌باشد.

۲۳۳

۳ داده‌های آماری یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۶ تشکیل می‌دهند،

پس میانگین داده‌ها برابر است با میانگین جملات اول و آخر داده‌ها و داریم:

$$\bar{x} = \frac{(a+6)+(a+10 \cdot 6)}{2} = \frac{2a+10 \cdot 8}{2} = a+40$$

۲۳۴

۲ ضریب هر درس در واقع فراوانی هر درس می‌باشد، پس ابتدا از هر

نمره عدد ۱۲ را کم می‌کنیم تا محاسبه میانگین ساده‌تر شود و سپس ۱۲ را به میانگین به دست آمده اضافه می‌کنیم.

$x_i - 12$	-4	-2	0	2	4
f_i	2	5	5	9	3

$$\bar{x} - 12 = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{2(4) + 9(2) + 5(0) + 5(-2) + 2(-4)}{2+9+5+5+2}$$

$$= \frac{12+18+0-10-8}{24} = \frac{12}{24} = 0.5 \Rightarrow \bar{x} - 12 = 0.5 \Rightarrow \bar{x} = 12.5$$

حال چون در صورت سوال گفته شده $\bar{x} = 8 + 2a$ می‌باشد، پس:

$$8 + 2a = 12.5 \Rightarrow 2a = 4.5 \Rightarrow a = 2.25$$

۲۳۵

آیچد گشت دد (قوانین ترکیب مجموعه‌ها)

تعداد کل زیر مجموعه‌های یک مجموعه برابر است با: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

$$\bar{x} = \frac{\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \dots + \binom{6}{6}}{7} = \frac{2^6}{7} = \frac{64}{7}$$

با توجه به رابطه فوق داریم:

