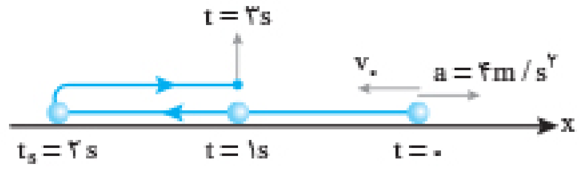
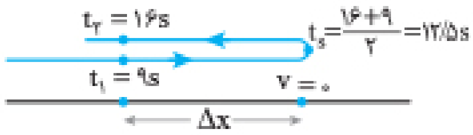
۲۹۵. گزینهٔ ۳ چون بزرگی جابه‌جایی یعنی مسافت‌های طی‌شده در ثانیهٔ دوم ($t_1 = ۱s$ تا $t_s = ۲s$) برابر ثانیهٔ سوم ($t_s = ۲s$ تا $t_۲ = ۳s$) است، بنا بر آنچه که در درسنامه ذکر کردیم، جسم در لحظهٔ $t_s = ۲s$ متوقف می‌شود و جهت حرکتش عوض می‌شود؛ بنابراین حرکت جسم ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۰s$ را از رابطهٔ زمان توقف به دست می‌آوریم:



$$t_s = \frac{-v_۰}{a} \xrightarrow[t_s = ۲s]{a = ۴ m/s^۲} v_۰ = -(۲ \times ۴) = -۸ m/s \Rightarrow |v_۰| = ۸ m/s$$

۲۹۶. گزینهٔ ۲

• **روش اول** **گام اول** با توجه به این‌که شتاب جسم ثابت است و در بازهٔ $t_1 = ۹s$ تا $t_۲ = ۱۶s$ جابه‌جایی آن صفر است، می‌توان نتیجه گرفت که در این دو لحظه جسم از یک مکان عبور می‌کند؛ پس در لحظهٔ $t_s = \frac{t_1 + t_۲}{۲}$ جسم متوقف می‌شود:



$$t_s = \frac{۹+۱۶}{۲} = ۱۲/۵s$$

گام دوم از لحظهٔ $t_1 = ۹s$ تا لحظهٔ $t_s = ۱۲/۵s$ حرکت جسم کندشونده است و از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان برحسب سرعت نهایی می‌توان مسافت طی‌شده در این مدت را حساب کرد: $t = ۱۲/۵ - ۹ = ۳/۵s$

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + vt \xrightarrow[a = -۴m/s^۲ \text{ کندشونده}]{v = ۰}$$

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲} \times (-۴) \times ۳/۵^۲ \Rightarrow \Delta x = ۲ \times ۳/۵^۲ m$$

گام سوم چون کل مسافت طی‌شده از t_1 تا $t_۲$، ۲ برابر Δx است، پس داریم:

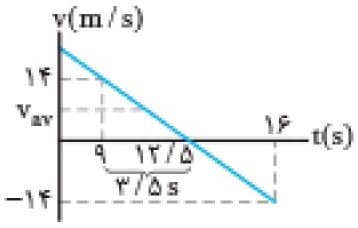
$$\ell = ۲\Delta x = ۲ \times ۲ \times ۳/۵^۲ = ۴۹ m$$

گام چهارم تندی متوسط را در بازهٔ $t_1 = ۹s$ تا $t_۲ = ۱۶s$ از رابطهٔ $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{۴۹}{۱۶ - ۹} = ۷ m/s$$

• **روش دوم** با توجه به این‌که در لحظهٔ $t_s = ۱۲/۵s$ سرعت صفر است، از رابطهٔ $v = at + v_۰$ سرعت جسم را در لحظهٔ $t = ۹s$ حساب می‌کنیم:

$$۰ = -۴ \times ۳/۵ + v_{۹s} \Rightarrow v_{۹s} = ۱۴ m/s$$



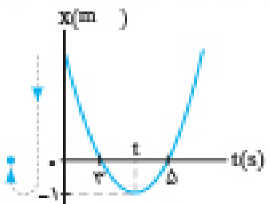
چون تندی متوسط در بازه‌های زمانی ۹s تا ۱۲/۵s و ۹s تا ۱۶s برابر است و در بازهٔ ۹ تا ۱۲/۵s جهت حرکت تغییر نکرده است، می‌توان نتیجه گرفت

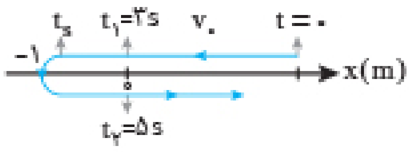
$$v_{av} = s_{av} = \frac{v_۹ + v_{۱۲/۵}}{۲}$$

$$= \frac{۱۴ + ۰}{۲} = ۷ m/s$$

۲۹۷. گزینهٔ ۳

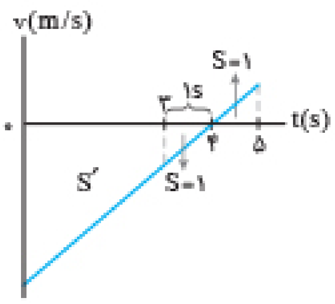
گام اول متحرک در دو لحظهٔ $t_1 = ۳s$ و $t_۲ = ۵s$ از مبدأ عبور می‌کند و در لحظهٔ t در مکان $x = -۱m$، تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین لحظهٔ t، رأس سهمی است.





$$t_s = \frac{t_1 + t_۲}{۲} = \frac{۵+۳}{۲} \Rightarrow t_s = ۴s$$

گام دوم نمودار v − t را رسم می‌کنیم. متحرک در بازهٔ s(۴ تا ۳) و s(۵ تا ۴) ۱m جابه‌جا شده است؛ بنابراین مساحت سطح زیر نمودار در این دو بازه یک واحد است.



گام سوم از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{S}{S+S'} = (\frac{۱}{۴})^۲ \Rightarrow S' = ۱۵S = ۱۵m$$

گام چهارم

$$\ell = S' + S + S = ۱۵ + ۲ = ۱۷m \,,\, s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۷}{۵} m/s$$

۲۹۸. گزینهٔ ۲

گام اول چون جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در دو بازهٔ زمانی یکسان و متوالی مسافت‌های طی‌شده یکسان است، می‌توان دریافت جسم در ابتدا حرکت کندشونده داشته است و متوقف می‌شود و سپس در خلاف جهت اولیه به‌صورت تندشونده، حرکت کرده است.

گام دوم مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ سوم، یعنی بین $t_1 = ۴s$ تا $t_۲ = ۶s$ با ۲ ثانیهٔ چهارم، یعنی $t_۲ = ۶s$ تا $t_۳ = ۸s$ یکسان است. پس در لحظهٔ $t' = ۶s$ جسم متوقف شده است. یعنی لحظهٔ توقف جسم برابر $t_s = ۶s$ و شتاب جسم برابر $-۳ m/s^۲$ است. برای محاسبهٔ سرعت متوسط جسم از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۶s$ می‌توانیم از دو روش استفاده کنیم.

• **روش اول** سرعت اولیه را از رابطهٔ $v = at + v_۰$ به دست می‌آوریم:

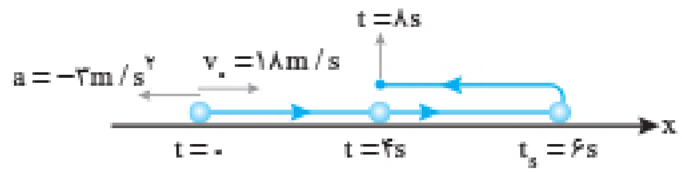
$$۰ = -۳ \times ۶ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۸ m/s$$

اکنون از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲}$ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{۰ + ۱۸}{۲} = ۹ m/s$$

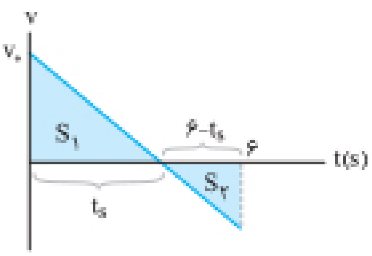
• **روش دوم** چون جسم در لحظهٔ $t_s = ۶s$ متوقف شده است، وارون حرکت ۶s را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم جسم با سرعت اولیهٔ صفر به حرکت درآمده و از رابطهٔ $v_{av} = \frac{۱}{۲}at + v_۰$، سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۶ + ۰ = ۹ m/s$$



۲۹۹. گزینهٔ ۲

گام اول طبق اطلاعات سؤال چون متحرک در ابتدا در جهت محور x در حرکت است $v_۰ > ۰$ است، همچنین چون جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه نیستند، پس متحرک حتماً تغییر جهت حرکت دارد و نمودار سرعت ـ زمان آن محور t را قطع کرده است و می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{array}{l} \ell = S_1 + S_۲ = ۱۵m \\ \Delta x = S_1 - S_۲ = ۹m \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow S_1 = ۱۲m \;,\; S_۲ = ۳m$$

گام دوم دو مثلث S_1 و $S_۲$ متشابه‌اند و به کمک هندسه می‌دانیم که نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$\sqrt{\frac{S_1}{S_۲}} = \frac{t_s}{۶ - t_s}$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$۲ = \frac{t_s}{۶ - t_s} \Rightarrow t_s = ۴s$$

$$S_1 = \frac{v_۰ \times t_s}{۲} \Rightarrow ۱۲ = \frac{v_۰ \times ۴}{۲} \Rightarrow v_۰ = ۶ m/s$$

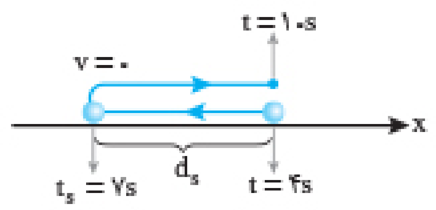
گام سوم حالا می‌توان اندازهٔ شتاب را محاسبه کرد:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-v_0}{t_s-0}=\frac{0-6}{4}=-1/5\,m/s^2 \Rightarrow |a|=1/5\,m/s^2$$

۴۰۰. گزینهٔ ۴

گام اول چون در این بازه سرعت متوسط صفر اما تندی متوسط مخالف صفر است: پس جسم در این لحظه‌ها دو بار از یک نقطه عبور کرده و در لحظهٔ $t_s=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{4+10}{2}=7s$ متوقف شده است. برای تندی متوسط جسم می‌توان نوشت:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[s_{av}=6\,m/s,\ \Delta t=10-4=6\,s]{\ell=2d_s}6=\frac{2d_s}{6}\Rightarrow d_s=18\,m$$



گام دوم از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان برای $t=7s$ تا $t=10s$ استفاده می‌کنیم و شتاب را به دست می‌آوریم (توجه کنید فرض می‌کنیم شتاب در جهت مثبت محور باشد.):

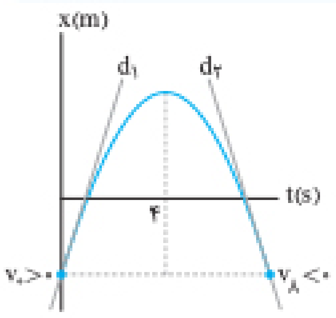
$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t$$

$$\xrightarrow{v_0=v_{7s}=0}18=\frac{1}{2}a\times(3)^2+0\Rightarrow a=4\,m/s^2$$

۴۰۱. گزینهٔ ۳

یادآوری: در نمودار درجه دوم، شیب خط مماس بر نقاطی که به فاصلهٔ مساوی از اکسترمم منحنی قرار دارند، قرینهٔ یکدیگرند.

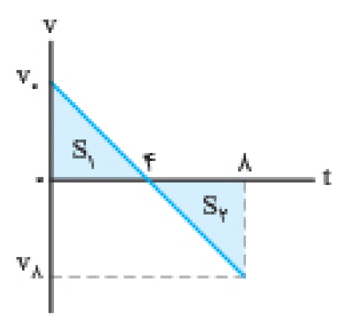
• **روش اول** **گام اول** تابع سهمی در لحظهٔ $t=4s$ بیشینه است: پس در لحظهٔ $t=0$ که $4s$ با لحظهٔ بیشینهٔ تابع فاصله دارد، شیب خط مماس بر نمودار، قرینهٔ شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=8s$ (که آن نیز $4s$ با لحظهٔ بیشینه فاصله دارد.) است.



گام دوم چون شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است و شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌های $t=0$ و $t=8s$ قرینهٔ یکدیگر هستند، بزرگی سرعت متحرک نیز در این لحظه‌ها با یکدیگر برابر است.

$$d_1\ \text{شیب}=-d_2\ \text{شیب}\Rightarrow v_0=-v_8\Rightarrow |v_0|=|-v_8|$$

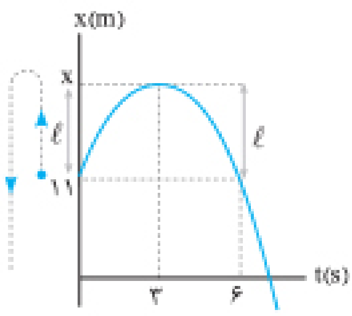
• **روش دوم** نمودار سرعت ـ زمان این حرکت را نیز در نظر می‌گیریم. باتوجه به این‌که دو مثلث S_1 و S_2 با هم برابرند، می‌توان دریافت: $v_0=|v_8|$



۴۰۲. گزینهٔ ۳ همان‌طور که می‌دانیم، در حرکت با شتاب ثابت، تمام ویژگی‌های حرکت نسبت به رأس سهمی یعنی لحظهٔ سکون متحرک متقارن است. لحظات $t=0s$ و $t=6s$ در فواصل یکسانی از لحظهٔ سکون $(t_s=3s)$ قرار دارند؛ بنابراین مکان متحرک در این دو لحظه یکسان است و داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell+\ell}{\Delta t}=\frac{2\ell}{\Delta t}\Rightarrow 3=\frac{2\ell}{6}\Rightarrow \ell=9\,m$$

همان‌طور که از نمودار مشخص است، متحرک در لحظهٔ $t=3s$ متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه بیشترین فاصله از مبدأ مکان $(x=0)$ را دارد:

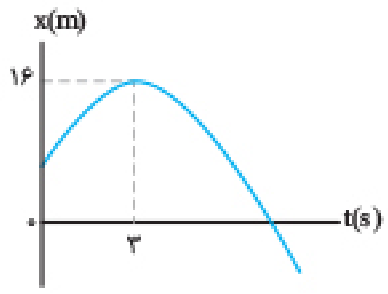


$$\ell=x-11\xrightarrow{\ell=9m}$$

$$9=x-11\Rightarrow x=20\,m$$

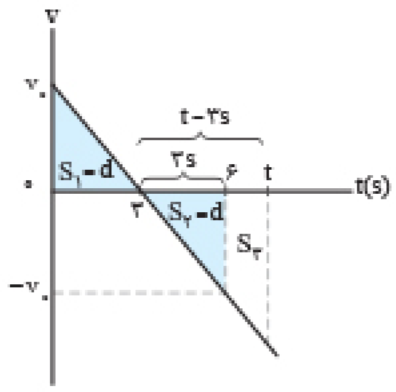
۴۰۳. گزینهٔ ۳

• **روش اول** **گام اول** نمودار $v-t$ حرکت را رسم می‌کنیم. با توجه به مفهوم تندی و در نظر گرفتن این نکته که مساحت بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان برابر با اندازهٔ جابه‌جایی است، داریم:



$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow 3=\frac{d+d}{6}$$

$$\Rightarrow 2d=18\Rightarrow d=9m$$



گام دوم اگر به نمودار مکان ـ زمان دقت کنیم، متحرک بین دو لحظهٔ $3s$ تا t (محل برخورد نمودار با محور زمان) $16m$ را طی می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$S_2+S_3=16m$$

به کمک رابطهٔ تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{S_2}{S_2+S_3}=\left(\frac{3}{t-3}\right)^2$$

$$\Rightarrow\frac{9}{16}=\left(\frac{3}{t-3}\right)^2\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{3}{t-3}\Rightarrow t-3=4\Rightarrow t=7s$$

بنابراین به مدت $7s$ بردار مکان متحرک در جهت $+x$ می‌باشد.

: **روش دوم** **گام اول** با توجه این‌که در مدت $3s$، مسافت طی‌شده برابر $9m$ است، از رابطهٔ مستقل از شتاب در بازهٔ ۰ تا $3s$ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\Rightarrow 9=\frac{0+v_0}{2}\times 3\Rightarrow v_0=6m/s$$

گام دوم اکنون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a=\frac{v-v_0}{\Delta t}=\frac{0-6}{3}=-2m/s^2$$

گام سوم اکنون از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان استفاده می‌کنیم و از بازهٔ $t=3s$ که سرعت صفر است تا بازهٔ t که $x=0$ است با جایگذاری کمیت‌های معلوم در معادله، می‌توان t را حساب کرد:

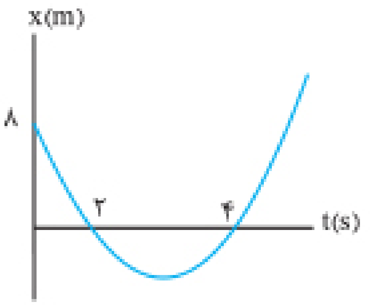
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\xrightarrow[v_0=0,\ t=(t-3)]{a=-2m/s^2,\ x_0=16m}$$

$$0=\frac{1}{2}\times(-2)\times(t-3)^2+0\times(t-3)+16\Rightarrow t=7s$$

۴۰۴. گزینهٔ ۱

گام اول نمودار مکان ـ زمان به شکل یک سهمی است (مربوط به یک حرکت با شتاب ثابت است.)؛ بنابراین با توجه به این‌که نمودار در لحظات $t=2s$ و $t=4s$، محور زمان را قطع کرده است، متحرک در این لحظات از مبدأ عبور کرده و ۲ و ۴ ریشه‌های معادله‌اند.

$$x=A(t-2)(t-4)$$



گام دوم با جایگذاری $x_0 = 8\,m$ و $t = 0\,s$ در معادلهٔ بالا داریم:

$$x = A(t-2)(t-4) \xrightarrow[x_0 = 8\,m]{t=0s} 8 = A(-2)(-4) \Rightarrow A = 1$$

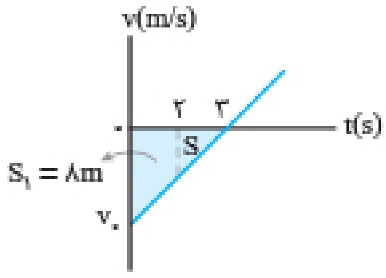
بنابراین معادله به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x = 1(t-2)(t-4) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 8$$

گام سوم حالا با مقایسهٔ معادلهٔ به دست آمده با فرم استاندارد $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$، شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و سپس رابطهٔ سرعت ـ زمان حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\,m/s^2 \\ v_0 = -6\,m/s\end{array}\right\} \xrightarrow{v = at + v_0} v = 2t - 6$$

روش دوم **گام اول** نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم.



با توجه به این‌که در بازهٔ ۰ تا ۲s، متحرک ۸m جابه‌جا شده است $(S_1 = 8\,m)$، می‌توان از تشابه مثلث‌ها نوشت:

$$\frac{S}{S+S_1} = \left(\frac{3-2}{3}\right)^2$$

$$\xrightarrow{S_1 = 8m} \frac{S}{8+S} = \frac{1}{9} \Rightarrow S = 1\,m$$

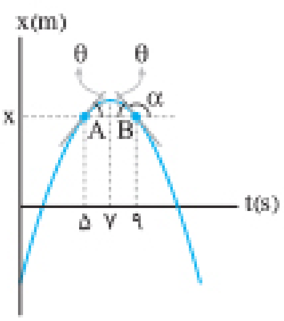
گام دوم نتیجه می‌گیریم که جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا $t = 3\,s$ برابر $8+1 = 9\,m$ است و چون در لحظهٔ $t = 3\,s$ سرعت متحرک صفر است، از معادلهٔ مستقل از شتاب سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \xrightarrow{\Delta x = -9\,m} -9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = -6\,m/s$$

فقط در گزینهٔ «۱» این مقدار صدق می‌کند.

۴۰۵. گزینهٔ ۴

یادآوری: در نمودار سهمی، به‌ازای نقاطی که به فاصلهٔ یکسان از دو طرف نقطهٔ اکسترمم قرار دارند، مقدار تابع یکسان و شیب خط مماس بر نمودار در این نقاط قرینهٔ یکدیگر هستند.

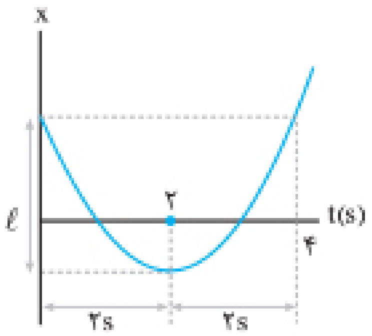


گام اول چون مقدار تابع مکان در لحظهٔ $t = 7s$ بیشینه است و اختلاف هر یک از لحظه‌های $t_A = 5s$ و $t_B = 9s$، با لحظهٔ $t = 7s$ یکسان است، دو نقطهٔ A و B از نمودار در مکان یکسانی هستند و شیب خط مماس بر هر یک از آن‌ها قرینهٔ شیب خط مماس بر دیگری است؛ یعنی سرعت متحرک در A قرینهٔ سرعت متحرک در B است.

گام دوم سرعت در لحظهٔ $t_A = 5s$ برابر $v_A = 10\,m/s$ است، پس $v_B = -10\,m/s$ است و مقدار آن برحسب بردار یکه برابر $\vec{v}_B = (-10\,m/s)\vec{i}$ است.

۴۰۶. گزینهٔ ۱ متحرک در لحظهٔ $t = 2\,s$ تغییر جهت می‌دهد. همچنین می‌دانیم که سهمی نسبت به خطی که از رأسش می‌گذرد متقارن است؛ در نتیجه طبق نمودار زیر مشخص است که متحرک در لحظهٔ $t = 4\,s$ به مکان اولیه‌اش بازمی‌گردد، همچنین مشاهده می‌کنید که اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت با اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت برابر است. طبق نمودار اندازهٔ هرکدام از این جابه‌جایی‌ها را ℓ فرض می‌کنیم.

بررسی همهٔ گزینه‌ها



الف) نادرست؛ جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول حرکت صفر است؛ ولی جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول حرکت برابر با $-\ell$ می‌شود و در نتیجه سرعت متوسط در این دو بازه هرگز نمی‌تواند یکی باشد.

ب) درست؛ مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت برابر با ℓ و در ۴ ثانیهٔ اول حرکت برابر با 2ℓ است؛ در نتیجه تندی متوسط در این دو بازهٔ زمانی یکسان است:

دو ثانیهٔ اول: $s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} = \frac{\ell}{2}$

چهار ثانیهٔ اول: $s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} = \frac{2\ell}{4} = \frac{\ell}{2}$

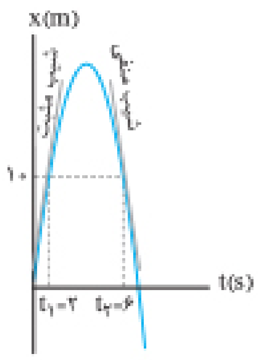
پ) نادرست؛ طبق تقارن نمودار، اندازهٔ سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 4s$ یکی است؛ اما توجه داشته باشید که جهت حرکت در این دو لحظه متفاوت است و در نتیجه سرعت‌ها قرینهٔ یکدیگرند و با هم برابر نیستند؛ ولی هم‌اندازه‌اند.

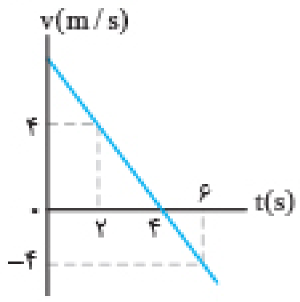
$$v_1 = -v_2 \Rightarrow |v_1| = |v_2|$$

ت) نادرست؛ در لحظاتی که نمودار مکان ـ زمان محور t را قطع می‌کند، متحرک در مبدأ مکان قرار دارد و فاصلهٔ آن تا مبدأ برابر با صفر است.

ث) نادرست؛ چون نمودار مکان ـ زمان یک سهمی است؛ در نتیجه در تمام طول مسیر شتاب ثابت و مخالف صفر است.

۴۰۷. گزینهٔ ۳ تندی متحرک در هر دو لحظه یکسان است؛ اما علامت سرعت آن در این دو لحظه متفاوت است. در شکل زیر، خط مماس بر نمودار در لحظات t_1 و t_2 را رسم کرده‌ایم. مشاهده می‌کنید که در لحظهٔ $t_1 = 2s$، شیب خط مماس مثبت و در نتیجه سرعت نیز مثبت است $(v_1 = +4\,m/s)$، همچنین در لحظهٔ $t_2 = 6\,s$، شیب خط مماس بر نمودار منفی و سرعت نیز منفی است $(v_2 = -4\,m/s)$؛ در نتیجه شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

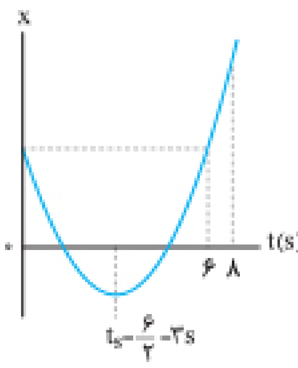




$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4-(4)}{6-2} = -2\,m/s^2$$

$$\Rightarrow |a_{av}| = 2\,m/s^2$$

۴۰۸. گزینهٔ ۳ طبق تقارن سهمی نسبت به خطی که از مرکزش می‌گذرد، لحظهٔ رأس در وسط فاصلهٔ زمانی صفر تا ۶s قرار دارد:



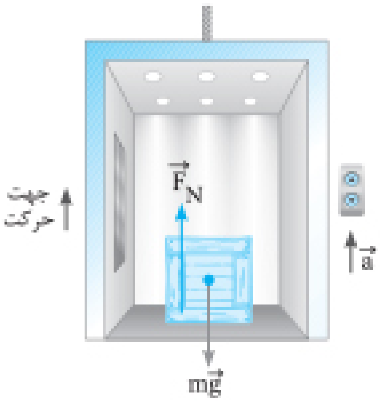
$$t_s = \frac{6-0}{2} = 3s$$

می‌دانیم که در لحظهٔ $t_s = 3s$، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. همچنین شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 8s$ برابر با سرعت متحرک در این لحظه است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$t = 8s \Rightarrow v = 10\,m/s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{t-t_s} = \frac{10}{8-3} = 2\,m/s^2$$

۸۱۶. (گزینه ۴) چون آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، حرکت تندشونده و شتاب آسانسور به طرف بالاست؛ در نتیجه شتاب جعبه نیز به سمت بالاست.



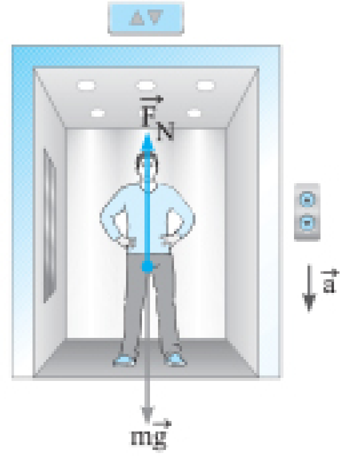
گام اول نیروهای وارد بر جعبه مطابق شکل است:

گام دوم حالا با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$
$$\Rightarrow F_N = m(g+a)$$
$$= ۶(۱۰+۴) = ۸۴\ N$$

F_N همان نیرویی است که کف آسانسور بر جعبه به سمت بالا وارد می‌کند.

۸۱۷. (گزینه ۱) چون در صورت سؤال ذکر شده که شتاب رو به پایین است با استفاده از نیروهای وارد بر شخص که در شکل رسم شده است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نیروی $\vec{F}_N$ را حساب کرد.



$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a)$$
$$\Rightarrow F_N = ۸۰(۱۰-۲) \Rightarrow F_N = ۶۴۰\ N$$

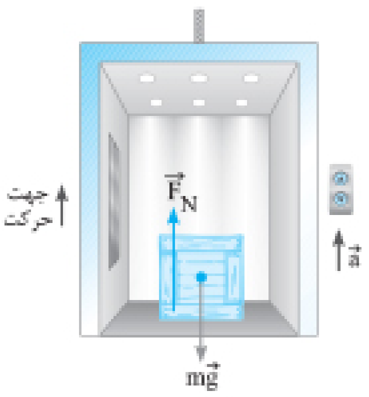
۸۱۸. (گزینه ۱) از درسنامه به یاد دارید که هر وقت عددی که ترازو نشان می‌دهد (F_N) کوچک‌تر از وزن جسم باشد $(F_N < mg)$ حتماً جهت شتاب به سمت پایین است از رابطهٔ $F_N = m(g-a)$ می‌توانیم عددی که ترازو نشان می‌دهد را حساب کنیم:

$$W = mg \Rightarrow ۶۰۰ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۶۰kg$$
$$F_N = m(g-a) \Rightarrow ۴۸۰ = ۶۰(۱۰-a)$$
$$\Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

تذکر: دقت کنید که در این حالت حرکت می‌تواند تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا باشد که در هر ۲ حالت جهت شتاب رو به پایین است.

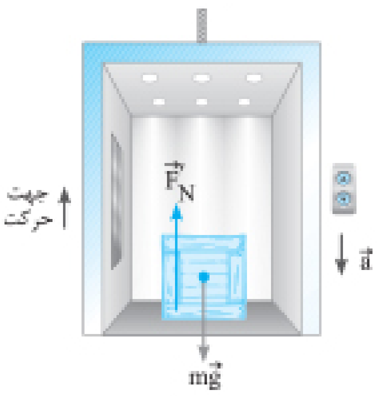
۸۱۹. (گزینه ۴) می‌دانیم که بسته به این‌که جهت شتاب آسانسور رو به بالا (حرکت تندشونده رو به بالا) یا رو به پایین (حرکت کندشونده رو به بالا) باشد، برای F_N مقادیر متفاوتی به دست می‌آید:

۱ حرکت تندشونده رو به بالا (جهت شتاب رو به بالا)



$$F_N = m(g+a) = ۴(۱۰+۲) = ۴۸N$$

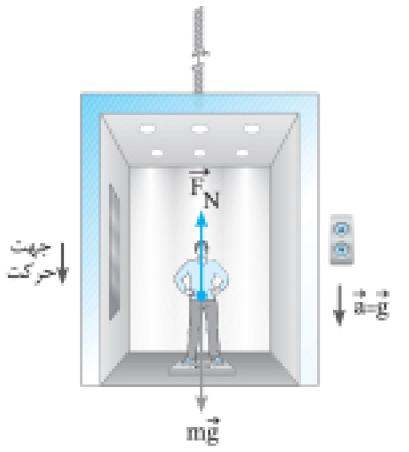
۲ حرکت کندشونده رو به بالا (جهت شتاب رو به پایین)



$$F'_N = m(g-a) = ۴(۱۰-۲) = ۳۲\ N$$

بنابراین هر دو گزینه‌های «۱» و «۲» می‌توانند درست باشند.

۸۲۰. (گزینه ۴) در حالتی که کابل آسانسور پاره شود (آسانسور سقوط آزاد کند)، شتاب آسانسور برابر g و رو به پایین است. در این حالت نیروی عمودی سطح صفر است.

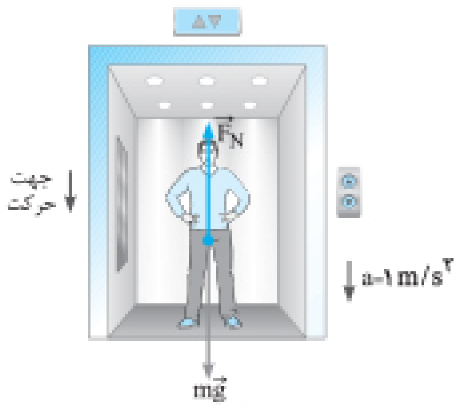


$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$
$$\Rightarrow F_N = m(g-a)$$
$$\xrightarrow{a=g} F_N = m(g-g) = ۰$$

۸۲۱. (گزینه ۱)

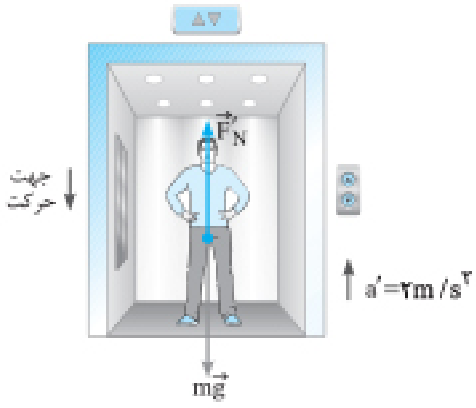
گام اول حرکت آسانسور ۲ مرحله دارد: **۱** حرکت تندشونده با شتاب $۱m/s^۲$ **۲** حرکت کندشونده با شتاب $۲m/s^۲$

۱ حرکت تندشونده: چون جهت حرکت رو به پایین و حرکت تندشونده است، پس جهت شتاب نیز رو به پایین است و داریم:



$$F_{net} = ma$$
$$\Rightarrow mg - F_N = ma$$
$$\Rightarrow F_N = m(g-a)$$
$$\Rightarrow F_N = ۷۰(۱۰-۱) = ۶۳۰N$$

۲ حرکت کندشونده: چون جهت حرکت رو به پایین و حرکت کندشونده است، پس جهت شتاب نیز رو به بالا است و داریم:



$$F_{net} = ma$$
$$\Rightarrow F'_N - mg = ma'$$
$$\Rightarrow F'_N = m(g+a')$$
$$\Rightarrow F'_N = ۷۰(۱۰+۲) = ۸۴۰N$$

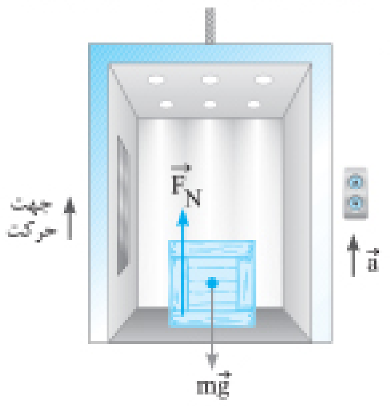
گام دوم می‌دانیم که ترازو مقدار نیروی عمودی سطح بر شخص را نشان می‌دهد، از این‌رو داریم:

$$\Delta F_N = F'_N - F_N = ۸۴۰ - ۶۳۰ = ۲۱۰N$$

۸۲۲. (گزینه ۳)

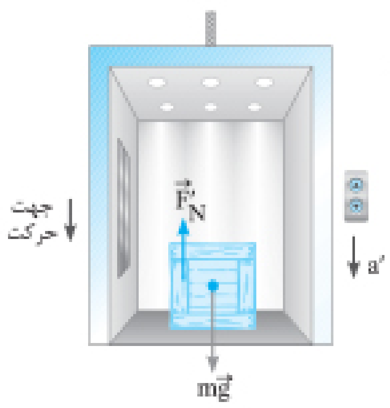
گام اول N و N' واکنش نیروی عمودی سطح است که در دو حالت ذکر شده در صورت تست از طرف کف آسانسور بر جسم وارد می‌شود. پس کافی است نیروی عمودی سطح را در دو حالت محاسبه می‌کنیم و اختلاف آن‌ها را بیابیم:

۱ با شتاب رو به بالای $۲m/s^۲$ به سمت بالا حرکت کند:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$
$$\Rightarrow F_N = m(g+a)$$
$$= ۵(۱۰+۲) = ۶۰N$$

۲ با شتاب رو به پایین $۲m/s^۲$ به سمت پایین حرکت کند:

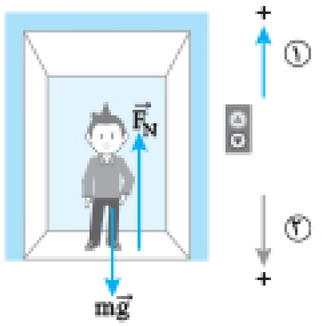


$$F_{net} = ma' \Rightarrow mg - F'_N = ma'$$
$$\Rightarrow F'_N = m(g-a')$$
$$= ۵(۱۰-۲) = ۴۰N$$

گام دوم اختلاف F_N و F'_N را به دست می‌آوریم:

$$|N-N'|=|F_N-F'_N|=|۶۰-۴۰|=۲۰N$$

۸۲۳. (گزینهٔ ۳)



$F_{net}=ma$

• **حالت اول** $F_{N_1}-mg=ma_1 \xrightarrow{a_1=a} F_{N_1}=mg+ma$

• **حالت دوم** $mg-F_{N_2}=ma_2 \xrightarrow{a_2=۲a} F_{N_2}=mg-۲ma$

$F_{N_1}-F_{N_2}=ma+۲ma$

$\Rightarrow F_{N_1}-F_{N_2}=۳ma \Rightarrow ۲۷۰=۳\times ۶۰\times a \Rightarrow a=\frac{۳}{۲}m/s^2$

۸۲۴. (گزینهٔ ۲)

یادآوری: شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه شتاب متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد.

گام اول با توجه به نمودار سرعت ـ زمان آسانسور، در بازهٔ صفر تا ۲ s شتاب آسانسور برابر $a_1=\frac{۲-۰}{۲-۰}=۱m/s^2$، در بازهٔ ۲ s تا ۸ s، شتاب آسانسور $a_2=۰$ و در بازهٔ ۸ s تا ۹ s شتاب آسانسور برابر $a_3=\frac{۰-۲}{۹-۸}=-۲m/s^2$ است.

گام دوم با توجه به این‌که، عددی که باسکول نشان می‌دهد، همان نیروی F_N است، برای هر حالت از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی F_N را به دست می‌آوریم: (جهت بالا را مثبت در نظر می‌گیریم.)

۱ حرکت تندشونده به سمت بالا (شتاب رو به بالا):

$a_1=۱m/s^2 \Rightarrow F_{N_1}-mg=ma_1$

$\Rightarrow F_{N_1}-۵۰۰=۵۰\times ۱ \Rightarrow F_{N_1}=۵۵۰N$

۲ حرکت با سرعت ثابت به سمت بالا (شتاب صفر):

$a_2=۰ \Rightarrow F_{N_2}-mg=۰ \Rightarrow F_{N_2}=۵۰۰N$

۳ حرکت کندشونده به سمت بالا (شتاب رو به پایین):

$|a_3|=۲m/s^2 \Rightarrow mg-F_{N_3}=ma_3$

$\Rightarrow ۵۰۰-F_{N_3}=۱۰۰ \Rightarrow F_{N_3}=۴۰۰N$

بنابراین بیشترین اختلاف نیروی F_N برابر $۵۵۰-۴۰۰=۱۵۰N$ است.

۸۲۵. (گزینهٔ ۲) مطابق نمودار $v-t$ داده‌شده، حرکت آسانسور ۳ مرحله دارد که مطابق زیر آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ حرکت تندشونده از صفر تا ۲s: با استفاده از شیب نمودار $v-t$ که نشان‌دهندهٔ شتاب حرکت آسانسور است داریم:

$a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۴-۰}{۲-۰}=۲m/s^2$

در این مرحله چون سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است، حرکت تندشونده به سمت بالا بوده است و داریم:

$F_{net}=ma \Rightarrow F_N-mg=ma_1 \Rightarrow F_N=m(g+a_1)$

$=۸۰(۱۰+۲)=۹۶۰N$

۲ حرکت با سرعت ثابت: در این مرحله از حرکت (از ۲s تا ۴s) شتاب آسانسور صفر است و نیروهای وارد بر شخص متوازن‌اند، پس $F'_N=mg=۸۰۰N$ می‌باشد.

۳ حرکت کندشونده از ۴s تا ۵s: جهت حرکت به سمت بالا ($v>۰$) و حرکت کندشونده است، پس جهت شتاب به سمت پایین است. با یافتن شتاب حرکت و استفاده از قانون دوم نیوتون، F''_N را به دست می‌آوریم:

$a_3=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰-۴}{۵-۴}=-۴m/s^2$

$F_{net}=ma_3 \Rightarrow mg-F''_N=ma_3 \Rightarrow F''_N=m(g-a_3)$

$=۸۰(۱۰-۴)=۴۸۰N$

پس فقط نمودار گزینهٔ «۲» درست است.

۸۲۶. (گزینهٔ ۳)

گام اول حرکت آسانسور در $t=۱s$ و $t=۵s$ را بررسی و نیروی عمودی سطح کف آسانسور بر جعبه در این دو لحظه را به دست می‌آوریم:

۱ $t=۱s$: در این لحظه آسانسور با شتاب $۲m/s^2$ به سمت بالا در حرکت است (حرکت تندشونده به سمت بالا)؛ بنابراین داریم:

$F_{N_1}=m(g+a_1)=۱۰(۱۰+۲)=۱۲۰N$

۲ $t=۵s$: در این لحظه آسانسور با شتاب $-۲m/s^2$ به سمت بالا در حرکت است (حرکت کندشونده به سمت بالا)؛ بنابراین داریم:

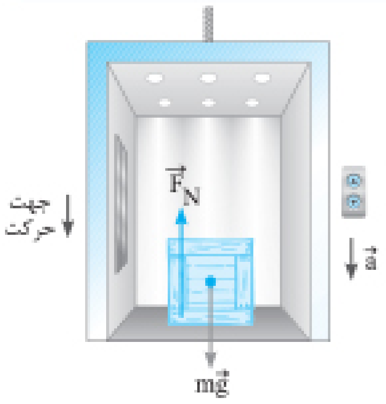
$F_{N_2}=m(g-a_5)=۱۰(۱۰-۲)=۸۰N$

گام دوم درنهایت $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}=\frac{۱۲۰}{۸۰}=\frac{۳}{۲}$

۸۲۷. (گزینهٔ ۲)

یادآوری: از فیزیک دهم به یاد دارید که اگر نیروی F به‌طور عمود بر سطحی به مساحت A وارد شود. فشار وارد بر سطح با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید.



