پاسخ‌های تشریحی

ویندوز ۱۰ ۱۱

جامع فیزیک پایه

جلد دوم

رضا خالو، امیرعلی میری

رشتهٔ تجربی

نشر الگو

پیشگفتار

به نام خدا

سلام

همکاران گرامی و دانش آموز عزیز

مقدم شما را به دنیای پنجره‌های کتاب جامع فیزیک پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) خوش آمد می گوییم.

کتاب دو جلدی است یک جلد شامل درسنامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامهٔ کاملاً تشریحی

اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره (به جز فصل ۱ دهم) و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است.

در هر پنجره ابتدا درسنامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.

۱) درسنامه: در درسنامه با یک خلاصه درس مفید و کاربردی روبرو هستید که در آن تمام نکات درسی به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) تست‌ها: تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می دهند که شامل تست‌های کنکور، کنکورهای آزمایشی و تألیفی است.

الف- چینش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پله‌پله مهارتتان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسنامه به سراغ حل تست‌ها می روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسنامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسنامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ٪۳۰ آن‌ها را با لوگوی ( ) مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی ( ) مشاهده می کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سؤال» قرار دارد که شما با حل آن می توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبرو - پنجره تودرتو

در آزمون‌هایی که شما خواهید دید، تست‌ها طبقه‌بندی ندارند و این شما هستید که باید موضوع تست را تشخیص دهید. به همین دلیل بین هر دو پنجرهٔ پشت سرهم یک بخش به نام پنجره روبرو و در انتهای هر فصل یک بخش به نام پنجرهٔ تودرتو قرار دارد که در آن‌ها خبری از طبقه‌بندی تست‌ها نیست و تست‌ها ترتیب مشخص ندارند و در واقع شما یک کتاب با تست‌های ریز طبقه‌بندی و یک مینی کتاب با تست‌های درهم و برهم در اختیار دارید.

اما جلد دوم یا جلد پاسخنامه[1]

تمام زحماتی که شما و ما در درسنامه و تست‌ها کشیده‌ایم، در این جلد به سرانجام می‌رسد، به‌قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود. به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

الف- خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید، بنابراین اگر تستی را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تست‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

ب- نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند.

پ- یادآوری: اگر در حل یک تست نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، اینگونه فکر نکرده‌ایم که این مطلب قبلاً بیان شده بلکه برای یادآوری و راحت‌تر کردن حل تست آن را دوباره بیان کرده‌ایم.

ت- یادداشت ریاضی: گاهی در حل تست شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ما فکر کرده‌ایم شما آن را به‌خاطر ندارید. از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تست در آخر بعضی از تست‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تست راه‌حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سؤال: در برخی از تست‌ها، همان تست به نحو دیگری بیان شده تا اگر شما تست مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعهٔ پاسخ، بازی با سؤال را حل کنید. کلید این تست‌ها در پاسخ قرار دارد اما حل آن‌ها به صورت QR Code بوده و می‌توانید از سایت نیز پاسخ را بردارید.

پاسخ پنجره‌های روبه‌رو و تودرتو: در پاسخ این تست‌ها، شمارهٔ «نمای» مربوط به آن تست ارائه شده تا شما متوجه شوید این تست مربوط به چه موضوعی است و در سنامهٔ آن کجاست.

در آخر باید بگوییم که پاسخ همهٔ تست‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله‌پله با هم تست را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانهٔ کارکنان نشر الگو سپاسگزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و همچنین آقای محسن شعبان شمیرانی که ویرایش این کتاب بر عهده‌ی ایشان امکان‌پذیر نبود، در واحد حروفچینی و صفحه‌آرایی از خانم‌ها فاضله محسنی، مریم احمدی و راضیه صالحی و همچنین سرکار خانم سکینه مختار مدیر واحد فنی و ویرایش قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس olgoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.

پاسخ فصل اول ۲

پاسخ فصل دوم ۲۱

پاسخ فصل سوم ۶۹

پاسخ فصل چهارم ۱۲۵

پاسخ فصل پنجم ۱۷۵

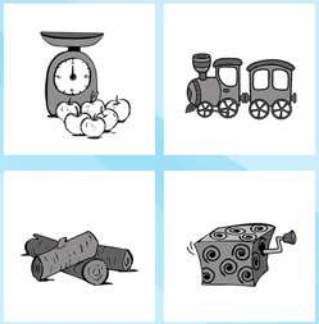
پاسخ فصل ششم ۲۵۰

پاسخ فصل هفتم ۳۴۳

Windows10&11

جامع فیزیک پایه (تجربی)

*** پاسخ‌های تشریحی ***



فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

پنجره ۱

A ۱ ۳

مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

نقطهٔ قوت دانش فیزیک آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی است و گزارهٔ (ب) درست است.

نتایج آزمایش‌های جدید ممکن است منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شود حتی نظریه‌ای جدید را جایگزین کند و گزارهٔ (پ) درست است.

اما با آنکه آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت زیادی دارد، آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده است و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدان‌ها نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند و گزارهٔ (ت) نادرست است.

A ۲ ۲

برای مدل‌سازی باید از کمیت‌هایی صرف‌نظر کرد که در پدیدهٔ مورد مطالعه نقش اساسی ندارند. در پرتاب کردن توپ، چون تندی آن خیلی زیاد است، مقاومت هوا تأثیر چندانی بر آن ندارد و در مقابل تأثیر نیروی گرانش می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد. هرگاه یک برگ در هوا رها شود، مقاومت هوای وارد بر آن در حرکت برگ نقش مهمی خواهد داشت و در مدل‌سازی نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. هنگام ترمز کردن اتومبیل اصطکاک نقش اساسی دارد و در مدل‌سازی نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد، زیرا با صرف‌نظر از اصطکاک نمی‌توان کاهش سرعت و توقف اتومبیل را توجیه کرد.

A ۳ ۳

خط فکری در فواصل نزدیک سطح زمین نیروی وزن تغییرات چندانی ندارد اما اگر از سطح زمین زیاد دور شویم نیروی وزن کاهش می‌یابد و دانستن این مطلب در مدل‌سازی مهم است.

در سقوط برگ و پرتاب کردن توپ بسکتبال که در مجاورت سطح زمین صورت می‌گیرد تغییر نیروی وزن ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در مدل‌سازی (الف) و (ب) از تغییر نیروی وزن چشم‌پوشی می‌کنیم. اما در پرتاب ماهواره و حرکت ماهواره در مداری به گرد زمین چون ماهواره از سطح زمین دور می‌شود، تغییر نیروی وزن قابل چشم‌پوشی است.

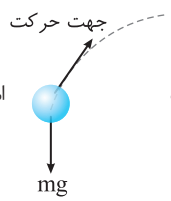
A ۴ ۳

۱ در پرتاب توپ بسکتبال چرخیدن توپ مدنظر نبوده و توپ را نقطه‌ای در نظر می‌گیریم.

۲ سرعت حرکت توپ زیاد نبوده و می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۳ ارتفاع توپ زیاد تغییر نمی‌کند به همین دلیل نیروی وزن تغییر نمی‌کند.

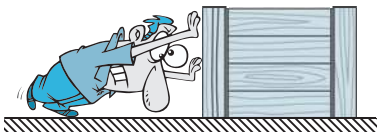
بنابراین مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال به صورت



است.

A ۵ ۲

در بررسی حرکت و سکون اجسام می‌توان آن‌ها را ذره در نظر گرفت و نیروهای وارد بر آن‌ها را به‌صورت نیروهای وارد بر این ذره (نقطه) فرض کرد، بنابراین در این مدل‌سازی جسم گسترده یک ذره فرض می‌شود و گزینهٔ (۱) نادرست است و نیروهای وارد بر ذره از یک نقطه رسم می‌شود بنابراین گزینهٔ (۲) درست است. جسم ساکن است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است و نیروی شخص و نیروی اصطکاک هم‌اندازه است. بنابراین بردار نیروی شخص باید هم‌اندازهٔ بردار اصطکاک رسم شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.



B ۶ ۴

معمولاً جرم طناب در مقابل جرم جسم قابل صرف‌نظر کردن است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. گزینهٔ (۱) نادرست است.

جسم توسط طناب روی سطح افقی به حرکت در آمده است و چرخش در کار نیست، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

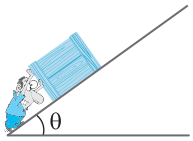
می‌توان جسم را به‌صورت یک ذره در نظر گرفت و با رسم نیروهای وارد بر آن ذره حرکت را مدل‌سازی کرد. بنابراین ابعاد جسم قابل چشم‌پوشی است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در هنگام حرکت جسم روی سطح نمی‌توان از اصطکاک صرف‌نظر کرد زیر به‌طور مستقیم در نحوهٔ حرکت جسم تأثیرگذار است و گزینهٔ (۴) قابل چشم‌پوشی نیست.

A ۷ ۳

در مدل‌سازی از کمیت‌هایی صرف‌نظر می‌شود که تأثیر چندانی در حرکت جسم یا پدیدهٔ مورد مطالعه نداشته باشند.

وقتی شما جسمی را هُل می‌دهید، مقاومت هوا در حرکت جسم نقش مهمی ندارد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. بنابراین (الف) درست است.



در جابه‌جایی رو به بالا در مجاورت زمین، شتاب گرانش (g) تغییر چندانی ندارد بنابراین (ب) نیز قابل صرف‌نظر کردن است.

وقتی شما جسمی را رو به بالا می‌برید باید بر نیروی وزن غلبه کنید و اگر نیروی خود را قطع کنید معمولاً جسم به پایین برمی‌گردد، بنابراین نیروی وزن قابل صرف‌نظر کردن نیست و (پ) نادرست است.

در بررسی حرکت جعبه آن را به‌صورت ذره‌ای بررسی می‌کنند و در این صورت حرکت ابعاد جعبه قابل صرف‌نظر کردن است و (ت) درست است.

اما کاملاً مشخص است که هرچه θ بزرگ‌تر باشد، هُل دادن جسم رو به بالا سخت‌تر است و اگر زاویهٔ θ نادیده گرفته شود مانند این است که جسم را روی سطح افقی $(\theta=0)$ هُل می‌دهیم، در این صورت حرکت کاملاً دگرگون می‌شود، بنابراین زاویهٔ θ قابل صرف‌نظر کردن نیست و (ث) نادرست است.

A ۸ ۳

چشمهٔ نور (خورشید) در فاصلهٔ بسیار دوری از جسم (درخت) قرار دارد، از این‌رو می‌توان پرتوهای واگرایی که از خورشید گسیل می‌شود را موازی در نظر گرفت بنابراین گزاره (الف) درست است. / پرتوهای بازتابیده از درخت، در راستاهای مختلف پخش می‌شوند و تعدادی از آن‌ها وارد دوربین می‌شوند، از این‌رو گزارهٔ (ب) درست است. / در بررسی چگونگی نحوهٔ تشکیل تصویر به دلیل گستردگی جسم و تصویرش، نقطه‌ای فرض کردن جسم نادرست است و در این مدل‌سازی فرض نادرستی است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

در این صورت دو گزاره درست و گزینهٔ (۳) پاسخ است.

A ۹ ۴

منبع نور لیزر در واقع گسترده است و پرتوهای خروجی از آن واگرا است. به‌طوری که از منبع نور لیزر دور شویم، متوجه می‌شویم که پرتوهای خروجی از آن واگرا هستند. در مطالعهٔ لیزر برای سادگی و مدل‌سازی منبع نور را نقطه‌ای و پرتوهای آن را موازی فرض می‌کنیم، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) درست است. اما گزینهٔ (۳) مدل‌سازی نیست، زیرا لیزر در واقعیت تک‌رنگ است.

A ۳ ۱۰

یادآوری ۱ هفت کمیت طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی و یکاهای آن‌ها نیز یکاهای اصلی هستند.

یادآوری ۲ برای بیان هر کمیت فیزیکی نرده‌ای به عدد و یکای مناسب، نیاز داریم و برای بیان هر کمیت فیزیکی برداری علاوه بر عدد و یکای مناسب، بیان جهت نیز لازم است.

یادآوری ۳ برای نمایش کمیت‌های برداری از علامت پیکان بالای نماد آن کمیت استفاده می‌کنیم. مانند بردار نیرو $(\vec{F})$ اما برای بیان اندازهٔ یک کمیت برداری علامت پیکان را از بالای سر آن برمی‌داریم، مانند اندازهٔ نیرو F.

با توجه به یادآوری‌ها، گزاره‌های (الف) و (ب) درست و گزارهٔ (پ) نادرست‌اند.

A ۴ ۱۱

یکای فرعی نیرو $kg.m/s^2$ است و به افتخار نیوتون، یکای نیرو نیوتون نام‌گذاری شده و در دستگاه SI یکای نیرو، نیوتون است، گزینه (۱) نادرست است. یکای طول ابتدا به صورت کسری از فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شد و سپس فاصله دو خط حک شده در نزدیکی هر یک از سرهای میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم به عنوان یکای طول تعریف شد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

یکای مقدار ماده مول می‌باشد و نه جرم. اما در گزینه (۳) از تعریف یکای جرم استفاده شده است و نادرست است.

یکای زمان ثانیه (s) در ابتدا به صورت $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ میانگین روز خورشیدی تعریف شد، اما امروزه براساس دقت بسیار زیاد ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

A ۳ ۱۲

جرم و زمان هر دو کمیت اصلی هستند و یکای آن‌ها در SI به‌ترتیب کیلوگرم و ثانیه است که هر دو یکای اصلی هستند.

A ۲ ۱۳

یکای جرم، کیلوگرم و یکای مقدار ماده، مول است و گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای تندی و سرعت هر دو متر بر ثانیه (m/s) است و گزارهٔ (ب) درست است.

یکای شدت روشنایی کَندِلا (شمع) و یکای شدت جریان الکتریکی آمپر است و گزارهٔ (پ) نادرست است.

A ۲ ۱۴

جرم، زمان، طول، دما، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده کمیت‌های اصلی هستند. در گزینهٔ (۲) هر سه کمیت چگالی، تندی و انرژی کمیت‌های فرعی هستند.

بازی با سؤال **کمیت‌های عنوان شده در کدام گزینه همگی اصلی هستند؟**

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو

۲) گرما، زمان، جرم

۳) جریان الکتریکی، دما، جرم

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

گزینهٔ ۳

A ۱ ۱۵

یادآوری تفاوت یکای فرعی و یکای SI:

یکای فرعی: اگر یکای یک کمیت بر اساس یکاهای اصلی نوشته شود به آن یکای فرعی گویند. مثلاً یکای فرعی نیرو با توجه به قانون دوم نیوتون به صورت روبه‌رو است:

$$F=ma \Rightarrow [F]=kgm/s^2$$

دقت کنید که در یکای فرعی نیرو از نام نیوتون استفاده نشده است.

یکای SI: برای برخی از یکاهای پُر کاربرد فرعی، نام ویژه‌ای برگزیده شده است مانند نیوتون برای نیرو، در واقع یکای فرعی بر اساس هفت یکای اصلی نوشته می‌شود و برای آن یک نام قرارداد شده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم.

تنها سرعت است که یکای SI و یکای فرعی آن m/s است.

یکای SI فشار پاسکال و یکای فرعی آن kg/ms^2 است.

یکای SI نیرو نیوتون و یکای فرعی آن kgm/s^2 است.

یکای SI انرژی ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 است.

A ۴ ۱۶

جرم کمیت اصلی بوده و گزینه‌های (۱) و (۳) جواب نیست. شتاب کمیتی برداری است و گزینهٔ (۲) جواب نخواهد بود. انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار کمیت‌های فرعی و نرده‌ای هستند.

A ۱ ۱۷

یکاهای استفاده شده در متن پوند، فوت، کوارت، نیوتون، متر، لیتر، مایل و گالن است که از این بین تنها یکای نیوتون و متر یکای SI هستند و از بین این دو یکای SI، تنها یکای متر که مربوط به کمیت طول است، یک کمیت اصلی است.

A ۱ ۱۸

هر انسانی هم ضربان قلب دارد و هم می‌تواند فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دستان کشیده خود را اندازه بگیرد و به عنوان یکا در نظر بگیرد، پس هر دو در دسترس همه هستند. اما می‌دانیم ضربان قلب و فاصلهٔ نوک دماغ تا نوک انگشت دست کشیده شده برای افراد مختلف متفاوت است، بنابراین مشکل این دو تغییرپذیر بودن آن‌ها می‌باشد.

پنجره ۲

A ۲ ۱۹

در صورت این سؤال شما با یک روش اندازه‌گیری آشنا می‌شوید که در آن اندازهٔ یک کمیت مثلاً ضخامت یک برگ را با وسایل اندازه‌گیری معمولی به‌دست می‌آورید. برای اندازه‌گیری ضخامت یک برگ از کتاب می‌توانید با یک خط‌کش ضخامت کتاب را اندازه‌گیری کنید، سپس ضخامت کتاب را به تعداد برگ‌های آن تقسیم کنید تا ضخامت یک برگ به‌دست آید. البته یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای دارای $\frac{۴۰۰}{۲}=۲۰۰$ برگ است.

$$\text{ضخامت یک برگ}=\frac{\text{ضخامت کتاب}}{\text{تعداد برگ‌های آن}}=\frac{۳/۶}{۲۰۰}=۱/۸\times۱۰^{-۲}\,cm=۰/۱۸mm$$

A ۱ ۲۰

به کمک روش زنجیره‌ای و با استفاده از ضریب تبدیل (نسبتی از یکاها که برابر عدد یک است) مسأله را حل می‌کنیم

$$v=۱۴\text{گره دریایی}\times\frac{\overbrace{۰/۵m/s}^{\text{ضریب تبدیل}}}{۱\text{گره دریایی}}=۷m/s$$

اکنون هر متر بر ثانیه را به km/h تبدیل می‌کنیم:

$$v=۷\frac{m}{s}\times\underbrace{\frac{۱km}{۱۰^۳m}}_{\text{ضریب تبدیل متر به کیلومتر}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰s}{۱h}}_{\text{ضریب تبدیل ثانیه به ساعت}}\Rightarrow v=۲۵/۲\frac{km}{h}\approx۲۵\frac{km}{h}$$

A ۳ ۲۱

با توجه به اینکه هر قیراط ۲۰۰mg است، ابتدا هر قیراط را به میلی‌گرم تبدیل می‌کنیم.

۲۰۰ قیراط چند میلی‌گرم است:

$$m=۲۰۰\text{قیراط}\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{۱\text{قیراط}}}_{\text{ضریب تبدیل قیراط به میلی‌گرم}}=۴\times۱۰^۴\,mg$$

هر ۱۰۰۰ میلی‌گرم، ۱ گرم است. بنابراین خواهیم داشت:

$$m=۴\times۱۰^۴mg\times\underbrace{\frac{۱g}{۱۰۰۰mg}}_{\text{ضریب تبدیل میلی‌گرم به گرم}}=۴۰g$$

B ۳ ۲۲

با توجه به تبدیلات زنجیره‌ای مسأله را حل می‌کنیم. ضریب تبدیل سیر به مثقال برابر $\frac{\text{سیر }۱}{\text{مثقال }۱۶}$ است. ابتدا مثقال را به سیر تبدیل می‌کنیم:

$$\text{۵۰۰ مثقال}\times\frac{\text{سیر }۱}{\text{مثقال }۱۶}=\text{۳۱/۲۵ سیر}$$

ضریب تبدیل مثقال به گرم $\left(\frac{۴/۸۶g}{\text{مثقال }۱}\right)$ و ضریب تبدیل گرم به کیلوگرم $\left(\frac{۱kg}{۱۰^۳g}\right)$، مثقال را به kg تبدیل می‌کنیم:

$$\text{۵۰۰ مثقال}\times\frac{۴/۸۶g}{\text{مثقال }۱}\times\frac{۱kg}{۱۰^۳g}=۲/۴۳kg$$

A ۱ ۲۳

خط فکری فاصلهٔ هواپیما از سطح آزاد دریا خواسته شده است البته برحسب متر، بنابراین ابتدا باید با روش زنجیره‌ای، فوت (پا) را به متر تبدیل کنید سپس عدد به‌دست آمده را به‌صورت نماد علمی بنویسید و برای نوشتن نماد علمی باید عدد را به‌صورت $(a\times 10^{b})$ بنویسید که در آن a یک عدد بین ۱ تا ۱۰ و b نیز یک عدد صحیح است.

ارتفاع هواپیما از سطح زمین ۴۰۰۰۰ پا است بنابراین:

$$h=40000\,ft\times\underbrace{\frac{12\,in}{1\,ft}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{فوت به اینچ}}}\times\underbrace{\frac{2/5\,cm}{1\,in}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{اینچ به سانتی‌متر}}}\times\underbrace{\frac{1\,m}{100\,cm}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{سانتی‌متر به متر}}}\Rightarrow h=12000\,m$$

اکنون h را برحسب نماد علمی می‌نویسیم: $h=1/2\times10^{4}\,m$

A ۱ ۲۴

ابتدا عدد را برحسب نماد علمی می‌نویسیم:

$$m=0/000167\,kg=1/67\times10^{-4}\,kg$$

اکنون با تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$1/67\times10^{-4}\,kg\times\underbrace{\frac{(10^{3}\,g)}{1\,kg}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{g به kg}}}\times\underbrace{\frac{(1\,Gg)}{10^{9}\,g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{گرم به گیگاگرم}}}=1/67\times10^{-10}\,Gg$$

با مقایسهٔ عدد $1/67\times10^{-10}$ با نماد علمی $a\times10^{b}$ نتیجه می‌گیریم که $b=-10$ است.

B ۱ ۲۵

خط فکری تـوان یعنی آهنگ مصرف انرژی $(P=\frac{U}{t})$ که در آن یکای U ژول و یکای t، s است یعنی یکای فرعی توان J/s است و یکای SI آن وات (W) نام دارد. بنابرایـن شـما باید یکای توان داده شـده را بـه یکای فرعی آن یعنـی J/s تبدیل کنید، سپس به جای J/s، وات قرار دهید.

با روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$P=0/032\,\frac{\mu g(km)^{2}}{(ms)^{3}}\times\underbrace{\frac{1\,g}{10^{6}\,\mu g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{میکروگرم به گرم}}}\times\underbrace{\frac{1\,kg}{10^{3}\,g}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{گرم به کیلوگرم}}}\times\underbrace{(\frac{10^{3}\,m}{1\,km})^{2}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{کیلومتر به متر}}}\times\underbrace{(\frac{10^{3}\,ms}{1\,s})^{3}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{میلی‌ثانیه به ثانیه}}}$$

$$=0/032\times10^{6}\,W$$

که باید آن را به‌صورت نماد علمی بنویسیم:

$$P=0/032\times10^{6}=32\times10^{3}=3/2\times10^{4}\,W$$

A ۳ ۲۶

هریک از گزینه‌ها را با روش تبدیل زنجیره‌ای بررسـی می‌کنیم تا درسـتی و نادرسـتی آن مشخص شود.

گزینه (۱): $5\,km=5\,km\times\frac{10^{3}\,m}{1\,km}\times\frac{10^{2}\,cm}{1\,m}=5\times10^{5}\,cm$

بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینه (۲): $40\,\mu s=40\,\mu s\times\frac{1\,s}{10^{6}\,\mu s}=4\times10^{-5}\,s$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینه (۳): $84\,mg=84\,mg\times\frac{1\,g}{10^{3}\,mg}=8/4\times10^{-2}\,g$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

گزینه (۴):

$$280\,cm^{2}=280\,cm^{2}\times\frac{1\,m^{2}}{(10^{2})^{2}\,cm^{2}}=280\times10^{-4}\,m^{2}=2/8\times10^{-2}\,m^{2}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

A ۳ ۲۷

قطعاً جرم این سه جسم با یکاهای مختلف را نمی‌توانیم با یکدیگر مقایسه کنیم، بنابراین باید تمام جرم‌ها را برحسب یک یکای یکسان مثلاً گرم (g) به‌دست می‌آوریم.

$$m_A=0/004\times10^{-3}\,Mg=4\times10^{-6}\,Mg\times(\frac{10^{6}\,g}{1\,Mg})=4\,g$$

$$m_B=0/004\times10^{-7}\,Gg=4\times10^{-10}\,Gg\times(\frac{10^{9}\,g}{1\,Gg})=4\times10^{-1}\,g$$

$$m_C=3\times10^{-15}\,Tg=3\times10^{-15}\,Tg\times(\frac{10^{12}\,g}{1\,Tg})=3\times10^{-3}\,g$$

با مقایسهٔ اعداد به‌دست آمده مشخص است که: $m_C<m_B<m_A$

A ۲ ۲۸

خط فکری در حـل ایـن نوع مسـائل راهی به‌جز بررسـی تک‌تـک گزینه‌ها وجود نـدارد. البته باید یکای دو طرف هر نامسـاوی را یکسان‌سـازی کنید تـا بتوانید در مورد درست و نادرست بودن آن اظهارنظر کنید.

گزینهٔ (۱): $2/2\times10^{-6}\,m^{2}\times\underbrace{\frac{10^{6}\,mm^{2}}{1\,m^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ mm^{2}\text{ به }m^{2}}}=2/2\,mm^{2}>0/24\,mm^{2}$

نامساوی گزینهٔ (۱) درست است.

گزینهٔ (۲): $2/01\,cm^{3}\times\underbrace{\frac{1\,m^{3}}{10^{+6}\,cm^{3}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ m^{3}\text{ به }cm^{3}}}\times\underbrace{\frac{1\,km^{3}}{10^{+9}\,m^{3}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ km^{3}\text{ به }m^{3}}}=2/01\times10^{-15}\,km^{3}$

$$=2010\times10^{-18}>0/3\times10^{-18}$$

نامساوی گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): $3\,mm^{2}\times\underbrace{\frac{1\,m^{2}}{10^{6}\,mm^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ m^{2}\text{ به }mm^{2}}}\times\underbrace{\frac{10^{2}\,dm^{2}}{1\,m^{2}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ dm^{2}\text{ به }m^{2}}}=3\times10^{-4}\,dm^{2}<4\times10^{-3}\,dm^{2}$

نامساوی گزینهٔ (۳) درست است.

گزینهٔ (۴): $4/01\,mg\times\frac{1\,g}{10^{3}\,mg}=4/01\times10^{-3}\,g<5\times10^{-3}\,g$

نامساوی گزینهٔ (۴) درست است.

A ۴ ۲۹

ابتدا طول ضلـع BC را با روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب فوت به‌دست می‌آوریم:

$$72\,in\times\underbrace{\frac{1\,ft}{12\,in}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{ft به in}}}=6\,ft$$

به کمک رابطهٔ فیثاغورس طول وتر AC را برحسب فوت حساب می‌کنیم:

$$AC=\sqrt{BC^{2}+AB^{2}}=\sqrt{6^{2}+8^{2}}=10\,ft$$

اکنون فوت را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$AC=10\,ft\times\underbrace{(\frac{12\,in}{1\,ft})}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{in به ft}}}\times\underbrace{(\frac{2/5\,cm}{1\,in})}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{cm به in}}}=300\,cm$$

A ۲ ۳۰

تندی نور $3\times10^{8}\,m/s$ است، یعنی نور در هر ثانیه، مسافت $3\times10^{8}\,m$ را طی می‌کند بنابراین ابتدا مسافت را برحسب متر به‌دست می‌آوریم.

$$1\,ft\times\frac{12\,in}{1\,ft}\times\frac{2/5\,cm}{1\,in}\times\frac{1\,m}{10^{2}\,cm}=0/3\,m$$

اکنون با توجه به تندی خواهیم داشت: $\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow3\times10^{8}=\frac{0/3}{t}\Rightarrow t=10^{-9}\,s$

هر ns۱ برابر $10^{-9}\,s$ است، از این‌رو خواهیم داشت: $(t=1\,ns)$

A ۳۱ ۴

با توجه به ضرایب تبدیل $\frac{1AU}{1/5\times10^{11}m}$ و $\frac{60s}{1min}$ تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$3\times10^{8}m/s=3\times10^{8}\frac{m}{s}\times\frac{1AU}{1/5\times10^{11}m}\times\frac{60s}{1min}=0/12AU/min$$

بازی با سؤال **فاصلهٔ اختروشی از منظومهٔ شمسی برابر $10^{15}Au$ است. این فاصله برحسب سال نوری تقریباً برابر کدام گزینه می‌باشد؟ مسافتی که نور در یک ماه طی می‌کند تقریباً $8\times10^{13}m$ بوده و میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر $1/5\times10^{11}m$ است.)**

۱) $1/5\times10^{8}$ ۲) $1/5\times10^{11}$ ۳) 3×10^{14} ۴) 3×10^{17}

گزینهٔ ۲

B ۱ ۳۲

به رابطهٔ داده شده نگاه کنید. صورت کسر یکاها داده شده بنابراین صورت یکای سمت چپ باید تبدیل به صورت یکای سمت راست شود، بنابراین ابتدا تبدیل واحد از سانتی‌متر به متر را انجام می‌دهیم:

$$F=360\frac{kg.cm}{(min)^2}\times\frac{1m}{100cm}=3/6kg.m/(min)^2$$

اکنون برای پر کردن جای خالی باید دقیقه (min) را به یکی از یکاهای داده شده در گزینه‌ها تبدیل کنیم. در گزینهٔ (۱) دقیقه را باید به ثانیه تبدیل کنیم.

$$3/6\frac{kg.m}{(min)^2}\times(\frac{1min}{60s})^2=3/6\times\frac{1}{3600}=0/1\times10^{-2}=10^{-3}kg.m/s^2$$

بنابراین گزینهٔ (۱) پاسخ مسأله است و دیگر نیازی به بررسی گزینه‌های دیگر نیست اما گزینه‌های دیگر رانیز بررسی می‌کنیم.

در گزینهٔ (۲) دقیقه به ms (میلی‌ثانیه) تبدیل شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$3/6\frac{kg.m}{(min)^2}\times(\frac{1min}{60s})^2\times(\frac{1s}{10^3ms})^2=10^{-9}kg.m/ms^2$$

برای رد گزینهٔ (۳) و (۴) می‌توان این‌گونه استدلال کرد که عدد سمت چپ $3/6kgm/min^2$ در سمت راست به $10^{-3}\frac{kgm}{\square^2}$ تبدیل شده است یعنی بعد از تبدیل عدد کوچک‌تر شده است، بنابراین در تبدیل min (دقیقه) باید مخرج بزرگ شده باشد و اگر از کیلوثانیه (ks) و ساعت (h) استفاده کنیم، ضریب تبدیل باعث بزرگ شدن عدد می‌شود که جواب نخواهد بود.

A ۳ ۳۳

خط فکری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌گویند، بنابراین $500cm^3/s$ یعنی در هر ثانیه از شیلنگ $500cm^3$ آب خارج می‌شود و کافی است آن را به لیتر بر دقیقه $(\frac{L}{min})$ تبدیل کنیم.

با روش تبدیل زنجیره‌ای و استفاده از ضرایب $(\frac{1L}{10^3cm^3})$ و $(\frac{60s}{1min})$ تبدیل یکا را انجام می‌دهیم.

$$500\frac{cm^3}{s}\times\frac{1L}{10^3cm^3}\times\frac{60s}{1min}=30\frac{L}{min}$$

B ۴ ۳۴

طول شمع ۱۸cm است و در مدت ۲h آب می‌شود، بنابراین آهنگ آب شدن شمع خواهد شد:

$$\text{آهنگ آب شدن شمع}=\frac{\text{طول شمع}}{\text{مدت زمان آب شدن}}=\frac{18cm}{2h}=9cm/h$$

حال با روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای (cm/h) را به یکای μm/ms تبدیل می‌کنیم.

$$9cm/h\times\underbrace{\frac{1m}{10^{+2}cm}}_{\text{ضریب تبدیل m به cm}}\times\underbrace{\frac{10^{+6}\mu m}{1m}}_{\text{ضریب تبدیل μm به m}}\times\underbrace{\frac{1h}{3600s}}_{\text{ضریب تبدیل ساعت به ثانیه}}\times\underbrace{\frac{1s}{10^3ms}}_{\text{ضریب تبدیل ms به s}}=\frac{10}{400}\mu m/ms$$

$$=\frac{1}{4}\times10^{-1}Mm/ms$$

یادآوری در نماد علمی، عدد حاصل‌ضرب $a\times10^{b}$ نوشته می‌شود که در آن $1\le a<10$ و b یک عدد صحیح است.

عدد را به نماد علمی می‌نویسیم.

$$\frac{1}{4}\times10^{-1}\mu m/ms=0/25\times10^{-1}\mu m/ms=2/5\times10^{-2}\mu m/ms$$

بازی با سؤال **ارتفاع یک گیاه در هر هفته به اندازهٔ رشد می‌کند. آهنگ متوسط رشد این گیاه چند μm/s است؟** از کتاب درسی

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

گزینهٔ ۲

B ۳ ۳۵

یادآوری در فیزیک تغییر هر کمیت را نسبت به زمان معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامند. مثلاً آهنگ مصرف انرژی هنگام نشستن در کلاس 12/6kJ/min است که مفهوم آن این است که بدن شما در هر دقیقه نشستن در کلاس 12/6kJ انرژی مصرف می‌کند.

آهنگ خروج بنزین از بشکه 2L/s یعنی در هر ثانیه 2L بنزین از بشکه خارج می‌شود. بنابراین در مدت 45s مقدار بنزین خارج شده از بشکه برابر است با:

$$\text{مقدار بنزین خارج شده}=\text{آهنگ خروج}\times\text{زمان}=2L/s\times45=90L$$

گنجایش بشکه 100L بنزین بوده که در ابتدا در آن 90L بنزین قرار داشته است یعنی 100−90=10L از حجم بشکه خالی بوده است. اکنون باید مشخص کنیم این 10L چند درصد حجم بشکه بوده است:

$$\frac{\text{حجم خالی}}{\text{حجم کل}}\times100=\frac{10}{100}\times100=10\%$$

B ۱ ۳۶

خط فکری وقتی گفته می‌شود آهنگ تغییر سرعت خودرو $18\times10^3m/(min)^2$ است یعنی در هر دقیقه به اندازهٔ $18\times10^3m/min$ بر سرعت خودرو اضافه می‌شود. در مرحلهٔ اول دقیقه را به ثانیه تبدیل کنید سپس به کمک آهنگ تغییر سرعت، زمان رسیدن به سرعت $25\times10^{-3}km/s$ را به‌دست بیاورید.

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=18\times10^3\frac{m}{(min)^2}\times\underbrace{\frac{1min^2}{3600s^2}}_{\text{ضریب تبدیل: مربع دقیقه به مربع ثانیه}}=5\frac{m}{s^2}$$

سرعت داده شده را برحسب m/s حساب می‌کنیم.

$$v=25\times10^{-3}\frac{km}{s}\times\underbrace{\frac{10^3m}{1km}}_{\text{ضریب تبدیل: کیلومتر به متر}}\Rightarrow v=25\frac{m}{s}$$

با توجه به تعریف آهنگ می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ تغییر سرعت}=\frac{\text{تغییر سرعت}}{\text{زمان}}\Rightarrow5=\frac{25-0}{t}\Rightarrow t=5s$$

B ۲ ۳۷

خط فکری دقت کنید آهنگ افزایش ارتفاع آب از شما خواسته شده است. بنابراین باید مساحت سطح قاعدهٔ مخزن (۲) را داشته باشید تا به کمک آن بتوانید با استفاده از آهنگ حجم آب ریخته شده در مخزن (۲) آهنگ تغییر ارتفاع را حساب کنید.

ابتدا مساحت سطح (کف) مخزن (۲) را به‌دست می‌آوریم. $A=100\times5=5\times10^2cm^2$

آهنگ ورود آب به مخزن (۲)، 2L/s است یعنی در هر ثانیه 2L آب وارد مخزن (۲) می‌شود، از این‌رو ارتفاع آبی که در هر ثانیه به آب درون مخزن (۲) افزوده می‌شود برابر خواهد شد با:

$$V=A\times\Delta h\Rightarrow\Delta h=\frac{V}{A}=\frac{2\times10^3cm^3}{5\times10^2cm^2}\Rightarrow\Delta h=4cm$$

بنابراین در هر ثانیه، 4cm بر ارتفاع آب ظرف (۲) اضافه می‌شود یعنی آهنگ افزایش ارتفاع آب 4cm/s است.

B ۳۸ ۲

خط فکری در فیزیک دو کمیت یکسان با یکای یکسان را می‌توان با هم جمع و یا از هم کم کرد. به‌طور مثال اگر جرم جعبه‌ای ۲kg و جرم محتویات درون آن ۵kg باشد، مجموع جرم‌ها برابر ۵+۲=۷kg است. در واقع کمیت‌های متفاوت و یکاهای متفاوت را نمی‌توان با هم جمع یا از هم کم کرد. یعنی شما نمی‌توانید جرم جسم و شتاب آن را با هم جمع کنید و یا این‌که جرم برحسب kg را با جرم برحسب g جمع کنید. اما کمیت‌های مختلف با یکاهای مختلف به شرط سازگاری یکاها را می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال در رابطهٔ $F=ma$، m جرم جسم، a شتاب جسم و F نیرو است و مشاهده می‌کنید که کمیت جرم را می‌توان در کمیت شتاب ضرب کرد و کمیت نیرو را به‌دست آورد. اما سازگاری یکاها نیز باید رعایت شود یعنی برای آنکه نیرو برحسب نیوتون به‌دست آید باید جرم برحسب کیلوگرم و شتاب برحسب متر بر مربع ثانیه (m/s^2) در رابطه قرار داده شود.

با توجه به آن‌چه در خط فکری بیان شده است، گزارهٔ (الف) برای دو کمیت فیزیکی با دو یکای متفاوت قابل انجام نیست اما اعمال ریاضی در گزارهٔ (ب) و (پ) قابل انجام است.

B ۳۹ ۲

در گزینهٔ (۱)، یکای توان $P=W/t$ برابر وات بوده که معادل J/s است و در گزینهٔ (۱) سازگاری یکاها در SI رعایت نشده است و گزینهٔ (۱) نادرست است. / در گزینهٔ (۲)، طبق قانون دوم نیوتون اگر نیرو بر حسب نیوتون باشد حتماً جرم باید بر حسب (kg) و شتاب بر حسب (m/s^2) باشد که چنین است و گزینهٔ (۲) دارای سازگاری یکاها بوده و پاسخ درست است.

در گزینهٔ (۳) زمان برحسب ساعت (h) و تندی بر حسب (km/h) بوده بنابراین مسافت طی شده باید برحسب (km) باشد که چنین نیست و گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴) با توجه به تعریف فشار هرگاه نیرو بر حسب (N) و سطح برحسب (m^2) باشد فشار برحسب پاسکال (Pa) خواهد بود که در رابطهٔ گزینهٔ (۴)، مساحت سطح برحسب cm^3 است، بنابراین سازگاری یکاها وجود نداشته و گزینهٔ (۴) نادرست است.

B ۴۰ ۴

خط فکری ابتدا یکاهای فرعی نیرو در SI را مشخص کنید. اگر خاطرتان نیست از قانون دوم نیوتون $F=ma$ کمک بگیرید. سپس باید با توجه به یکای تندی (m/s) و سازگاری یکاها در دو طرف رابطه $F=kv$، یکای k را به‌دست آورید.

در رابطهٔ $F=ma$ اگر جرم برحسب kg و شتاب برحسب m/s^2 باشد، نیرو برحسب kgm/s^2 خواهد بود. اکنون یکای نیرو و یکای تندی را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم و یکای k را حساب می‌کنیم. $F=kv\Rightarrow kg.m/s^2=[k](m/s)\Rightarrow[k]=kg/s$

A ۴۱ ۳

کمیت A انرژی می‌باشد و یکای SI آن ژول و یکای فرعی آن kgm^2/s^2 می‌باشد و یکای C برابر متر است. با قرار دادن این یکاها در رابطهٔ مسأله می‌توان یکای B را به‌دست آورد: $A=BC^2\Rightarrow B=\frac{A}{C^2}\Rightarrow[B]=\frac{kgm^2/s^2}{m^2}=\frac{kg}{s^2}$

B ۴۲ ۴

یادآوری زمانی دوکمیت قابل جمع و تفریق‌اند که هم‌جنس و هم‌یکا باشند.

الف) $(at+v)$ باید حاصل‌ضرب at از جنس v و یکای آن برابر یکای v باشد. یکای v، m/s، یکای a، m/s^2 و یکای زمان s است. بنابراین:

$at+v\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s+\frac{m}{s}=\frac{m}{s}+\frac{m}{s}$ قابل انجام است.

ب) ضریب $\frac{1}{2}$ یکا ندارد و آن را در نظر نمی‌گیریم.

$\frac{1}{2}at^2+vt\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times s^2+\frac{m}{s}\times s=m+m$ قابل انجام است.

پ) $ax+v^2\Rightarrow\frac{m}{s^2}\times m+(\frac{m}{s})^2=\frac{m^2}{s^2}+\frac{m^2}{s^2}$ قابل انجام است.

بازی با سؤال با در نظر گرفتن یکای کمیت‌های جابه‌جایی، سرعت، شتاب و زمان، در چه تعداد از روابط زیر، یکای دو طرف تساوی با یکدیگر سازگاری دارد؟ (x نماد جابه‌جایی، v نماد سرعت، a نماد شتاب و t نماد زمان است.) قلم‌چی

الف) $x=vt$ / ب) $v^3=2ax^2$ / پ) $t=\sqrt{\frac{2x}{a}}$ / ت) $v=at$ / ث) $v=\frac{1}{2}at^3$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

گزینهٔ ۲

B ۴۳ ۱

در رابطهٔ $\Delta x=AB^2+vB$، Δx یکای متر و از جنس طول است، بنابراین باید یکای AB^2 و vB هر دو متر و از جنس طول باشند تا بتوان آن‌ها را با هم جمع کرد. از این‌رو می‌توان نوشت:

$m=[v][B]\Rightarrow[B]=\frac{m}{[v]}=\frac{m}{m/s}=s$

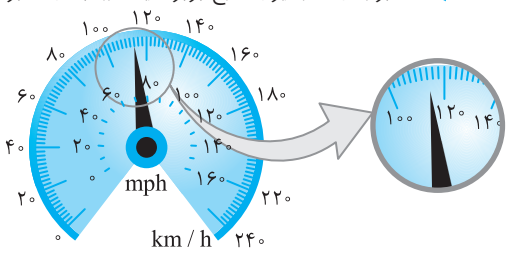
$m=[A][B^2]\Rightarrow[A]=\frac{m}{[B]^2}\Rightarrow[A]=m/s^2$

A ۴۴ ۴

عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری، تعداد دفعات اندازه‌گیری و میانگین‌گیری اعداد و مهارت شخص آزمایشگر است.

A ۴۵ ۱

خط فکری دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن ابزار است.



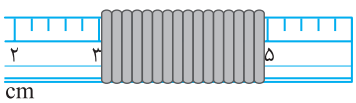
به شکل نگاه کنید فاصلهٔ بین ۰ تا ۲۰ و ۱۰۰ تا ۱۲۰، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج $\frac{20}{10}=2\frac{km}{h}$ بوده بنابراین دقت اندازه‌گیری آن $2\frac{km}{h}$ است که این دقت اگر برحسب m/s بیان شود، معادل مقدار زیر است:

$2\frac{km}{h}\times\frac{1h}{3600s}\times\frac{1000m}{1km}\Rightarrow$ دقت $=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}\frac{m}{s}$

A ۴۶ ۴

با توجه به شکل فاصلهٔ بین ۲cm و ۳cm، به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده، بنابراین کمینه درجه‌بندی خط‌کش $\frac{3-2}{5}=\frac{1}{5}=0/2cm$ بوده و دقت این خط‌کش $0/2cm$ یا $2mm$ است. اکنون تعداد دوره‌های سیم روی خط‌کش را بشمارید، بله تعداد دورها ۱۶ است یعنی اگر قطر سیم را با حرف D نمایش دهیم، $16D$ برابر $5-3=2cm$ می‌شود. از این‌رو قطر سیم خواهد شد:

$16D=2cm\Rightarrow D=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}cm\Rightarrow D=\frac{1}{8}cm\times\frac{10mm}{1cm}=1/25mm$



A ۴۷ ۲

خط فکری دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین شما باید به آخرین رقم عدد یا اولین رقم سمت راست آن نگاه کنید. دقت هریک از وسیله‌ها خواهد شد

A	۲۰/۱۵m/s	دقت A: 0/01m/s
B	۲۰/1m/s	دقت B: 0/1m/s
C	۲۰/۱۵۶m/s	دقت C: 0/001m/s

بنابراین بیشترین دقت را وسیلهٔ C دارد.

B ۲ ۴۸

کمینه درجه‌بندی شکل (الف)، ۱cm است بنابراین دقت آن نیز ۱cm است.

(الف)

کمینه درجه‌بندی شکل (ب)، ۰/۵cm یا ۵mm است و دقت آن نیز ۵mm خواهد بود.

(ب)

فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به پنج قسمت مساوی تقسیم شده و کمینه درجه‌بندی شکل (پ) ۲mm است که جواب مسأله است.

(پ)

فاصلهٔ بین صفر تا ۱cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. کمینه درجه‌بندی شکل (ت) $\frac{۱}{۱۰}$cm یا ۱mm است.

(ت)

A ۲ ۴۹

دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی روی خط‌کش است که در این مسئله دقت ۰/۲cm بوده یعنی فاصلهٔ بین دو خط روی خط‌کش ۰/۲cm است و هر سانتی‌متر به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است. از این‌رو در فاصلهٔ ۱۰cm=۱۰−۲۰، به ۵×۱۰=۵۰ قسمت مساوی تقسیم شده است.

A ۲ ۵۰

آمپرسنج رقمی بوده و دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است در این صورت دقت اندازه‌گیری این آمپرسنج ۰/۰۰۱mA است که اگر دقت برحسب میکرومتر بیان شود خواهد شد: $۰/۰۰۱\,mA = ۱۰^{-۶}\,A = ۱\,\mu A$

A ۲ ۵۱

در وسایل رقمی دقت وسیله برابر با یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) است، پس دقت هر وسیله را به‌دست می‌آوریم تا مشخص شود کدام‌یک از آن‌ها با بقیه فرق می‌کند.

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۱): ۰/۰۱dm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲): ۰/۰۱m

دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۳): ۱mm=۰/۰۰۱m / دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۴): ۰/۱cm=۰/۰۰۱m

بنابراین دقت وسیلهٔ گزینهٔ (۲) با بقیه متفاوت است.

A ۲ ۵۲

ساعت A، کمترین زمانی که اندازه می‌گیرد، یک دقیقه است. پس کمینهٔ اندازه‌گیری آن ۱ دقیقه است ولی ساعت B کمترین زمانی را که اندازه می‌گیرد یک ثانیه است که معادل آن $\frac{۱}{۶۰}$ دقیقه است پس داریم: $\frac{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت A}}{\text{کمینهٔ اندازه‌گیری ساعت B}} = \frac{۱\,min}{\frac{۱}{۶۰}\,min} = ۶۰$

ساعت B، وقت را دقیق‌تر نشان می‌دهد، در نتیجه دقت آن نسبت به ساعت A بیشتر است.

A ۳ ۵۳

در صورت مسأله دقت اندازه‌گیری ۰/۱m/s بیان شده است.

در گزینهٔ (۱) فاصلهٔ بین صفر تا ۵m/s به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است.

m/s

در گزینهٔ (۲) با یک تقسیم‌بندی غیرمعمول روبه‌رو هستیم. فاصلهٔ بین صفر تا ۸m/s به چهار قسمت مساوی تقسیم شده و دقت آن ۲m/s است. بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

m/s

در گزینهٔ (۳) با یک وسیلهٔ رقمی روبه‌رو هستیم که دقت آن برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شده بوده یعنی ۰/۱m/s است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

8.2 m/s

A ۱ ۵۴

دقت کولیس برابر ۰/۰۰۱cm یعنی ۰/۰۱mm است، بنابراین اعدادی که این کولیس نمایش می‌دهد برحسب میلی‌متر باید دارای دو رقم بعد از اعشار باشد و تنها عدد گزارش شده در گزینهٔ (۱) دارای دو رقم بعد از اعشار است.

A ۳ ۵۵

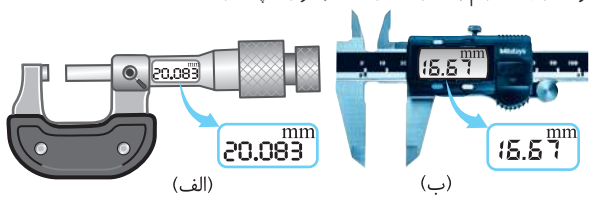
در هر دور کامل جابه‌جایی زبانه ۰/۵mm است که این ۰/۵mm در واقع به ۱۰۰ قسمت تقسیم شده یعنی کمینه درجه‌بندی این ریزسنج $\frac{۰/۵}{۱۰۰}$=۰/۰۰۵mm است، بنابراین دقت آن ۰/۰۰۵mm است.

A ۴ ۵۶

با توجه به شکل دقت ریزسنج ۰/۰۰۱mm و دقت کولیس ۰/۰۱mm است، بنابراین ریزسنج دقت بالاتری دارد و گزارهٔ (الف) درست است.

دقت یک خط‌کش مدرج که فاصلهٔ بین ۱cm تا ۲cm آن به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده برابر $\frac{۲-۱}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}$cm=۱mm است که با دقت کولیس (۰/۰۱mm) شکل (ب) برابر نیست و گزارهٔ (ب) نادرست است.

دقت ریزسنج (الف) ۰/۰۰۱mm است و اگر نتیجه اندازه‌گیری برحسب mm بیان شود دارای سه رقم بعد از اعشار است و گزارهٔ (پ) درست است.



(الف) (ب)

B ۲ ۵۷

یادآوری در دستگاه‌های مدرج دقت برابر کمینه درجه‌بندی دستگاه است، بنابراین:

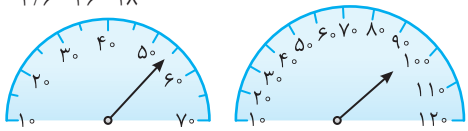
۱ دقت تندی‌سنج (۱) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = ۵\,\frac{km}{h}\times\frac{۱۰^{۳}\,m}{۱\,km}\times\frac{۱\,h}{۳۶۰۰\,s}=\frac{۵}{۳/۶}\,\frac{m}{s}$$

۲ دقت تندی‌سنج (۲) را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = ۱۰\,\frac{ft}{s}\times\frac{۳۰\,cm}{۱\,ft}\times\frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm}=۳\,m/s$$

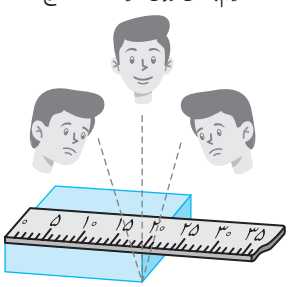
حال اختلاف دقت وسیله‌ها را به‌دست می‌آوریم: $۳-\frac{۵}{۳/۶}=\frac{۵/۸}{۳/۶}=\frac{۵۸}{۳۶}=\frac{۲۹}{۱۸}\,m/s$



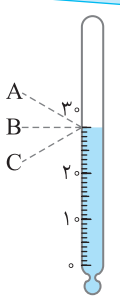
تندی سنج(۱) تندی سنج(۲)

B ۲ ۵۸

خط فکری در یک وسیلهٔ اندازه‌گیری اگر درجه‌بندی روی مورد اندازه‌گیری قرار گیرد مانند درجه‌بندی دماسنج الکلی یا جیوه‌ای که تقسیم‌بندی روی شیشهٔ دماسنج است و یا مانند شکل زیر که خط‌کش روی قطعه قرار دارد اگر از سمت عددهای کوچک‌تر، عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد کمتری را گزارش خواهیم کرد و اگر از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد اندازه‌گیری را بخوانیم، عدد بزرگ‌تری را گزارش خواهیم کرد.



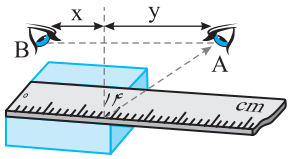
در مسأله ناظر A از سمت عددهای بزرگ‌تر عدد را می‌خواند بنابراین عدد بزرگ‌تری را (مثلاً ۳۱°C) بیان خواهد کرد. ناظر B عمود نگاه می‌کند و دقت بالایی دارد و درست می‌خواند و ناظر C که از سمت عددهای کوچک‌تر دما را می‌خواند، دمای کمتری مثلاً ۲۹°C را اعلام می‌کند.



نکته هرگاه در وسیلهٔ مدرج، عقربه روی صفحهٔ مدرج قرار داشته باشد، مانند تندی‌سنج خودرو، اگر از سمت عددهای کوچک‌تر عدد خوانده شود، عدد گزارش شده از اندازهٔ واقعی بزرگ‌تر است و بالعکس.

A ۲ ۵۹

خط فکری هـرگاه موقع اندازه‌گیری با وسـیلهٔ مـدرج به جای عمود نـگاه کردن به وسـیله به‌طور مایـل به آن نگاه کنیـم، در اندازه‌گیری دچار خطا می‌شـویم و هرچه از خط عمود دورتر باشـید خطای شما بیشتر اسـت و عدد گزارش شده توسط شما از عدد واقعی دورتر است.



اگـر بـه خط‌کش عمـود نـگاه کنیم عدد اندازه‌گیری برابر ۱۴cm اسـت، شخص A کـه از سـمت عددهـای بزرگ‌تـر بـه خط‌کشی که روی جسم است نگاه می‌کند عددی که گزارش می‌کند از ۱۴cm بیشـتر اسـت که در مسـأله بیان شـده ۱۵cm است. شخص B به خط عمود نزدیک‌تر است و چون فاصلهٔ او از خط عمود کمتر از A است، عدد گزارش شدهٔ او با آنکه از ۱۴cm کمتر است اما به ۱۴ نزدیک‌تر مثلاً برابر ۱۳/۵cm است.

B ۲ ۶۰

خط فکری بـرای کاهش خطـا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمـولاً اندازه‌گیری آن را چنـد بـار تکـرار می‌کنند و میانگیـن عددهای حاصـل از اندازه‌گیری به عنـوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشـته باشـند در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند بنابراین شما باید ابتدا اعـدادی کـه دارای اختلاف زیاد با بقیه هسـتند شناسـایی کرده و کنار بگذارید، سـپس میانگین‌گیری را انجام دهید.

عدد ۸/۳ و عدد ۳/۲ با سایر اعداد اندازه‌گیری گزارش شده، اختلاف بیشتری دارند پس در محاسـبات حـذف می‌شـوند و عـدد گزارش‌شـده برابـر میانگیـن بقیـه اعـداد اندازه‌گیری است. $\frac{۵/۵+۵/۲+۵/۸+۵/۲}{۴}=\frac{۲۱/۷}{۴}=۵/۴۲۵\approx ۵/۴\text{kg}$

نکته باید تعداد اعشار عدد حاصل از میانگین‌گیری با اعشار عددهای گزارش شده یکی باشد.

A ۱ ۶۱

در اعداد گزارش شـده، اعـداد ۱/۰۵s و ۶/۰۴s از بقیهٔ اعداد فاصلهٔ غیرعادی دارند، بنابراین آن‌ها را دور می‌ریزیم و بین بقیهٔ اعداد میانگین‌گیری را انجام می‌دهیم.

$t_{\text{میانگین}}=\frac{۳/۹۸+۴/۰۲+۴/۰۴}{۳}=۴/۰۱\overline{۳}\approx ۴/۰۱\text{s}$

وسـیلهٔ اندازه‌گیری رقمی اسـت و تعداد ارقام بعد از اعشـار آن دو رقم اسـت و دقت اندازه‌گیری این زمان‌سـنج ۰/۰۱s است، بنابراین باید عدد گزارش شده هم دارای دو رقم بعد از اعشار باشد از این‌رو به جای عدد ۴/۰۱$\overline{۳}$ عدد ۴/۰۱s گزارش می‌شود.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان سقوط	۴/۰۲s	۳/۹۸s	۶/۰۴s	۱/۰۵s	۴/۰۴s

پنجره دوجداره

B ۱ ۶۲

کلاهک پیچ به ۵۰ قسـمت تقسـیم شـده اسـت و در یـک دور کامل کلاهـک پیچ، فک متحـرک ریزسـنج ۰/۵mm جابه‌جـا می‌شـود. یعنـی هـر قسـمت کلاهـک معـادل $\frac{۰/۵}{۵۰}=۰/۰۱\text{mm}$ اسـت، از این‌رو ۱۲ قسمت کلاهک برابر ۰/۱۲ میلی‌متر است.

B ۳ ۶۳

خط فکری به این سـؤال‌ها پاسـخ دهید. ۱) یک متر چند سـانتی‌متر اسـت؟ بله، ۱۰۰ سانتی‌متر است. ۲) یک متر چند کیلومتر است؟ درست می‌گویید یک متر، $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ کیلومتر است، بنابراین اگر اندازهٔ یک کمیت با یکای کوچک‌تری بیان شود، عدد بزرگ‌تر می‌شـود و اگر با یکای بزرگ‌تری بیان شـود، عدد کوچک‌تر می‌شـود. حال شـما باید در بررسی گزینه‌ها به این مطلب دقت کنید که عدد بعد از تغییر یکا چه تغییری می‌کند.

گزینـهٔ (۱): اگـر B به پیشـوند کوچک‌تر تغییر یـکا بدهد، عدد گزارش شـده برای B، بزرگ‌تر می‌شود و چون B در مخرج $\left(\frac{A}{BC^۲}\right)$ قرار دارد، عدد گزارش شده برای کمیت کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گزینهٔ (۲): اگر A و C به یک پیشـوند یکسان کوچک‌تر مثلاً میلی تغییر کنند، هریک از آن‌ها در عدد ۱۰۰۰ ضرب می‌شود. $\left(\frac{۱۰۰۰A}{B(۱۰۰۰C)^۲}\right)$ اما چون C توان (۲) دارد و مخرج کسـر است سـبب می‌گردد که عدد بیان شـده برای کمیت کوچک‌تر شـود و گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): A در صورت کسـر و B در مخرج آن قرار دارد و اگر به یک پیشـوند یکسان بزرگ‌تر تغییر یکا دهند، ضریب پیشـوند از صورت و مخرج حذف شـده و عدد گزارش شده تغییری نمی‌کند و گزینهٔ (۳) درست است.

A ۳ ۶۴

یادآوری یکای نجومی (AU): میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید $(۱\text{AU}\approx ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m})$ است.

سال نوری (ly): مسافتی که نور در مدت یک سال در خلأ طی می‌کند.

۱ فاصلهٔ دو ستاره از هم ۵/۸۴AU است که آن را برحسب متر حساب می‌کنیم.

$۵/۸۴\text{AU}\times\underbrace{\frac{۱/۵\times ۱۰^{۱۱}}{۱\text{AU}}}_{\text{ضریب تبدیل AU به m}}=۵/۸۴\times ۱/۵\times ۱۰^{۱۱}\text{m}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\text{m}$

۲ یک سال را به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$۱\text{y}=۱\text{y}\times\underbrace{\frac{۳۶۵\text{d}}{۱\text{y}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{سال به روز}}}\times\underbrace{\frac{۲۴\text{h}}{۱\text{d}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{روز به ساعت}}}\times\underbrace{\frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{h}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\ \text{ساعت به ثانیه}}}=۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}\text{s}$

۳ مسافت طی شده در مدت یک سال توسط نور خواهد شد:

$\text{تندی}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow\text{مسافت}=\text{زمان}\times\text{تندی}$

$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۱۰^{۸}\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۲}$

$\Rightarrow\text{سال نوری}=۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}\text{m}$

بنابراین ضریب تبدیل متر به سال نوری خواهد شد: $\left(\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}\right)$

۴ اکنون به کمک ضریب تبدیل می‌توان نوشت:

$۵/۸۴\text{AU}=۵۸۴\times ۱۵\times ۱۰^{۸}\times\frac{۱\text{ly}}{۳\times ۳۶۵\times ۲۴\times ۳۶\times ۱۰^{۱۰}}=\frac{۱}{۱۰^{۸}}\times ۱۰^{-۲}\approx ۰/۰۱\times ۱۰^{-۲}$

$۵/۸۴\text{AU}\approx ۱۰^{-۴}\text{ly}$

C ۲ ۶۵

۱ آهنـگ خروج آب از شـیر $۱۰\text{cm}^۳/\text{s}$ اسـت یعنی در هـر ثانیه $۱۰\text{cm}^۳$ آب درون ایـن ظرف می‌ریزد بنابرایـن در مدت ۱۲/۵s حجم آبی که درون ظرف می‌ریزد، خواهد شد: $V=۱۰\times ۱۲/۵=۱۲۵\text{cm}^۳$

۲ ارتفاع آب ۱۵cm شده است که ۱۰cm آن در قسمت پهن ظرف و ۵cm آن در قسمت باریک ظرف است. حجم قسمت پهن را حساب می‌کنیم

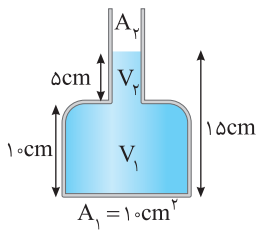
$V_۱=A_۱h_۱=۱۰\times ۱۰=۱۰۰\text{cm}^۳$

۳ حجم آب در قسمت باریک برابر است با:

$V=V_۱+V_۲\Rightarrow ۱۲۵=۱۰۰+V_۲\Rightarrow V_۲=۲۵\text{cm}^۳$

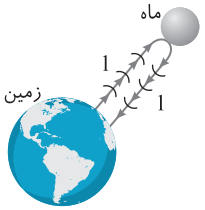
۴ مساحت سطح مقطع قسمت باریک خواهد شد:

$V_۲=A_۲h_۲\Rightarrow ۲۵=A_۲\times ۵\Rightarrow A_۲=۵\text{cm}^۲$



۳ ۶۶ B

مسافتی که موج رادار در رفت و برگشت طی می‌کند مطابق شکل دو برابر فاصلهٔ ماه تا زمین است. با توجه به تعریف تندی که در متوسطه اول خوانده‌اید می‌توان نوشت:



$$\text{زمان}\times\text{تندی}=\text{مسافت}\Rightarrow\text{مسافت}=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}=\text{تندی}$$

$$\text{تندی موج}=۳\times۱۰^{۵}\frac{km}{h}=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}$$

$$۲l=۳\times۱۰^{۸}\times۳\Rightarrow l=۴/۵\times۱۰^{۸}m$$

اکنون این فاصله را به یکای نجومی (AU) تبدیل می‌کنیم.

$$l=۴/۵\times۱۰^{۸}m=۴/۵\times۱۰^{۸}\times\underbrace{\left(\frac{۱AU}{۱/۵\times۱۰^{۱۱}m}\right)}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{متر به یکای نجومی}}}\Rightarrow l=۳\times۱۰^{-۳}AU$$

۲ ۶۷ B

ابتدا به کمک میانگین‌گیری دورهٔ T را به‌دست می‌آوریم. حواسمان باشد زمان‌های داده شده برای سه دوره $(۳T)$ بوده و عدد گزارش شده در آزمایش اول از بقیهٔ نتایج فاصلهٔ زیادی دارد و در میانگین‌گیری در نظر گرفته نمی‌شود.

$$۳T=\frac{۰/۸۸+۰/۹۴+۰/۸۶+۰/۹۲}{۴}=\frac{۳/۶}{۴}\Rightarrow ۳T=۰/۹\Rightarrow T=۰/۳s$$

اکنون به کمک رابطهٔ بین g و T، شتاب گرانشی را حساب می‌کنیم.

$$g=\frac{۰/۱\pi^{۲}}{(T^{۲})}\Rightarrow g=\frac{۰/۱\times(۳)^{۲}}{(۰/۳)^{۲}}=\frac{۰/۹}{۰/۰۹}=۱۰\,m/s^{۲}$$

پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۱ ۶۷ A

کامیون در حرکت است و ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. در این حرکت وزش نسیم نقش مؤثری در حرکت کامیون ندارد و در مدل‌سازی می‌توان آن را نادیده گرفت و مدل با واقعیت تفاوت محسوسی نخواهد داشت. در اثر نیروی اصطکاک چرخ کامیون با سطحی که در آن در حال حرکت است، کامیون متوقف می‌شود. پس نمی‌توان اصطکاک را ناچیز فرض کرد. چون با نادیده گرفتن اصطکاک کامیون هرگز متوقف نمی‌شود. یعنی صرف‌نظر کردن از اصطکاک تفاوت بسیار زیادی بین مدل و واقعیت به وجود می‌آورد. ابعاد کامیون نیز در این توقف نقش اساسی ندارد و حتی می‌توان کامیون را به صورت یک ذره فرض کرد. بنابراین گزینهٔ (۲) پاسخ مسئله است.

نمای ۱

۲ ۶۷ A

۲ با توجه به روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\text{فرسنگ}=\frac{۱۰}{۳}\leftarrow ۲۰/۸km\times\underbrace{\frac{۱۰^{۳}m}{۱km}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل کیلومتر}\\\text{به متر}}}\times\underbrace{\frac{۱۰^{۲}cm}{۱m}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل متر}\\\text{به سانتی‌متر}}}\times\underbrace{\frac{\text{ذرع}۱}{۱۰۴cm}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{سانتی‌متر به ذرع}}}\times\underbrace{\frac{\text{فرسنگ}۱}{\text{ذرع}۶۰۰۰}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل ذرع}\\\text{به فرسنگ}}}$$

نمای ۳

۳ ۶۷ A

۱ ابتدا باید جرم الماس را برحسب گرم حساب کنیم.

$$m=۱۸۰\text{ قیراط}=۱۸۰\text{ قیراط}\times\underbrace{\frac{۲۰۰mg}{۱\text{ قیراط}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\\text{قیراط به میلی‌گرم}}}\Rightarrow m=۳۶\times۱۰^{۳}mg\Rightarrow m=۳۶g$$

۲ جرم مولی کربن ۱۲g/mol است. اکنون مشخص می‌کنیم که ۳۶g کربن چند مول کربن است.

$$n=\frac{۳۶}{۱۲}=۳mol$$

۳ در هر مول ماده ۶×۱۰^{۲۳} اتم وجود دارد. بنابراین تعداد کربن موجود در این الماس خواهد شد.

۱ mol	۶×۱۰^{۲۳} اتم
۳mol	$N\Rightarrow N=۱۸\times۱۰^{۲۳}$

نمای ۳

۳ ۶۷ A

۴ ابتدا مساحت هر سطح از گلبول قرمز را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^{۲}=۳/۱۴\times(۳\times۱۰^{-۶})^{۲}=۳/۱۴\times۹\times۱۰^{-۱۲}$$

$$=۲۸/۲۶\times۱۰^{-۱۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۱۱}m^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}$$

حال تبدیل واحدهای گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه(۱)برحسب $(cm)^{۲}$:

$$۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱cm}{۱۰mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۷}(cm)^{۲}$$

گزینه(۲) برحسب $m^{۲}$:

$$۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱m}{۱۰^{۳}mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{-۱۱}m^{۲}$$

گزینه (۳) و (۴) برحسب $(nm)^{۲}$:

$$۲/۸۳\times۱۰^{-۵}(mm)^{۲}\times\left(\frac{۱۰^{۶}nm}{۱mm}\right)^{۲}\approx۲/۸۳\times۱۰^{۷}(nm)^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

نمای ۳

۵ ۶۷ B

۱ با توجه به صورت مسئله حجم ۱۲ قطره آب $۱cm^{۳}$ است. بنابراین حجم ۳۰ قطره آب خواهد شد:

۱۲ قطره	$۱cm^{۳}$
۳۰ قطره	$V\Rightarrow V=\frac{۳۰}{۱۲}=۲/۵\,cm^{۳}$

بنابراین آهنگ خروج آب، ۳۰ قطره در دقیقه یعنی $۲/۵\,cm^{۳}$ بر دقیقه است که باید آن را به L/h تبدیل کنیم.

$$۲/۵\frac{cm^{۳}}{min}\times\underbrace{\frac{۱L}{۱۰^{۳}cm^{۳}}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل}\\cm^{۳}\text{ به لیتر}}}\times\underbrace{\frac{۶۰min}{۱h}}_{\substack{\text{ضریب تبدیل دقیقه}\\\text{به ساعت}}}=\frac{۱۵۰}{۱۰^{۳}}\frac{L}{h}=۰/۱۵\frac{L}{h}$$

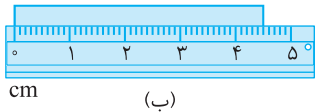
نمای ۴

۶ ۶۷ A

۱ دقت دستگاه مدرج برابر کمینه درجه‌بندی روی دستگاه است. در شکل (الف) کمینه درجه‌بندی ۱cm است و دقت آن نیز ۱cm است.

در شکل (ب) کمینه درجه‌بندی ۱mm یا ۰/۱cm است. بنابراین دقت آن ۰/۱cm و یا ۱mm است.

(الف)



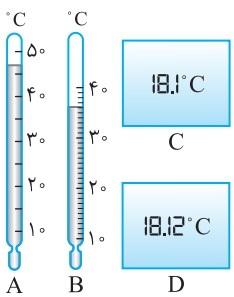
(ب)

نمای ۶

۷ ۶۷ A

۳ با توجه به شکل در دماسنج مدرج A کمینه تقسیم‌بندی $۵^{\circ}C$ است. بنابراین دقت آن $۵^{\circ}C$ است و در دماسنج مدرج B کمینه تقسیم‌بندی برابر $۱^{\circ}C$ است و دقت آن نیز $۱^{\circ}C$ است.

در دماسنج رقمی، یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) برابر دقت است، بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج C برابر $۰/۱^{\circ}C$ و دقت اندازه‌گیری دماسنج D برابر $۰/۰۱^{\circ}C$ است و پاسخ گزینهٔ (۳) است.



نمای ۶

۶۷ B ۱

ابتدا مگاژول (MJ) را به ژول (J) تبدیل می‌کنیم:

$$۵۰/۷۲\frac{MJ}{m^۳}\times\frac{۱۰^۶J}{۱MJ}=۵۰۷۲\times۱۰^۴J/m^۳$$

حال مقدار به‌دست آمده را در رابطهٔ مسأله قرار می‌دهیم:

$$۵۰۷۲\times۱۰^۴J/m^۳=۵۰۷۲۰\frac{J}{\square^۳}\Rightarrow۱۰^۳\frac{J}{m^۳}=۱\frac{J}{\square^۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^۳=\frac{m^۳}{\square^۳}\Rightarrow۱۰=\frac{m}{\square}\Rightarrow\square=dm$$

بنابراین جای خالی را باید با دسی‌متر پر کرد. نمای ۳

۶۷ A ۴

کمیت‌های اصلی عبارت‌اند از: جرم، طول، زمان، دما شدت روشنایی. شدت جریان الکتریکی و مقدار ماده

در گزینهٔ (۱): نیرو و فشار کمیت اصلی نیستند و این گزینه درست نیست.

در گزینهٔ (۲): فشار و سرعت کمیت اصلی نیستند، بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

در گزینهٔ (۳): نیرو کمیت اصلی نیست، در نتیجه گزینهٔ (۳) نادرست است.

در گزینهٔ (۴): هر سه کمیت دما، جریان الکتریکی و جرم کمیت اصلی هستند. نمای ۲

۶۷ A ۳

سال نوری یکای طول و روز خورشیدی یکای زمان است و این دو یکا مربوط به یک کمیت یکسان نیستند و گزینهٔ (۱) نادرست است.

گره دریایی یکای تندی وسایل دریایی و مایل دریایی یکای طول است و این دو نیز دو کمیت مختلف هستند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

یکای نجومی و آنگستروم هر دو یکای اندازه‌گیری طول هستند و گزینهٔ (۳) درست است.

مول یکای مقدار ماده و تُن یکای جرم است و گزینهٔ (۴) نادرست است. نمای ۳

پنجره ۳

۶۸ A ۳

با تغییر حالت، جرم ثابت می‌ماند اما حجم تغییر می‌کند که باعث تغییر چگالی می‌شود پس گزینهٔ (۱) نادرست است. هم‌چنین با افزایش دما، جسم منبسط می‌شود حجم افزایش و جرم ثابت می‌ماند، در نتیجه چگالی تغییر می‌کند و گزینهٔ (۲) نادرست است.

$$\rho=\frac{m}{V\uparrow}\Rightarrow\text{چگالی کاهش می‌یابد}$$

پرتقال با پوست چگالی کمتری از آب دارد و روی سطح آب باقی می‌ماند اما پرتقال بدون پوست، چگالی‌اش بیشتر از آب است و در آب فرومی‌رود و گزینهٔ (۴) نیز نادرست است.

۶۹ A ۴

مایع کپسول ضدحریق باید روی مایع شعله‌ور قرار بگیرد تا مانع از رسیدن اکسیژن به مایع شعله‌ور شده و باعث خاموش شدن آتش شود. پس باید چگالی مایع ضدحریق کپسول از چگالی مایع در حال اشتعال کمتر باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۷۰ B ۴

خط فکری مایعی که دارای چگالی بیشتر است ته‌نشین شده و مایع‌ها به ترتیب چگالی از چگالی بیشتر به کمتر از کف ظرف روی هم قرار می‌گیرند و مایع با کمترین چگالی در سطح قرار می‌گیرد، بنابراین شما باید بررسی کنید که چگالی A، B و C نسبت به هم چگونه است.

با توجه به فرض مسئله $\rho_A=۳\rho_B$، از طرفی چگالی مایع C، ۴۰ درصد چگالی مایع A است یعنی خواهیم داشت: $\rho_C=۱/۲\rho_B$

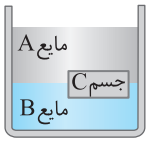
$$\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\rho_A\Rightarrow\rho_C=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times۳\rho_B\Rightarrow\rho_C=۱/۲\rho_B$$

بنابراین ترتیب چگالی‌ها نسبت به هم به‌صورت $\rho_A>\rho_C>\rho_B$ است و A ته‌نشین و B سطح‌نشین و C بین آن‌ها قرار می‌گیرد.

۷۱ A ۲

یادآوری هرگاه چگالی جسمی از چگالی مایع بیشتر باشد جسم در آن مایع فرو می‌رود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد جسم بر سطح مایع قرار می‌گیرد.

۱ مایع B ته‌نشین شده بنابراین چگالی آن از چگالی A بزرگ‌تر است. $\rho_B>\rho_A$



۲ جسم C درون مایع A فرو رفته و در ته مایع A قرار گرفته بنابراین چگالی جسم C از چگالی مایع A بیشتر است. $\rho_C>\rho_A$

۳ جسم C روی سطح مایع B قرار دارد بنابراین چگالی C از چگالی مایع B کمتر است. $\rho_C<\rho_B$

۴ نتیجه نهایی این است که: $\rho_B>\rho_C>\rho_A$

۷۲ A ۴

چگالی شمش را حساب می‌کنیم، اگر مقدار به‌دست آمده مساوی یا نزدیک به چگالی طلا در جدول باشد، شمش طلا خالص است و در غیر این صورت دارای ناخالصی است.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[V=۱/۵\times۱۰^۴\times۱۰^{-۶}m^۳]{m=۲۴۰kg}\rho=\frac{۲۴۰}{۱/۵\times۱۰^۴\times۱۰^{-۶}}$$

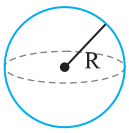
$$\Rightarrow\rho=۱۶۰\times۱۰^۲=۱۶\times۱۰^۳kg/m^۳$$

چگالی به‌دست آمده از چگالی طلا در جدول $(۱۹/۳\times۱۰^۳kg/m^۳)$ کمتر است بنابراین شمش ناخالص است.

۷۳ A ۳

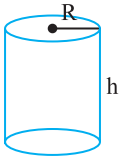
یادآوری ریاضی حجم کره‌ای به شعاع R:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$$



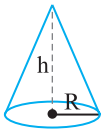
حجم استوانه‌ای به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\pi R^۲h$$



حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعده R:

$$V=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h$$



ابتدا حجم کره را حساب می‌کنیم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times\pi\times(۵\times۱۰^{-۲})^۳\Rightarrow V=\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}m^۳$$

اکنون جرم را به کمک رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow m=(۶\times۱۰^۳)\times\frac{۵۰۰\times۳/۱۴\times۱۰^{-۶}}{۳}\Rightarrow m=۳/۱۴kg$$

بازی با سؤال **می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶g/cm^۳$، یک استوانهٔ توخالی با شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm بسازیم، جرم این استوانه چند کیلوگرم می‌شود؟** $(\pi\simeq۳)$

۱) ۷ ۲) ۴۸ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

گزینهٔ ۴

۷۴ A ۲

حجم مکعب مستطیل را به کمک تعریف چگالی به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱/۳۵\times۱۰^{+۳}g]{\rho=۲۲/۵g/cm^۳}۲۲/۵=\frac{۱/۳۵\times۱۰^۳}{V}\Rightarrow V=\frac{۱/۳۵\times۱۰^۳}{۲۲/۵}$$

$$\Rightarrow V=۶۰cm^۳$$

اکنون می‌توانیم L را حساب کنیم

$$V=۳\times L\times(۱/۲۵L)\Rightarrow۶۰=۳/۷۵L^۲\Rightarrow L^۲=۱۶\Rightarrow L=۴cm$$

A ۴ ۷۵

چگالی از ویژگی‌های ساختاری یک عنصر است. مثلاً اگر سیمی را از وسط نصف کنید، جرم هر قسمت آن نیز نصف می‌شود و نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت می‌ماند و یا اگر آن را از دستگاهی بگذرانید تا باریک شود قطعاً طول آن زیاد می‌شود و حجم آن ثابت می‌ماند و چون جرم آن ثابت است، نسبت $\frac{m}{V}$ یعنی چگالی ثابت است. بنابراین چگالی تغییر نمی‌کند.

A ۳ ۷۶

جرم جسم ثابت است و حجم آن افزایش یافته بنابراین چگالی جسم کاهش می‌یابد $(\rho_{\downarrow}=\frac{m}{V_{\uparrow}})$. با نوشتن رابطه چگالی در دو حالت مسئله قابل حل است.

$$\begin{cases}\rho=\frac{m}{V}\\ \rho'=\frac{m}{V+\frac{5}{100}V}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{V}{1/05V}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{1}{1/05}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{100}{105}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho}=\frac{20}{21}$$

بازی با سؤال **درون یک ظرف دارای پیستون مقداری گاز محبوس است. اگر توسط پیستون حجم ظرف را نصف کنیم، چگالی گاز درون ظرف چند برابر می‌شود؟**

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۴۲ ۴) تغییر نمی‌کند

گزینهٔ ۲

A ۳ ۷۷

ابتدا به کمک یک تناسب ساده مجموع جرم انسان‌ها را به‌دست می‌آوریم:

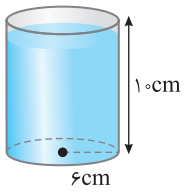
۱	۶۰
۷×۱۰^{۹}	$m_{کل}=۴۲۰\times۱۰^{۹}kg$

با داشتن جرم به کمک چگالی، حجم کل آدم‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V=\frac{۴۲۰\times۱۰^{۹}}{۱۰۰\times۱۰^{۶}}=۴۲۰۰\,m^{۳}$$

A ۴ ۷۸

حداکثر مقدار روغن یعنی تمام ظرف پر از روغن شده باشد، بنابراین حجم روغن باید برابر گنجایش ظرف باشد. گنجایش ظرف را حساب می‌کنیم:



حجم استوانه = مساحت قاعده × ارتفاع $\Rightarrow V=\pi R^{۲}h$

$$\Rightarrow V=۳\times(۶)^{۲}\times۱۰\Rightarrow V=۱۰۸۰cm^{۳}$$

جرم روغن خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\xrightarrow{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}m=۰/۸\times۱۰۸۰\Rightarrow\rho=۸۶۴g$$

A ۴ ۷۹

خط فکری جرم ظرف خالی و مجموع جرم ظرف و مایع درون آن را نیز در اختیار داریم بنابراین جرم مایع را می‌توانید به‌دست بیاورید و با تعریف چگالی، حجم مایع درون ظرف را حساب کنید که در واقع گنجایش ظرف به‌دست می‌آید که حجم روغن ریخته شده در ظرف نیز همان حجم ظرف است، بنابراین چگالی روغن قابل محاسبه می‌شود.

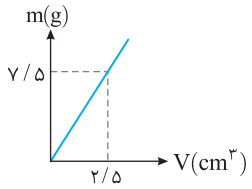
جرم مایع اول برابر $۵۴۰-۳۰۰=۲۴۰g$ است، به کمک تعریف چگالی حجم مایع که برابر با حجم ظرف است، خواهد شد: حجم ظرف: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{۲۴۰}{۱/۲}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$

جرم روغن برابر $۴۶۰-۳۰۰=۱۶۰g$ و حجم روغن که همان حجم ظرف است برابر با $۲۰۰cm^{۳}$ است. در این صورت، چگالی روغن را می‌توان حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}\Rightarrow\rho=۰/۸g/cm^{۳}=۸۰۰g/L$$

A ۱ ۸۰

باتوجه تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$، شیب خط نمودار $m-V$ یک جسم برابر چگالی آن است. بنابراین چگالی جسم خواهد شد:



$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۷/۵}{۲/۵}$$

$$\Rightarrow\rho=۳g/cm^{۳}=۳\times۱۰^{۳}\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

حجم ۲/۲۵kg از این ماده خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۳\times۱۰^{۳}=\frac{۲/۲۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۲/۲۵}{۳\times۱۰^{۳}}\Rightarrow V=۰/۷۵\times۱۰^{-۳}m^{۳}$$

$$\Rightarrow V=۷/۵\times۱۰^{-۴}m^{۳}$$

میانبر چگالی یک جسم ثابت است از این رو می‌توان نوشت: $\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{V_۲}{V_۱}$

A ۴ ۸۱

در دمای ثابت انبساط و انقباض برای جسم رخ نمی‌دهد، بنابراین چگالی آن ثابت است، از طرفی چگالی از ویژگی‌های ساختاری ماده است و با تغییر حجم، چگالی ثابت می‌ماند. به‌طور مثال اگر یک کرهٔ توپر از جنس مس داشته باشید و بخواهید یک کرهٔ توپر بزرگ‌تر از مس بسازید، همگام با افزایش حجم کره، جرم آن نیز تغییر می‌کند به‌طوری که چگالی ثابت می‌ماند.

A ۲ ۸۲

خط فکری هرگاه جسمی در مایعی فرو رود، حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، بنابراین با تغییر سطح آب درون استوانه شما حجم جسم را در اختیار دارید و می‌توانید چگالی جسم را به‌دست آورید.

حجم گلوله برابر حجم آب جابه‌جا شدهٔ درون استوانه است: $V=۵۴-۵۰=۴cm^{۳}$

چگالی گلوله برابر با $\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵g/cm^{۳}$ خواهد شد.

A ۱ ۸۳

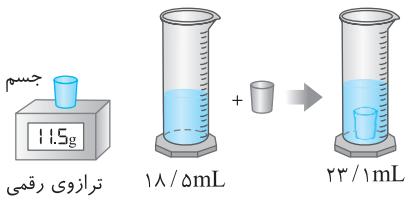
ترازوی رقمی جرم جسم را ۱۱/۵g نشان داده است از طرفی حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج است.

$$V_{جسم}=۲۳/۱-۱۸/۵\Rightarrow V_{جسم}=۴/۶mL=۴/۶cm^{۳}$$

چگالی جسم خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۱۱/۵}{۴/۶}\Rightarrow\rho=۲/۵g/cm^{۳}$

چگالی را برحسب $kg/m^{۳}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=۲/۵\frac{g}{cm^{۳}}\times\frac{۱kg}{۱۰^{۳}g}\times\frac{۱۰^{۶}cm^{۳}}{۱m^{۳}}\Rightarrow\rho=۲/۵\times۱۰^{۳}=۲۵۰۰kg/m^{۳}$$



A ۱ ۸۴

خط فکری حجم مقدار مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسمی است که در مایع فرو می‌رود. در این مسئله مایع جابه‌جا شده از ظرف بیرون ریخته است بنابراین ابتدا باید حجم مایع بیرون ریخته را به کمک چگالی مایع حساب کنید و این حجم همان حجم قطعه فلز است که به کمک آن می‌توانید جرم قطعه فلز را حساب کنید.

حجم الکل بیرون ریخته شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۶۰g]{\rho=۰/۸g/cm^{۳}}۰/۸=\frac{۱۶۰}{V}\Rightarrow V=۲۰۰cm^{۳}$$

بنابراین حجم قطعه فلز برابر $۲۰۰cm^{۳}$ است و می‌توان جرم آن را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۲/۷=\frac{m}{۲۰۰}\Rightarrow m=۵۴۰g$$

A ۸۵ ۳

مساحت سطح مقطع استوانه $A=۱۰cm^۲$ و ارتفاع آب جابه‌جا شده ۱۲cm است بنابراین حجم آب جابه‌جا شده که برابر حجم جسم است را می‌توان حساب کرد.

$$V_{\text{فلز}}=V_{\text{آب جابه‌جا شده}}=Ah\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۱۰\times۱۲=۱۲۰cm^۳$$

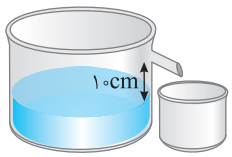
جرم قطعه فلز ۹۰۰g است بنابراین چگالی فلز برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۹۰۰}{۱۲۰}\Rightarrow\rho=۷/۵g/cm^۳$$

B ۸۶ ۴

وقتی سنگ را درون ظرف قرار می‌دهیم به اندازهٔ حجم سنگ، روغن جابه‌جا می‌شود. بنابراین ابتدا حجم سنگ را حساب می‌کنیم

$$V_{\text{سنگ}}=\Delta V_{\text{روغن}}$$



$r_۱=۱۰cm \quad r_۲=۵cm$

$$V_{\text{سنگ}}=\left(\frac{m}{\rho}\right)_{\text{سنگ}}=\frac{۱۸۰۰۰}{۵}=۳۶۰۰cm^۳$$

حجم مایع جابه‌جا شده برابر $۳۶۰۰cm^۳$ است. ابتدا حجم مایع را برای ارتفاع ۱۰cm ظرف بالا حساب می‌کنیم.

$$\Delta V=\pi r^۲\Delta h=۳\times(۱۰)^۲\times۱۰\Rightarrow\Delta V=۳۰۰۰cm^۳$$ درون ظرف

بنابراین از $۳۶۰۰cm^۳$ مایع جابه‌جا شده $۳۰۰۰cm^۳$ در ظرف (۱) است و باقی آن یعنی $۶۰۰cm^۳=۳۶۰۰-۳۰۰۰$ در ظرف (۲) ریخته شده است. اکنون ارتفاع مایع در ظرف (۲) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V_۲=\pi r_۲^۲h\Rightarrow۶۰۰=۳\times(۵)^۲\times h\Rightarrow h=۸cm$$

B ۸۷ ۲

نکته همواره حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم و یا حجم قسمتی از جسم است که در مایع فرو رفته است.

۱ با قرار گرفتن جسم، آب ۲۰cm بالا آمده است، حجم آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم.

$$\Delta V_{\text{آب}}=A\Delta h\xrightarrow[\Delta h=۲۰cm]{A=۲۰cm^۲}\Delta V_{\text{آب}}=۲۰\times۲۰=۴۰۰cm^۳$$

۲ حجم آب جابه‌جا شده برابر $\frac{۱}{۵}$ حجم جسم است که در مایع فرو رفته بنابراین حجم جسم خواهد شد:

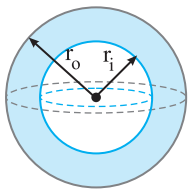
$$\Delta V_{\text{آب}}=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow۲۰۰=\frac{۱}{۵}V_{\text{جسم}}\Rightarrow V_{\text{جسم}}=۱۰۰۰cm^۳$$

۳ جرم جسم ۲kg و حجم آن $۱۰۰۰cm^۳$ است، بنابراین چگالی جسم برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲}{۱۰۰۰\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow\rho=۲۰۰۰kg/m^۳$$

A ۸۸ ۱

یادآوری ریاضی حجم کره‌ای با شعاع خارجی r_o و شعاع داخلی r_i از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.



$$V=\frac{۴}{۳}\pi r_o^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)$$

ابتدا حجم کره که از فلز ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r_{\text{خارجی}}^۳-\frac{۴}{۳}\pi r_{\text{داخلی}}^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۶۴-۲۷)\Rightarrow V=۴\times۳۷cm^۳$$

جرم فلز را به کمک تعریف چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=۵\times۴\times۳۷\Rightarrow m=۷۴۰g=۰/۷۴kg$$

B ۸۹ ۲

خط فکری ابتدا با داشتن جرم قطعه طلا و چگالی طلا، حجم طلایی که در ساختن این قطعه به کار رفته است را حساب کنید و با مقایسهٔ حجم طلای به کار برده شده با حجم ظاهری طلا می‌توانید حجم حفرهٔ درون آن را به‌دست آورید.

۱ حجم طلای به کار برده شده در این قطعه برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=۱۹۹/۵g]{\rho=۱۹۰۰۰kg/m^۳=۱۹g/cm^۳}۱۹=\frac{۱۹۹/۵}{V}\Rightarrow V=\frac{۱۹۹/۵}{۱۹}\Rightarrow V=۱۰/۵cm^۳$$

۲ حجم حفرهٔ درون قطعه خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۱۲-۱۰/۵=۱/۵cm^۳$$

B ۹۰ ۳

ابتدا با توجه به چگالی فلز و جرم مکعب، حجم فلزی که مکعب از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۸=\frac{۶۰۰۰}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۷۵۰cm^۳$$

حال حجم ظاهری مکعب کامل را حساب می‌کنیم: $V=a^۳\Rightarrow V_{\text{مکعب}}=۱۰^۳cm^۳$

حجم مکعب کامل از حجم فلزی که مکعب مسئله از آن ساخته شده بیشتر است، بنابراین مکعب مسئله دارای فضای خالی با حجم $۱۰۰۰-۷۵۰=۲۵۰cm^۳$ است.

B ۹۱ ۳

۱ ابتدا حجم ظاهری کرهٔ کامل را حساب می‌کنیم

$$\text{حجم کره کامل: } V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\times۳\times۱۲۵\Rightarrow V=۵۰۰cm^۳$$

۲ با توجه به چگالی و جرم کره، حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{m}{\rho}=\frac{۱۰۸۰}{۲/۷}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۴۰۰cm^۳$$

۳ در این صورت حجم حفرهٔ درون کرهٔ فلزی خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری کره}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{حفره}}=۵۰۰-۴۰۰=۱۰۰cm^۳$$

۴ درصد حجم حفره از حجم کل کره برابر است با: $\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}}\times۱۰۰=\frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times۱۰۰=۲۰\%$

بازی با سؤال **درون مکعبی برنزی به جرم ۶/۴kg که طول هر ضلع آن ۱۰cm است، حفره‌ای وجود دارد، اگر چگالی برنز $۸g/cm^۳$ باشد، چند درصد از حجم این مکعب برنزی را حفره تشکیل داده است؟**

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

گزینهٔ ۱

C ۹۲ ۱

۱ حجم ظاهری مکعب برابر است با: $V_{\text{ظاهری}}=a^۳$

۲ حجم حفرهٔ کروی با شعاع $\frac{a}{۲}$ خواهد شد:

$$V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\times۳(\frac{a}{۲})^۳\Rightarrow V_{\text{حفره}}=\frac{a^۳}{۲}$$

۳ حجم فلز به کار رفته برای ساخت این مکعب را حساب می‌کنیم.

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}\Rightarrow\frac{a^۳}{۲}=a^۳-V_{\text{فلز}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{a^۳}{۲}$$

۴ جرم فلز خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۸=\frac{m}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴a^۳$$

۵ حجم مایع درون حفره برابر حجم حفره $\frac{a^۳}{۲}$ است بنابراین جرم مایع را می‌توان حساب کرد.

$$\rho_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{V}\Rightarrow۲=\frac{m_{\text{مایع}}}{\frac{a^۳}{۲}}\Rightarrow m_{\text{مایع}}=a^۳$$

۶ با توجه به فرض مسئله مجموع جرم مایع و جرم فلز ۹۵۰g است بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{فلز}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰ \quad (۱)$$

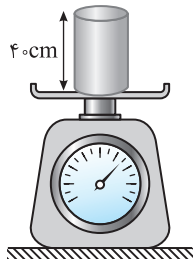
۷ نسبت جرم فلز به جرم مایع را حساب می‌کنیم.

$$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}}=\frac{۴a^۳}{a^۳}=۴\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۴m_{\text{مایع}}$$

در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۴m_{\text{مایع}}+m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow۵m_{\text{مایع}}=۹۵۰\Rightarrow m_{\text{مایع}}=۱۹۰g$$

بازی با سؤال مطابق شکل استوانه‌ای توخالی به ارتفاع ۴۰cm به شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی R از یک فلز با چگالی ۳۵۰۰kg/m³ ساخته شده است. اگر استوانه را از آب پر کنیم، جرم مجموع برابر ۷/۶۲ کیلوگرم می‌شود. R چند سانتی‌متر است؟ $(\pi\approx 3, \rho_{آب}=1 kg/lit)$



۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

گزینهٔ ۲

A ۹۳ | ۱

خط فکری در فرض مسئله چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است بنابراین شما کافی است $\rho_A=1/5\rho_B$ را نوشته و مقدارهای داده شده در مسئله را در این رابطه جای‌گذاری کنید.

$$\rho_A=1/5\rho_B \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}} \frac{m_A}{V_A}=1/5\frac{m_B}{V_B}$$

$$\xrightarrow[m_A=?, V_A=20cm^3]{m_B=200g, V_B=50cm^3} \frac{m_A}{20}=1/5\times\frac{200}{50}\Rightarrow m_A=120g$$

بازی با سؤال چگالی جسم A، $\frac{2}{3}$ چگالی جسم B است. اگر جرم $50cm^3$ از جسم A برابر 750g باشد، جرم $60cm^3$ از جسم B چند گرم است؟ کنکور دهه‌های گذشته

۱) ۹۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۱۳۵۰

گزینهٔ ۴

A ۹۴ | ۳

خط فکری نسبت جرم‌ها را دارید $(\frac{m_A}{m_B}=1)$، نسبت حجم‌ها را حساب کنید تا بتوانید نسبت چگالی‌ها را به‌دست آورید.

نسبت چگالی‌ها برابر است با:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow[r_A=3cm, r_B=6cm]{V=\frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{4}{3}\pi(6)^3}{\frac{4}{3}\pi(3)^3}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=8$$

بازی با سؤال قطر یک گلولهٔ توپر آلومینیمی دو برابر قطر یک گلولهٔ توپر مسی است. اگر جرم گلولهٔ آلومینیمی ۲/۴ برابر جرم گلولهٔ مسی باشد، چگالی آلومینیم چند برابر چگالی مس است؟ خارج ریاضی - ۸۷

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

گزینهٔ ۳

A ۹۵ | ۱

استوانه و مکعب هم‌جنس هستند. بنابراین $\frac{\rho_2}{\rho_1}=1$ است.

حجم مکعب برابر است با: $V_1=a^3$

حجم استوانه برابر است با:

$$V_2=\pi r^2 h \xrightarrow[h=a]{r=\frac{a}{2}} V_{استوانه}=3\times(\frac{a}{2})^2\times a\Rightarrow V_{استوانه}=\frac{3}{4}a^3$$

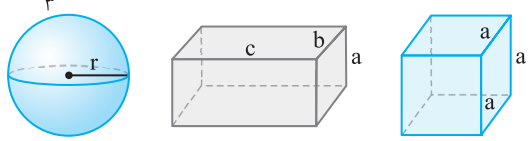
نسبت $\frac{m_2}{m_1}$ خواهدشد:

$$\rho_1=\rho_2\Rightarrow\frac{m_1}{V_1}=\frac{m_2}{V_2}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=\frac{\frac{3}{4}a^3}{a^3}=\frac{3}{4}$$

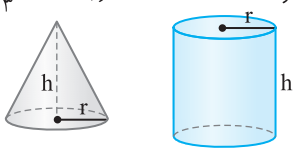
B ۹۶ | ۲

یادآوری ریاضی یادآوری حجم بعضی از اجسام هندسی:

مکعب: $V=a^3$ — مکعب مستطیل: $V=abc$ — کره: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$



استوانه: $V=\pi r^2 h$ — مخروط: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$



جرم مخروط و جرم مکعب با هم برابر است $(m_1=m_2)$

حجم مکعب با ضلع a برابر $V_1=a^3$ است.

ارتفاع مخروط برابر طول ضلع مکعب یعنی $h=a$ و شعاع آن نصف طول ضلع مکعب $(r=\frac{a}{2})$ است. حجم مخروط خواهد شد:

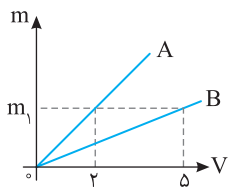
$$V_2=\frac{1}{3}\pi r^2 h\Rightarrow V_2=\frac{1}{3}\pi(\frac{a}{2})^2\times a\xrightarrow{\pi=3}V_2=\frac{a^3}{4}$$

اکنون V_1 و V_2 را داریم، نسبت $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\rho_1=\frac{m_1}{V_1}\\ \rho_2=\frac{m_2}{V_2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\frac{V_2}{V_1}\xrightarrow{m_1=m_2}\frac{\rho_1}{\rho_2}=1\times\frac{\frac{a^3}{4}}{a^3}\Rightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{1}{4}$$

A ۹۷ | ۴

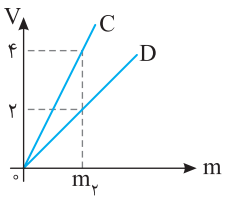
در نمودار (الف) چگالی‌های A و B را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_A=\frac{m_1}{2}\ ,\ \rho_B=\frac{m_1}{5}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_1}{2}}{\frac{m_1}{5}}=\frac{5}{2}\Rightarrow\rho_B=\frac{2}{5}\rho_A$$

در نمودار (ب) هم چگالی‌ها را مقایسه می‌کنیم:



$$\rho_C=\frac{m_2}{4}\ ,\ \rho_D=\frac{m_2}{2}$$

$$\frac{\rho_C}{\rho_D}=\frac{\frac{m_2}{4}}{\frac{m_2}{2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\rho_D=2\rho_C$$

B ۹۸ | ۳

با توجه به نسبت چگالی‌های داده شده و $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=\frac{5}{2}\rho_B\Rightarrow\frac{m_A}{V_A}=\frac{5}{2}\frac{m_B}{V_B}\xrightarrow[V_B=4L, V_A=2L]{m_A=m_B+1}\frac{m_B+1}{2}=\frac{5}{2}\frac{m_B}{4}$$

$$\Rightarrow m_B+1=\frac{5}{4}m_B\Rightarrow\frac{m_B}{4}=1\Rightarrow m_B=4kg$$

جرم 4L مایع B برابر 4kg شده است بنابراین چگالی B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{4}{4}=1kg/L$$

چگالی همواره مقداری ثابت است، بنابراین جرم 10L از جسم B را به کمک چگالی می‌توان حساب کرد:

$$\rho_B=\frac{m'_B}{V'_B}\Rightarrow 1=\frac{m'_B}{10}\Rightarrow m'_B=10kg$$

A ۹۹ ۲

هرگاه جسمی درون مایعی قرار گیرد حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است. اکنون که ظرف در دو حالت لبریز است بنابراین حجم مقدار مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است. در نتیجه حجم مایع بیرون ریخته در دو حالت یکسان و برابر حجم جسم است. از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{m}{\rho_۱}=\frac{۲m}{\rho_۲}\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=۲$$

B ۱۰۰ ۴

خط فکری نسبت چگالی‌ها از ما خواسته شده است بنابراین شما باید ابتدا نسبت جرم‌ها و نسبت حجم‌ها را به‌دست بیاورید سپس نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را حساب کنید.

۱ حجم استوانهٔ توپر A برابر است با: $V_A=\pi R^۲h_A=\pi R^۲h$

۲ ارتفاع و شعاع خارجی استوانه توخالی برابر ارتفاع و شعاع استوانهٔ A است. $(R_O=R$ و $h_A=h_B)$ و شعاع داخلی آن نصف شعاع خارجی است. $(R_i=\frac{R}{۲})$

بنابراین حجم استوانه خواهد شد:

$$V_B=\pi(R_O^۲-R_i^۲)h_B\Rightarrow V_B=\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})h=\frac{۳}{۴}\pi R^۲h$$

۳ نسبت $\frac{V_B}{V_A}$ را به‌دست می‌آوریم. $\frac{V_B}{V_A}=\frac{\frac{۳}{۴}\pi R^۲h}{\pi R^۲h}\Rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{۳}{۴}$

۴ نسبت چگالی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

B ۱۰۱ ۳

یادآوری ریاضی حجم کرهٔ توپر $V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ و حجم کرهٔ توخالی با شعاع خارجی R_O و شعاع داخلی R_i برابر است با: $V_{\text{توخالی}}=\frac{۴}{۳}\pi(R_O^۳-R_i^۳)$

با توجه به برابر بودن جرم‌ها و داشتن چگالی‌ها می‌توان نسبت حجم‌ها را حساب کرد.

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B$$

$$\xrightarrow{\rho_A=۴/۲g/cm^۳,\ \rho_B=۸/۴g/cm^۳}۴/۲\times V_A=۸/۴\times V_B$$

$$\Rightarrow V_A=۲V_B\qquad(۱)$$

شعاع کرهٔ A و شعاع خارجی کرهٔ B یکسان و برابر $R_A=R_{B_O}=R$ است.

حجم کرهٔ A برابر است با: $V_A=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$

حجم کرهٔ B برابر است با: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi(R_O)^۳-\frac{۴}{۳}\pi(R_i)^۳=\frac{۴}{۳}\pi(R^۳-R_i^۳)$

اکنون حجم‌های به‌دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و شعاع داخلی B را حساب می‌کنیم.

$$V_A=۲V_B\Rightarrow\frac{۴}{۳}\pi R^۳=۲\times(\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳)$$

$$\Rightarrow۲\times\frac{۴}{۳}\pi R_i^۳=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\Rightarrow R_i^۳=\frac{R^۳}{۲}\Rightarrow R_i=\frac{R}{\sqrt[۳]{۲}}\Rightarrow R_i=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲}R$$

B ۱۰۲ ۲

خط فکری جنس استوانه و جنس کره یکسان است. بنابراین چگالی در دو حالت برابر است و چون ρ ثابت است قطعاً نسبت $\frac{m}{V}$ در دو حالت با هم برابر است. بنابراین شما باید حجم استوانه و کره را حساب کنید، سپس نسبت $\frac{m}{V}$ را در دو حالت برابر قرار دهید.

حجم استوانه را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}}=[\pi(r_o^۲-r_i^۲)]\times h$$

$$\xrightarrow{h=۲R,\ R_o=R,\ R_i=\frac{R}{۲}}\pi(R^۲-\frac{R^۲}{۴})\times۲R=\frac{۳}{۲}\pi R^۳$$

حجم کره را نیز حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)$$

$$\xrightarrow{r_o=R,\ R_i=\frac{R}{۲}}V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi[R^۳-(\frac{R}{۲})^۳]=\frac{۴}{۳}\pi(\frac{۷}{۸}R^۳)=\frac{۷}{۶}\pi R^۳$$

چون چگالی ثابت است از این‌رو:

$$\rho_{\text{کره}}=\rho_{\text{استوانه}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}}=\frac{M_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}}\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

$$\Rightarrow\frac{M_{\text{کره}}}{M}=\frac{\frac{۷}{۶}\pi R^۳}{\frac{۳}{۲}\pi R^۳}\Rightarrow M_{\text{کره}}=\frac{۷}{۹}M$$

B ۱۰۳ ۳

۱ حجم آب حاصل از ذوب یخ برابر گنجایش ظرف است $V_{\text{آب}}=۷۲۰cm^۳$

۲ جرم آب حاصل از ذوب یخ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\xrightarrow{\rho=۱g/cm^۳}۱=\frac{m}{۷۲۰}\Rightarrow m=۷۲۰g$$

۳ جرم یخ نیز برابر جرم آب تولید شده یعنی ۷۲۰g است.

۴ حجم یخ ذوب شده برابر است با: $\rho_{\text{یخ}}=\frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}}\Rightarrow۰/۹=\frac{۷۲۰}{V}\Rightarrow V=۸۰۰cm^۳$

C ۱۰۴ ۳

خط فکری به چگالی یخ $\rho=۰/۹g/cm^۳$ و چگالی آب $\rho_{\text{آب}}=۱g/cm^۳$ دقت کنید. چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است با توجه به اینکه هنگام ذوب، جرم جسم ثابت می‌ماند. باید حجم آب از حجم یخ کمتر باشد به همین دلیل $\rho=\frac{m_{\text{ثابت}}}{V\downarrow}\uparrow$

هنگام ذوب یخ، حجم کل مخلوط کاهش یافته است.

جرم یخ و جرم آب حاصل از ذوب آن برابر است: $m_i=m_W$

با توجه به صورت مسئله حجم، $۵cm^۳$ کم شده است یعنی اکنون می‌توان نوشت:

$$V_W=V_i-۵$$

$$m_i=m_W\xrightarrow{m=\rho V}\rho_iV_i=\rho_WV_W\Rightarrow۰/۹\times V_i=۱\times(V_i-۵)\Rightarrow V_i=۵۰cm^۳$$

بنابراین جرم یخ خواهد شد: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_i=\rho_iV_i\Rightarrow m_i=۰/۹\times۵۰=۴۵g$

بازی با سؤال **ظرفی محتوی آب را که قطعه یخی بر سطح آن شناور است حرارت می‌دهیم تا همهٔ یخ ذوب شود به‌طوری که $۳cm^۳$ از حجم مخلوط آب و یخ کاسته می‌شود. اگر چگالی یخ $۰/۹g/cm^۳$ و چگالی آب $۱g/cm^۳$ باشد، حجم یخ اولیه چند سانتی‌متر مکعب بوده است؟**

۱) ۲۷ ۲) ۱/۸ ۳) ۴/۵ ۴) ۳۰

گزینهٔ ۴

B ۱۰۵ ۱

یادآوری هرگاه در اثر مخلوط کردن دو جسم، مجموع حجم آن‌ها ثابت بماند در این‌صورت چگالی مخلوط برابر است با: $\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}$

باید ابتدا حجم مایع A و حجم مایع B را به کمک داده‌های مسئله حساب کنیم. چگالی مایع A و B برحسب $kg/m^۳$ خواهد شد.

$$\rho_A = 1200\,g/L = 1200\frac{g}{L}\times\frac{10^{-3}L}{1m^3}\times\frac{1kg}{10^{-3}g} \Rightarrow \rho_A = 1200\frac{kg}{m^3}$$

به همین ترتیب $\rho_B = 1500\frac{kg}{m^3}$ خواهد شد.

حجم مایع A را حساب می‌کنیم

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow 1200 = \frac{2}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{2}{1200} \Rightarrow V_A = \frac{1}{600}m^3$$

حجم مایع B را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 1500 = \frac{4}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{4}{1500} = \frac{2}{750}m^3$$

چگالی مخلوط خواهد شد:

$$\rho = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \Rightarrow \rho = \frac{2+4}{\frac{1}{600}+\frac{2}{750}} = \frac{6}{\frac{5+8}{3000}} \Rightarrow \rho = \frac{18000}{13}$$

B ۳ ۱۰۶

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}$

دقت کنید که در صورت مسئله چگالی مایع A و چگالی مایع B داده شده و نسبت حجم‌ها خواسته شده است. بنابراین ما باید جرم‌ها را برحسب حجم و چگالی بنویسیم.

$$\rho = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \xrightarrow{m=\rho V} \rho = \frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{V_A+V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_B=800g/L=0/8g/cm^3]{\rho_A=600g/L=0/6g/cm^3} 0/75 = \frac{0/6V_A+0/8V_B}{V_A+V_B}$$

$$\Rightarrow 0/75V_A+0/75V_B = 0/6V_A+0/8V_B \Rightarrow 0/15V_A = 0/05V_B$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{0/05}{0/15} = \frac{1}{3}$$

A ۱ ۱۰۷

چگالی مخلوط برابر است با: $\rho = \frac{m_1+m_2}{V_1+V_2}$

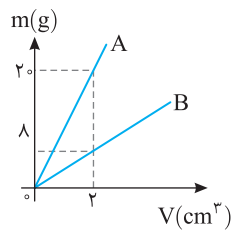
جرم‌ها را برحسب ρV می‌نویسیم $(m=\rho V)$:

$$\rho = \frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2} \xrightarrow[V_2=\frac{2}{3}V]{V_1=\frac{1}{3}V} \rho = \frac{\rho_1\times\frac{1}{3}V+\rho_2\times\frac{2}{3}V}{V} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$$

B ۳ ۱۰۸

خط فکری شیب نمودار جرم برحسب حجم یک ماده برابر چگالی آن ماده است، بنابراین ابتدا چگالی‌های دو مادهٔ A و B را حساب کنید. حجم مادهٔ B را بیابید سپس به کمک رابطهٔ چگالی، جرم A را حساب کنید.

۱ چگالی A و B را از روی نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow \rho_A = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_A = 10g/cm^3 = 10000kg/m^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow \rho_B = \frac{8}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_B = 4g/cm^3 = 4000kg/m^3$$

۲ حجم ۲۰kg از مادهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow 4000 = \frac{20}{V_B} \Rightarrow V_B = 5\times10^{-3}m^3$$

۳ رابطهٔ چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \xrightarrow{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}} 8000 = \frac{m_A+20}{\frac{m_A}{10000}+5\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 0/8m_A+40 = m_A+20 \Rightarrow 20 = 0/2m_A \Rightarrow m_A = 100kg$$

C ۳ ۱۰۹

در حالت اول نصف ظرف از هر کدام از مایع‌ها پر شده پس حجم دو مایع با هم برابر است:

$$\left.\begin{matrix} V_A = V_B = V \\ m_A = \rho_A V \\ m_B = \rho_B V \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} = \frac{\rho_A V+\rho_B V}{V+V} = \frac{\rho_A+\rho_B}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \rho_A+\rho_B = 6 \quad (1)$$

در حالت دوم جرم یکسانی از دو ماده با هم مخلوط شده بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} m_A = m_B = m \\ V_A = \frac{m}{\rho_A} \\ V_B = \frac{m}{\rho_B} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_A}+\frac{m}{\rho_B}} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\rho_A}+\frac{1}{\rho_B}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\rho_A}+\frac{1}{\rho_B} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

بـه معادلـهٔ (۱) و (۲) دقت کنیـد، دو معادله با دو مجهول ρ_A و ρ_B، دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{\rho_A+\rho_B}{\rho_A\rho_B}}{\frac{\rho_A+\rho_B}{1}} = \frac{\frac{3}{4}}{6} \Rightarrow 4\times6 = 3\rho_A\rho_B \Rightarrow \rho_A = \frac{8}{\rho_B}$$

اکنون مقدار به دست آمده را در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم

$$\rho_A+\rho_B = 6 \Rightarrow \frac{8}{\rho_B}+\rho_B = 6 \Rightarrow 8+\rho_B^2 = 6\rho_B \Rightarrow \rho_B^2-6\rho_B+8 = 0$$

$$\Rightarrow (\rho_B-2)(\rho_B-4) = 0 \Rightarrow \rho_B = 2g/cm^3 \text{ یا } 4g/cm^3$$

بنابراین چگالی A نیز برابر است با:

$$\rho_A+\rho_B = 6g/cm^3 \Rightarrow \rho_A = 2g/cm^3 \text{ یا } 4g/cm^3$$

B ۴ ۱۱۰

خط فکری باید به سراغ یافتن حجم آب و حجم مایع بروید. حجم آب به راحتی به‌دست می‌آید اما برای یافتن حجم مایع باید از رابطهٔ چگالی مخلوط استفاده کنید. اکنون به مراحل زیر دقت کنید.

۱ ۸۰ گرم آب به چگالی $1g/cm^3$ با m گرم مایع به چگالی $1/6g/cm^3$ مخلوط کرده‌ایم. ابتدا حجم هر دو مایع را حساب می‌کنیم:

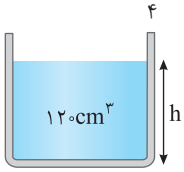
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_W = \frac{m_W}{\rho_W} \Rightarrow V_W = \frac{80}{1} = 80cm^3 \\ V_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{m}{1/6} \end{cases}$$

۲ اکنون چگالی مخلوط را می‌نویسیم و داده‌ها را در آن قرار می‌دهیم و جرم مایع را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_W+m_{مایع}}{V_W+V_{مایع}} = \frac{80+m}{80+\frac{m}{1/6}} = 1/2 \Rightarrow 80+m = 96+\frac{1/2}{1/6}m$$

$$\Rightarrow 80+m = 96+\frac{3}{4}m \Rightarrow \frac{m}{4} = 16 \Rightarrow m = 64g$$

۳ با داشتن جرم مایع حجم آن را حساب می‌کنیم:



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} \Rightarrow V_{مایع} = \frac{64}{1/6} = 40cm^3$$

۴ حجم مخلوط برابر مجموع حجم آب و حجم مایع است از این‌رو:

$$V_{مخلوط} = V_W+V_{مایع} = 80+40 = 120cm^3$$

۵ با داشتن حجم مخلوط و سطح مقطع ظرف، ارتفاع مخلوط در ظرف را حساب می‌کنیم.

$$V_{مخلوط} = A_{ظرف}\times h \Rightarrow 120 = 20\times h \Rightarrow h = 6cm$$

B ۱۱۱ ۱

حجم آلیاژ $50cm^3$ است که $10cm^3$ از مجموع حجم دو ماده کمتر است یعنی می‌توان نوشت: $V_1+V_2=50+10\Rightarrow V_1+V_2=60cm^3$ (۱)

جرم آلیاژ برابر مجموع جرم دو مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ آن است.

$$m_{\text{آلیاژ}}=m_1+m_2 \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V,\ m_{\text{آلیاژ}}=180g} 180=\rho_1V_1+\rho_2V_2$$

$$\xrightarrow{\rho_1=2g/cm^3,\ \rho_2=4g/cm^3} 180=2V_1+4V_2$$

$$\Rightarrow V_1+2V_2=90cm^3 \quad (2)$$

اکنون با حل دو معادله دو مجهول معادلات (۱) و (۲)، حجم اولیه هر یک از دو ماده را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} V_1+V_2=60 \\ V_1+2V_2=90 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}}$$

$$V_1+2V_2-V_1-V_2=90-60\Rightarrow V_2=30cm^3$$

بنابراین حجم V_1 خواهد شد: $V_1+V_2=60\Rightarrow V_1+30=60\Rightarrow V_1=30cm^3$

B ۱۱۲ ۲

چگالی قطعه جواهر و حجم آن را در اختیار داریم بنابراین جرم قطعه جواهر را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=13/6g/cm^3]{V=5cm^3} 13/6=\frac{m}{5}\Rightarrow m=68g$$

بنابراین مجموع جرم طلا و نقره‌ای که در این جواهر به‌کار برده شده $68g$ است.

$$m_{Ag}+m_{Au}=68 \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{Ag}V_{Ag}+\rho_{Au}V_{Au}=68$$

$$\xrightarrow[\rho_{Ag}=10g/cm^3]{\rho_{Au}=19g/cm^3} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \quad (1)$$

حجم کل قطعه $5cm^3$ است یعنی مجموع حجم طلا و نقره در این آلیاژ برابر $5cm^3$ شده است. $V_{Ag}+V_{Au}=5$ (۲)

دستگاه دو معادله دو مجهول (۱) و (۲) را حل می‌کنیم.

$$\xrightarrow{-19\times}\begin{cases} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \\ V_{Ag}+V_{Au}=5 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 10V_{Ag}+19V_{Au}=68 \\ -19V_{Ag}-19V_{Au}=-95 \end{cases}$$

$$-9V_{Ag}=-27\Rightarrow V_{Ag}=3cm^3$$

اکنون می‌توان جرم نقره را حساب کرد.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=10\times3\Rightarrow m_{Ag}=30g$$

C ۱۱۳ ۴

مساحت سطح مقطع میله و طول میله را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم حجم میله را حساب کنیم. $V=AL\Rightarrow V=2\times10^{-4}\times1/7\Rightarrow V=3/4\times10^{-4}m^3$

حجم میله برابر مجموع حجم دو ماده است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_A+V_B=3/4\times10^{-4}m^3 \quad (1)$$

ترازو وزن کل میله را $13/2N$ نشان می‌دهد بنابراین جرم آن برابر است با:

$$W=mg\Rightarrow13/2=m\times10\Rightarrow m=1/32kg$$

جرم میله برابر مجموع جرم دو ماده است بنابراین خواهیم داشت:

$$m_A+m_B=1/32kg \xrightarrow{m=\rho V} \rho_AV_A+\rho_BV_B=1/32$$

$$\xrightarrow[\rho_B=4500g/L=4500kg/m^3]{\rho_A=2/4g/cm^3=2400kg/cm^3} 2400V_A+4500V_B=1/32 \quad (2)$$

از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2400V_A+4500(3/4\times10^{-4}-V_A)=1/32$$

$$2400V_A+1/53-4500V_A=1/32\Rightarrow2100V_A=0/21$$

$$V_A=\frac{0/21}{2100}=10^{-4}cm^3$$

حجم جسم A و سطح مقطع میله را داریم بنابراین می‌توانیم طول میلهٔ A را حساب کنیم.

$$V_A=AL_A\Rightarrow10^{-4}=2\times10^{-4}L_A\Rightarrow L_A=0/5m$$

B ۱۱۴ ۲

یادآوری ۱ ابتدا یکای چگالی B را برحسب kg/m^3 به‌دست آوریم، کافی است $2g/cm^3$ را در 10^3 ضرب کنید. $\rho_B=2g/cm^3\Rightarrow\rho_B=2000kg/m^3$

یادآوری ۲ عدد چگالی برحسب g/L برابر عدد چگالی برحسب kg/m^3 است، بنابراین چگالی مخلوط در SI خواهد شد:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=1500g/L\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=1500kg/m^3$$

۱ جرم کل مخلوط برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}}=m_A+m_B+m_C=150+100+200=450g\Rightarrow m_{\text{مخلوط}}=0/45kg$$

۲ حجم مخلوط را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow1500=\frac{0/45}{V_{\text{مخلوط}}}\Rightarrow V_{\text{مخلوط}}=3\times10^{-4}m^3=300cm^3$$

۳ حجم مایع A خواهد شد:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A} \xrightarrow[\rho_A=800kg/m^3]{m_A=0/15kg} 800=\frac{0/15}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_A=\frac{0/15}{800}m^3\Rightarrow V_A=187/5cm^3$$

۴ حجم مایع B خواهد شد:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_B=0/1kg} 2000=\frac{0/1}{V_B}\Rightarrow V_B=50cm^3$$

۵ حجم مایع C را با توجه به حجم مایع‌های A و B و حجم کل به‌دست می‌آوریم:

$$V_A+V_B+V_C=V_{\text{مخلوط}}\Rightarrow187/5+50+V_C=300\Rightarrow V_C=62/5cm^3$$

۶ حال با توجه به حجم و جرم مایع C، چگالی ρ' را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho'=\frac{m_C}{V_C}\Rightarrow\rho'=\frac{200\times10^{-3}}{62/5\times10^{-6}}=3200\frac{kg}{m^3}$$

پنجره دوجداره

B ۱۱۵ ۱

خط فکری حجم آبی که بیرون می‌ریزد برابر حجم جسم است بنابراین ابتدا حجم آب را حساب کنید سپس حجم آب را با حجم لوله $V=\pi(r_o^2-r_i^2)h$ برابر قرار دهید.

۱ حجم آب سر ریز شده را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=1g/cm^3]{m=\frac{9}{8}kg=\frac{9000}{8}g} 1=\frac{\frac{9000}{8}}{V}\Rightarrow V=\frac{9000}{8}cm^3$$

۲ این حجم برابر حجم لوله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=\pi(r_o^2-r_i^2)h \xrightarrow[r_o=10cm,\ h=5cm]{\pi\simeq3} \frac{9000}{8}=3(10^2-r_i^2)\times5$$

$$\Rightarrow\frac{600}{8}=100-r_i^2\Rightarrow r_i^2=100-\frac{600}{8}=\frac{200}{8}\Rightarrow r_i^2=\frac{100}{4}\Rightarrow r_i=\frac{10}{2}=5cm$$

B ۱۱۶ ۱

۱ با خارج کردن قطعه فلزی از درون ظرف، سطح آب $2cm$ پایین رفته است، حجم این آب جابه‌جا شده را حساب می‌کنیم. $V=Ah\Rightarrow V=16\times2=32cm^3$

۲ حجم ظاهری این قطعه فلزی با حجم آب جابه‌جا شده برابر است. $V_{\text{ظاهری}}=32cm^3$

۳ حجم فلزی که قطعه فلزی از آن ساخته شده است را به کمک جرم آن $(m_{\text{فلز}}=210g)$ و چگالی آن $(\rho_{\text{فلز}}=7g/cm^3)$ حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow7=\frac{210}{V_{\text{فلز}}}\Rightarrow V_{\text{فلز}}=\frac{210}{7}=30cm^3$$

۴ حجم حفره درون قطعه فلز برابر با حجم ظاهری قطعه فلز منهای حجم فلزی است که قطعه از آن ساخته شده است. $V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری}}-V_{\text{فلز}}=32-30=2cm^3$

B ۱۱۷ ۱

خط فکری برای آنکه وضعیت پوسته را درون مایع مشخص کنید ابتدا باید چگالی مجموعه را حساب کنید. اگر این چگالی از چگالی مایع کمتر باشد، مجموعه بر سطح مایع شناور و یا درون آن غوطه‌ور می‌ماند و اگر چگالی به‌دست آمده از چگالی مایع بیشتر باشد، مجموعه درون مایع ته‌نشین می‌شود. بنابراین باید چگالی مجموعه را حساب کنید.

۱ حجم فلزی که پوسته از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(r_o^۳-r_i^۳)\xrightarrow[r_i=۴cm\,,\,\pi=۳]{r_o=۵cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳(۵^۳-۴^۳)$$

$$\Rightarrow V=۴(۱۲۵-۶۴)\Rightarrow V=۴(۶۱)=۲۴۴cm^۳$$

۲ جرم فلز به‌کار برده شده در پوسته را به‌دست می‌آوریم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_{فلز}=۳g/cm^۳}۳=\frac{m}{۲۴۴}\Rightarrow m=۷۳۲g$$

۳ حجم آب درون حفره برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳\Rightarrow V_{آب}=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۴)^۳\Rightarrow V_{آب}=۲۵۶cm^۳$$

۴ جرم آب برابر خواهد شد با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow۱=\frac{m_{آب}}{۲۵۶}\Rightarrow m_{آب}=۲۵۶g$$

۵ چگالی مجموعه را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{مجموعه}=\frac{m_{آب}+m_{فلز}}{V_{آب}+V_{فلز}}=\frac{۲۵۶+۷۳۲}{۲۵۶+۲۴۴}=\frac{۹۸۸}{۵۰۰}$$

$$\Rightarrow\rho_{مجموعه}=۱/۹۷۶g/cm^۳>۱/۶g/cm^۳$$

چگالی مجموعه از چگالی مایع بیشتر است و مجموعه در مایع ته‌نشین می‌شود.

B ۱۱۸ ۴

چگالی اسفنج برابر $\rho=m/V$ است. وقتی اسفنج درون آب قرار می‌گیرد و آب جذب می‌کند حجم مجموعه همان حجم اولیهٔ اسفنج است، بنابراین چگالی جدید برابر است با:

$$\rho'=\frac{m_{اسفنج}+m_{\text{آب جذب شده}}}{V}\xrightarrow{\rho'=۴\rho}$$

$$\frac{m+m_{آب}}{V}=۴\frac{m}{V}\Rightarrow m_{آب}=۳m$$

B ۱۱۹ ۲

خط فکری برای اینکه کره در آب فرو نرود باید چگالی آن کمتر از چگالی آب باشد و برای اینکه کره درون مایع فرو رود باید چگالی کره از چگالی مایع بیشتر باشد، $\rho_{آب}>\rho_{کره}>\rho_{مایع}$ باشد، بنابراین چگالی کرهٔ توپر را بررسی می‌کنیم.

با توجه به خط فکری بیان شده چگالی کره را بین چگالی مایع و آب قرار می‌دهیم و حجم کره را بررسی می‌کنیم:

$$\rho_{مایع}<\rho_{کره}<\rho_{آب}\Rightarrow۵۰۰<\frac{m_{کره}}{V_{کره}}<۱۰۰۰\Rightarrow۵۰۰<\frac{۴}{V_{کره}}<۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow۱۲۵<\frac{۱}{V_{کره}}<۲۵۰\Rightarrow\frac{۱}{۲۵۰}<V_{کره}<\frac{۱}{۱۲۵}$$

اکنون با توجه به حجم کره $(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)$ خواهیم داشت:

$$۴\times۱۰^{-۳}<\frac{۴}{۳}\pi R^۳<۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۴\times۱۰^{-۳}<۴R^۳<۸\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow۱۰^{-۳}<R^۳<۲\times۱۰^{-۳}\Rightarrow۱۰^{-۱}<R<\sqrt[۳]{۲}\times۱۰^{-۱}$$

$$\Rightarrow۰/۱m<R<۰/۱۲۶m$$

پس شعاع انتخابی بین ۱۰cm تا ۱۲/۶cm است که تنها گزینه (۲) در این بازه قرار می‌گیرد.

B ۱۲۰ ۴

حجم کل جسم از حجم فلز A، حجم فلز B و حجم حفرهٔ درون آن تشکیل شده است. اگر حجم جسم را V در نظر بگیریم:

$$V=V_A+V_B+V_{حفره}$$

با توجه به سؤال ۲۵درصد حجم جسم یعنی $\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۱}{۴}$ حجم جسم از فلز A ساخته شده است و $V_A=\frac{V}{۴}$ است. می‌خواهیم بدانیم چند درصد از حجم جسم، از فلز B است.

درصد حجم فلز B را با x نشان می‌دهیم: $V_B=\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم}$

$$\rho_{جسم}=\frac{m_A+m_B}{V_{جسم}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_{جسم}}$$

$$\Rightarrow۷=\frac{۸(\frac{۲۵}{۱۰۰}V_{جسم})+۲۰(\frac{x}{۱۰۰}V_{جسم})}{V_{جسم}}\Rightarrow۷=۲+/۰۲x\Rightarrow۵=۰/۲x\Rightarrow x=۲۵$$

۲۵ درصد حجم جسم از فلز B است.

