



استراتژی مناسب برای دوران جمع‌بندی

یکی از مهم‌ترین و پرتکرارترین سوالاتی که دانش‌آموزان در دوران جمع‌بندی از ما می‌پرسن اینه که ما اگه بخوایم ریاضی رو فلان درصد بزنیم، کجاها رو باید بیشتر بخونیم؟! خب، ما اومدیم براساس رویکرد و بودجه‌بندی کنکورهای اخیر، یک جدول طراحی کردیم که به هدف‌گذاری شما برای کسب درصد دلخواهتون کمک کنه. 😊

تأکید می‌کنم که این جدول براساس تجربه و تحلیل کنکورهای اخیر بوده و از قانون و مصوبه‌ای نمیاد، پس ممکنه که در کنکور شما تغییراتی داشته باشه.

اگه زمان کمی داری و یا نمی‌تونی خیلی با همهٔ مباحث ریاضی ارتباط برقرار کنی، پیشنهاد می‌کنم به جای پراکنده‌خوانی و یه نوک به همهٔ مباحث زدن، هدف‌گذاری کن و روی مباحثی که قوی‌تر هستی مسلط شو، جوری که بتونی بگی اگه هر مدل سوالی از فلان موضوع، بیاد می‌تونم حلش کنم!

مباحث تا
۳۰٪

- ۱ معادلهٔ درجه دوم (حل معادله به روش تجزیه و دلتا) سال دهم
- ۲ کل آمار سال دهم، یازدهم و دوازدهم (چرخهٔ آمار در حل مسائل)
- ۳ آشنایی با منطق و استدلال ریاضی سال یازدهم

مباحث
۳۰٪ تا ۶۰٪

- ۴ کاربرد معادلهٔ درجه دوم در حل مسائل (سال دهم)
- ۵ معادلهٔ گویا و کاربرد آن در حل مسائل (سال دهم)
- ۶ کل تابع (سال دهم و سال یازدهم)

مباحث
۶۰٪ تا ۱۰۰٪

- ۷ آنالیز ترکیبی و احتمال (فصل اول دوازدهم)
- ۸ الگوهای خطی (فصل دوم دوازدهم)
- ۹ الگوهای غیرخطی (فصل سوم دوازدهم)

فهرست



بخش اول - درسنامه



فصل صفر

فصل اول: معادله درجه دوم

فاصل دوم: تابع

فصل سوم: آمار

فصل چهارم: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

فصل پنجم: احتمال

فصل ششم: الگوهای خطی

فصل هفتم: الگوهای غیرخطی

پایه دوازدهم	پایه یازدهم	پایه دهم
		۸
		۲۶
	۶۰	۴۳
۱۰۸	۱۰۰	۸۳
	۱۱۰	
۱۱۸		
۱۳۹		
۱۵۳		

بخش دوم - آزمون



۱۶۸	فصل اول
۱۷۲	فصل دوم
۱۷۹	فصل سوم
۱۸۴	فصل چهارم
۱۸۶	فصل پنجم
۱۹۰	فصل ششم
۱۹۴	فصل هفتم
۱۹۹	آزمون جامع

بخش سوم - پیوست



۲۰۹	جمع بندی نهایی
-----	----------------

بخش چهارم - پاسخ نامه



۲۲۲	فصل اول
۲۲۹	فصل دوم
۲۴۲	فصل سوم
۲۴۶	فصل چهارم
۲۴۸	فصل پنجم
۲۵۳	فصل ششم
۲۶۰	فصل هفتم
۲۶۵	آزمون جامع
۲۸۰	پاسخ نامه کلیدی

درسنامه

نحوه استفاده از درسنامه‌های کتاب جمع‌بندی ریاضی و آمار انسانی

حتماً می‌دونین که فقط خریدن کتاب‌ها یا رفتن به کلاس‌های مختلف، باعث قبولی شما در رشته‌های خوب نمیشه، بلکه نحوه استفاده از این کتاب‌ها و کلاس‌هاست که تضمین‌کننده موفقیت شماست. پس الان خوب دقت کنین که می‌خوام دستورات عمل مربوط به درسنامه‌های این کتاب رو خدمتون عرض کنم.

بچه‌های قوی، چطوری این درسنامه رو بخونن؟

همین ابتدا به بچه‌های قوی باید بگم که شما اگه فقط مثال‌های داخل درسنامه رو بخونین کافیه ولی، به نحوه حل اون‌ها توسط بنده توجه کنین و سعی کنین از همین راه‌حل‌ها در کنکور استفاده کنین چون روی این روش‌ها کلی فکر شده و در کوتاه‌ترین زمان ممکن شما رو به جواب می‌رسونه.

رفقای که سطحشون متوسطه چطوری باید بخونن؟

حالا میریم سراغ بچه‌های متوسط؛ شما باید کل درسنامه‌ها رو بخونین (به جز فصل صفر) قطعاً در درسنامه‌ها با نکات جدیدی مواجه خواهید شد که اکثرشون رو متوجه میشین. تأکید می‌کنم به درسنامه مربوط به سؤالات کنکورهای ۱۴۰۰ به بعد توجه ویژه‌ای داشته باشین و اگه لازم شد دو بار بخونیدشون تا براتون کاملاً جا بیفته.

عزیزای دلم که برای این درس خیلی وقت نداشتن چطوری باید بخونن؟

الان دیگه وقتشه بریم سراغ کسانی که از ریاضی خوششون نمیاد و به من و امثال من، بدوبیراه می‌گن! (ما گناه داریم به خدا، تقصیر ما نیست که سؤال‌ها انقدر سخت شده!) مخاطبم شماها هستین که سطح ریاضی‌تون ضعیفه یا اصلاً ریاضی رو تا حالا نخوندین. حواستون باشه که اول باید فصل صفر (مقدمات) رو بخونین، حتی اگه یک هفته دیگه کنکور داشته باشین، بعدش برین سراغ مطالبی که در کنارشون **مهم!** خورده شده و فقط اون‌ها رو کار کنین ولی خواهشاً به‌جز فرمول‌ها بقیه مطالب رو حفظ نکنین، بلکه یاد بگیرین.

البته بعضی جاها شاید اصلاً یک نکته خاص مربوط به کنکورهای جدید رو متوجه نشین، زیاد درگیرش نشین، ازش عبور کنین و فقط جاهایی رو که کاملاً متوجه میشین دو بار بخونین.

توصیه‌ای برای همه دانش‌آموزان

در انتها باید به بچه‌های سطح متوسط و قوی هم بگم که حتماً جاهایی رو که **مهم!** خورده، بخونین چون شماها کامل متوجه همه اون درسنامه‌ها میشین حتی درسنامه‌های کنکورهای جدید. هیچ نکته‌ای نیست که در این کتاب نگفته باشم و کتاب درسنامه فول فولی داره، پس با خیال راحت برین بخونین تا ببینم توی کنکور چه می‌کنین. ضمناً هر ایرادی که داشتین با من در فضای مجازی در میون بذارین.



الگوهای غیرخطی

شماره آزمون‌های این فصل: ۱۹، ۲۰ و ۲۱

مشاوره: این فصل از اون فصل‌های واقعاً مفصله که شامل سه بخش کلی میشه، قسمت اول در مورد دنباله هندسیه که یه کم به نظرم سخته ولی قسمت‌های دوم و سوم در مورد توان و ریشه‌گیری و تابع نمایی است که در حد متوسط هستن، البته دنباله هندسی هم خیلی سخت نیست ولی برای حل کردن تست‌هاش باید به قواعد توان و ریشه‌گیری مسلط باشین. پس به نظرم بهتره برای مطالعه این فصل، از دنباله هندسی شروع نکنین بلکه توان و ریشه‌گیری رو بخونین، بعدش برین سراغ دنباله هندسی و در نهایت تابع نمایی. از این فصل، معمولاً درکنکور ۲ الی ۳ تست مطرح میشه.

دنباله هندسی

در این دنباله، هر جمله در یک عدد ثابت به نام r (نسبت مشترک) ضرب می‌شود تا جمله بعدی دنباله به‌دست آید. مانند در

دنباله $... 24, 12, 6, 3$ و در دنباله $... 25, 50, 100$ اگر به سمت راست حرکت کنیم، جملات در یک عدد ثابت که r نام دارد؛ ضرب می‌شوند ولی اگر به چپ حرکت کنیم جملات بر r تقسیم می‌شوند؛ مثلاً در دنباله هندسی زیر، می‌خواهیم جاهای خالی را پیدا کنیم:

اول r را پیدا می‌کنیم. کاملاً معلوم است که ۳۲ در ۲ ضرب شده و به ۶۴ تبدیل شده پس r برابر ۲ است. حالا به حرکت راست و چپ توجه کنید:

$8, 16, 32, 64, 128, 256, ...$

رابطه بازگشتی دنباله هندسی

در دنباله هندسی، اگر هر جمله را بر جمله قبلی‌اش تقسیم کنید r به‌دست می‌آید؛ مثلاً می‌خواهیم بررسی کنیم آیا دنباله مقابل، هندسی هست یا خیر؟

$$2, \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \dots \Rightarrow \begin{cases} \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{5}{3}}{2} = \frac{5}{6} \\ \frac{a_3}{a_2} = \frac{\frac{10}{6}}{\frac{5}{3}} = \frac{30}{30} = 1 \end{cases}$$

جواب کسرهای $\frac{a_2}{a_1}$ و $\frac{a_3}{a_2}$ با هم مساوی نشد، پس دنباله بالا هندسی نیست. حالا از همین خاصیت که گفتیم رابطه بازگشتی دنباله

هندسی را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \quad \text{یا} \quad a_{n+1} = r \times a_n$$

پس اگر جایی گفته شد $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -\sqrt{2}$ یا $a_{n+1} = -\sqrt{2} a_n$ به این معناست که یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $r = -\sqrt{2}$

داریم. البته می‌دانید که همیشه در کنار رابطه بازگشتی، مقدار یک جمله از دنباله را هم به ما می‌دهند.