گام اول F در رابطهٔ بالا واکنش نیروی عمودی سطح بر جسم یعنی F_N است. کافی است F_N را برای حرکت تندشونده به سمت پایین به دست می‌آوریم:

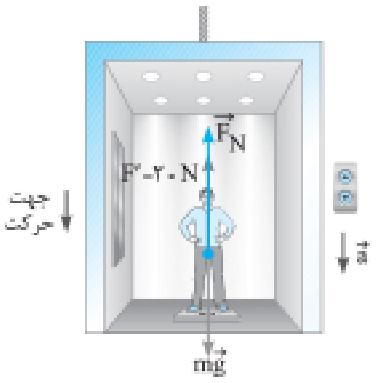
$F_N=m(g-a)=۱۰(۱۰-۳)=۷۰N$

گام دوم بنابراین با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{F}{A}$ داریم:

$A=(۵\times ۵)cm^2=۲۵\times ۱۰^{-۴}m^2$

$P=\frac{F}{A}=\frac{۷۰}{۲۵\times ۱۰^{-۴}}=۲/۸\times ۱۰^{۴}Pa=۲۸kPa$

۸۲۸. (گزینهٔ ۱) طبق قانون سوم نیوتون، چون شخص نیرویی به بزرگی $F=۱۰N$ به میز و رو به پایین وارد می‌کند، میز نیرویی به بزرگی $F'=۱۰N$ و رو به بالا به شخص وارد می‌کند، در نتیجه نیروهای وارد بر شخص مطابق شکل است.



با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$mg-F'-F_N=ma$

$\Rightarrow F_N=۸۰\times ۱۰-۱۰-۸۰\times ۱=۷۱۰N$

ترازو $F_N=۷۱۰N$ را نمایش می‌دهد.

۸۲۹. (گزینه ۱)

گام اول چون آسانسور به‌صورت کندشونده پایین می‌رود نتیجه می‌گیریم شتاب آسانسور رو به بالاست و نیروی دست شخص بر جسم را در حالتی که ساکن است، حساب می‌کنیم:

به طرف بالا: $F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = ۲(۱۰+۲) = ۲۴N$

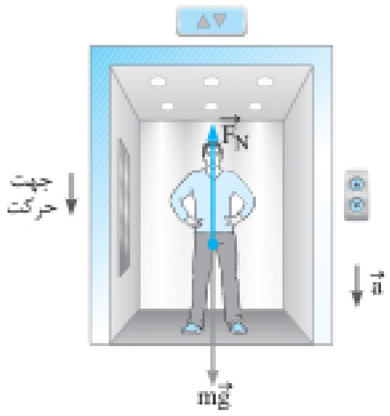
گام دوم کار نیروی شخص را در جابه‌جایی $1m$ به طرف بالا حساب می‌کنیم:

$$W_{F_N} = F_N d\cos\theta = ۲۴\times۱\times۱ = ۲۴J$$

۸۳۰. (گزینه ۴)

گام اول آسانسور با آهنگ ثابتی تندی‌اش را از ۰ به $۴m/s$ افزایش داده است. با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت آسانسور را به دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۴^۲ - ۰^۲ = ۲a\times۲ \Rightarrow a = ۴m/s^۲$$



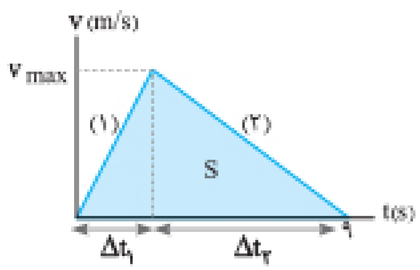
گام دوم آسانسور با شتاب $۴m/s^۲$ حرکت تندشونده رو به پایین دارد. پس جهت شتاب و حرکت آسانسور رو به پایین است و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$
$$\Rightarrow F_N = m(g-a)$$
$$= ۶۰(۱۰-۴) = ۳۶۰N$$

گام سوم نیروی F_N نیروی عمودی‌ای که کف آسانسور به شخص به سمت بالا وارد می‌کند، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، واکنش این نیرو $F'_N = ۳۶۰N$ از طرف شخص بر آسانسور به سمت پایین وارد می‌شود.

۸۳۱. (گزینه ۲)

گام اول با توجه به داده‌های مسئله، ابتدا با رسم نمودار سرعت ـ زمان اندازهٔ شتاب حرکت آسانسور در حرکت دو مرحله‌ای که دارد را به دست می‌آوریم:



$$|a_1| = ۲|a_2| \Rightarrow \left|\frac{v_{max}-۰}{\Delta t_1}\right| = ۲\left|\frac{۰-v_{max}}{\Delta t_2}\right| \Rightarrow \Delta t_2 = ۲\Delta t_1$$

حال با توجه به این‌که $\Delta t_1 + \Delta t_2 = ۹s$ است داریم:

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = ۹ \xrightarrow{\Delta t_2 = ۲\Delta t_1} \begin{cases}\Delta t_1 = ۳s\\ \Delta t_2 = ۶s\end{cases}$$

گام دوم با توجه به جابه‌جایی $۱۸m$ در مدت $۹s$ که همان مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان است v_{max} را محاسبه و در ادامه شتاب حرکت آسانسور را می‌یابیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow ۱۸ = \frac{v_{max}\times ۹}{۲} \Rightarrow v_{max} = ۴m/s$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \begin{cases} a_1 = \frac{۴-۰}{۳} = \frac{۴}{۳}m/s^۲ \\ a_2 = \frac{۰-۴}{۶} = -\frac{۲}{۳}m/s^۲ \Rightarrow |a_2| = \frac{۲}{۳}m/s^۲ \end{cases}$$

گام سوم حالا از قانون دوم نیوتون در حرکت تندشونده و سپس در حرکت کندشونده استفاده می‌کنیم تا نیروی عمودی سطح بر شخص که همان عددی است که ترازو نشان می‌دهد را به دست آوریم:

تندشونده به‌سمت بالا ⟸ جهت شتاب به‌سمت بالا $\xrightarrow{F_{net}=ma}$

$$F_N - mg = ma_1 \Rightarrow F_N = mg + ma_1$$

کندشونده به‌سمت بالا ⟸ جهت شتاب به‌سمت پایین $\xrightarrow{F_{net}=ma}$

$$mg - F'_N = ma_2 \Rightarrow F'_N = mg - ma_2$$

گام چهارم در نهایت خواستهٔ سؤال یعنی ΔF_N را محاسبه می‌کنیم:

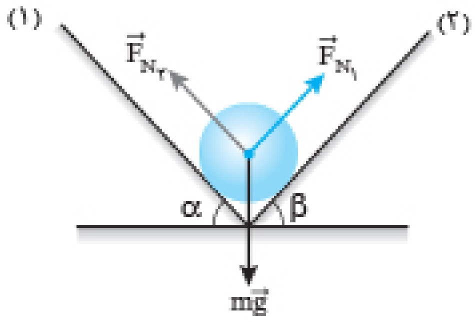
$$\Delta F_N = F_N - F'_N = \cancel{mg} + ma_1 - \cancel{mg} + ma_2 = m(a_1+a_2)$$

$$\xrightarrow{|a_1|=۲|a_2|} \Delta F_N = m(۲a_2 + a_2) = ۳ma_2 = ۳\times۶۰\times\frac{۲}{۳} = ۱۲۰N$$

۸۳۲. (گزینه ۳)

گام اول چون آسانسور کندشونده به طرف بالا حرکت می‌کند، نتیجه می‌گیریم شتاب آسانسور به طرف پایین است.

گام دوم نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام سوم جسم همراه با آسانسور با شتاب ثابت $a = ۲m/s^۲$ به طرف بالا حرکت می‌کند. پس بنا بر قانون دوم نیوتون برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر ma قرار می‌دهیم:

$$\vec F_{net} = m\vec a \Rightarrow \vec F_{N_1}+\vec F_{N_2}+m\vec g = m\vec a$$

اگر جهت رو به بالا را با علامت مثبت در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\vec F_{N_1}+\vec F_{N_2} = m\vec a - m\vec g \Rightarrow |\vec F_{N_1}+\vec F_{N_2}| = m(-a-(-g))$$

$$|\vec F_{N_1}+\vec F_{N_2}| = ۵(-۲+۱۰) = ۴۰N$$

۸۳۳. (گزینه ۲) **بررسی همهٔ عبارت‌ها**

الف) نادرست؛ در صورتی که سرعت جسم ثابت باشد نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ب) درست؛ با توجه به توضیحات عبارت **(الف)** درست است.

پ) درست؛ در حالتی که جسمی با شتاب ثابت و کندشونده حرکت می‌کند و در لحظه‌ای متوقف می‌شود و در خلاف جهت اولیه برمی‌گردد، نیروی خالص وارد بر جسم مخالف صفر است.

ت) نادرست؛ واکنش نیروی وزن از جسم بر زمین وارد می‌شود.

ث) نادرست؛ اگر تندی جسم ثابت باشد ممکن است جهت حرکت جسم تغییر کند. مثلاً در مسیر دایره‌ای حرکت کند، در این‌صورت نیروهای وارد بر آن متوازن نیستند.

۸۳۴. (گزینه ۲)

گام اول از قانون دوم نیوتون، برایند نیرهای وارد بر جسم را برحسب بردارهای یکه به دست می‌آوریم:

$$\vec F_{net} = m\vec a \xrightarrow[m=۵kg]{\vec a=-۴\vec i+۳\vec j} \vec F_{net} = ۵\times(-۴\vec i+۳\vec j) = (-۲۰N)\vec i + (۱۵N)\vec j$$

گام دوم حالا برایند سه نیروی $\vec F_۱$، $\vec F_۲$ و $\vec F_۳$ را برابر $\vec F_{net}$ قرار می‌دهیم تا $\vec F_۳$ به دست آید:

$$\vec F_{net} = \vec F_۱+\vec F_۲+\vec F_۳ \Rightarrow -۲۰\vec i+۱۵\vec j = (-۱۵\vec i+۸\vec j)+(-۲۱\vec i+۱۹\vec j)+\vec F_۳$$

$$\Rightarrow \vec F_۳ = (۱۶N)\vec i + (-۱۲N)\vec j$$

۸۳۵. (گزینه ۴)

گام اول بزرگی شتاب جسم را با استفاده از رابطهٔ $F_{net} = ma$ حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -۱۰ = ۵a \Rightarrow a = -۲m/s^۲$$

توجه داریم که چون نیروی خالص در خلاف جهت محور x است علامت آن را منفی در نظر گرفتیم.