C ۱۲۱ ۲

می‌خواهیم جرم کره را حساب کنیم بنابراین باید حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است را به‌دست بیاوریم. حجم فلز برابر است با:

$$V=\frac{۴}{۳}\pi(R_o^۳-R_i^۳)\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲^۳-R_۱^۳)$$

$$=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)(R_۲^۲+R_۱R_۲+R_۱^۲)$$

$$\Rightarrow V=\frac{۴}{۳}\pi(R_۲-R_۱)[(R_۲+R_۱)^۲-R_۱R_۲]\qquad(۱)$$

از اینجا به بعد، شما باید به کمک ریاضی مسئله را حل کنید، تفاضل $(R_۲-R_۱)$ و مجموع $(R_۲+R_۱)$ را در اختیار دارید. به کمک آن‌ها $R_۱R_۲$ را باید حساب کنید.

$$\begin{cases}R_۲+R_۱=a\\R_۲-R_۱=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_۲^۲+R_۱^۲+۲R_۱R_۲=a^۲\\R_۲^۲+R_۱^۲-۲R_۱R_۲=b^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow۴R_۱R_۲=a^۲-b^۲\Rightarrow R_۱R_۲=\frac{a^۲-b^۲}{۴}$$

با جای‌گذاری در رابطه (۱) مسئله قابل حل است.

$$V=\frac{۴}{۳}\times۳(b)[a^۲-\frac{a^۲-b^۲}{۴}]\Rightarrow V=۴b(\frac{۴a^۲-a^۲+b^۲}{۴})\Rightarrow V=b(۳a^۲+b^۲)$$

جرم کره خواهد شد: $m=\rho V\Rightarrow m=\rho b(۳a^۲+b^۲)$

C ۱۲۲ ۳

نکته چگالی آب $۱g/cm^۳$ است، بنابراین همواره عدد حجم آب برحسب $cm^۳$ با عدد جرم آب برحسب g برابر است به‌طور مثال جرم $۵cm^۳$ آب $۵g$ است.

چگالی محلول آب و نمک در حالت اول برابر است با:

$$\rho_{محلول}=\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}\Rightarrow\frac{m_{محلول}}{V_{محلول}}=۱/۲$$

$$\xrightarrow{V_{محلول}=۱L=۱۰۰۰cm^۳}m_{محلول}=۱۰۰۰\times۱/۲=۱۲۰۰g$$

پس از آنکه مقداری آب بخار می‌شود، چگالی $۱/۵g/cm^۳$ می‌شود. البته اگر به اندازهٔ x گرم از آب بخار شود، حجم آب بخار شده نیز x سانتی‌متر مکعب است، بنابراین جرم محلول در حالت جدید خواهد شد $۱۲۰۰-x$ و حجم محلول نیز $۱۰۰۰-x$ خواهد شد بنابراین:

$$\rho'=\frac{m-x}{V_{محلول}-x}=۱/۵\Rightarrow\frac{۱۲۰۰-x}{۱۰۰۰-x}=۱/۵$$

$$\Rightarrow۱۲۰۰-x=۱۵۰۰-۱/۵x\Rightarrow۰/۵x=۳۰۰\Rightarrow x=۶۰۰cm^۳$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

A ۱۲۲ ۲

۱ **دقت اندازه‌گیری** وسایل رقمی (دیجیتال) برابر ۱ واحد از آخرین رقم گزارش شده (اولین رقم سمت راست عدد گزارش شده) است. بنابراین دقت اندازه‌گیری عدد $52/4\ L/g$ برابر $0/1\ L/g$ است. این دقت را به یکای kg/m^3 تبدیل می‌کنیم:

$$0/1\ g/L\times\frac{1\ kg}{1000\ g}\times\frac{1\ L}{10^{-3}\ m^3}=0/1\ kg/m^3$$

نمای ۶

A ۱۲۲ ۱

۲ **چگالی یک** جسم از ویژگی‌های ساختاری جسم است، بنابراین در همه جا چگالی جسم یکسان است.

نمای ۷

بازی با سؤال **کرهٔ توپُری به شعاع R از فلزی با چگالی ρ_0 ساخته شده است. اگر درون آن حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{R}{2}$ و هم‌مرکز با کره ایجاد شود، چگالی آن چند برابر ρ_0 می‌شود؟**

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

گزینهٔ ۱

B ۱۲۲ ۱

۳ **دو کره مشابه**‌اند یعنی ابعاد یا حجم ظاهری یکسان دارند پس:

$$V_A=V_B\ (\text{حجم کل}\ A,B)$$

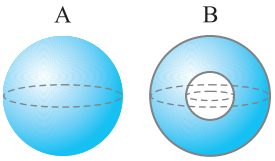
امّا جرم A بیشتر از جرم B است پس کرهٔ A توپر و کرهٔ B تو خالی است.

از طرفی جرم کرهٔ توپر A، $560\ g$ است

بنابراین حجم کره A خواهد شد:

$$\rho=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 7=\frac{560}{V_A}$$

$$\Rightarrow V_A=80\ cm^3=V_B$$



حال با توجه به چگالی و جرم کرهٔ B حجم فلزی که کرهٔ B از آن ساخته شده است را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m_B}{V'_B}\Rightarrow 7=\frac{350}{V'_B}\Rightarrow V'_B=50\ cm^3$$

حجم حفره درون کرهٔ B برابر است با تفاضل حجم ظاهری کرهٔ B و حجم فلزی که کره از آن ساخته شده است از این‌رو:

$$V_{\text{حفره}}=30\ cm^3\Leftarrow 80-50=\text{حجم ظاهری کره}-\text{حجم فلز}$$

نمای ۱۰

بازی با سؤال **دو مکعب فلزی هم‌جنس A و B که به‌ترتیب طول ضلع آن‌ها a و ۲a و جرم آن‌ها m و ۲m است در اختیار داریم. اگر بدانیم یکی از مکعب‌ها توپر و دیگری توخالی است حجم حفره برابر کدام گزینه است؟**

۱) $2a^3$ ۲) $4a^3$ ۳) $6a^3$ ۴) $3a^3$

گزینهٔ ۳

B ۱۲۲ ۲

۴ **ضریب تبدیل** ماخ به m/s به صورت $\frac{340\ m/s}{1\ \text{ماخ}}$ است، بنابراین:

$$v=\frac{5}{9}\ \text{ماخ}\times\frac{340\ m/s}{1\ \text{ماخ}}\Rightarrow v=\frac{5}{9}\times 340\ m/s$$

اکنون m/s را به km/h تبدیل می‌کند.

$$v=\frac{5}{9}\times 340\ m/s\times\frac{3600\ s}{1\ h}\times\frac{1\ km}{10^3\ m}\Rightarrow v=5\times 34\times 4=680\ km/h$$

A ۱۲۲ ۱

۵ **خط فکری** حجم الکلی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر حجم گلولهٔ آهنی است که در ظرف محتوی الکل فرو می‌رود، بنابراین شما باید ابتدا حجم گلوله آهنی را به کمک چگالی و جرم آن حساب کنید، سپس جرم الکل خارج شده را به‌دست بیاورید.

حجم گلولهٔ آهنی را حساب می‌کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m=3900\ g=3/9\ kg]{\rho=7800\ kg/m^3}7800=\frac{3/9}{V}\Rightarrow V=5\times 10^{-4}\ m^3$$

بنابراین حجم الکل خارج شده از ظرف نیز $5\times 10^{-4}\ m^3$ بوده و جرم آن خواهد شد:

$$m_{\text{الکل}}=\rho_{\text{الکل}}V_{\text{الکل}}\Rightarrow m=800\times 5\times 10^{-4}\Rightarrow m=0/4\ kg\Rightarrow m=400\ g$$

نمای ۸

B ۱۲۲ ۱

۶ **حجم آلیاژ** در نهایت $180\ cm^3$ است یعنی $V_{\text{آلیاژ}}=V_A+V_B=180\ cm^3$. با توجه به تعریف چگالی، جرم کل آلیاژ را حساب می‌کنیم.

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}}\xrightarrow{\rho_{\text{آلیاژ}}=15000\ kg/m^3=15\ g/cm^3}15=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{180}\Rightarrow m_{\text{آلیاژ}}=2700\ g$$

در صورت مسئله جرم فلز A برابر $m_A=1800\ g$ بیان شده از این رو جرم فلز B خواهد شد:

$$m_{\text{آلیاژ}}=m_A+m_B\Rightarrow 2700=1800+m_B\Rightarrow m_B=900\ g$$

حال با توجه به چگالی و جرم A، حجم آن را حساب می‌کنیم:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow 12=\frac{900}{V_A}=V_A=75\ cm^3$$

نمای ۱۱

B ۱۲۲ ۴

۷ **یادآوری** در جمع جبری چند کمیت با هم باید آن کمیت‌ها یکسان باشند. اما برای ضرب و تقسیم، می‌توان کمیت‌های مختلف را در هم ضرب و بر هم تقسیم کرد. به‌طور مثال از ضرب جرم در شتاب کمیت نیرو حاصل می‌شود و یا از ضرب کمیت سرعت در کمیت زمان، جابه‌جایی به‌دست می‌آید. البته نمی‌توان کمیت جابه‌جایی را با کمیت سرعت جمع کرد.

در گزینهٔ (۱) از ضرب کمیت سرعت A در کمیت زمان C، $(v\times t)$ کمیت جابه‌جایی به دست می‌آید و گزینهٔ (۱) قابل محاسبه است. / در گزینهٔ (۲) از تقسیم کمیت سرعت بر کمیت زمان $(\frac{A}{C})$ کمیت شتاب و از ضرب کمیت شتاب در کمیت جرم، کمیت نیرو به‌دست می‌آید $(F=ma)$ و گزینهٔ (۲) قابل محاسبه است. / در گزینهٔ (۳) حاصل ضرب کمیت سرعت (A) در کمیت زمان (C) جابه‌جایی $(\Delta x=vt)$ به دست می‌آید که کمیت طول است و می‌توان کمیت طول $(A\times C)$ را با کمیت طول B جمع کرد و گزینهٔ (۳) قابل انجام است. / از تقسیم کمیت طول (B) بر کمیت سرعت (A)، کمیت زمان به دست می‌آید. $(\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}})$ بنابراین کمیت جرم D را نمی‌توان از کمیت $(\frac{B}{A})$ زمان کم کرد و گزینهٔ (۴) نشدنی است.

نمای ۵

B ۱۲۲ ۲

۸ **آهنگ حجم** خروجی $7/5\ L/min$ است. آهنگ خروجی را بر حسب cm^3/s حساب می‌کنیم.

$$7/5\ \frac{L}{min}\times\frac{10^3\ cm^3}{1\ L}\ (\text{ضریب تبدیل لیتر به }cm^3)\times\frac{1\ min}{60\ s}\ (\text{ضریب تبدیل دقیقه به ثانیه})=125\ cm^3/s$$

آهنگ جرم خروجی $0/1\ kg/s$ را برحسب g/s به‌دست می‌آوریم.

$$0/1\ \frac{kg}{s}\times\frac{10^3\ g}{1\ kg}\ (\text{ضریب تبدیل کیلوگرم به گرم})=100\ g/s$$

بنابراین در هر ثانیه $125\ cm^3$ مایع که جرم آن $100\ g$ است از ظرف خارج می‌شود، بنابراین چگالی مایع خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{100}{125}\Rightarrow\rho=0/8\ g/cm^3$$

نمای ٤ و ۷

B ۱۲۲ ۱

۹ **عـدد گزارش** شـده ۲/۱s از بقیه اعداد فاصلهٔ زیـادی دارد و آن را دور می‌ریزیم و بین چهار عدد دیگر میانگین‌گیری انجام می‌دهیم.

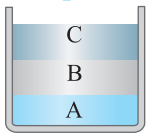
$$t_{\text{میانگین}}=\frac{۴/۱+۴/۲+۴/۲+۴/۴}{۴}=\frac{۱۶/۹}{۴}=۴/۲۲۵s$$

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵
زمان (s)	۴/۱	۴/۲	۲/۱	۴/۲	۴/۴

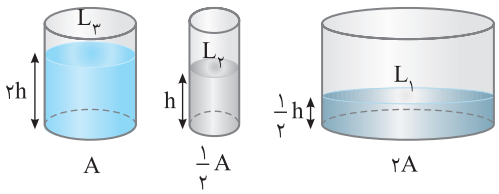
امـا نمی‌توان عدد ۴/۲۲۵ را گزارش داد زیرا یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری شـده توسـط این کورنومتر ۰/۱s اسـت، یعنی عدد بیان شده بر حسـب ثانیه دارای یک رقم اعشـار اسـت. بنابراین عدد گزارش شـده نیز باید دارای یک رقم اعشـار بوده و آن را به صورت ۴/۲s≈۴/۲۲۵ اعلام کرد. نمای ۶

B ۱۲۲ ۳

۱۰ **یادآوری** هرگاه سـه مایع مخلوط نشـدنی A، B و C را در یک ظرف بریزیم، مایع دارای بیشترین چگالی ته‌نشین و مایع دارای کمترین چگالی سطح‌نشین می‌شود $\rho_A>\rho_B>\rho_C$



باید چگالی سه مایع را به‌دست بیاوریم تا به کمک آن بتوانیم نحوهٔ قرار گرفتن مایع‌ها را درون ظرف مشخص کنیم. ابتدا حجم هر مایع را حساب می‌کنیم و چگالی آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\left.\begin{aligned}&m_۱=m_۲=m_۳=m\\&V_۱=۲A\times\frac{h}{۲}=Ah\Rightarrow\rho_{L_۱}=\frac{m}{Ah}\\&V_۲=\frac{۱}{۲}A\times h=\frac{Ah}{۲}\Rightarrow\rho_{L_۲}=\frac{m}{\frac{Ah}{۲}}=۲\frac{m}{Ah}\\&V_۳=۲h\times A=۲Ah\Rightarrow\rho_{L_۳}=\frac{m}{۲Ah}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{Ah}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\rho_{L_۲}>\rho_{L_۱}>\rho_{L_۳}$$

پس هنگامی که این سه مایع را در یک ظرف بریزیم مایعی که بیشترین چگالی را دارد در ته ظرف قرار می‌گیرد و مایعی که کمتری چگالی را دارد در بالا قرار می‌گیرد پس مایع ته ظرف مایع $L_۲$ و مایع روی سطح مایع $L_۳$ است. نمای ۷

پنجره تو در تو

A ۱۲۳ ۲

۱ **بنابر آخرین** توافق جهانی، یک متر برابر است با مسافتی که نور در مدت $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه در خلأ طی می‌کند. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

یکای جرم به‌صورت استوانه‌ای فلزی از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم تعریف شده است. جرم این اسـتوانه که به دقت درون دو حباب شیشـه‌ای قرار گرفته، کیلوگرم استاندارد بین‌المللی است که در موزهٔ سِوْر فرانسه نگهداری می‌شود، بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.[۱]

اسـتاندارد کنونی زمان بر اسـاس دقت بسیار زیاد سـاعت‌های اتمی تعریف شده است. بنابراین گزارهٔ (پ) نیز درست است. نمای ۲

A ۱۲۳ ۲

۲ **حجم روغن** سـرریز شـده از لیوان برابر حجم شـن ریخته شـده در آن اسـت. با توجه به تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ خواهیم داشت:

$$V_{\text{روغن}}=V_{\text{شن}}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}}\frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{m_{\text{شن}}}{\rho_{\text{شن}}}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_{\text{شن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{m_{\text{شن}}}{m_{\text{روغن}}}\xrightarrow{m_{\text{روغن}}=۱۶g\ ,\ m_{\text{شن}}=۴۰g}\frac{\rho_{\text{شن}}}{\rho_{\text{روغن}}}=\frac{۴۰}{۱۶}=\frac{۵}{۲}$$

نمای ۸

B ۱۲۳ ۲

۳ **میزان آب خروجی** از شـلنگ در مدت ۱۰s برابر ۱/۵L اسـت. بنابراین در هر ۱s میزان آب خروجـی ۰/۱۵L اسـت. یعنـی آهنگ خروج آب $۰/۱۵\frac{L}{s}$ اسـت. بـا روش تبدیل زنجیره‌ای آهنگ خروج را برحسب $\frac{mm^۳}{min}$ حساب می‌کنیم.

$$۰/۱۵\frac{L}{s}\times\frac{۱۰^۳cm^۳}{۱L}\times\frac{۱۰^۳mm^۳}{۱cm^۳}\times\frac{۶۰s}{۱min}=۹\times۱۰^۶\frac{mm^۳}{min}$$

نمای ٤

B ۱۲۳ ۲

۴ **ابتـدا بـا دانسـتن** جرم و چگالـی آب، حجم آب که همان حجم ظرف اسـت را به‌دسـت می‌آوریم:

$$\rho_{\text{آب}}=\frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}}\Rightarrow۱۰۰۰=\frac{۲۰۰۰\times۱۰^{-۳}}{V}\Rightarrow V_{\text{آب}}=۲\times۱۰^{-۳}m^۳$$

حداکثر روغن یعنی روغن حجم کل ظرف را پر کند، بنابراین حجم روغن برابر است با:

$$V_{\text{روغن}}=۲\times۱۰^{-۳}m^۳$$

حال با توجه به چگالی روغن، جرم آن را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m_{\text{روغن}}=\rho_{\text{روغن}}V=۰/۸\times۱۰^۳\times۲\times۱۰^{-۳}=۱/۶kg$$

نمای ۸

B ۱۲۳ ۴

۵ **می‌تـوان وزنـه** را به‌صورت یـک ذره در نظر گرفت، بنابراین ابعاد وزنه قابل چشم‌پوشـی است. از جرم نخ سبک می‌توان صرف نظر کرد زیرا در حرکت وزنه، تأثیر چندانی ندارد. برای چند نوسـان محـدود، اصطکاک در نقطهٔ اتصال قابل چشم‌پوشـی اسـت زیرا مانع نوسـان در مـدت کوتاه چند نوسـان نمی‌شـود. البته دقـت کنید اگر بازهٔ زمانی نوسـان طولانـی شـود، ایـن اصطـکاک باعث توقـف آونگ شـده و قابل چشم‌پوشـی نیسـت. سـه کمیـت قبلـی قابل چشم‌پوشـی بـود. بنابرایـن گزینهٔ (۴) یعنـی طول آونـگ قابل چشم‌پوشی نیست، زیرا اگر از طول آونگ صرف‌نظر کنیم دیگر آونگی برای نوسان وجود ندارد. از طرفی هرچه طول آونگ بلندتر باشد پس از رها شدن مسیر طولانی‌تری را طی می‌کند و زمان آن طولانی‌تر می‌شود. نمای ۱

B ۱۲۳ ۳

۶ **۱** **حجم** ظاهری کره را حساب می‌کنیم.

$$V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\xrightarrow[\pi\approx۳]{R=۱۰cm}V=\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۰^۳)\Rightarrow V=۴۰۰۰cm^۳$$

۲ ۲۵ درصد حجم کره، حجم حفرهٔ درون آن است، بنابراین حجم فلزی که این کره از آن ساخته شده است ۷۵٪ حجم ظاهری کره است.

$$V_{\text{فلز}}=\frac{۷۵}{۱۰۰}(\text{حجم ظاهری})=\frac{۷۵}{۱۰۰}\times۴۰۰۰\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۳۰۰۰cm^۳$$

جرم کرهٔ فلزی ۲۱/۶kg است. بنابراین چگالی فلز خواهد شد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{۲۱۶۰۰}{۳۰۰۰}=۷/۲g/cm^۳$$

نمای ۹

B ۱۲۳ ۳

۷ **کمینه درجه‌بندی** دستگاه مدرج برابر دقت دستگاه است. بنابراین دقت ساعت عقربه‌ای ۱s است. از طرفی دقت دستگاه رقمی برابر یک واحد از آخرین رقم اندازه‌گیری (اولین رقم سمت راست) یعنی ۱s است. از این‌رو نسبت دقت‌ها برابر $\frac{۱s}{۱s}=۱$ است. نمای ۶

۱- در بیسـت و ششـمین مجموع عمومی اوزان و مقیاس‌ها که در آبان ۱۳۹۷ برگزار شـد، تعریف یکاهای کیلوگرم، آمپر، کلوین و مول تغییر کرد. براسـاس تعریف‌های جدید کیلوگرم براسـاس ثابت پلانک (h)، آمپر براساس بار بنیادی (e)، کلوین براساس ثابت بولتزمان (k) و مول براساس ثابت آووگادرو (N_A) باز تعریف شدند.

۲- یک روز خورشـیدی، زمانِ بین ظاهر شـدن‌های متوالی خورشید در بالاترین نقطهٔ آسمان در هر روز است.

۳- ساعت‌های اتمی پس از چندین و چند میلیون سال، تنها یک ثانیه جلو یا عقب می‌افتند!

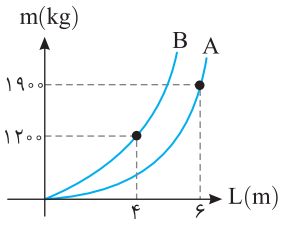
۴- خوب است نگاهی به وبگاه موزه علوم و فناوری www.irstm.ir نیز داشته باشید.

A ۱۲۳ ۳

۸ **نسبت چگالی**ها را می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{V=L^3}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۱۹۰۰}{۱۲۰۰}\times\frac{۴^3}{۶^3}=\frac{۱۹}{۱۲}\times\left(\frac{۲}{۳}\right)^3=\frac{۱۹}{۱۲}\times\frac{۸}{۲۷}=\frac{۳۸}{۸۱}$$



نمای ۱۰

B ۱۲۳ ۳

۹ **یکای فرعی**، یکایی است که با استفاده از یکاهای اصلی نوشته می‌شود. شتاب برابر است با تغییرات سرعت بر واحد زمان پس: $[\text{شتاب}]=[\text{m/s}^2]$ و در یکای شتاب، یکای طول (متر) وجود دارد. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب×جرم=نیرو پس: $[\text{نیرو}]=[\text{kgm/s}^2]$ پس در یکای نیرو نیز یکای طول (متر) وجود دارد.

فشار برابر است با نیرو بر واحد سطح: $[\text{فشار}]=[\text{kg/ms}^2]$ پس در یکای فشار، یکای طول (متر) وجود دارد. انرژی برابر است با حاصل‌ضرب نیرو در جابه‌جایی: $[\text{انرژی}]=[\text{kgm}^2/\text{s}^2]$ پس در یکای انرژی نیز یکای طول (متر) وجود دارد. پس در یکای فرعی همه کمیت‌های داده شده، متر وجود دارد، یعنی برحسب یکای اصلی طول نوشته شده‌اند.

نمای ۲

B ۱۲۳ ۴

۱۰ **ابتدا حجم** هریک از فلزها را با استفاده از چگالی آن‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\rho}\Rightarrow V_۱=\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{۴۰۰}{۱۰}=۴۰\text{cm}^3,\ V_۲=\frac{m_۲}{\rho_۲}=\frac{۳۰۰}{۱۲}=۲۵\text{cm}^3$$

مجموع حجم دو فلز قبل از مخلوط شدن برابر است با: $V_۱+V_۲=۴۰+۲۵=۶۵\text{cm}^3$

از حجم کل ۱۵cm^3 کاسته شده است، پس حجم مخلوط خواهد شد:

$$V_{\text{مخلوط}}=۶۵-۱۵=۵۰\text{cm}^3$$

چگالی مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۴۰۰+۳۰۰}{۵۰}=۱۴\text{g/cm}^3=۱۴۰۰\text{kg/m}^3$$

نمای ۱۱

A ۱۲۳ ۱

۱۱ **یکاها باید در** دو طرف تساوی سازگار باشند.

$$[x]=[\alpha][\beta]\Rightarrow m=[\alpha]\times s^3\Rightarrow[\alpha]=m/s^3,[x]=\frac{[\beta]}{[t+۳]}\Rightarrow m=\frac{\beta}{s}\Rightarrow\beta=m.s$$

دقت کنید که فقط کمیت‌های هم‌جنس را می‌توان با هم جمع یا تفریق کرد پس یکای ۳ در مخرج کسر باید با یکای t (زمان) یکی باشد.