تست یکی از دنباله‌های زیر هندسی است. نسبت مشترک آن کدام است؟

(الف) $\begin{cases} a_{n+1} = -2a_n \\ a_1 = 8 \end{cases}$ (ب) $\begin{cases} a_{n+1} = -3a_n + 6 \\ a_1 = 9 \end{cases}$

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) -۳ (۴) -۲

پاسخ فقط رابطه بازگشتی $a_{n+1} = -2a_n$ می‌تواند برای یک دنباله هندسی باشد و عدد -۲ هم همان r خواهد بود. دقت کنید که در قسمت (ب) عدد ۶ با $-2a_n$ جمع شده و آن را از هندسی بودن خارج کرده است. بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

از بقیه جلوبزن: گاهی ظاهر رابطه بازگشتی، کاملاً شبیه قالب گفته‌شده نیست، ولی با کمی دستکاری شبیه آن می‌شود؛ مثلاً در رابطه $3a_{n+1} = 12a_n$ دو طرف را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا a_{n+1} تنها شود:

$$3a_{n+1} = 12a_n \xrightarrow{\div 3} a_{n+1} = 4a_n$$

پس r برابر ۴ خواهد بود.

چگونگی باز کردن یک جمله دلخواه از دنباله هندسی

الان فرض کنیم گفته شود a_1 را به دست آورید. آن را این‌گونه باز می‌کنیم:

$$a_{17} = ar^{16}, a_{100} = ar^{99}$$

یعنی شماره جمله ۱۰ بود ولی توان r می‌شود ۹، به همین ترتیب می‌توان گفت:

$$20, 60, 180, \dots$$

مثلاً در دنباله مقابل جمله ۲۰۰ام را به دست می‌آوریم.

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{60}{20} = 3, \quad a_{200} = ar^{199} = 20 \times 3^{199}$$

حالا در یک تست اگر دو جمله دلخواه از دنباله هندسی داده شد، آن‌ها را باز کنید و دو طرف روابط را بر هم تقسیم کنید تا r به دست آید، بعد از آن، مقدار a هم به دست می‌آید.

تست در یک دنباله هندسی، جملات دهم و سیزدهم به ترتیب ۲ و ۱۶ می‌باشند. جمله هفدهم کدام است؟

(۱) ۲۵۶ (۲) ۵۱۲ (۳) ۱۰۲۴ (۴) ۲۰۴۸

پاسخ

$$\begin{cases} a_{13} = 16 \\ a_1 = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو باز می‌کنیم}} \begin{cases} ar^{12} = 16 \\ ar^9 = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو طرف رو به هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{ar^{12}}{ar^9} = \frac{16}{2}$$

$$\Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$ar^9 = 2 \xrightarrow{r=2} a \times 2^9 = 2 \Rightarrow a = \frac{2^1}{2^9} = \frac{1}{2^8}$$

$$a_{17} = ar^{16} = \frac{1}{2^8} \times 2^{16} = 2^{16-8} = 2^8 = 256$$

بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

از بقیه جلوبزن: گاهی طراحان فقط به دادن دو جمله دلخواه اکتفا نمی‌کنند و دو رابطه خاص را مطرح می‌کنند. باید

توجه کرد در همه جای ریاضی (هر مبحثی) هر جا که بین جملات، جمع یا تفریق وجود داشت در صورت امکان باید از فاکتورگیری یا تجزیه به کمک اتحادها استفاده کرد؛ مثلاً:

$$a_3 + a_7 = ar^2 + ar^6 = ar^2(1 + r^4) \quad \underbrace{(a_3)^2 - (a_7)^2}_{\text{تجزیه با اتحاد مزدوج}} = (a_3 - a_7)(a_3 + a_7)$$

از ar^2 فاکتور می‌گیریم



تست

در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم برابر ۵ و مجموع جملات هفتم و هشتم برابر ۳۲۰ است. رابطه بازگشتی این دنباله کدام است؟ (نسبت مشترک مثبت است.)

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = \frac{5}{3} \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (1)$$

پاسخ

$$\begin{cases} a_7 + a_8 = 320 \\ a + ar = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم می‌کنیم}} \begin{cases} ar^6 + ar^7 = 320 \\ a + ar = 5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \begin{cases} ar^6(1+r) = 320 \\ a(1+r) = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه رو بر هم تقسیم می‌کنیم}} r^6 = \frac{320}{5} \Rightarrow r^6 = 64 \xrightarrow{\text{۶۴ رو تجزیه می‌کنیم}} r^6 = 2^6$$

$$\xrightarrow{\text{توان‌ها رو خط می‌زنیم}} r = \pm 2 \xrightarrow{\text{طبق فرض مثبت است}} r = 2$$

$$a + ar = 5 \xrightarrow{r=2} a + 2a = 5 \Rightarrow 3a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

پس رابطه بازگشتی دنباله به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2 \times a_n \\ a_1 = \frac{5}{3} \end{cases}$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

فرمول جمله عمومی یک دنباله هندسی

با داشتن جمله اول و نسبت مشترک می‌توانیم جمله عمومی (جمله n ام) دنباله هندسی را از فرمول زیر به دست آوریم:

مهم!

$$a_n = a \cdot r^{n-1}$$

مثلاً جمله عمومی دنباله $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ را به دست می‌آوریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow a_n = a \cdot r^{n-1} = \frac{1}{9} \times 3^{n-1}$$

$$a_n = \frac{1}{3^2} \times 3^{n-1} = 3^{n-1-2} = 3^{n-3}$$

البته می‌توانیم ۹ را تجزیه کنیم و جواب را ساده‌تر کنیم:

چگونگی به دست آوردن جمله اول و نسبت مشترک به کمک جمله عمومی

به جمله عمومی $a_n = 3 \times 5^{2n-1}$ توجه کنید. اولاً این فرمول نشان می‌دهد که دنباله ما هندسی است، چون n فقط در توان مشاهده

می‌شود. (توجه کنید که دنباله‌هایی مثل $a_n = 2 \times 5^{n^2-1}$ یا $a_n = 7 \times 6^{\sqrt{n}}$ هندسی نیستند.) ثانیاً بین ۳ و 5^{2n-1} علامت ضرب وجود دارد. ثالثاً مقدار r برابر می‌شود با عدد ۵ به توان ۲ (چون ضریب n برابر ۲ است)، لذا:

رابطه برای پیدا کردن مقدار a یا همان a_1 به جای n عدد ۱ را قرار می‌دهیم:

$$a_n = 3 \times 5^{2n-1} \xrightarrow{n=1} a_1 = 3 \times 5^1 = 15$$

از بقیه جلوبزن: به فرمول $a_n = \frac{2}{3^{n+1}}$ توجه کنید. چون n در مخرج کسر قرار دارد پس الان می‌گوییم r برابر است

با: $r = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$ پس به این موضوع خیلی توجه کنید که n کجاست؟


تست

در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = k \times 3^{mn-2}$ نسبت مشترک برابر ۸۱ و جمله اول برابر ۱۰ است. مقدار $k+m$ تقریباً کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ

$$\begin{aligned} r = 3^m \xrightarrow{r=81} 81 = 3^m &\Rightarrow 3^4 = 3^m \Rightarrow m = 4 \\ a_1 = k \times 3^{m(1)-2} \xrightarrow{\substack{m=4 \\ a_1=10}} 10 = k \times 3^{4-2} &\Rightarrow 10 = 9k \\ \Rightarrow k = \frac{10}{9} \Rightarrow k+m = \frac{10}{9} + 4 &= \frac{46}{9} \approx 5 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

دنباله هندسی صعودی و نزولی

با فرض اینکه جمله اول، مثبت باشد، می‌توان گفت:

۱ اگر $r > 1$ باشد، دنباله صعودی (افزایشی) است، مانند دنباله زیر:

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = 6 \end{cases} \Rightarrow (r \text{ برابر } 2 \text{ است.})$$

۲ اگر $0 < r < 1$ باشد، دنباله نزولی (کاهشی) است، مانند دنباله زیر:

$$a_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \text{ برابر } a_1 \text{ و } \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125} \text{ هم برابر } a_1 \text{ است.}$$

حالا اگر جمله اول، عددی منفی باشد و $r > 1$ باشد، دنباله نزولی و اگر $0 < r < 1$ باشد دنباله صعودی خواهد بود.

از بقیه جلوبزن: اگر r منفی باشد، دنباله نه صعودی است نه نزولی، مانند دنباله زیر:

$$\begin{array}{c} \times(-2) \quad \times(-2) \\ 3, -6, 12, -24, \dots \end{array}$$

تست

کدام رابطه زیر، هندسی و صعودی است؟

$$\begin{cases} a_{n+1} = (\sqrt{2}-1)a_n \\ a_1 = -6 \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} a_{n+1} = -2a_n \\ a_1 = 6 \end{cases} \quad (۳) \quad a_n = 5 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} \quad (۲) \quad a_n = -3n + 6^n \quad (۱)$$

پاسخ

بررسی گزینه‌ها: ۱ این دنباله اصلاً هندسی نیست، پس کاری به آن نداریم.

۲ در $a_n = 5 \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ مقدار r برابر $\frac{2}{5}$ و مقدار a برابر ۵ است، زیرا: $a_1 = 5 \left(\frac{2}{5}\right)^{1-1} = 5 \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 5 \times 1 = 5$ پس این دنباله، نزولی است چون r آن بین صفر و یک قرار دارد و جمله اول هم که عددی مثبت است.

۳ مقدار $a = 6$ و $r = -2$ است، پس این دنباله نه صعودی است نه نزولی.

۴ جمله اول -6 و $r = \sqrt{2}-1$ است، با توجه به اینکه $\sqrt{2} \approx 1/4$ است، لذا $0 < r < 1$ است، پس این دنباله صعودی است. بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

چگونگی پیدا کردن تعداد جملات یک دنباله هندسی

بهترین کار این است که از فرمول مقابل استفاده کنیم و مقدار n را به دست آوریم:

در مبحث دنباله هندسی، تجزیه اعداد فراموش نشود.

در واقع فرمول بالا از جمله عمومی دنباله هندسی یعنی $a_n = ar^{n-1}$ به دست آمده است.



$$r^{n-1} = \frac{\text{جمله آخر}}{\text{جمله اول}}$$

آزمون

نحوه استفاده از آزمون‌های کتاب جمع‌بندی ریاضی و آمار انسانی

خب بچه‌های عزیز، حتماً یادتونه که قبل از شروع درسنامه‌ها، دستورالعمل مربوط به نحوه مطالعه اون‌ها رو بررسی کردیم. حالا می‌خوایم بریم سراغ آزمون‌های این کتاب خفن و دوست‌داشتنی.

استراتژی بچه‌زنگ‌ها در رابطه با آزمون‌ها

باز هم تکلیفمون با بچه‌های قوی کاملاً مشخصه و اون‌ها باید همه ۲۱ آزمون مبحثی و ۵ آزمون جامع این کتاب رو حل کنن که با توجه به پاسخ‌های کاملاً واضح و تقریباً مفصل، پیش‌بینی من اینه که به مشکل خاصی برخورد نمی‌کنن.

استراتژی متوسط‌ها در رابطه با آزمون‌ها

حالا میریم سراغ بچه متوسط‌ها؛ در هر آزمون، قطعاً با چند سؤال سخت مواجه میشین که کاملاً طبیعیه و جای نگرانی نیست. اگه درسنامه‌ها رو خوب خونده باشین، با نگاه به پاسخ‌نامه، متوجه نحوه حل خواهید شد؛ ولی اگه سؤالی بود که به هیچ عنوان با پاسخش ارتباط نگرفتین، بهتره که اون سؤال رو از یک معلم یا یک هم‌کلاسی که توی ریاضی قویه، بپرسین یا اگه به چنین فردی دسترسی ندارین کلاً بذاریدش کنار.

استراتژی عزیزای دل سطح پایین‌تر در رابطه با آزمون‌ها

حالا موقعشه که بریم سروقت بچه‌هایی که با ریاضی قهر بودن و درسنامه‌ها رو هم به شکل انتخابی خوندن نه کامل؛ توصیه‌ام به شما اینه که از هر آزمون، فقط سؤالاتی رو حل کنین که در درسنامه‌ها مشابه اون‌ها رو حل کردین و اصلاً سراغ سؤالات جدید نرین؛ شاید از هر آزمون بتونین ۲۰ الی ۳۰ درصد سؤالات رو جواب بدین که اصلاً درصد بدی نیست، چون سطح آزمون‌ها متناسب با کنکورهای جدید و به هیچ عنوان، ساده نیست. البته این حرفم به این معنا نیست که اصلاً سؤال ساده نداریم، بلکه سطح کلی آزمون‌ها مدنظرم بود.

سخن پایانی با همه

من سعی کردم همه جور سؤالی طرح کنم، هم ساده، هم متوسط و هم دشوار، ولی شما اگه ساده‌ها و متوسط‌ها رو حل کنین قطعاً کفایت می‌کنه.

خب دوستان خوبم، دستورالعمل استفاده از آزمون‌ها رو هم براتون توضیح دادم. باز هم اگه سؤال یا اشکالی داشتین با من در میون بذارین تا راهنماییتون کنم.

حالا نوبت شماست که برین به جنگ آزمون‌ها و ریاضی رو به خاک و خون بکشین! برین دیگه! چرا خیره شدین به کتاب، بفرمایین لطفاً...



الگوهای غیرخطی - آزمون اول

آزمون ۱۹

زمان پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

۲۷۱. با اضافه کردن عددی ثابت به اعداد ۲، ۵، ۹ یک دنباله هندسی ایجاد می‌کنیم. جمله ششم دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{512}{27}$ (۲) $\frac{1024}{27}$ (۳) $\frac{512}{9}$ (۴) $\frac{256}{27}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۲۷۲. جمله چندم دنباله $10, -5, \frac{5}{4}, \dots$ برابر $\frac{5}{128}$ می‌باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۶

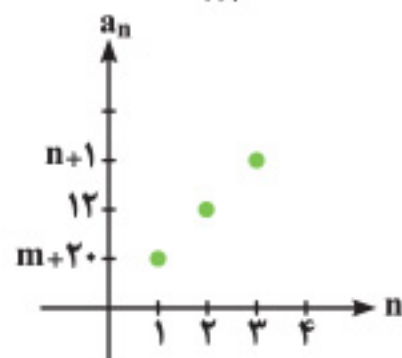
۲۷۳. اگر در تابع نمایی $f(x) = ka^x$ ، $f(4) = 27f(7)$ و $f(2) = 6$ باشد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۵۰۴ (۲) ۱۸ (۳) ۵۴ (۴) ۱۶۸

۲۷۴. مجموع سه عددی که تشکیل دنباله هندسی می‌دهند برابر با ۲۶ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ می‌باشد. اختلاف عدد بزرگ‌تر و کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۴

۲۷۵. نمودار مقابل مربوط به یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $\frac{2}{3}$ می‌باشد. جمله $(m+n)$ ام چند برابر $\frac{16}{81}$ می‌باشد؟



(مشابه سراسری ۱۴۰۱)

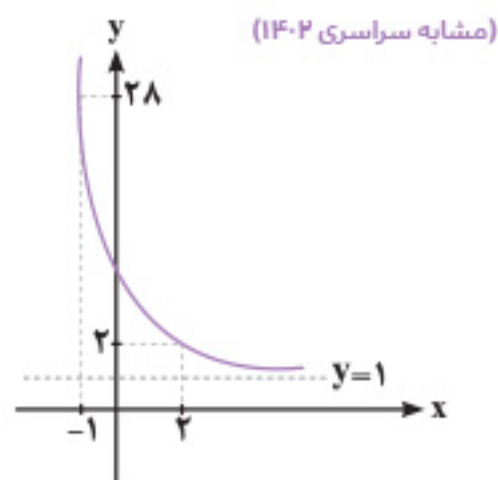
- (۱) ۳۶
(۲) ۱۸
(۳) ۶
(۴) ۱۲

۲۷۶. اگر a و b دو عدد حقیقی مخالف صفر باشند، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt[5]{(a^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{4}})^{-12} (\frac{1}{a^2 b^5}) (\sqrt[3]{a^2 b})^{12}}$$

- (۱) $(ab)^3$ (۲) $(ab)^2$ (۳) $(ab)^4$ (۴) ab

۲۷۷. اگر نمودار تابع $y = 3^{ax+b} + c$ به صورت مقابل باشد، $a+b+c$ کدام است؟



(مشابه سراسری ۱۴۰۲)

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) -۱
(۴) ۳

۲۷۸. حجم یک بادکنک کروی 36π سانتی‌متر مکعب می‌باشد. در اثر دمیدن باد حجم آن 288π سانتی‌متر مکعب می‌شود.

شعاع بادکنک چند سانتی‌متر تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

(برگرفته از کتاب درسی)

۲۷۹. اگر در یک دنباله هندسی $a_1 = 4$ و $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{2}{3}$ باشد، جمله هفتم دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{216}{16}$ (۲) $\frac{729}{8}$ (۳) $\frac{216}{8}$ (۴) $\frac{729}{16}$

۲۸۰. در یک دنباله هندسی مجموع ۸ جمله اول $\frac{4}{3}$ برابر مجموع ۴ جمله اول آن است. جمله ششم چند برابر جمله دوم است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$



۲۸۱. نیمه عمر یک ماده ۴ ساعت است. اگر مقدار اولیه ۸۰ میلی گرم باشد، پس از گذشت ۲۰ ساعت چند میلی گرم از ماده از بین می رود؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۵ (۳) ۷۵ (۴) $77/5$

(مشابه خارج ۱۴۰۱)

۲۸۲. مجموع جواب های معادله $\frac{1}{3^x} + 2^{x+2} = 5$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۸۳. اگر عدد ۲ واسطه هندسی بین ریشه های معادله $x^2 + (m+2)x + 2m - 2 = 0$ باشد، مجموع مربعات دو ریشه کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۵ (۴) ۲۶

(مشابه سراسری ۱۴۰۰)

۲۸۴. مقدار عبارت $16^{\frac{1}{2}} \times 16^{\frac{1}{4}} \times \dots \times 16^{\frac{1}{64}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{63}{2^{14}}$ (۲) $\frac{63}{2^{16}}$ (۳) $\frac{9}{2^8}$ (۴) $\frac{9}{2^4}$

۲۸۵. اگر $\sqrt{3^x}$, 8^{x+1} , 27^{x+4} جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، x کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $\frac{4}{9}$

آزمون ۲۰

زمان پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

الگوهای غیرخطی - آزمون دوم



۲۸۶. در یک دنباله هندسی صعودی، جمله نهم ۱۶ برابر جمله پنجم است. اگر جمله سوم برابر ۱۰ باشد، جمله هفتم از جمله دوم چقدر بیشتر است؟ (جمله اول، مثبت است.)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۵۵ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۶۵

(مشابه سراسری ۱۴۰۱)

۲۸۷. حاصل عبارت $A = \sqrt[5]{4} \times \sqrt[5]{8} + \sqrt{2}(\sqrt{50} - \sqrt{72}) - \sqrt{48}$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $-4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

۲۸۸. اگر ریشه دوم جملات چهارم، نهم و چهاردهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

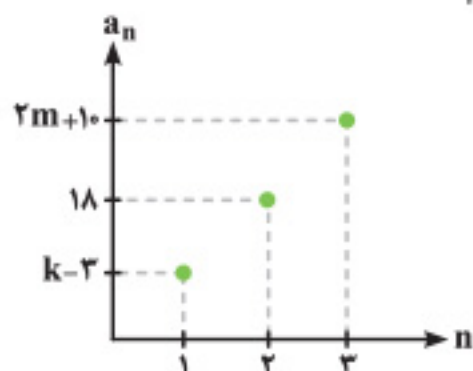
(مشابه دی ۱۴۰۱)

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) ۲

(مشابه خارج ۱۴۰۱)

۲۸۹. مقدار مربع ثلث جواب معادله $\sqrt[3]{25^x} \times \frac{1}{5-x} = 125^{\frac{x}{3}+1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{172}$ (۴) $\frac{9}{289}$



۲۹۰. نمودار مقابل مربوط به یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $\frac{6}{5}$ است. حاصل $k+m$ کدام است؟

- (۱) $21/6$ (۲) ۲۲ (۳) $23/8$ (۴) ۲۴

۲۹۱. در یک دنباله هندسی، رابطه $a_{n+1} = -2a_n$ با فرض $a_1 = \frac{1}{5}$ برقرار است. جمله چندم این دنباله، برابر $\frac{-2048}{5}$ است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

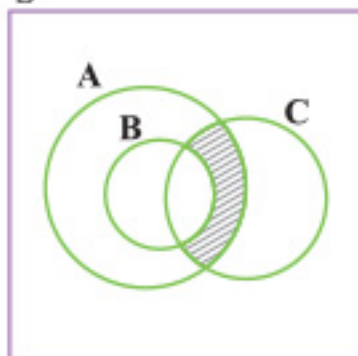
۲۹۲. یک شهاب سنگ با وزن ۲۰۰ تن، پس از ورود به جو زمین، در هر دقیقه ۱۰ درصد از وزن خود را از دست می دهد. پس از ۸ دقیقه، وزن شهاب سنگ، تقریباً به چند تن خواهد رسید؟ ($(0/9)^6 \approx 0/5$)

(برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) ۸۱ (۲) ۸۷ (۳) ۹۳ (۴) ۹۸



S



۳۱۶. سه پیشامد A، B و C مطابق شکل داده شده در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام گزینه

برای قسمت هاشور خورده نادرست است؟

(۱) $(A \cup (B - C)) \cap C - B$

(۲) $(B \cap C) - (A \cap (C - B))$

(۳) $(A \cap C) - (B \cap C)$

(۴) $(C - (A \cap B)) - (C - A)$

۳۱۷. با یک دستگاه برش، یک صفحه مقوایی به شکل مربع را برش می‌زنیم. سپس چهار مربع کوچک از گوشه‌های آن جدا می‌کنیم. بعد از تا زدن لبه‌ها یک جعبه می‌سازیم. اگر مربع‌های جدا شده به ضلع ۲ سانتی‌متر باشند و بخواهیم حجم جعبه ۲۰۰ سانتی‌متر مکعب باشد، اندازه قطر مربع اولیه کدام است؟

(۴) $14\sqrt{2}$

(۳) $12\sqrt{2}$

(۲) $9\sqrt{2}$

(۱) $8\sqrt{2}$

۳۱۸. ریشه‌های معادله $2x^2 + mx + 12 = 0$ را α و β می‌نامیم. اگر $\beta^2 = \frac{3}{\alpha}$ باشد، آن‌گاه ریشه بزرگ‌تر این معادله کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۳۱۹. برای برخی مقادیر x ، زوج مرتب $(f(x) - 2f(x+1), 3x^2 - 20x + 27)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. اگر تابع f ثابت بوده و برد آن برابر یک باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

(۴) $\frac{11}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) ۲

۳۲۰. اگر $m > n > 0$ بوده و رابطه $R = \{(1, mn), (2, 12), (1, 2), (mn, m^2 + n^2)\}$ بیانگر یک تابع باشد، حاصل $\left[\frac{m+n}{3}\right]$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۳۲۱. در معادله درجه دوم $x^2 + (k+1)x + k + 4 = 0$ اگر حاصل ضرب ریشه‌ها (-4) برابر معکوس مجموع ریشه‌ها باشد، آن‌گاه تابع درجه دوم $f(x) = kx^2 - 4x + 1$ برابر است.

(۲) مینیمم $-0/8$

(۱) ماکزیمم $-0/8$

(۴) ماکزیمم $1/8$

(۳) مینیمم $1/8$

۳۲۲. برای دو تابع خطی f و g داریم: $(g-f)(x) = 8x - 3$ و $(f+g)(x) = 2x - 1$. ماکزیمم $(f.g)(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{60}$

(۳) $\frac{5}{70}$

(۲) $\frac{3}{40}$

(۱) $\frac{1}{20}$

۳۲۳. دو معادله $mx^2 + 5x - 7 = 0$ و $3mx^2 - 10x + 4 = 0$ دارای یک ریشه مشترک هستند. محور تقارن سهمی $y = 2x^2 - mx + 3$ خط $y = -2x + 1$ را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

۳۲۴. اگر تابع f دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا برود و سپس نسبت به محور y ها قرینه شود، ضابطه آن به صورت $y = af(bx+c)+d$ می‌شود. $b+d$ کدام است؟

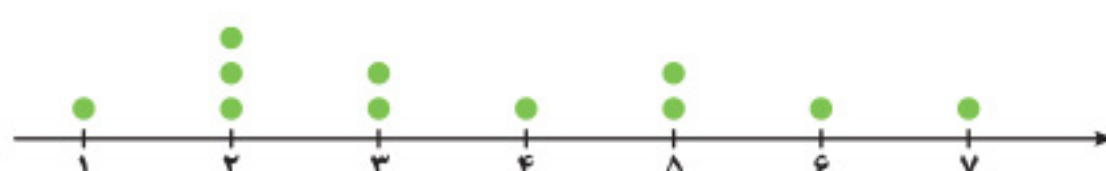
(۴) ۱

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) صفر

۳۲۵. با توجه به نمودار نقطه‌ای زیر، انحراف معیار داده‌های درون جعبه نمودار جعبه و سبیل تقریباً چقدر است؟



(۱) $1/0.2$

(۲) $1/0.4$

(۳) $1/0.5$

(۴) $1/0.8$

دنباله حسابی صعودی یا نزولی: اگر در دنباله‌ای حسابی $d > 0$ باشد، جملات زیاد می‌شوند (صعودی) و اگر $d < 0$ باشد، جملات مرتباً کم می‌شوند و دنباله‌ای نزولی یا کاهشی داریم.

چند خاصیت مهم دنباله حسابی

$$n = \frac{b-a}{d} + 1$$

۱ اگر جمله اول و b جمله آخر دنباله‌ای حسابی باشد، تعداد جملات برابر می‌شود با:

$$2b = a + c \quad \text{یا} \quad b = \frac{a+c}{2}$$

۲ اگر a, b, c سه جمله متوالی از دنباله‌ای حسابی باشند، داریم:

ضمناً به عدد b واسطه حسابی بین a و c می‌گوییم.

$$a + d = b + c$$

۳ اگر a, b, c, d چهار جمله متوالی از دنباله حسابی باشند، داریم:

$$2c = a + e$$

$$2c = b + d$$

۴ اگر a, b, c, d, e پنج جمله متوالی از دنباله حسابی باشند، داریم:

$$d = \frac{b-a}{k+1}$$

۵ اگر بخواهیم بین a و b به تعداد k واسطه حسابی درج کنیم، می‌توانیم d را از فرمول مقابل به دست آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

مجموع جملات دنباله حسابی: اگر جملات اول و آخر را داشته باشیم، از فرمول مقابل استفاده می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

ولی اگر جمله اول و اختلاف مشترک را داشتیم، به صورت مقابل عمل می‌کنیم:

ضمناً توجه کنید اگر مثلاً در متن سؤال مجموع 10 جمله دوم یک دنباله خواسته شد، باید حاصل $S_9 - S_0$ را به دست آوریم. پیدا کردن a_1 و d به کمک S_n : گاهی اوقات فرمول S_n در متن سؤال داده می‌شود. در این گونه مواقع توجه کنید که ضریب n^2 را دو برابر می‌کنیم تا d به دست آید. برای یافتن a_1 هم کافیست S_1 را حساب کنیم.

$$d = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = S_1 = \frac{1}{4}(1)^2 + 3(1) = \frac{13}{4}$$

مثال: در دنباله‌ای حسابی اگر $S_n = \frac{1}{4}n^2 + 3n$ باشد، خواهیم داشت:

خلاصه فصل ۷: الگوهای غیر خطی

دنباله هندسی: دنباله‌ای است که در آن، هر جمله در عددی ثابت به نام r ضرب می‌شود. (به نسبت مشترک می‌گوییم). جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ و رابطه بازگشتی آن به صورت $a_{n+1} = r a_n$ می‌باشد. اگر جمله اول دنباله هندسی، مثبت باشد، آنگاه با فرض $r > 1$ دنباله صعودی و با فرض $0 < r < 1$ دنباله نزولی است ولی اگر جمله اول، منفی باشد قضیه برعکس خواهد شد. مثلاً دنباله $a_{n+1} = 3a_n$ با فرض $a_1 = \frac{1}{4}$ دنباله‌ای صعودی (افزایشی) است.

پیدا کردن r و a_1 به کمک دو جمله دلخواه: اگر a_n و a_m دو جمله دلخواه از دنباله هندسی باشند، می‌توانیم r را از فرمول $r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$ به دست آوریم. اگر با حفظ این فرمول، مشکل دارید می‌توانید جملات a_m و a_n را باز کرده و بر هم تقسیم کنید. پیدا کردن تعداد جملات دنباله هندسی: اگر a جمله اول و b جمله آخر دنباله هندسی باشد، برای پیدا کردن تعداد جملات خواهیم داشت:

$$r^{n-1} = \frac{b}{a}$$



باز هم اگر با فرمول بالا، حال نمی‌کنید می‌توانید از فرمول جمله عمومی یعنی $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ استفاده کنید و به جای a_n همان جمله آخر را قرار دهید.

چند خاصیت مهم دنباله هندسی

$$b^2 = ac$$

۱ اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، رابطه مقابل بین آن‌ها برقرار است:

$$ad = bc$$

۲ اگر a, b, c, d چهار جمله متوالی دنباله هندسی باشند، رابطه مقابل بین آن‌ها برقرار است:

$$c^2 = ae$$

$$c^2 = bd$$

۳ اگر a, b, c, d, e پنج جمله متوالی دنباله هندسی باشند، رابطه مقابل بین آن‌ها برقرار است:

$$r^{k+1} = \frac{b}{a}$$

۴ برای نوشتن k واسطه هندسی بین جملات a و b می‌توانیم از فرمول روبه‌رو استفاده کنیم:

البته به جای استفاده از فرمول بالا می‌توانید جمله آخر دنباله را باز کنید تا r به دست آید.

مجموع جملات دنباله هندسی: اگر a_n یعنی جمله آخر دنباله را داشته باشیم، از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

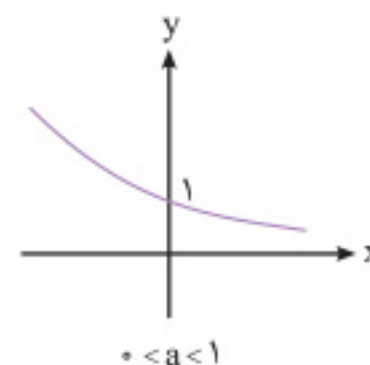
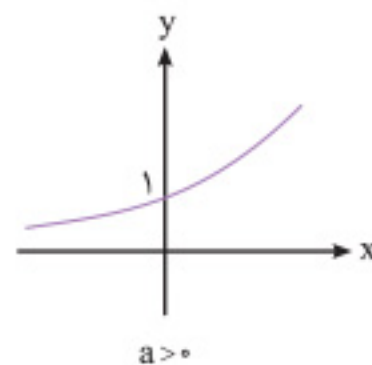
$$S_n = \frac{a_1 - a_n \times r}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

ولی اگر جمله آخر را نداشتیم، به شکل مقابل عمل می‌کنیم:

ریشه n ام و توان گویا: اگر a عددی مثبت باشد، می‌توانیم عدد $a^{\frac{1}{n}}$ را به شکل $\sqrt[n]{a}$ تبدیل کنیم. توجه کنید که اعداد منفی، ریشه مرتبه زوج ندارند. مثلاً $\sqrt[4]{-3}$ تعریف شده نیست.

تابع نمایی: به صورت $y = a^x$ می‌باشد که a عددی مثبت و مخالف یک می‌باشد، نمودار تابع نمایی به یکی از دو شکل زیر است:



در هر دو نمودار، محل برخورد با محور y ها نقطه $A(0, 1)$ است. ضمناً نمودار محور x ها را قطع نمی‌کند فقط به آن نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود.

مسائل رشد نمایی: اگر با گذشت زمان t مقدار اولیه c در حال زیاد شدن با نرخ r درصد باشد، با یک مسئله رشد مواجه هستیم:

$$f(t) = c(1 + r)^t$$

مسائل زوال نمایی: اگر با گذشت زمان t مقدار اولیه c در حال کاهش با نرخ r درصد باشد، با یک مسئله زوال مواجه هستیم:

$$f(t) = c(1 - r)^t$$



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 50$$

$$\Rightarrow a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) + (a+4d) = 50$$

$$\Rightarrow 5a + 10d = 50 \xrightarrow{+5} a + 2d = 10$$

حال از رابطه $a + 2d = 10$ مقدار a را به دست می آوریم:

$$a = 10 - 2d$$

و در رابطه $9d^2 + 2ad = 105$ جای گذاری می کنیم:

$$9d^2 + 2d(10 - 2d) = 105 \Rightarrow 9d^2 + 20d - 4d^2 = 105$$

$$\Rightarrow 5d^2 + 20d = 105$$

$$\xrightarrow{+5} d^2 + 4d = 21 \Rightarrow d^2 + 4d - 21 = 0$$

$$\Rightarrow (d+7)(d-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = -7 \times \\ d = +3 \checkmark \end{cases} \quad (\text{چون افزایشی است پس } d > 0)$$

$$a = 10 - 2d \xrightarrow{d=3} a = 10 - 6 = 4$$

$$n = \frac{61-4}{3} + 1 = \frac{57}{3} + 1 = 19 + 1 = 20$$

۲۲۷. گزینه «۲»

نکته: فرم بازگشتی دنباله حسابی به صورت زیر است که

$$a_{n+1} = a_n + d \quad d \text{ قدرنسبت می باشد}$$

می دانیم فرم کلی رابطه بازگشتی دنباله حسابی به فرم $a_{n+1} = a_n + d$ است. پس داریم:

$$2a_n = 2a_{n+1} - 4 \Rightarrow 2a_{n+1} = 2a_n + 4$$

$$\xrightarrow{+2} a_{n+1} = a_n + 2$$

از $a_1 = 2$ و $a_{n+1} = a_n + 3$ می توان نتیجه گرفت که جمله اول ۲ و قدرنسبت ۳ می باشد.

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ d &= 3 \Rightarrow a_n = a + (n-1)d \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$$

$$a_{45} = 3(45) - 1 = 135 - 1 = 134$$

۲۲۸. گزینه «۴» می دانیم جمله عمومی یک دنباله حسابی

به فرم $a_n = a + (n-1)d$ می باشد، پس درجه آن بر حسب n برابر ۱ می باشد. پس باید دوجمله ای شامل n^2 و n^3 حذف شود یا به عبارت دیگر ضرایب آن ها صفر باشد.

$$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$a + 3 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$a_n = (b-2)n^3 + (a+3)n^2 + (a-b)n + c$$

$$\xrightarrow{\frac{a=-3}{b=2}} a_n = -5n + c$$

از طرفی جمله نهم برابر -40 می باشد، پس:

$$a_9 = -5 \times 9 + c = -40$$

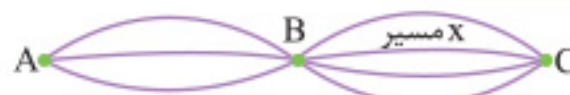
$$-45 + c = -40 \Rightarrow c = 45 - 40 = 5$$

۲۲۳. گزینه «۱» از اصل متمم استفاده می کنیم. کل حالت ها ۵! می باشد. حال حالت هایی که a و b کنار هم هستند را حساب می کنیم و از کل حالت ها کم می کنیم.

$$a, b, c, d, e \Rightarrow 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

جایگشت b, a, e, d و بسته a و b تعداد حالت هایی که حداقل یک حرف بین a و b وجود دارد حالت هایی که a و b کنار هم هستند - کل حالت ها = $120 - 48 = 72$

۲۲۴. گزینه «۳»



مسیر رفت و برگشت: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$$3 \times x \times x - 1 \times 2 = 6(x)(x-1) = 180 \Rightarrow x(x-1) = 30$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6 \checkmark \\ x = -5 \times \end{cases}$$

$$P(x, 3) = P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

۲۲۵. گزینه «۱»

$$f(x) = (x-1)^2 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{طول رأس}$$

$$g(x) = x^2 - 12x + 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

$$= \frac{-(-12)}{2(1)} = 6 \quad \text{طول رأس}$$

حالا مختصات نقطه A را به دست می آوریم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow (x-1)^2 = x^2 - 12x + 21$$

$$x^2 - 2x + 1 = x^2 - 12x + 21 \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$$

$$\xrightarrow{\text{در یکی از توابع } f \text{ یا } g \text{ قرار می دهیم}} f(x) = (2-1)^2 = 1$$

$$BC \text{ قاعده} = x_C - x_B = 6 - 1 = 5$$

$$BC \text{ ارتفاع وارد بر } = y_A = 1$$

$$ABC \text{ مساحت مثلث} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{5 \times 1}{2} = 2.5$$

۱۶ الگوهای خطی- آزمون اول

۲۲۶. گزینه «۱»

نکته: اگر a جمله اول و d قدرنسبت یک دنباله حسابی باشد

در این صورت جمله عمومی به فرم $a_n = a + (n-1)d$ می باشد.