گام دوم از رابطهٔ $v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲ad$ (در حرکت با شتاب ثابت)، سرعت را پس از $۶m$ جابه‌جایی حساب می‌کنیم:

$$v_۲^۲ - ۵^۲ = -۲\times۲\times۶ \Rightarrow v_۲^۲ = ۱ \Rightarrow v_۲ = ۱\ m/s$$

گام سوم از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲}$ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{۱+۵}{۲} = ۳m/s$$

۸۳۶. گزینهٔ ۲

هنگامی که شخص به طرف اسکله می‌پرد، بر قایق نیرویی به سمت عقب وارد می‌کند و قایق نیز به همان اندازه به شخص به طرف جلو نیرو وارد می‌کند و بنا بر قانون دوم و سوم نیوتون می‌توان، تندی عقب‌زدن قایق را حساب کرد.

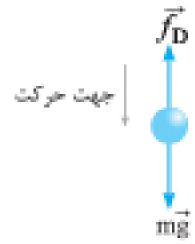
$$F_{۱۲} = F_{۲۱} \Rightarrow m_۱a_۱ = m_۲a_۲ \Rightarrow m_۱v_۱ = m_۲v_۲$$

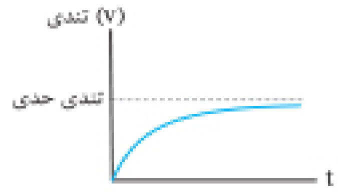
$$۸۰\times۵ = ۱۰۰\times v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۴m/s$$

۸۳۷. گزینهٔ ۳ می‌دانیم که جرم جسم مقدار ثابتی است. با استفاده از رابطهٔ نیروی وزن $W = mg$ داریم:

$$\frac{W_{مریخ}}{W_{زمین}} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}}\times\frac{g_{مریخ}}{g_{زمین}} = \frac{۳/۷}{۱۰} = ۰/۳۷$$

۸۳۸. گزینهٔ ۳ مطابق شکل، جسمی که در هوا سقوط می‌کند را در نظر بگیرید. به علت نیروی وزن رفته‌رفته تندی جسم بیشتر می‌شود و به همین دلیل نیروی مقاومت هوا (f_D) نیز بیشتر می‌شود تا جایی که در یک تندی خاص، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود و در این وضعیت شتاب حرکت صفر شده و تندی جسم ثابت می‌ماند که به این تندی، تندی حدی می‌گویند؛ بنابراین نمودار تندی گلوله برحسب زمان مطابق شکل است:





۸۳۹. گزینهٔ ۲

گام اول شتاب جسم در هنگام بالا رفتن و پایین رفتن را به دست می‌آوریم:

$$\text{بالا رفتن}: a = g + \frac{f_D}{m} = g + \frac{\frac{۱}{۵}(mg)}{m} = \frac{۶}{۵}g$$

$$\text{پایین آمدن}: a' = g - \frac{f_D}{m} = g - \frac{\frac{۱}{۵}(mg)}{m} = \frac{۴}{۵}g$$

گام دوم حال نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a'}{a} = \frac{\frac{۴}{۵}g}{\frac{۶}{۵}g} = \frac{۲}{۳}$$

۸۴۰. گزینهٔ ۳

گام اول با توجه به این‌که نمودار $x-t$ به‌صورت سهمی است، نتیجه می‌گیریم که شتاب متحرک ثابت است و لحظهٔ رأس سهمی را حساب می‌کنیم.

$$t_s = \frac{۱+۵}{۲} = ۳s$$

گام دوم از لحظهٔ ۰ تا $t = ۳s$ حرکت جسم کندشونده است و $۱۳/۵\ m$ را پیموده است، پس از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان برحسب سرعت نهایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متحرک را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at + vt$$

$$\xrightarrow[v=۰,\ t=۳s]{\Delta x=-۱۳/۵m} -۱۳/۵ = -\frac{۱}{۲}a\times۳^۲ + ۰ \Rightarrow a = ۳m/s^۲$$

گام سوم در حرکت با شتاب ثابت بنا بر رابطهٔ $F_{net} = ma$، نیروی خالص وارد بر جسم در همهٔ لحظه‌های حرکت، ثابت است و آن را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ۲\times۳ = ۶N$$

۸۴۱. گزینهٔ ۴ طبق آنچه در درسنامه آموختیم $F_N > mg$ تنها در حالت‌هایی برقرار است که جهت شتاب آسانسور به سمت بالا باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: نادرست؛ در این حالت آسانسور حرکتی کندشونده به سمت بالا دارد که در آن $mg > F_N$ می‌باشد. گزینهٔ «۲»: نادرست؛ در این حالت آسانسور حرکتی تندشونده رو به پایین دارد که مانند گزینهٔ «۱» $mg > F_N$ است. گزینهٔ «۳»: نادرست؛ در این حالت شتاب حرکت آسانسور صفر است و نیروهای وارد بر شخص متوازن‌اند؛ یعنی $F_N = mg$ می‌باشد.

۸۴۲. گزینهٔ ۴ آسانسور تندشونده به سمت پایین در حرکت است؛ بنابراین جهت شتاب به سمت پایین است.

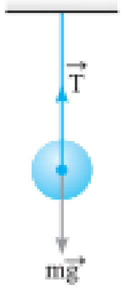
نیروهای وارد بر شخص در شکل رسم شده است. چون شتاب جسم رو به پایین است، می‌توان در راستای قائم از قانون دوم نیوتون نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۸۰۰ - F_N = ۸۰\times۱ \Rightarrow F_N = ۷۲۰N$$

۸۴۳. گزینهٔ ۴ می‌دانیم که طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است، بنابراین مطابق شکل نیرویی که طناب به شخص وارد می‌کند، به سمت ← و نیرویی که طناب به جعبه وارد می‌کند، به سمت → است.

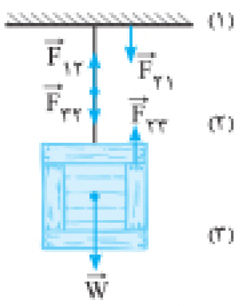
۸۴۴. گزینهٔ ۴ جهت نیروی کشش از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب (به سمت بالا) است.



حالا با توجه به این‌که جسم ساکن است، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند و داریم:

$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow T = mg = ۲\times۱۰ = ۲۰N$$

۸۴۵. گزینهٔ ۲ زیروندهای (۱)، (۲) و (۳) را به‌ترتیب برای سقف، نخ و جسم در نظر می‌گیریم. مطابق شکل نیروهایی که سه جسم بر هم وارد می‌کنند را مشخص می‌کنیم. با توجه به ساکن بودن جسم و متعادل‌بودن نیروهای وارد بر آن داریم:



$$\begin{cases} \text{تعادل جسم}: \vec{F}_{۲۳} = -\vec{W} \\ \text{قانون سوم نیوتون}: \vec{F}_{۳۲} = -\vec{F}_{۲۳} \Rightarrow \vec{F}_{۳۲} = \vec{W} \end{cases}$$

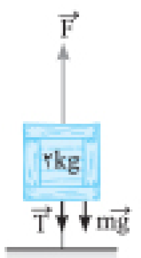
$$\begin{cases} \text{تعادل طناب}: \vec{F}_{۱۲} = -\vec{F}_{۳۲} \Rightarrow \vec{F}_{۱۲} = -\vec{W} \\ \text{قانون سوم نیوتون}: \vec{F}_{۲۱} = -\vec{F}_{۱۲} \Rightarrow \vec{F}_{۱۲} = \vec{W} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

۱ نیروی وارد بر سقف از طرف نخ $\vec{F}_{۲۱}$ و عکس‌العمل آن $\vec{F}_{۱۲} = -\vec{W}$ است.

۲ نیروی وارد بر جسم از طرف نخ $\vec{F}_{۲۳}$ و عکس‌العمل آن $\vec{F}_{۳۲} = \vec{W}$ است.

۸۴۶. گزینهٔ ۱ نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که جسم ساکن است، داریم:

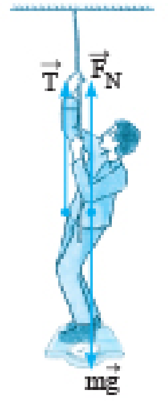


$$F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F - T - mg = ۰$$

$$\Rightarrow T = F - mg = ۴۰ - ۲\times۱۰ = ۲۰N$$

تذکر: نخ از طرف دیگرش بر سطح افق نیز همین مقدار اما به طرف بالا وارد می‌کند.

۸۴۷. (گزینه ۳) نیروهای وارد بر شخص را مطابق شکل رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که شخص ساکن است، برایند همهٔ نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:

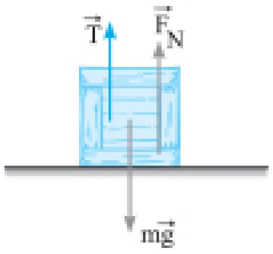


$$F_{net,y}=۰\Rightarrow T+F_N=mg\Rightarrow F_N=mg-T$$

$$\Rightarrow F_N=۶۰\times۱۰-۲۰=۵۸۰N$$

تذکر: می‌دانیم که ترازو مقدار F_N را نشان می‌دهد.

۸۴۸. (گزینه ۱) جسم روی سطح ساکن است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است.



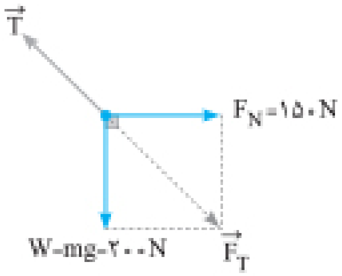
$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N+T-mg=۰$$

$$\Rightarrow F_N=۵\times۱۰-۳۰=۲۰N$$

۸۴۹. (گزینه ۱)

گام اول نیروهایی را که بر کره وارد می‌شوند، مطابق شکل رسم می‌کنیم.