نمای ۵

B ۱۲۳ ۲

۱۲ **۱** **سال نوری** برابر با مسافتی است که نور در مدت یکسال طی می‌کند. ابتدا یک سال را برحسب ثانیه به‌دست می‌آوریم.

$$۱y=۱y\times\frac{۳۶۵d}{۱y}\times\frac{۲۴h}{۱d}\times\frac{۳۶۰۰s}{۱h}\Rightarrow۱y=۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰s$$

۲ مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند:

$$۱Ly=۳\times۱۰^8\times۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰\Rightarrow\text{زمان}\times\text{تندی}=۱\text{Ly}\text{مسافت طی شده در یک سال}$$

۳ فاصلهٔ دو سیاره برحسب متر خواهد شد:

$$l=\text{تندی}\times\text{زمان}\Rightarrow l=۳\times۱۰^8\times۳۶/۵\times۶۰(m):\text{فاصله دو سیاره}$$

۴ فاصلهٔ دو سیاره برحسب سال نوری برابر است با:

$$l=۳\times۱۰^8\times۳۶/۵\times۶۰m\times\frac{۱Ly}{\underbrace{۳\times۱۰^8\times۳۶۵\times۲۴\times۳۶۰۰m}_{\text{ضریب تبدیل متر به سال نوری}}}\Rightarrow l=\frac{۱}{۱۴۴۰۰}Ly$$

نمای ۳

B ۱۲۳ ۲

۱۳ **هر هکتومتر** مربع $۱(hm)^2=۱۰^4m^2$ را هکتار می‌نامند. برای بیان مساحت این مستطیل برحسب هکتار ابتدا باید ابعاد زمین را برحسب هکتومتر حساب کرد.

$$\text{طول}:۶۰۰۰ft\times\frac{۱۲in}{۱ft}\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}\times\frac{۱hm}{۱۰۰m}=۱۸hm$$

$$\text{عرض}:۴۰۰۰in\times\frac{۲/۵cm}{۱in}\times\frac{۱m}{۱۰۰cm}\times\frac{۱hm}{۱۰۰m}=۱hm$$

مساحت زمین برحسب هکتار خواهد شد: هکتار $۱۸hm\times۱hm=۱۸(hm)^2\Rightarrow$ ۱۸

نمای ۳

B ۱۲۳ ۴

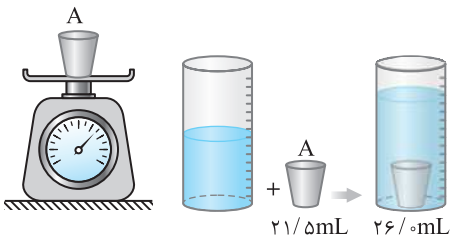
۱۴ **یادآوری** هرگاه جسمی درون یک مایع قرار گیرد، حجم جسم برابر حجم مایع جابه‌جا شده است.

حجم جسم را به‌دست می‌آوریم: $V=۲۶-۲۱/۵\Rightarrow V=۴/۵mL\Rightarrow V=۴/۵cm^3$

از طرفی هرگاه جسم درون یک مایع ته‌نشین شود قطعاً چگالی آن از چگالی مایع بیشتر است. جسم درون آب ته‌نشین شده است، بنابراین چگالی جسم باید از چگالی آب یعنی $(\rho_{\text{آب}}=۱\text{g/cm}^3)$ بیشتر باشد. با توجه به تعریف چگالی خواهیم داشت:

$$\rho_{\text{جسم}}>\rho_{\text{آب}}\xrightarrow{\rho=\frac{m}{V}}\frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}}>۱\Rightarrow\frac{m_{\text{جسم}}}{۴/۵}>۱\Rightarrow m_{\text{جسم}}>۴/۵g$$

و تنها در گزینهٔ (۴) جرم بیشتر از ۴/۵g است.



نمای ۸

B ۱۲۳ ۳

۱۵ **۱** **حجم** استوانه A را حساب می‌کنیم: $V_A=\pi r^2h\xrightarrow{r=R\ h=R}V_A=\pi R^3$

۲ جرم استوانهٔ A خواهد شد: $\rho_A=\frac{m}{V}\xrightarrow{\rho_A=\rho}\rho=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho\pi R^3$

۳ حجم کره B را به‌دست می‌آوریم: $V_B=\frac{۴}{۳}\pi R^3$

۴ جرم کره B برابر است با: $m_B=\rho_BV_B\xrightarrow{\rho_B=\frac{\rho}{۲}}m_B=\frac{\rho}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R^3)$

۵ چگالی مکعب خواهد شد:

$$\rho_{\text{مکعب}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\rho_{\text{مکعب}}=\frac{\rho\pi R^3+\frac{۲}{۳}\rho\pi R^3}{\pi R^3+\frac{۴}{۳}\pi R^3}=\frac{\frac{۵}{۳}\rho}{\frac{۷}{۳}}=\frac{۵}{۷}\rho$$

دقت کنید حجم مکعب برابر جمع حجم کره و حجم استوانه خواهد بود.

نمای ۱۰ و ۱۱

فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد

پنجره ۱

A ۱۲۴ ۲

ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و بر هم نیرو وارد می‌کنند و گزارهٔ (الف) درست است. / ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند در کنار یکدیگر می‌مانند و گزارهٔ (ب) نادرست است. / حالت ماده به چگونگی حرکت ذرات و بزرگی نیروی بین ذرات بستگی دارد و گزارهٔ (پ) درست است. / پلاسما اغلب (نه همواره) در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید بنابراین گزاره (ت) نادرست است.

A ۱۲۵ ۲

نیروی بین مولکولی در جامدها بیشتر از نیروی بین مولکولی در مایع‌ها و در مایع‌ها نیز بیشتر از نیروی بین مولکولی در گازها است. $F_s > F_l > F_g$

A ۱۲۶ ۳

فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم $(10^{-10}\,m)$ است. اما فاصلهٔ بین مولکول‌ها در گازها بسیار بیشتر از مایعات و جامدات است. بنابراین $(d_s \sim d_l < d_g)$

A ۱۲۷ ۴

جامدها به دو دستهٔ جامدهای بلورین و جامدهای بی‌شکل تقسیم می‌شوند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به آهستگی سرد کنیم، مولکول‌ها وقت کافی برای ایجاد شبکهٔ بلوری خواهند داشت. این جامدها، جامدهای بلورین نامیده می‌شوند و فلزات و بیشتر سنگ‌ها مانند آهن، الماس و نمک طعام جزء جامدهای بلورین هستند. هر گاه یک جسم مذاب (مایع) را به سرعت سرد کنیم، مولکول‌ها فرصت کافی برای تشکیل شبکهٔ بلوری ندارند و جامد بی‌شکل مانند شیشه تشکیل می‌شود.

بنابراین آهن جزء دستهٔ جامدهای بلورین و شیشه، جامد بی‌شکل (آمورف) است.

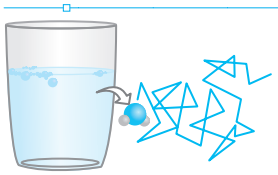
اما مادهٔ درون ستارگان و شفق قطبی مربوط به حالت چهارم ماده یعنی پلاسما است که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید.

A ۱۲۸ ۲

شکل (الف) دارای طرح‌های منظم تکرارشونده است، بنابراین مربوط به جامد بلورین است و شکل (ب) دارای طرح‌های منظم نیست و مربوط به جامد آمورف مانند شیشه است و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

شکل (الف) که مربوط به جامد بلورین است هنگام سرد کردن آرام مایع تشکیل می‌شود و شکل (ب) که مربوط به جامد بی‌شکل (آمورف) است از سرد کردن سریع مایع به وجود می‌آید و گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۲۹ ۳



در مایع‌ها مانند گازها مولکول‌ها در حال حرکت بوده و با یکدیگر برخورد دارند. مولکول‌های قطرهٔ جوهر نیز در مسیر خود دائماً با مولکول‌های آب برخورد کرده و دائماً تغییر جهت می‌دهند که به این پدیده فرایند پخش می‌گویند. این پدیده سبب می‌گردد که قطره جوهر در آب پخش شود.

A ۱۳۰ ۳

مولکول‌های مایع نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و گزینهٔ (۱) درست است.

فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیشتر است و گزینهٔ (۲) درست است.

سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از سرعت پدیدهٔ پخش در مایع‌ها بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است.

اتم‌های برخی از جامدها در طرح‌های منظمی کنار یکدیگر قرار دارند. جامدهایی را که از یک الگوی سه بعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شوند، جامدهای بلورین می‌نامند و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۳۱ ۲

ذرات سازندهٔ جامدهای بی‌شکل (آمورف) مانند شیشه بر خلاف جامدهای بلورین در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. بنابراین گزارهٔ (الف) درست است.

در گازها فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها خیلی بیشتر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است در حالی که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم است و گزارهٔ (ب) درست است.

فاصلهٔ بین مولکول‌های گاز زیاد بوده و گازها تراکم‌پذیرند، اما فاصلهٔ بین مولکولی مایع‌ها تقریباً مانند جامدها در حدود ۱ آنگستروم بوده و مایع‌ها تراکم‌ناپذیرند و گزارهٔ (پ) نادرست است.

دلیل اینکه شکر می‌تواند آب را شیرین کند پدیدهٔ پخش در مایع‌ها است که دلیل این پدیده حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن با ذرات شکر است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۳۲ ۴

نیروی ربایشی بین مولکول‌های یک جسم جامد یا مایع، مولکول‌ها را کنار هم نگه می‌دارد. اگر مولکول‌های جسم تحت تأثیر یک نیروی تراکمی فوق‌العاده به هم نزدیک شوند، نیروی بین آن‌ها رانشی می‌شود و اگر فاصلهٔ بین آن‌ها از حالت عادی کمی بیشتر شود، نیرو ربایشی است.

بازی با سوال **اگر فاصلهٔ بین دو مولکول مایع یک بار $10^{-12}\,m$ و بار دیگر $10^{-8}\,m$ باشد، نیروی بین دو مولکول به ترتیب از چه نوعی است؟**

۱) ربایشی، رانشی

۲) رانشی، ربایشی

۳) رانشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

۴) ربایشی، نیروی بین مولکولی صفر است.

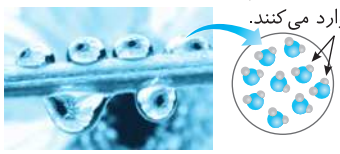
گزینهٔ ۳

A ۱۳۳ ۳

تراوش آب از منفذهای دیوارها به دلیل خاصیت مویینگی است که علت آن بزرگ‌تر بودن نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیوار از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. نشستن حشرات روی سطح آب به دلیل وجود کشش سطحی است و همچنین تشکیل حباب‌های کروی صابون و قطره‌های کروی آب به دلیل کشش سطحی آب است.

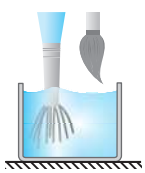
A ۱۳۴ ۲

علت تشکیل قطره‌های شبنم روی شاخ و برگ درختان نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (الف) درست است.



علت پخش شدن قطره‌های جوهر در آب، حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ب) نادرست است.

علت ناتوانی توفان در بلند کردن حجم زیادی از آب دریاها، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب (کشش سطحی) است و گزارهٔ (پ) نادرست است.



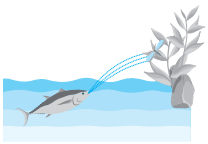
علت به هم چسبیدن موهای قلم‌مو هنگام خارج کردن آن از ظرف آب کشش سطحی مولکول‌های آب است و گزارهٔ (ت) درست است.

A ۱۳۵ ۲

شکل (الف) مربوط به پدیدهٔ پخش برای ذرات سازندهٔ جوهر در آب است.

شکل (ب) قطره‌های کروی آب در حال سقوط آزاد، جلوه‌هایی از کشش سطحی هستند که ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.

شکل (پ) هدف‌گیری حشرات توسط ماهی کمان‌گیر به کمک نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب صورت می‌گیرد که سبب می‌شود هنگام پرتاب آب به صورت یک قطره کروی (شبیه یک گلولهٔ کوچک) عمل کند.



شکل (ت): نیروی هم‌چسبی قوی بین مولکول‌های جیوه سبب می‌گردد که جیوه به شکل قطره روی سطح شیشه باقی بماند.

بنابراین علت پدیده‌های ایجاد شده در شکل‌های (ب)، (پ) و (ت) نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جسم است.

A ۱۳۶ ۱

علت کروی بودن قطره‌ها، کشش سطحی یا همان نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های سطحی مایع می‌باشد. قطره‌های قطره‌چکان (۱) بزرگ‌تراند که نشان‌دهندهٔ نیروی هم‌چسبی بیشتر روغن در این حالت است و دمای روغن نیز قطعاً در این حالت کمتر است **زیرا هر چه دما بالاتر رود نیروی هم‌چسبی کمتر می‌شود.** مثلاً هنگام شستن ظرف، افزون بر مایع ظرفشویی از آب گرم استفاده می‌کنیم تا هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع چربی کاهش یابد.

بازی با سوال **دو ظرف آب A و B در دو دمای T_A و T_B در اختیار داریم. اگر $T_B < T_A$ باشد، کدام گزینه درست است؟**

۱) قطره‌های آب ظرف A از قطره‌های آب ظرف B بزرگ‌تر است.

۲) اگر آب درون ظرف A روی سطح شیشه‌ای به صورت قطره باقی بماند، قطعاً آب درون ظرف B نیز روی سطح به صورت قطره باقی می‌ماند.

۳) اگر گیره‌ای فلزی در ظرف A روی سطح آن باقی نماند، قطعاً روی سطح ظرف B نیز باقی نمی‌ماند.

۴) هر سه گزینه درست است.

گزینهٔ ۲

A ۱۳۷ ۱

با افزودن مایع شوینده به آب، کشش سطحی آب کاهش می‌یابد و گیره در آب فرو می‌رود. همچنین نیروی دگرچسبی بین کارت و آب نیز با اضافه شدن مایع شوینده کاهش یافته و کارت از سمت چپ می‌افتد.

A ۱۳۸ ۴

هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع (مانند آب) و ظرف مسطح (مانند شیشه) از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع به صورت لایهٔ نازکی در می‌آید و در سطح ظرف پخش می‌شود و سطح ظرف را تَر می‌کند.

A ۱۳۹ ۴

شناور ماندن یک تیغ فولادی روی سطح آب، کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط آزاد و قطره‌ای قرار گرفتن جیوه روی سطح شیشه همگی به دلیل نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است اما علت آنکه پرتقال با پوست روی سطح آب می‌ماند کمتر بودن چگالی پرتقال با پوست از چگالی آب است، بنابراین علت سه پدیده نیروی هم‌چسبی است.

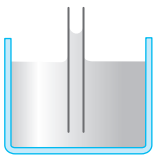
A ۱۴۰ ۳

در پدیده‌هایی مانند بالا رفتن آب در لولهٔ مویین، پخش شدن آب روی سطح شیشه و برآمده بودن (محدب بودن) سطح جیوه در لولهٔ مویین شیشه‌ای، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و جامد نقش دارد. اما ایستادن یک حشره بر سطح آب مربوط به نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح آب است که سبب کشش سطحی می‌شود و گزینهٔ (۳) پاسخ تست است.

A ۱۴۱ ۳

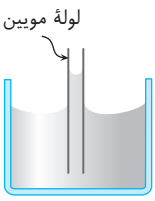
هر گاه یک لولهٔ مویین شیشه‌ای در یک ظرف آب فرو رود، سطح آب درون لولهٔ مویین از سطح آب درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد که علت آن اختلاف نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب و نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است. بنابراین اثر مویینگی جواب تست نیست. / نشستن پشه روی سطح آب، تشکیل حباب‌های صابون و کروی بودن قطره‌های آب هنگام سقوط در اثر کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. بنابراین عامل این سه پدیده ربطی به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی ندارد. اما ترشوندگی دقیقاً به اختلاف نیروی هم‌چسبی و دگر چسبی وابسته است و هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و جامد از هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع، جسم جامد را تر می‌کند. بنابراین قسمت (ت) نیز جواب تست نیست. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

A ۱۴۲ ۳



هر گاه نیروی دگر چسبی بین مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول مایع بیشتر باشد، مایع درون لوله مویین بالا می‌رود و سطح مایع درون لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد. از طرفی سطح مایع درون لوله فرورفته است.

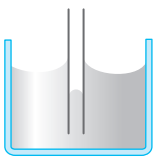
A ۱۴۳ ۴



لوله مویین است و در لولهٔ مویین سطح مایع از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار گرفته است. رفتار لولهٔ مویین ارتباطی به کشش سطحی و هم‌چنین چگالی لوله یا چگالی مایع ندارد بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است.

اما بالا رفتن مایع درون لولهٔ مویین بیان‌گر این است که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۳) نادرست است و گزینهٔ (۴) درست است.

A ۱۴۴ ۳



سطح درون لوله چرب شده است و همین باعث شده که نیروی دگر چسبی بین آب و دیوارهٔ داخلی لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر شود و نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب باعث می‌شود، سطح آب درون لوله مطابق شکل از سطح آب درون ظرف پایین‌تر باشد و سطح آب درون لوله برآمده (کوژ) باشد. اما در قسمت بیرونی لوله، آب با شیشه در تماس است که نیروی دگرچسبی آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آب کمتر است و سبب می‌گردد که سطح آب فرورفته (کاو) باشد.

بازی با سوال **هر گاه سطح درونی لولهٔ شیشه‌ای را روغن‌اندود کرده و سپس لوله را وارد ظرف آب کنیم، سطح آب درون لوله ..... می‌ایستد، زیرا نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب از نیروی دگرچسبی بین آب و روغن ..... است.**

۱) کوژ - کمتر **۲)** کاو - کمتر **۳)** کوژ - بیشتر **۴)** کاو - بیشتر

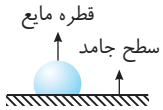
گزینهٔ ۳

A ۱۴۵ ۴

با توجه به لبه‌های سطح مایع درون لوله و اینکه سطح مایع دارای فرورفتگی (تقعر) است، مشخص است که نیروی دگرچسبی بین مایع و لوله از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع بیشتر است و گزینهٔ (۱) درست است. / اگر مقداری از این مایع بر سطحی از جنس لوله قرار گیرد چون نیروی دگر چسبی بیشتر از نیروی هم‌چسبی است، مایع به صورت یک لایه روی سطح در می‌آید و گزینهٔ (۲) نادرست است. / اگر یک لولهٔ مویین از جنس لوله بسازیم مایع در این لوله از سطح مایع درون ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و گزینهٔ (۳) درست است.

B ۱۴۶ ۳

مایع بر سطح جامد به صورت قطره قرار گرفته است، بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگر چسبی بین مولکول‌های مایع و سطح جامد بیشتر است. با گرم کردن مایع، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن ضعیف شده و ممکن است نیروی دگر چسبی بر آن غلبه کرده و مایع به صورت لایه نازکی بر سطح جامد پخش شود و گزاره (الف) درست است.



اگر سطح جامد را دودادند کنیم، نیروی دگر چسبی بین مایع و سطح دودادود کمتر شده و مایع همچنان به صورت قطره می‌ماند و گزارهٔ (ب) نادرست است.

با بررسی گزاره (الف)، متوجه شدیم که نیروی هم‌چسبی مولکول‌های این مایع از نیروی دگرچسبی بین مایع و جسم جامد بیشتر است، بنابراین اگر یک ظرف را از این مایع پر کنیم سپس از جسم جامد یک لولهٔ مویین بسازیم و آن را در مایع قرار دهیم، قطعاً سطح مایع درون لوله مویین از سطح مایع درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد و گزارهٔ (پ) درست است.

بازی با سؤال **کدام‌یک از گزاره‌های زیر در مورد مایع ریخته شده بر سطح جامد درست است؟**

۱) الزاماً سطح جامد چرب است.

۲) سطح این مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد دارای تحدب (کوژ) خواهد بود.

۳) مایع درون لولهٔ مویین از جنس این جامد بالاتر از سطح مایع قرار می‌گیرد.

۴) تمام موارد گفته شده

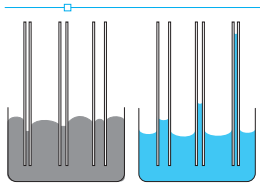
گزینهٔ ۳

A ۱۴۷ ۲

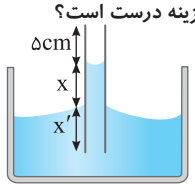
در لوله‌های مویین هر چه مساحت سطح مقطع لوله بزرگ‌تر (لوله پهن‌تر) باشد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود. از طرفی سطح آب درون لوله فرو رفته (تقعر، کاو) است، اما سطح جیوه درون لوله و ظرف برآمده (کوژ، محدب) است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

A ۱۴۸ ۴

خط فکری هر چه قطر یک لولهٔ مویین کوچک‌تر باشد، فاصلهٔ مایع درون لوله از سطح آزاد مایع درون ظرف بیشتر می‌شود. بنابراین با کاهش قطر لوله (D) مایع بیشتر درون لوله بالا می‌رود و گزینهٔ (۱) و (۳) نادرست است. میزان فرورفتگی لوله (h') تأثیری در مقدار بالا آمدن مایع درون لولهٔ مویین ندارد بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) است.



بازی با سؤال **با توجه به شکل روبه‌رو کدام گزینه درست است؟**



۱) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x نیز ۱cm افزایش می‌یابد.

۲) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x کمتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

۳) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x تغییر نمی‌کند.

۴) اگر x' ، ۱cm افزایش پیدا کند، x بیشتر از ۱cm افزایش می‌یابد.

گزینهٔ ۳

A ۱۴۹ ۴

خط فکری ابتدا باید میزان بالا آمدن آب در حالت اول را به‌دست آوریم. سپس ارتفاع لوله که در حالت دوم خارج از آب می‌ماند را حساب کنیم تا بتوانیم در مورد مسئله اظهار نظر کنیم.

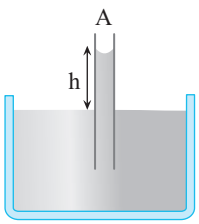
۱ طول لوله ۵۰cm و میزان فرورفتگی آن در آب ۸cm است بنابراین ۴۲cm آن خارج از آب می‌ماند و فاصلهٔ سطح آب درون لوله تا دهانهٔ آن ۲۵cm است. از این‌رو مقدار بالا آمدن آب درون لولهٔ مویین $۴۲-۲۵=۱۷\text{cm}$ است.

۲ طول لوله دوم ۲۵cm است و ۱۰cm آن درون آب قرار گرفته است بنابراین $۲۵-۱۰=۱۵\text{cm}$ لوله خارج از آب است و چون لوله مشابه اولی است و تنها طول آن کوتاه‌تر است، آب بالا می‌آید اما نه به اندازهٔ ۱۷cm بلکه تا لبهٔ دهانه لوله یعنی ۱۵cm بالا می‌آید و در آن‌جا باقی می‌ماند و گزینهٔ (۴) درست است.

نکته در لوله‌های مویین مایع سرریز نمی‌شود.

C ۱۵۰ ۲

خط فکری آب در لوله مویین تا جایی بالا می‌آید که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر وزن آب باشد.



در محاسبه از تعریف چگالی $\rho=\frac{m}{V}$ یعنی نسبت جرم به حجم استفاده می‌کنیم:

$$F_{\text{دگرچسبی}}=mg \xrightarrow{\rho=m/V\Rightarrow m=\rho V} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Vg \xrightarrow{V=Ah} F_{\text{دگرچسبی}}=\rho Ahg$$

$$\Rightarrow F_{\text{دگرچسبی}}=۱۰۰۰\times ۰/۴\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۱}\times ۱۰=۱/۶\times ۱۰^{-۳}\,\text{N}$$

پنجره ۲

A ۱۵۱ ۱

مسئلهٔ ساده‌ای است و تنها باید با فرمول فشار $(P=\frac{F}{A})$ آشنا بود که در آن F برابر وزن شخص و مساحت A برابر مساحت قاعده مکعب $A=۰/۲\times ۰/۲=۰/۰۴\,\text{m}^۲$ است، بنابراین:

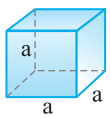
$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{W}{A}\Rightarrow P=\frac{۸۰۰}{۰/۰۴}\Rightarrow P=۲۰۰۰۰\,\text{Pa}\Rightarrow P=۲۰\,\text{kPa}$$

A ۱۵۲ ۲

خط فکری می‌توان ثابت کرد که در جامدهای همگن مانند مکعب توپر فشار از رابطهٔ $P=\rho gh$ به‌دست می‌آید. به اثبات مقابل دقت کنید:

$$P=\frac{W}{A}=\frac{\rho Vg}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho hg$$

اکنون با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:



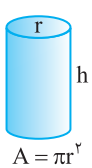
$$\frac{P_A}{P_B}=۶\Rightarrow\frac{\rho_A h_A g}{\rho_B h_B g}=۶\xrightarrow{h_A=۴h_B}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}\times ۴=۶\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

A ۱۵۳ ۴

خط فکری ابتدا باید فشار حاصل از هر استوانه را با توجه به رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به‌دست آوریم که در آن F وزن استوانه است و با توجه به صورت سؤال دو استوانه هم‌وزن هستند.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ هر استوانه را به‌دست می‌آوریم:



$A=\pi r^۲$

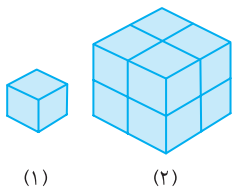
$$P=\frac{W}{A}\Rightarrow\begin{cases}P_A=\frac{m_A g}{A_A}\Rightarrow P_A=\frac{m_A g}{\pi(r_A)^۲}\\ P_B=\frac{m_B g}{A_B}\xrightarrow{r_B=۲r_A}P_B=\frac{m_B g}{\pi(۲r_A)^۲}\end{cases}$$

۲ اکنون دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\frac{m_A g}{\pi r_A^۲}}{\frac{m_B g}{۴\pi r_A^۲}}\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{P_A}{P_B}=۴$$

A ۱۵۴ ۳

به دو شکل دقیق نگاه کنید. مکعب (۱) شامل یک مکعب کوچک است اما مکعب (۲) مجموع هشت مکعب مانند مکعب (۱) است. بنابراین جرم و حجم مکعب (۲) هشت برابر جرم و حجم مکعب (۱) است. از طرفی مساحت قاعدهٔ مکعب (۲) چهار برابر مساحت قاعدهٔ مکعب (۱) است، بنابراین:


(۱) (۲)

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{W_۲}{A_۲}}{\frac{W_۱}{A_۱}}=\frac{W_۲}{W_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}=۸\times\frac{۱}{۴}=۲$$

میانبر با توجه به اینکه مکعب همگن است می‌توان از رابطهٔ $P=\rho gh$ نیز مسئله را حل کرد. ارتفاع شکل (۲) دو برابر شکل (۱) بوده و فشار حاصل از شکل (۲) نیز دو برابر شکل (۱) است.