$$a_7^2 - a_4^2 = 315 \Rightarrow (a+6d)^2 - (a+3d)^2 = 315$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} (a+6d+a+3d)(a+6d-a-3d) = 315$$

$$(2a+9d)(3d) = 315 \Rightarrow 6ad + 27d^2 = 315$$

$$\xrightarrow{+3} 9d^2 + 2ad = 105$$



در این صورت:

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & \text{زوج } n \\ 2a_n - 1 & \text{فرد } n \end{cases}$$

برای محاسبه a_4 ، n را برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$a_4 = 2a_3 - 1 = 2(16) - 1 = 31$$

۲۳۱. گزینه «۳»

نکته: اگر x ، y و z سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت:

$$2y = x + z$$

چون x ، $2x+1$ ، $6y+x$ ، $3x-4y$ سه جمله متوالی دنباله حسابی هستند. پس:

$$2(2x+1) = 3x - 4y + 6y + x \\ \Rightarrow 4x + 2 = 4x + 2y \Rightarrow 2y = 2 \Rightarrow y = 1$$

از طرفی y ، $5x+y$ ، $2x+1$ ، $6y+x$ سه جمله متوالی دنباله حسابی هستند، پس:

$$2(6y+x) = 2x+1+5x+y \Rightarrow 12y+2x = 7x+y+1 \\ \xrightarrow{y=1} 12+2x = 7x+1+1 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

حال $x=2$ و $y=1$ را در دنباله زیر جای گذاری می‌کنیم:

$$3x-4y, 2x+1, 6y+x, 5x+y$$

$$2, 5, 8, 11, \dots \Rightarrow d = 3$$

۲۳۲. گزینه «۴»

نکته: در دنباله حسابی مجموع جملات از دو روش به دست می‌آید:

روش اول: اگر جمله آخر مشخص باشد (L جمله آخر، a جمله اول و n تعداد جملات است).

$$S_n = \frac{n}{2}(a+L)$$

روش دوم: جمله آخر مشخص نباشد:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$S_{10} = 120 \xrightarrow{\text{فرمول دوم}} \frac{10}{2}(2a+(10-1)d) = 120$$

$$\Rightarrow 5(2a+9d) = 120 \xrightarrow{\text{طرفین رو به ۵ ساده می‌کنیم}} 2a+9d = 24$$

$$a_7 = 15 \xrightarrow{a_n = a+(n-1)d} a+6d = 15$$

به کمک دستگاه a و d را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2a+9d = 24 \\ \times(-2) \quad a+6d = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+9d = 24 \\ -2a-12d = -30 \end{cases}$$

$$-3d = -6 \Rightarrow d = 2 \xrightarrow{a+6d=15} a+12=15 \Rightarrow a=3$$

پس داریم:

$$a_n = -5n + 5$$

$$a_{10} = -5 \times 10 + 5 = -50 + 5 = -45$$

$$a_{15} = -5 \times 15 + 5 = -75 + 5 = -70$$

حال واسطه حسابی بین -45 و -70 را به دست می‌آوریم:

$$-70, x, -45 \Rightarrow 2x = -70 + (-45)$$

$$\Rightarrow 2x = -115 \Rightarrow x = -57.5$$

۲۲۹. گزینه «۲» ابتدا با توجه به رابطه بازگشتی

$$a_{n+1} = \frac{x}{a_n + 1}$$

$$a_{n+1} = \frac{x}{a_n + 1} \xrightarrow{n=3} a_4 = \frac{x}{a_3 + 1} = \frac{x}{\frac{4}{3} + 1}$$

$$= \frac{x}{\frac{7}{3}} = \frac{3x}{7}$$

$$\xrightarrow{n=4} a_5 = \frac{x}{a_4 + 1} = \frac{x}{\frac{3x}{7} + 1} = \frac{x}{\frac{3x+7}{7}} = \frac{7x}{3x+7}$$

حال چون $a_5 = \frac{14}{13}$ می‌باشد، داریم:

$$\frac{7x}{3x+7} = \frac{14}{13} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 91x = 42x + 98$$

$$\Rightarrow 49x = 98 \Rightarrow x = 2$$

حال در رابطه بازگشتی به جای x عدد ۲ را قرار می‌دهیم و از روی $a_3 = \frac{4}{3}$ جمله اول را می‌یابیم.

$$a_{n+1} = \frac{2}{a_n + 1} \xrightarrow{n=2} a_3 = \frac{2}{a_2 + 1}$$

$$\xrightarrow{a_3 = \frac{4}{3}} \frac{4}{3} = \frac{2}{a_2 + 1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4a_2 + 4 = 6$$

$$\Rightarrow 4a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} = \frac{2}{a_n + 1} \xrightarrow{n=1} a_2 = \frac{2}{a_1 + 1}$$

$$\xrightarrow{a_2 = \frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \frac{2}{a_1 + 1} \Rightarrow a_1 + 1 = 4$$

$$a_1 = 3 \Rightarrow a_1 + x = 3 + 2 = 5$$

۲۳۰. گزینه «۲» ابتدا x و y را به دست می‌آوریم:

$$a_1 = 3, a_2 = 5$$

برای یافتن a_2 باید n را برابر با ۱ قرار دهیم و چون n فرد است، پس با توجه به ضابطه دوم داریم:

$$a_2 = 2a_1 - y \xrightarrow{a_1=3, a_2=5} 5 = 2 \times 3 - y$$

$$\Rightarrow y = 6 - 5 = 1$$

برای یافتن a_3 باید n را برابر با ۲ قرار دهیم و چون n زوج است، با توجه به ضابطه اول داریم:

$$a_3 = xa_2 + 1 \xrightarrow{a_2=5, a_3=16} 16 = 5x + 1 \Rightarrow 5x = 15$$

$$\Rightarrow x = 3$$



۲۳۶. گزینه «۳» در دنباله حسابی $1, x, y, z, t, m, 4, \dots$

جمله اول و هفتم مشخص می‌باشد، در این صورت داریم: $a = 1$

$$a_7 = 4 \Rightarrow a + 6d = 4 \Rightarrow 1 + 6d = 4 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$S_{21} = \frac{21}{2} \left(2 \times 1 + 30 \times \frac{1}{2} \right) = \frac{21}{2} (2 + 15)$$

$$= \frac{21 \times 17}{2} = 263 \frac{1}{2}$$

۲۳۷. گزینه «۴» ابتدا جمله عمومی دنباله را مشخص می‌کنیم:

$$a = 1, d = 2 \xrightarrow{a_n = a + (n-1)d} a_n = 1 + (n-1) \times 2$$

$$= 1 + 2n - 2 = 2n - 1$$

حال فرض می‌کنیم که x جمله n ام باشد:

$$1 + 3 + 5 + \dots + x = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

$$= \frac{n}{2} \left(\underbrace{1}_{\text{جمله اول}} + \underbrace{2n-1}_{\text{جمله آخر}} \right) = \frac{n}{2} (2n) = n^2$$

$$n^2 = 144 \Rightarrow n = 12$$

حال چون x جمله n ام است، پس کفایت به جای n عدد ۱۲ را جای گذاری کنیم:

$$x = 2n - 1 \xrightarrow{n=12} x = 2(12) - 1 = 24 - 1 = 23$$

۲۳۸. گزینه «۲»

$$a_1 = 2 \Rightarrow (m-1)(1)^2 + k(1) + 5 = 2$$

$$\Rightarrow m - 1 + k + 5 = 2 \Rightarrow m + k = 2 - 5 + 1 = -2$$

$$a_2 = 1 \Rightarrow (m-1)(2)^2 + k(2) + 5 = 1$$

$$\Rightarrow 4m - 4 + 2k + 5 = 1 \Rightarrow 4m + 2k = 4 - 5 + 1$$

$$4m + 2k = 0 \xrightarrow{+2} 2m + k = 0$$

$$\begin{cases} m + k = -2 \xrightarrow{\times(-1)} -m - k = 2 \\ 2m + k = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m - k = 2 \\ 2m + k = 0 \end{cases}$$

$$m = 2 \xrightarrow{m+k=-2} 2+k=-2 \Rightarrow k=-4$$

$$a_n = (m-1)n^2 + kn + 5$$

$$\xrightarrow{\substack{m=2 \\ k=-4}} a_n = n^2 - 4n + 5$$

$$a_5 = 5^2 - 4(5) + 5 = 25 - 20 + 5 = 30 - 20 = 10$$

۲۳۹. گزینه «۱» رابطه بازگشتی $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$

مربوط به دنباله مربعی با جمله عمومی $a_n = n^2$ و رابطه

بازگشتی $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ مربوط به دنباله مثلثی

با جمله عمومی $b_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می‌باشد. بنابراین:

$$a_{21} = (21)^2$$

$$b_{20} = \frac{20 \times 21}{2} = 10 \times 21$$

$$\frac{a_{21}}{b_{20}} = \frac{(21)^2}{10 \times 21} = \frac{21 \times 21}{10 \times 21} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$$

برای یافتن مجموع ۱۰ جمله دوم کفایت مجموع ۱۰ جمله اول را از مجموع ۲۰ جمله اول کم کنیم:

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times 3 + (20-1) \times 2) = 10(6 + 19 \times 2)$$

$$= 10(44) = 440$$

$$\text{مجموع } 10 \text{ جمله دوم} = S_{20} - S_{10} = 440 - 120 = 320$$

۲۳۳. گزینه «۴» ابتدا جملات دنباله فیبوناچی را می‌نویسیم،

همان‌طور که می‌دانیم جمله اول و دوم هر دو برابر یک هستند و جملات بعدی از جمع دو جمله قبلی به دست می‌آید:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots$$

هشتمین عدد در دنباله فیبوناچی ۲۱ است.