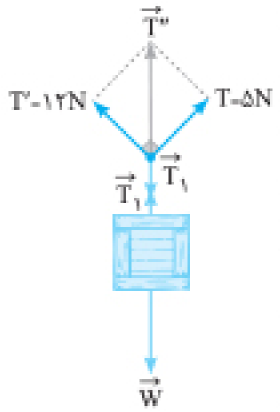
گام دوم چون نیروهای $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ برهم عمودند، برایند این دو نیرو را با استفاده از رابطهٔ برایند دو نیروی عمود برهم به دست می‌آوریم:



$$F_T=\sqrt{۲۰۰^۲+۱۵۰^۲}=۲۵۰\ N$$

گام سوم چون جسم در حال تعادل است، باید برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر باشد و باید اندازهٔ برایند دو نیروی $\vec{F}_N$ و $m\vec{g}$ (همان F_T)، برابر بزرگی نیروی $\vec{T}$ و در خلاف جهت آن باشد. $T=F_T=۲۵۰N$

۸۵۰. (گزینه ۳) نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم. برای این‌که جسم در حال تعادل باشد، برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{T}$ و $\vec{T'}$ یعنی $\vec{T''}$ باید با اندازهٔ نیروی وزن جسم برابر باشد (دقت کنید که جسم در حال تعادل است، پس $T_۱=W$ است.):

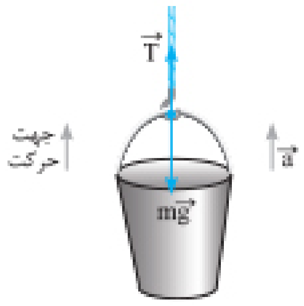


بنابراین داریم:

$$W=T''=\sqrt{T^۲+T'^۲}$$

$$=\sqrt{۵^۲+۱۲^۲}=۱۳N$$

۸۵۱. (گزینه ۳) نیروهای وارد بر سطل را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که سطل به سمت بالا شروع به حرکت کرده است، جهت شتاب به سمت بالاست و داریم:



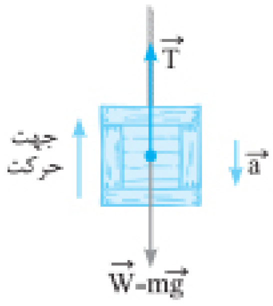
$$F_{net,y}=ma\Rightarrow T-mg=ma$$

$$\Rightarrow T=m(g+a)=۲(۱۰+۲)=۲۴N$$

۸۵۲. (گزینه ۳)

گام اول از مقاومت هوا صرف‌نظر کرده و نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

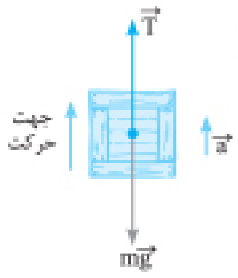
گام دوم چون نیروی وزن بیشتر از نیروی کشش نخ است $(W>T)$، شتاب جسم رو به پایین است و از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$F_{net,y}=ma\Rightarrow mg-T=ma$$

$$\xrightarrow{T=\frac{۱}{۳}mg} mg-\frac{۱}{۳}mg=ma\Rightarrow\frac{a}{g}=\frac{۲}{۳}$$

۸۵۳. (گزینه ۴) با توجه به این‌که از نوع حرکت جسم (تندشونده یا کندشونده) اطلاعی نداریم، جهت شتاب مشخص نیست و باید دو گام را در نظر بگیریم.



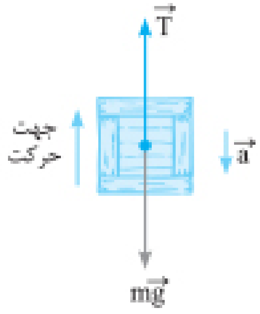
گام اول شتاب به سمت بالا باشد: حرکت تندشونده

$$F_{net,y}=ma\Rightarrow T-mg=ma$$

$$\Rightarrow T=۱\times۱۰+۱\times۲=۱۲N$$

گام دوم

شتاب به سمت پایین باشد: حرکت کندشونده



$$F_{net,y}=ma\Rightarrow mg-T=ma$$

$$\Rightarrow T=۱\times۱۰-۱\times۲=۸N$$

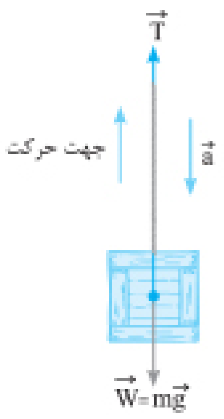
۸۵۴. (گزینه ۴)

گام اول ابتدا باید تعیین کنیم که حرکت جسم چگونه است.

$$\left.\begin{array}{l}W=mg=۵\times۱۰=۵۰N\\T=۴۰N\end{array}\right\}\Rightarrow W>T$$

پس جهت شتاب به سمت پایین و حرکت کندشونده است.

گام دوم حالا از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و اندازهٔ شتاب را به دست می‌آوریم:

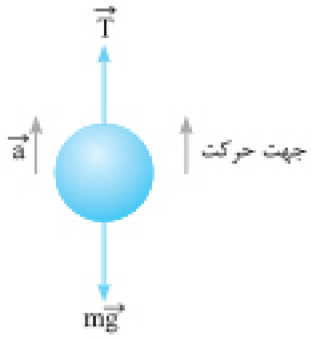


$$F_{net,y}=ma\Rightarrow mg-T=ma$$

$$\Rightarrow ۵۰-۴۰=۵a\Rightarrow a=۲\ m/s^۲$$

۸۵۵. (گزینه ۲)

گام اول چون شتاب رو به بالا است، در نتیجه طبق قانون دوم نیوتون نیروی خالص نیز به سمت بالا است، یعنی $T>mg$ است. با نوشتن قانون دوم نیوتون T را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow T-mg=ma$$

$$\Rightarrow T-۲\times۱۰=۲\times۲\Rightarrow T=۲۴N$$

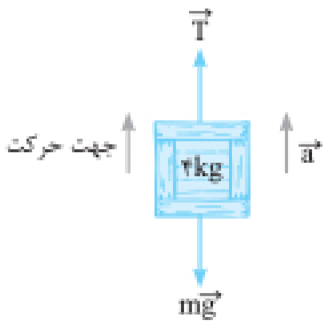
گام دوم حالا در حالتی که نیروی کشش طناب دو برابر می‌شود $(T'=۲\times۲۴=۴۸N)$، شتاب را حساب می‌کنیم:

$$T'-mg=ma'\Rightarrow ۴۸-۲\times۱۰=۲\times a'$$

$$\Rightarrow ۲۸=۲a'\Rightarrow a'=۱۴m/s^۲\Rightarrow\frac{a'}{a}=\frac{۱۴}{۲}=۷$$

۸۵۶. (گزینه ۱)

گام اول چون جسم از حالت سکون به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، جهت شتاب مطابق شکل به سمت بالاست و با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

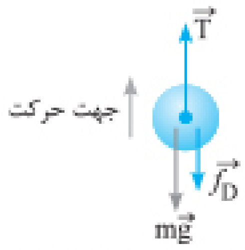


$$F_{net,y}=ma\Rightarrow T-mg=ma \quad (*)$$

گام دوم حداکثر نیروی کشش را که طناب به ازای آن پاره نمی‌شود، در رابطهٔ (*) جایگذاری می‌کنیم:

$$a_{max}=\frac{T_{max}}{m}-g=\frac{۴۸}{۴}-۱۰=۲\ m/s^۲$$

۸۵۷. گزینه ۴ ابتدا با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب جسم را به دست می‌آوریم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0,\ v=10\,m/s}$$

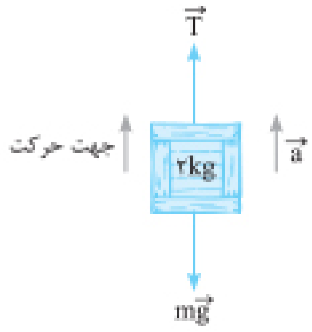
$$10^2 = 2\times a\times 10 \Rightarrow a = 5\,m/s^2$$

دقت کنید که حرکت تندشونده و جهت شتاب روبه بالاست. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow T = m(g+a) + f_D = 2(10+5) + 5 = 35N$$

۸۵۸. گزینه ۲ حرکت جسم ۲ مرحله دارد:



۱ قبل از پاره‌شدن نخ حرکت تندشونده است.

۲ پس از پاره‌شدن نخ حرکت کندشونده است.

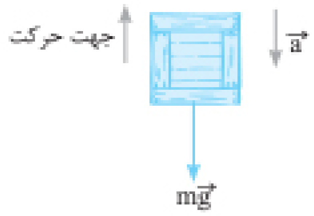
بنابراین حرکت را در دو مرحله تحلیل می‌کنیم:

۱ از $t=0$ تا $t=2s$ قبل از پاره‌شدن نخ: با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - mg = ma \Rightarrow 25 - 2\times 10 = 2a \Rightarrow a = 2/5\,m/s^2$$

حالا با استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، میزان جابه‌جایی جسم در این مرحله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2}\times 2/5\times 2^2 + 0 = 5m$$



برای تحلیل مرحله بعد سرعت جسم را در لحظهٔ پاره‌شدن طناب به دست می‌آوریم. برای این کار بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=2s$ را در نظر می‌گیریم و از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2/5\times 2 + 0 = 5m/s$$

۲ لحظهٔ $t=2s$ به بعد که نخ پاره می‌شود: دقت کنید که تا لحظهٔ $t=2s$ شتاب رو به بالا بود و از این لحظه به بعد شتاب در جهت برایند نیروها (فقط نیروی mg داریم.) رو به پایین خواهد بود. یعنی حرکت جسم کندشونده می‌شود و می‌دانیم که مقدار شتاب جسمی که فقط نیروی وزن بر آن اثر کند، برابر g است.

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = -g$$

پس از لحظهٔ $t=2s$ به بعد، جسم با سرعت اولیهٔ $5m/s$ و شتاب $a=g$ حرکت کندشونده دارد. در این بازه به اندازهٔ $\Delta y'$ بالا می‌رود و در یک لحظه می‌ایستد.