A ۱۵۵ ۳

خط فکری با توجه به تعریف فشار $P=\frac{F}{A}$ و اینکه برای این مکعب مستطیل، F همان نیروی وزن (W) است، بیشترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده کمترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح ab قرار گیرد و کمترین فشار وقتی است که مساحت سطح قاعده بیشترین مقدار باشد یعنی مکعب روی سطح bc باشد.

۱ در صورت مسئله بیان شده که ابعاد a، b و c به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند، این یعنی $b=۲a$ و $c=۳a$ است. اکنون مسئله را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases}P_{max}=\frac{W}{A_{min}}=\frac{W}{a\times b}=\frac{W}{a(۲a)}\Rightarrow P_{max}=\frac{W}{۲a^۲}\\ P_{min}=\frac{W}{A_{max}}=\frac{W}{bc}=\frac{W}{۲a(۳a)}\Rightarrow P_{min}=\frac{W}{۶a^۲}\end{cases}$$

۲ حالت نسبت فشار خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\frac{W}{۲a^۲}}{\frac{W}{۶a^۲}}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=۳$$

میانبر فشار برای جامدات همگن با شکل‌هایی مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و ... به ارتفاع جامد بستگی دارد.

$$P=\rho gh\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=\frac{\rho gh_{max}}{\rho gh_{min}}=\frac{c}{a}=\frac{۳a}{a}\Rightarrow\frac{P_{max}}{P_{min}}=۳$$

A ۱۵۶ ۳

وقتی گفته می‌شود که استوانهٔ فلزی را ذوب کرده و مکعب ساخته‌ایم یعنی باید بدانید که در دو حالت جرم (وزن) استوانه و مکعب یکی است و با استفاده از تعریف فشار، فشار استوانه و مکعب را به‌دست آورید و بر هم تقسیم کنید.

۱ فشار وارد بر قاعدهٔ استوانه برابر است با: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow P=\frac{mg}{\pi R^۲}$

۲ فشار وارد بر قاعدهٔ مکعب را حساب می‌کنیم: $P'=\frac{F}{A}\Rightarrow P'=\frac{mg}{R^۲}$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم: $\frac{P'}{P}=\frac{\frac{mg}{R^۲}}{\frac{mg}{\pi R^۲}}\Rightarrow P'=\pi P$

B ۱۵۷ ۳

یادآوری حجم مخروط به ارتفاع h و شعاع قاعدهٔ R برابر است با: $V=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h$

و حجم مکعب به ضلع a برابر است با: $V=a^۳$

خط فکری داستان از این جا شروع می‌شود که جرم دو جسم یکسان است $(m_۱=m_۲)$ و شما با برابر قرار دادن جرم و سپس استفاده از فرمول چگالی $(m=\rho V)$ و سرانجام به کار گیری فرمول حجم مخروط و مکعب می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جرم دو جسم یکی است.

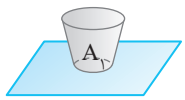
$$m_۱=m_۲\xrightarrow{m=\rho V}\rho_۱V_۱=\rho_۲V_۲\xrightarrow[V_۲=a^۳]{V_۱=\frac{۱}{۳}\pi R^۲h}\rho_۱(\frac{۱}{۳}\pi R^۲h)=\rho_۲a^۳$$

۲ با توجه به فرض مسئله $h=a$ و $R=\frac{a}{۲}$ است، آن‌ها را در رابطه‌ای که در بالا به‌دست آورده‌ایم، قرار می‌دهیم.

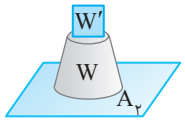
$$\rho_۱[\frac{۱}{۳}\times۳(\frac{a}{۲})^۲a]=\rho_۲a^۳\Rightarrow\rho_۱\frac{a^۳}{۴}=\rho_۲a^۳\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

B ۱۵۸ ۲

۱ در حالت اول فشار وارد بر قاعدهٔ کوچک مخروط برابر است: $P_۱=\frac{W}{A_۱}$



۲ در حالت دوم مخروط روی قاعدهٔ بزرگ خود قرار دارد و وزنه‌ای به جرم W' روی آن قرار داده‌ایم، فشار در این حالت برابر است با: $P_۲=\frac{W+W'}{A_۲}$



۳ در فرض مسئله بیان شده شعاع قاعده بزرگ مخروط دو برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است.

$$\begin{cases}A_۱=\pi r_۱^۲\\ A_۲=\pi(۲r_۱)^۲\end{cases}\Rightarrow A_۲=۴A_۱$$

۴ از طرفی می‌خواهیم در دو حالت فشار تغییر نکند: $P_۱=P_۲$

$$\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{(W+W')}{A_۲}\Rightarrow\frac{W}{A_۱}=\frac{W+W'}{۴A_۱}\Rightarrow۴W=W+W'\Rightarrow W'=۳W$$

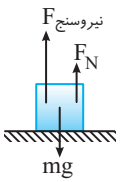
B ۱۵۹ ۲

خط فکری با توجه به شکل بر جسم سه نیروی وزن (W)، نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی نیروسنج وارد می‌شود.

وزن جسم برابر است با: $W=mg\xrightarrow{m=۰/۵kg}W=۰/۵\times۱۰=۵N$

با توجه به تعریف فشار (نیروی عمودی وارد بر یکای سطح) نیروی عمودی سطح وارد بر کف وزنه را به‌دست می‌آوریم:

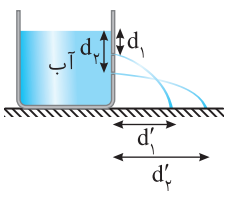
$$P=\frac{F_N}{A}\Rightarrow۳۰۰=\frac{F_N}{(۰/۱)^۲}\Rightarrow F_N=۳N$$



نیروی وزن ۵N و نیروی عمودی سطح $F_N=۳N$ شده است از این‌رو نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند باید ۵−۳=۲N و رو به بالا باشد. زیرا وزنه ساکن و در تعادل است و نیروی خالص وارد بر آن صفر است بنابراین نیروسنج عدد ۲N را نشان می دهد.

A ۱۶۰ ۲

خط فکری فشار مایع به عمق آن بستگی دارد و هرچه از سطح مایع پایین‌تر برویم، فشار بیشتر می‌شود. هرچه سوراخ در بدنهٔ ظرف پایین‌تر باشد، فشار آب بیشتر شده و آب با فشار بیشتری خارج می‌شود و آب خروجی فاصله بیشتری از ظرف می‌گیرد. $d_۲>d_۱\Rightarrow d'_۲>d'_۱$



A ۱۶۱ ۳

خط فکری فشار حاصل از مایع به شکل ظرف بستگی نداشته و برابر $P=\rho gh$ است. در این رابطه ρ چگالی مایع و h عمق مایع از سطح آزاد است:

$$P=\rho gh\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{P=۳۲/۸kPa=۳۲۸۰۰Pa}۳۲۸۰۰=\rho\times۱۰\times۴\Rightarrow\rho=۸۲۰\frac{kg}{m^۳}$$

یادآوری برای تبدیل واحد $\frac{kg}{m^۳}$ به $\frac{g}{cm^۳}$ داریم: $\frac{kg}{m^۳}\xrightarrow[\times۱۰۰۰]{\div۱۰۰۰}\frac{g}{cm^۳}$

حال چگالی به‌دست آمده را تبدیل واحد می‌کنیم: $\rho=۸۲۰\frac{kg}{m^۳}=۰/۸۲\frac{g}{cm^۳}$

A ۱۶۲ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر فشار ناشی از مایع (ρgh) و فشار هواست.

بنابراین: $P=P_0+\rho gh \xrightarrow[h=8m,P_0=10^5 Pa]{P=1/76atm} 1/76\times10^5=10^5+\rho\times10\times8$

$0/76\times10^5=80\rho\Rightarrow\rho=950kg/m^3\Rightarrow\rho=0/95g/cm^3$

B ۱۶۳ ۴

خط فکری به کمک حجم داده شده، ارتفاع آب درون استوانه را حساب می‌کنیم و به کمک $P=\rho gh$ فشار را به‌دست می‌آوریم.

۱ ارتفاع آب درون استوانه برابر است با:

$V=Ah \xrightarrow{A=\pi r^2} V=\pi r^2 h \xrightarrow[V=157cm^3]{r=1cm}$

$157=3/14\times1\times h\Rightarrow h=50cm$

۲ اکنون فشار آب را به‌دست می‌آوریم.

$P=\rho gh \xrightarrow{\rho=1000kg/m^3} P=1000\times10\times\frac{50}{100}\Rightarrow P=5000Pa$

B ۱۶۴ ۴

خط فکری برای ظروفی مانند استوانه که سطح مقطع آن در ارتفاع‌های مختلف یکسان است فشار حاصل از مایع را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد: $P=\rho gh=\frac{mg}{A}$

جرم مایع داده شده، پس راحت‌تر است فشار را از رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ به‌دست آوریم:

$P=\frac{(157\times10^{-3})\times10}{\pi r^2} \xrightarrow[\pi=3/14]{r=1cm} P=\frac{157\times10^{-2}}{(3/14)\times10^{-4}}=50\times10^2=5000Pa$

B ۱۶۵ ۴

نکته در محاسبهٔ فشار حاصل از مایع یا فشار در یک نقطه از مایع شکل ظرف اهمیت ندارد.

۱ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ A را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ' قرار گرفته است: $P_A=\rho' gh$

۲ فشار حاصل از مایع در نقطهٔ B را حساب می‌کنیم. نقطه A در مایع ρ قرار گرفته است: $P_A=\rho gh$

حال نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho' gh}{\rho gh}=\frac{\rho'}{\rho}=\frac{3/5}{10/5}=\frac{1}{3}$

B ۱۶۶ ۲

نکته عمق یک مایع را همواره از سطح آزاد مایع می‌سنجند.

فشار کل مایع حاصل‌جمع فشار مایع (ρgh) و فشار هوا (P_0) است. $P=P_0+\rho gh$

عمق ۵۰٪ افزایش یافته یعنی $h'=1/5h$ و فشار ۱۰٪ زیاد شده بنابراین $P'=1/1P$ است. از این‌رو:

$P'=1/1P\Rightarrow P_0+\rho gh'=1/1(P_0+\rho gh)$

$\Rightarrow P_0+\rho g(1/5h)=1/1P_0+1/1\rho gh\Rightarrow 0/4\rho gh=0/1P_0\Rightarrow 4\rho gh=P_0$

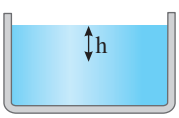
$\xrightarrow[P_0=10^5 Pa]{\rho=10^3 kg/m^3} 4\times10^3\times10\times h=10^5\Rightarrow h=2/5m$

اکنون می‌توان P را حساب کرد.

$P=P_0+\rho gh=10^5+10^3\times10\times2/5\Rightarrow P=12/5\times10^4 Pa=1/25\times10^5 Pa$

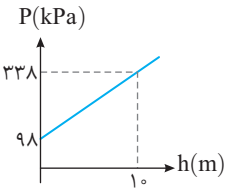
B ۱۶۷ ۳

یادآوری عمق را از سطح جدایی مایع می‌سنجند.



به نمودار نگاه کنید در مکان $h=0$ فشار $98kPa$ است یعنی فشار هوا در سطح مایع $0/98\times10^5$ پاسکال بوده و گزارهٔ (الف) درست است.

در عمق ۱۰ متری مایع فشار $338kPa$ است و فشار در این عمق ناشی از فشار هوا و فشار مایع است از این‌رو می‌توان نوشت:



$P=P_0+\rho gh$

$\Rightarrow 338\times10^3=98\times10^3+\rho\times10\times10$

$\Rightarrow 240\times10^3=100\rho$

$\Rightarrow\rho=2400kg/m^3=2/4g/cm^3$

بنابراین گزارهٔ (ب) درست است.

اکنون با داشتن چگالی می‌توان فشار در عمق ۵ متری را حساب کرد. $P=P_0+\rho gh$

$\Rightarrow P=98\times10^3+2400\times10\times5\Rightarrow P=218\times10^3 Pa\Rightarrow P=218kPa$

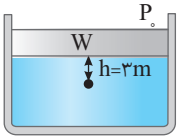
گزاره (پ) نادرست است و تنها دو گزارهٔ (الف) و (ب) درست است.

B ۱۶۸ ۴

خط فکری فشار در عمق مایع ناشی از سه فشار است.

۱ فشار هوا P_0 ۲ فشار ناشی از وزن پیستون $(P=\frac{W}{A})$

۳ فشار ناشی از مایع (ρgh) و هر فشار را باید به‌دست آورد و با هم جمع کرد.



۱ فشار مایع در عمق ۳ متری برابر است با:

$P_{مایع}=\rho gh \xrightarrow[g=10m/s^2]{\rho=2000kg/m^3} P=2000\times10\times3\Rightarrow P_{مایع}=60000Pa$

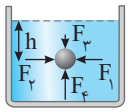
۲ فشار ناشی از وزن پیستون را حساب می‌کنیم.

$P=\frac{W}{A}=\frac{mg}{A}=\frac{200}{100\times10^{-4}}\Rightarrow P=2\times10^4 Pa=20000Pa$

۳ اکنون این دو فشار را با فشار هوا جمع می‌کنیم تا فشار کل به‌دست آید.

$P=P_0+P_{مایع}+P_{پیستون}=10^5+60000+20000=18\times10^4 Pa$

A ۱۶۹ ۳



در نقاط هم‌عمق یک مایع ساکن فشار در همهٔ جهت‌ها یکسان است بنابراین در امتداد یک خط افقی درون مایع نیروهای وارد بر یک جسم کروی از دو طرف یکسان است $F_1=F_2$. اما در سطح بالایی کره به دلیل عمق کمتر، فشار و در نتیجه نیرو کمتر است. $F_4>F_2=F_1>F_3$

A ۱۷۰ ۱

خط فکری نیروی حاصل از فشار وارد بر یک سطح از رابطهٔ $F=PA$ به‌دست می‌آید که در این رابطه P فشار وارد بر یک سطح و A سطح مقطع آن است.

۱ فشار در عمق ۵ متری آب را حساب می‌کنیم: $P=P_0+\rho gh$

$\xrightarrow{P_0=10^5 Pa,\rho=1000kg/m^3} P=10^5+1000\times10\times5\Rightarrow P=150000Pa$

۲ اکنون نیروی وارد بر پردهٔ گوش شخص را به‌دست می‌آوریم:

$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA \xrightarrow{A=1cm^2} F=150000\times1\times10^{-4}\Rightarrow F=15N$

A ۱۷۱ ۱

خط فکری اول باید بدانیم در حل این مسئله نیازی به فشار هوا نیست، زیرا فشار هوای درون زیردریایی با فشار هوای محیط برابر است و اثر هم را از بین می‌برند و تنها فشار مؤثر فشار مایع بالای سوراخ است و برای آنکه آب وارد زیردریایی نشود باید حداقل نیرویی برابر نیرویی که آب بر سوراخ وارد می‌کند، به کار برد.

۱ ابتدا فشار آب در عمق $20m$ را با توجه به فرض مسئله به‌دست می‌آوریم:

$P=20\times10^4=2\times10^5 Pa$

۲ اکنون نیرو را حساب می‌کنیم: $P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=2\times10^5\times10^{-3}\Rightarrow F=200N$

A ۱۷۲ ۱

خط فکری ابتدا فشار ستون جیوه $P=\rho gh$ را به‌دست می‌آوریم، سپس فشار به‌دست آمده را در مساحت سطح مقطع ظرف ضرب می‌کنیم تا نیروی وارد بر کف ظرف به‌دست آید.

۱ فشار وارد بر ته لوله برابر است با:

$$P=\rho gh\Rightarrow P=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۰/۱\Rightarrow P=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\,Pa$$

۲ مساحت سطح مقطع لوله را حساب می‌کنیم.

$$A=\pi r^{۲}\xrightarrow[r=\frac{۲}{۲}=۱\,cm]{\pi=۳}A=۳\times(۱۰^{-۲})^{۲}=۳\times۱۰^{-۴}\,m^{۲}$$

۳ نیروی وارد بر ته لوله خواهد شد:

$$P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA\Rightarrow F=۱۳/۶\times۱۰^{۳}\times۳\times۱۰^{-۴}\Rightarrow F=۴/۰۸N\Rightarrow F\approx۴N$$

A ۱۷۳ ۱

خط فکری در ظرف‌هایی که سطح مقطع آن‌ها ثابت است، نیروی وارد بر کف ظرف برابر نیروی وزن مایع بدون ظرف خواهد بود.

دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده در سه ظرف مقدار مایع ریخته شده برابر و وزن این سه مایع یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر کف ظرف توسط مایع خواسته شده است که این نیرو همان نیروی وزن مایع است بنابراین $F_۱=F_۲=F_۳$.

B ۱۷۴ ۴

ابتدا به سراغ مقایسه فشار آب در دو ظرف می‌رویم که راحت‌تر است. ارتفاع آب در ظرف B نصف ارتفاع آب در ظرف A است و با توجه به رابطه $P=\rho gh$ خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{P_B}=\frac{\rho gh_A}{\rho gh_B}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=\frac{h_A}{h_B}=\frac{h_A}{\frac{h_A}{۲}}\Rightarrow\frac{P_A}{P_B}=۲$$

اکنون به سراغ مقایسهٔ نیروی وارد بر کف ظرف می‌رویم. می‌توان از دو روش به جواب رسید؛ روش اول مقایسهٔ وزن آب در دو ظرف است زیرا نیرویی که آب به کف ظرف استوانه‌ای شکل وارد می‌کند همان نیروی وزن است و دیگری استفاده از حاصل‌ضرب فشار در مساحت کف ظرف $(F=PA)$ است.

روش اول: ابعاد استوانهٔ B نصف ابعاد استوانهٔ A است.

$$\begin{cases}h_B=\frac{۱}{۲}h_A\\ R_B=\frac{۱}{۲}R_A\end{cases}\xrightarrow{V=\pi R^{۲}h}\frac{V_A}{V_B}=\frac{R_A^{۲}h_A}{(\frac{۱}{۲}R_A)^{۲}(\frac{۱}{۲}h_A)}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=۸$$

یعنی در ظرف A هشت برابر ظرف B آب وجود دارد بنابراین وزن آب در ظرف A هشت برابر وزن آب در ظرف B است و خواهیم داشت:

$$\frac{F_A}{F_B}=۸$$

روش دوم:

$$\begin{cases}F_A=P_AA_A\\ F_B=P_BA_B\end{cases}\Rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{P_A}{P_B}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow[A_A=۴A_B]{P_A=۲P_B}\frac{F_A}{F_B}=۲\times۴=۸$$

A ۱۷۵ ۴

خط فکری دقت کنید ظرف دوم را پر از مایع نکرده‌ایم، بلکه تمام مایع ظرف اول را در ظرف دوم ریخته‌ایم. یعنی وزن مایع در دو حالت یکسان است اما مساحت کف ظرف دوم بزرگ‌تر است. زیرا ابعاد ظرف دوم دو برابر ظرف اول است بنابراین فشار در حالت کمتر خواهد شد. اما حل مسئله:

مساحت سطح کف ظرف مکعب‌شکل برابر $A=a^{۲}$ است از این‌رو:

$$A=a^{۲}\xrightarrow[A_۲=a_۲^{۲}]{A_۱=a_۱^{۲}}\frac{A_۲}{A_۱}=(\frac{a_۲}{a_۱})^{۲}\Rightarrow(\frac{۲a_۱}{a_۱})^{۲}\Rightarrow\frac{A_۲}{A_۱}=۴$$

نسبت فشارها خواهد شد:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{\frac{W}{A_۲}}{\frac{W}{A_۱}}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۱}{۴}$$

میانبر مقدار مایع یکسان است وقتی کف ظرف چهار برابر شود، ارتفاع مایع $\frac{۱}{۴}$ می‌شود و فشار $\frac{۱}{۴}$ می‌شود.

$$\begin{cases}h_۲=\frac{۱}{۴}h_۱\\ P=\rho gh\end{cases}\Rightarrow P_۲=\frac{۱}{۴}P_۱$$

B ۱۷۶ ۳

خط فکری در صورت مسئله بیان شده حجم آب و حجم روغن ریخته شده در دو ظرف برابر است. بنابراین می‌توان با توجه به شکل ظرف‌ها، نسبت ارتفاع آب و روغن را در ظرف A و B حساب کرد و سپس به کمک رابطه فشار مایع (ρgh) نسبت فشارها را به‌دست آورد.

در ظرف استوانه‌ای A، آب ریخته شده و حجم آب برابر است با: $V_{آب}=\pi R^{۲}h_{آب}$

در ظرف مکعب‌شکل B، روغن ریخته شده و حجم روغن برابر است با: $V_{روغن}=R^{۲}h_{روغن}$

حجم آب و روغن برابر است، از این‌رو می‌توان نوشت:

$$V_{آب}=V_{روغن}\Rightarrow\pi R^{۲}h_{آب}=R^{۲}h_{روغن}\Rightarrow h_{روغن}=\pi h_{آب}$$

اکنون نسبت فشار آب در ظرف A به فشار روغن در ظرف B را حساب می‌کنیم.

$$\frac{P_{آب}}{P_{روغن}}=\frac{\rho_{آب}gh_{آب}}{\rho_{روغن}gh_{روغن}}\xrightarrow[\rho_{روغن}=۰/۸g/cm^{۳}]{\rho_{آب}=۱g/cm^{۳}}\frac{P_{آب}}{P_{روغن}}=\frac{۱\times h_{آب}}{۰/۸\times\pi h_{آب}}=\frac{۱۰}{۸\times۳}=\frac{۵}{۱۲}$$

B ۱۷۷ ۴

خط فکری نکته اصلی در حل این مسئله هم‌جرم بودن آب و جیوه است، یعنی وزن آب با وزن جیوه برابر است، بنابراین باید برای حساب کردن فشار از رابطهٔ $P=\frac{W}{A}$ استفاده کرد. در ضمن ابعاد ظرف B دو برابر ابعاد ظرف A است، یعنی مساحت کف ظرف B چهار برابر مساحت کف ظرف A است. با توجه به این نکات شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

نسبت فشار آب بر کف ظرف A به فشار جیوه بر کف ظرف B برابر است با:

$$\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{\frac{W_{آب}}{A_A}}{\frac{W_{جیوه}}{A_B}}\xrightarrow{W_{آب}=W_{جیوه}}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A_B=۴A_A}\frac{P_{آب}}{P_{جیوه}}=۴$$

A ۱۷۸ ۴

خط فکری می‌خواهیم فشار کل وارد بر کف ظرف را با افزایش ارتفاع مایع دو برابر کنیم، بنابراین کافی است فشار کل را در حالت $h_۱$ به‌دست آوریم، سپس آن را دو برابر کنیم و ارتفاع $h_۲$ را حساب کنیم.

فشار کل در عمق $h_۱$ برابر است با: $P_۱=\rho gh_۱+P_۰$

$$P_۱=۲۰۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}+۱۰^{۵}\Rightarrow P_۱=۱۱۰۰۰Pa$$

فشار $P_۲$ دو برابر $P_۱$ است از این‌رو: $P_۲=۲\times۱۱۰۰۰۰=۲۲۰۰۰۰Pa$

اکنون ارتفاع مایع را در حالت جدید حساب می‌کنیم. $P_۲=\rho gh_۲+P_۰$

$$\Rightarrow۲۲۰۰۰۰=۲۰۰۰\times۱۰h_۲+۱۰۰۰۰۰\Rightarrow۱۲۰۰۰۰=۲۰۰۰۰h_۲\Rightarrow h_۲=۶m=۶۰۰\,cm$$

عجب ظرف استوانه‌ای بلندی، ارتفاع ۶ متر شده است.

B ۱۷۹ ۲

فشار کل در عمق h از یک مایع ساکن برابر مجموع فشار هوا و فشار حاصل از مایع است: $P_۱=P_۰+\rho gh$

بنابراین فشار کل در عمق ۲h برابر خواهد شد با: $P_۲=P_۰+۲\rho gh$

اکنون فشار $P_۲$ و $P_۱$ را مقایسه می‌کنیم. البته قطعاً $P_۲>P_۱$ است اما چه مقدار؟ مسئله را به روش زیر بررسی می‌کنیم:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{P_۰+۲\rho gh}{P_۰+\rho gh}=\frac{P_۰+\rho gh+\rho gh}{P_۰+\rho gh}=\frac{P_۰+\rho gh}{P_۰+\rho gh}+\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=۱+\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}$$

کامل مشخص است که مقدار $\frac{\rho gh}{P_۰+\rho gh}$ از یک کمتر است، بنابراین نسبت $\frac{P_۲}{P_۱}$ از ۱ بیشتر و از ۲ کمتر می‌شود:

$$۱<\frac{P_۲}{P_۲}<۲$$

میانبر کافی است دو عدد اختیاری به $P_۰$ و ρgh بدهید. مثلاً ۵ و ۸ در این صورت:

$P_۱=۸+۵=۱۳$

با دو برابر شدن ρgh یعنی $۲\times۵=۱۰$ خواهیم داشت: $P_۲=۸+۲\times۵=۱۸$

قطعاً $۱<\frac{۱۸}{۱۳}<۲$ است بنابراین $۱<\frac{P_۲}{P_۱}<۲$.