همان‌طور که می‌دانیم جمله عمومی دنباله مثلثی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می‌باشد که آن را مساوی ۲۱ قرار می‌دهیم.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 21 \Rightarrow n(n+1) = 42$$

$$n^2 + n - 42 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (n+7)(n-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = -7 \times \\ n = 6 \checkmark \end{cases}$$

حال جمله ۶ام دنباله مربعی را به دست می‌آوریم. جمله عمومی

دنباله مربعی $b_n = n^2$ می‌باشد، پس: $b_6 = 6^2 = 36$

۲۳۴. گزینه «۱»

$$3n + 2 = 11 \Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

$$\xrightarrow{a_{2n+2} = \frac{n+2}{n+5}} a_{11} = \frac{5}{8}$$

$$3n + 2 = 17 \Rightarrow 3n = 15 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow a_{17} = \frac{7}{10}$$

$$3n + 2 = 23 \Rightarrow 3n = 21 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow a_{23} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{5}{8} + \frac{7}{10} + \frac{3}{4}}{3} = \frac{\frac{25+28+30}{40}}{3} = \frac{83}{120}$$

۲۳۵. گزینه «۳» فرض می‌کنیم جملات دنباله به صورت

$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$ باشد. چون مجموع جملات

۳۵ می‌باشد، در این صورت داریم:

$$x - 2d + x - d + x + x + d + x + 2d = 35$$

$$\Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = 7$$

بنابراین با جای گذاری $x = 7$ داریم:

$$7 - 2d, 7 - d, 7, 7 + d, 7 + 2d$$

$$7 + d + 7 + 2d = \frac{5}{2} (7 - 2d + 7 - d)$$

$$14 + 3d = \frac{5}{2} (14 - 3d) \xrightarrow{\times 2} 28 + 6d = 70 - 15d$$

$$\Rightarrow 21d = 42 \Rightarrow d = 2$$

پس جملات دنباله به صورت ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱ می‌باشد. حاصل ضرب

جمله بزرگ‌تر و کوچک‌تر ۳۳ می‌باشد.



۲۴۵. گزینه «۱» اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ فرض می‌کنیم، از طرفی چون مثلث قائم‌الزاویه است، رابطه فیثاغورث را می‌نویسیم:

$$(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + a^2 - 2ad + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 4ad = 0 \Rightarrow a(a-4d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 & \times \\ a=4d & \checkmark \end{cases}$$

در متن سؤال، گفته شده محیط برابر ۱۲ است، لذا:

$$(a-d) + a + (a+d) = 12 \Rightarrow 3a = 12 \Rightarrow a = 4$$

$$a = 4d \xrightarrow{a=4} 4 = 4d \Rightarrow d = 1$$

$$a + d = 4 + 1 = 5 = \text{بزرگ‌ترین ضلع}$$

۲۴۶. گزینه «۲» در گزینه «۱» به کمک اتحاد مزدوج داریم:

$$a_n = (\sqrt{n})^2 - 2^2 = n - 4$$

پس یک دنباله حسابی است، چون به شکل خطی است.

در گزینه «۲» یک تابع نمایی داریم، چون n در توان وجود دارد توابع نمایی، نوعی دنباله هندسی محسوب می‌شوند نه حسابی. گزینه «۳» که به شکل رابطه بازگشتی دنباله حسابی است و مشکلی ندارد.

در گزینه «۴» هم چون ضرایب a_n و a_{n+1} هر دو مساوی هستند، یک دنباله حسابی داریم.

۲۴۷. گزینه «۲» ابتدا از جمله عمومی، مقادیر a_1 و d را به دست می‌آوریم:

$$a_n = 5(2n-1) = 10n - 5 \Rightarrow \begin{cases} d = 10 \\ a_1 = 10(1) - 5 = 5 \end{cases}$$

عبارت خواسته شده در متن سؤال، در واقع همان $S_{100} - S_{70}$ است:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$\begin{cases} S_{100} = \frac{100}{2} (2(5) + 99(10)) = 50000 \\ S_{70} = \frac{70}{2} (2(5) + 69(10)) = 20000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 50000 - 20000 = 30000$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 50000 - 20000 = 30000$$

۲۴۸. گزینه «۳» جمله وسط و جملات اول و آخر را در

فرمول $2b = a + c$ قرار می‌دهیم تا مقدار m به دست آید:

$$2(3m+1) = (m-2) + (10m-1)$$

$$\Rightarrow 6m+2 = 11m-3 \Rightarrow 5m = 5 \Rightarrow m = 1$$

$$\xrightarrow{\text{در جملات دنباله جای گذاری می‌کنیم}} -1, 5n+6, 4, t, 9$$

↓
جمله
اول

↓
جمله
سوم

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow 4 = -1 + 2d$$

$$\Rightarrow 2d = 5 \Rightarrow d = \frac{5}{2} = 2.5$$

۲۴۰. گزینه «۳» جمله اول $m-1$ و اختلاف مشترک $d = 2m-1 - (m-1) = 2m-1-m+1 = m$ می‌باشد.

$$S_n = \frac{n}{2} (2(m-1) + (m)(m)) = 4(2m-2 + 7m) = 172$$

قدرنسبت جمله اول

$$4(9m-2) = 172 \Rightarrow 36m-8 = 172$$

$$\Rightarrow 36m = 180 \Rightarrow m = 5$$

می‌دانیم جمله اول $m-1$ و اختلاف مشترک m می‌باشد. پس جمله اول ۴ و اختلاف مشترک ۵ می‌باشد.

$$a_5 = a + 4d = 4 + 4 \times 5 = 4 + 20 = 24$$

IV الگوهای خطی- آزمون دوم

۲۴۱. گزینه «۱» چند جمله ابتدایی دنباله را به دست می‌آوریم:

$$n=1 \xrightarrow{\text{ضابطه پایینی}} a_2 = \frac{1}{1+a_1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$n=2 \xrightarrow{\text{ضابطه بالایی}} a_3 = 1$$

$$n=3 \xrightarrow{\text{ضابطه پایینی}} a_4 = \frac{1}{1+a_3} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$n=4 \xrightarrow{\text{ضابطه بالایی}} a_5 = 1$$



$$\Rightarrow \begin{cases} a_{500} = \frac{1}{2} \\ a_{501} = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

۲۴۲. گزینه «۲»

$$a_7 = a_3 + 5 \xrightarrow{\text{باز می‌کنیم}} 4 + 6d = 4 + 2d + 5$$

$$\Rightarrow 4d = 5 \Rightarrow d = \frac{5}{4}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \Rightarrow 12 = \frac{33}{2} (2a + 32(\frac{5}{4}))$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{33}{2} (2a + 40) \Rightarrow 12 = 33a + 660$$

$$\Rightarrow 33a = -648 \Rightarrow a = \frac{-648}{33} = \frac{-216}{11}$$

۲۴۳. گزینه «۱» نیازی به استفاده از فرمول داده شده در

متن سؤال نیست، الان باید ببینیم جواب جذر کدام یک از اعداد ۵، ۷، ۱۱ یا ۱۳ برابر $\frac{7}{3}$ می‌شود ($\frac{7}{3} \approx 2.33$) حالا $2/3$ را به توان ۲ می‌رسانیم تا بفهمیم به کدام عدد نزدیک‌تر است: $(2/3)^2 = 4/9$

۲۴۴. گزینه «۴» می‌دانیم در دنباله فیبوناتچی، با جمع کردن

هر دو جمله متوالی، جمله بعدی آن‌ها به دست می‌آید، لذا:

$$x + 33 + x + 177 = 3x + 10 \Rightarrow 2x + 210 = 3x + 10$$

$$\Rightarrow x = 200 \Rightarrow \frac{x-100}{50} = \frac{200-100}{50} = \frac{100}{50} = 2$$



۲۵۴. گزینه «۴» ابتدا مقدار d را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} a_1 = 20 \xrightarrow{\times(-1)} a + 9d = 20 \\ a_8 = 40 \quad \quad \quad a + 7d = 40 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a - 9d = -20 \\ a + 7d = 40 \end{cases} \Rightarrow -2d = 20 \Rightarrow d = -10$$

به صفر رسیدیم، یعنی ردیف دوازدهمی در کار نیست
ردیف دهم یازدهم
ردیف دهم

پس این سینما یازده ردیف دارد و در ردیف آخر، ۱۰ صندلی داریم.

۲۵۵. گزینه «۱» اعداد صورت کسر، یک دنباله حسابی با جمله اول ۱ و اختلاف مشترک ۲ است. دقت کنید که از ۱ تا ۶۹۹ به تعداد ۳۵۰ عدد فرد داریم، $(\frac{699-1}{2} + 1)$ پس به کمک فرمول $S_n = \frac{n}{2}(a+L)$ خواهیم داشت:

$$\underbrace{1+3+5+\dots+699}_{S_{350}} = \frac{350}{2}(1+699) = 175 \times 700$$

اعداد مخرج کسر، یک دنباله حسابی با جمله اول ۲ و اختلاف مشترک ۲ است. ضمناً از ۲ تا ۷۰۰ به تعداد ۳۵۰ عدد زوج وجود دارد $(\frac{700-2}{2} + 1)$:

$$\underbrace{2+4+6+\dots+700}_{S_{350}} = \frac{350}{2}(2+700) = 175 \times 702$$

$$\Rightarrow A = \frac{175 \times 700}{175 \times 702} = \frac{350}{351}$$

۱۸ الگوهای خطی-آزمون سوم

۲۵۶. گزینه «۲» رابطه بازگشتی $a_{n+1} = a_n + n + 1$

نشان دهنده دنباله مثلثی است، پس داریم:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=10} a_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$b_n = 3n - 14 \xrightarrow[\text{رامی گذاریم}]{\text{به جای } b_n \text{ عدد } 55} 55 = 3n - 14$$

$$\Rightarrow 3n = 69 \Rightarrow n = \frac{69}{3} = 23$$

۲۵۷. گزینه «۳»

$$n = 3 \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} a_4 = 2[a_3] - 1$$

$$= 2[\pi] - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$n = 4 \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} a_5 = |4^2 - a_4| = |16 - 5| = 11$$

۲۵۸. گزینه «۳» اعداد بالای خطها، دنباله مثلثی و اعداد

پایین خطها دنباله مربعی می باشند:

$$(1) \quad 1+4=5 \quad \text{تعداد نقاط شکل}$$

$$(2) \quad 3+9=12 \quad \text{تعداد نقاط شکل}$$

$$(3) \quad 6+16=22 \quad \text{تعداد نقاط شکل}$$

حالا a_4 و a_7 را محاسبه می کنیم:

$$a_7 = a + d \Rightarrow 5n + 6 = \underbrace{-1 + 2/5}_{1/5}$$

$$\Rightarrow 5n = -4/5 \Rightarrow n = \frac{-4/5}{5} = \frac{-45}{50} = \frac{-9}{10}$$

$$a_4 = a + 3d \Rightarrow t = -1 + 3(\frac{2}{5}) \Rightarrow t = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow [m] + [n] - [t] = [1] + [-0.9] - [6/5]$$

$$= 1 + (-1) - 6 = -6$$

۲۴۹. گزینه «۱» دنباله $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ همان دنباله

مثلثی و دنباله $a_{n+1} = a_n + (2n+1)$ مربعی است که فرمول جمله n ام آنها به ترتیب $\frac{n(n+1)}{2}$ و n^2 می باشند، لذا داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} + n^2 = \frac{n^2 + n}{2} + \frac{n^2}{1}$$

$$= \frac{n^2 + n + 2n^2}{2} = \frac{3n^2 + n}{2}$$

۲۵۰. گزینه «۴» رابطه بازگشتی داده شده، مربوط به دنباله فیبوناتچی است، پس جملات آن را می نویسیم تا به عددی برسیم که به ۶۱ بخش پذیر است:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610$$

جمله پانزدهم

۲۵۱. گزینه «۲» در قسمت (الف)، شماره یا نام سالها عددی طبیعی است ولی در قسمت (ب)، (ج) و (د) دامنهها زیرمجموعه اعداد حقیقی هستند.

۲۵۲. گزینه «۱» دنباله ۱، ۴، ۹، ۱۶ مربعی است که

جمله عمومی آن $a_n = n^2$ است، لذا جمله عمومی دنباله ۱۶، -۹، -۴، -۱ برابر $a_n = -n^2$ است پس تابع متناظر با آن $y = -x^2$ است.

دنباله ۱، ۲، ۵، ... حسابی است، پس جمله عمومی آن برابر

$$a_n = a + (n-1)d = -1 + (n-1) \times 3$$

$$\Rightarrow a_n = 3n - 4 \xrightarrow[\text{تابع متناظر}]{\text{تایع متناظر}} y = 3x - 4$$

حالا ضابطه دو تابع را با هم مساوی قرار می دهیم:

$$-x^2 = 3x - 4 \Rightarrow \underbrace{x^2 + 3x - 4}_{\text{تجزیه با جمله مشترک}} = 0$$

$$\Rightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

۲۵۳. گزینه «۲» واسطه حسابی بین دو عدد، در واقع همان میانگین آنهاست، لذا:

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{2}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{6} + 2 + 3 + 2\sqrt{6} + 2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$a + \gamma d = 1 \gamma \xrightarrow{d=-1} a - \gamma = 1 \gamma \Rightarrow a = 1 \gamma$$



$$a = 10, r = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$$

۲۷۲. گزینه «۳»

$$\frac{a_n = ar^{n-1}}{\rightarrow} a_n = 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

حال جمله عمومی را برابر $\frac{5}{128}$ قرار می‌دهیم.

$$\frac{5}{128} = 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{128}{10}$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{5}{1280}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(-\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\Rightarrow n-1=8 \Rightarrow n=9$$

۲۷۳. گزینه «۴»

$$f(4) = 27f(7) \xrightarrow{f(x)=ka^x} ka^4 = 27ka^7$$

$$\Rightarrow a^4 = 27a^7 \xrightarrow{\div a^4} 1 = 27a^3 \Rightarrow a^3 = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = k\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

پس:

$$f(2) = 6 \Rightarrow k\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \Rightarrow k\left(\frac{1}{9}\right) = 6 \Rightarrow k = 54$$

$$f(x) = 54\left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow f(-1) = 54\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$= 54 \times 3 = 162$$

۲۷۴. گزینه «۲» سه عدد را $\frac{a}{r}, a, ar$ در نظر می‌گیریم:

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a^3 = 6^3$$

$$\Rightarrow a = 6$$

$$\frac{6}{r} + 6 + 6r = 26 \xrightarrow{\times r} 6 + 6r + 6r^2 = 26r$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 20r + 6 = 0 \xrightarrow{\div 2} 3r^2 - 10r + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 100 - 4(3)(3) = 100 - 36 = 64$$

$$r = \frac{10 \pm 8}{6} \begin{cases} r = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow 2, 6, 18 \\ r = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow 18, 6, 2 \end{cases}$$

حاصل ضرب جمله بزرگ‌تر و کوچک‌تر برابر است با:

$$18 - 2 = 16$$

۲۷۵. گزینه «۲» با توجه به نمودار سؤال، جملات دنباله

$$m+20, 12, n+1$$

به صورت مقابل می‌باشد:

چون نسبت مشترک $\frac{2}{3}$ می‌باشد، پس:

$$\frac{12}{m+20} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2m+40 = 36 \Rightarrow 2m = -4$$

$$\Rightarrow m = -2$$

$$\frac{n+1}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3n+3 = 24 \Rightarrow 3n = 21 \Rightarrow n = 7$$

۲۶۸. گزینه «۴» جملات اول، پنجم و نهم به ما داده شده‌اند.

می‌دانیم که جمله پنجم، وسط جملات اول و نهم است، پس می‌توانیم از فرمول $2b = a + c$ استفاده کنیم:

$$\frac{2x+6}{a}, \frac{x+3}{b}, \frac{3x-2}{c}$$

$$\Rightarrow 2(x+3) = 2x+6+3x-2 \Rightarrow 2x+6 = 5x+4$$

$$\Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری می‌کنیم}} \frac{2}{3} \text{ رو در جملات} \rightarrow 2\left(\frac{2}{3}\right)+6, \frac{2}{3}+3, 3\left(\frac{2}{3}\right)-2$$

$$\Rightarrow \frac{22}{3}, \frac{11}{3}, 0 \Rightarrow d = \frac{11}{3} - \frac{22}{3} = -\frac{11}{3}$$

$$a_{50} = a + 49d = \frac{22}{3} + 49\left(-\frac{11}{3}\right)$$

$$= \frac{22}{3} - \frac{539}{3} = -\frac{517}{3}$$

۲۶۹. گزینه «۲»

$$\begin{cases} a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{40} = 160 \\ \times (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{39} = 140 \end{cases}$$

$$\underbrace{(a_2 - a_1)}_d + \underbrace{(a_4 - a_3)}_d + \underbrace{(a_6 - a_5)}_d + \dots + \underbrace{(a_{40} - a_{39})}_d = 20$$

$$\Rightarrow 20d = 20 \Rightarrow d = 1$$

۲۷۰. گزینه «۱» این پنج جمله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$$

$$(a - 2d) + (a - d) + a + (a + d) + (a + 2d) = 80$$

$$\Rightarrow 5a = 80 \Rightarrow a = \frac{80}{5} = 16$$

از طرفی طبق فرض سؤال داریم:

$$a - 2d + a - d + a = 2((a + d) + (a + 2d))$$

$$\Rightarrow 3a - 3d = 2(2a + 3d) \Rightarrow 3a - 3d = 4a + 6d$$

$$\xrightarrow{a=16} 3(16) - 3d = 4(16) + 6d \Rightarrow d = \frac{-16}{9}$$

$$a_{50} = a + 2d = 16 + 2\left(\frac{-16}{9}\right) = \frac{144 - 32}{9} = \frac{112}{9}$$

۱۹ الگوهای غیرخطی - آزمون اول

۲۷۱. گزینه «۲» عدد را به اعداد ۲، ۵، ۹ اضافه می‌کنیم:

$$x+2, x+5, x+9$$

$$\xrightarrow{\text{سه جمله متوالی دنباله هندسی}} (x+5)^2 = (x+2)(x+9)$$

$$\Rightarrow x^2 + 25 + 10x = x^2 + 11x + 18$$

$$\Rightarrow 10x - 11x = 18 - 25 \Rightarrow -x = -7 \Rightarrow x = 7$$

حال $x = 7$ را جای گذاری می‌کنیم: ۹، ۱۲، ۱۶، ...

$$a = 9, r = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{a_n = ar^{n-1}}{\rightarrow} a_n = 9 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

$$a_6 = 9 \times \left(\frac{4}{3}\right)^5 = 9 \times \frac{1024}{243} = \frac{1024}{27}$$