مقدار $\Delta y'$ را از معادلهٔ مستقل از زمان $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y'$ به دست می‌آوریم:

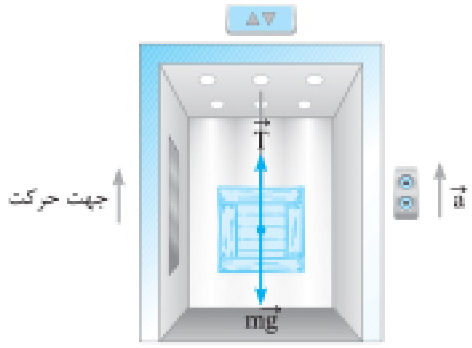
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[a=-g]{v=0,\ v_0=5m/s} 0 - 5^2 = 2\times(-10)\times\Delta y'$$

$$\Rightarrow \Delta y' = 1/25\,m$$

در نهایت جابه‌جایی کل جسم تا بالاترین نقطه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y_{\text{کل}} = \Delta y + \Delta y' = 5 + 1/25 = 6/25\,m$$

۸۵۹. گزینه ۴ چون جسم از سقف آسانسور آویزان است، شتاب جسم برابر شتاب آسانسور است. از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا به ازای $T_{max} = 75N$، مقدار شتاب جسم را به دست آوریم. (حتماً می‌دانید که چون آسانسور از حالت سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، جهت شتاب آن رو به بالاست.)



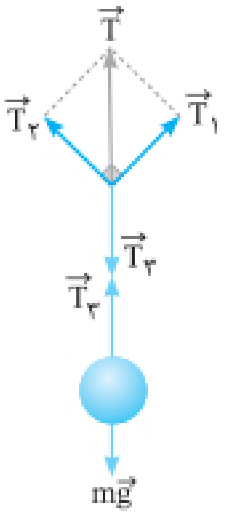
$$\vec F_{net} = m\vec a \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow a_{max} = \frac{T_{max}}{m} - g$$

$$\xrightarrow[m=6\,kg]{T_{max}=75\,N} a_{max} = \frac{75}{6} - 10 = 2/5\,m/s^2$$

۸۶۰. گزینه ۲

یادآوری: اگر برایند سه بردار که به یک نقطه اثر می‌کنند صفر باشد، می‌توان نشان داد که برایند دو بردار برابر قرینهٔ بردار سوم است.

$$\vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 = 0 \Rightarrow \vec F_1 + \vec F_2 = -\vec F_3$$



آسانسور کندشونده به سمت پایین در حرکت است، بنابراین جهت شتاب به سمت بالاست و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

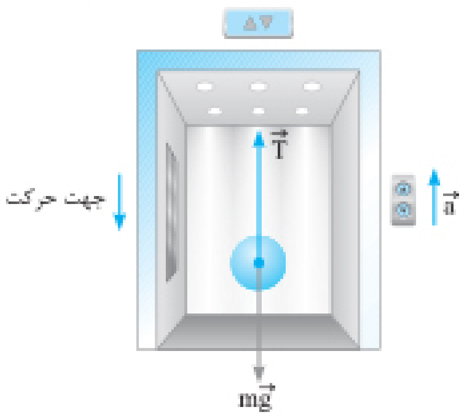
$$F_{net} = ma \Rightarrow T_3 - mg = ma$$

$$\xrightarrow{T_3=T} T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T = m(g+a) = 2(10+2) = 24N$$

۸۶۱. گزینه ۲

گام اول چون آسانسور حرکت کندشونده و رو به پایین دارد، شتاب آسانسور به طرف بالا است. از رابطهٔ سرعت ـ زمان یعنی $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم و بزرگی شتاب جسم را به دست می‌آوریم. (جهت مثبت در جهت شتاب رو به بالاست.)



$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=2s,\ v=0]{v_0=-4m/s} 0 = a\times 2 - 4 \Rightarrow a = 2\,m/s^2$$

گام دوم با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow \frac{T}{mg} - 1 = \frac{a}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{a}{g} + 1 = \frac{2}{10} + 1 = 1/2$$

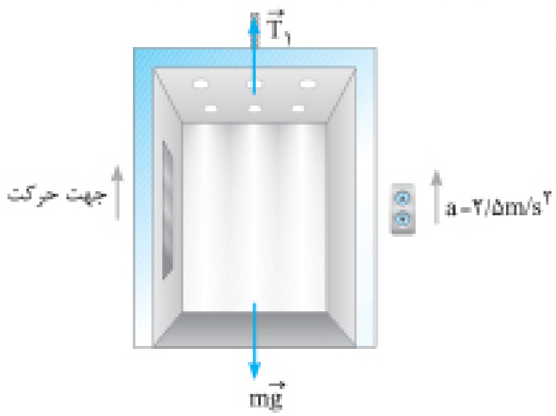
۸۶۲. گزینه ۲

گام اول اگر جهت مثبت را بالا در نظر بگیریم. آسانسور در ثانیهٔ اول حرکت تندشونده به سمت بالا در حرکت بوده است و در ۳ ثانیهٔ دوم ($t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$) حرکت آن کندشونده به سمت بالا خواهد بود؛ بنابراین داریم:

۱ $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1s$: ابتدا با استفاده از شیب نمودار سرعت ـ زمان که نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک است، داریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5-0}{2-0} = 2/5\,m/s^2$$

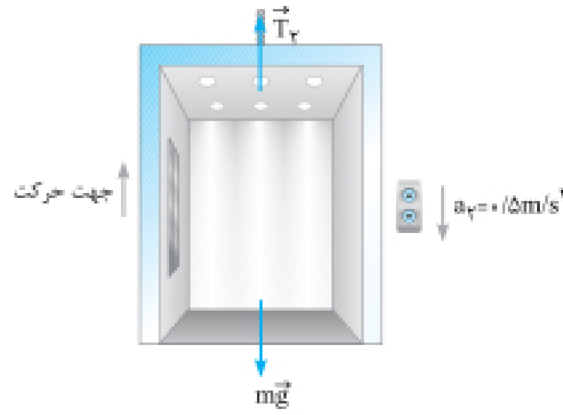
چون حرکت آسانسور تندشونده به سمت بالا بوده، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$F_{net,y} = ma_۱ \Rightarrow T_۱ - mg = ma_۱ \Rightarrow T_۱ = m(g + a_۱)$
$= (۱۰ + ۲/۵)m = ۱۲/۵\,m$

۲ $t_۱ = ۳s$ تـا $t_۲ = ۶\,s$: در ایـن مرحلـه حرکـت کندشـونده بـه سـمت بالاست و داریم:

$$a_۲ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۵}{۱۳ - ۳} = -۰/۵\,m/s^۲$$



$F_{net,y} = ma_۲ \Rightarrow T_۲ - mg = ma_۲$
$\Rightarrow T_۲ = m(a_۲ + g)$
$T_۲ = m(-۰/۵ + ۱۰)$
$T_۲ = ۹/۵\,m$

گام دوم حال نسبت خواسته‌شده را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T_۱}{T_۲} = \frac{۱۲/۵\,m}{۹/۵\,m} = \frac{۲۵}{۱۹}$$

۸۶۳. گزینه ۴

بررسی همهٔ عبارت‌ها الف) نادرست؛ رابطهٔ $f_s = \mu_s F_N$ فقط برای حالتی برقرار است که جسم در آستانهٔ حرکت باشد.

ب) نادرست؛ هنگامی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی می‌تواند حداکثر برابر نیروی محرک باشد.

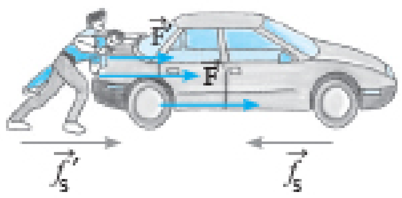
پ) نادرست؛ هنگامی که جسـم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیروی محرکی است که بر جسـم وارد می‌شود و در این حالت نیروی عمودی سطح تأثیری بر نیروی اصطکاک ندارد.

ت) نادرست؛ مثلاً هنگامی که شـروع به حرکت می‌کنیـم، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر پاهای ما وارد می‌شود و سبب حرکت ما می‌شود در این حالت نیروی اصطکاک هم‌جهت با حرکت بر بدن ما وارد می‌شود. یا هنگامی که جعبه روی کف کامیون قرار دارد، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه در جهت حرکت کامیون است.

۸۶۴. گزینه ۲

گام اول برای این‌که اشخاص بتوانند بر اتومبیل نیرو وارد کنند، باید از طریق پاها بر سطح زمین به طرف عقب نیرو وارد کنند و واکنش این نیرو، نیرویی است که از سـطح زمین بر اشـخاص به طرف راسـت وارد می‌شود که همان نیروی اصطکاک است که مانع از سُرخوردن اشخاص می‌شود.

گام دوم اشخاص نیروی خود را بر اتومبیل به طرف جلو وارد می‌کنند و اتومبیل تمایل به حرکت به طرف جلو دارد، پس نیروی اصطـکاک وارد بر اتومبیل به طرف چپ وارد می‌شود.

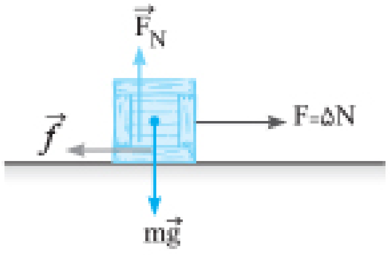


۸۶۵. گزینه ۳

بررسی همهٔ گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: نادرست؛ اولاً ممکن است $f_{s,max} > ۱۰N$ باشـد و جسم همچنان ساکن بماند. ثانیاً جسم اگر به حرکت درآید با توجه به این‌که $\mu_k \le \mu_s$ است، نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ ممکن است $f_{s,max} < ۱۰N$ باشد و جسم حرکت کند!

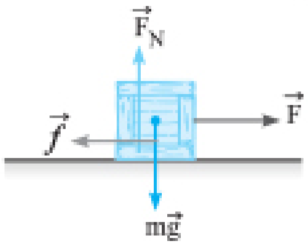
گزینهٔ «۳»: درست؛ بـا توجـه به این‌که جسـم به جـرم ۱kg بـه ازای نیروی $F = ۵N$ ساکن مانده است؛ پس داریم:



$f_{s,max} \ge ۵N \Rightarrow \mu_s F_N \ge ۵$
$\xrightarrow{F_N = mg} \mu_s mg \ge ۵$
$\Rightarrow \mu_s \times ۱ \times ۱۰ \ge ۵ \Rightarrow \mu_s \ge ۰/۵$

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ اگر جسم حرکت کند، بخش دوم عبارت درست است، اما از کجا می‌دانید که مقدار $f_{s,max}$ چه‌قدر است؟ پس نمی‌توان در مورد این‌که جسم حرکت می‌کند یا ساکن می‌ماند استدلالی کرد.

۸۶۶. گزینه ۴



بررسی همهٔ عبارت‌ها الف) درست؛ بـا توجه به این‌که در مرحلهٔ ۳ جسـم در آستانهٔ حرکت است، پس اصطکاک ایستایی بیشینه است و داریم:

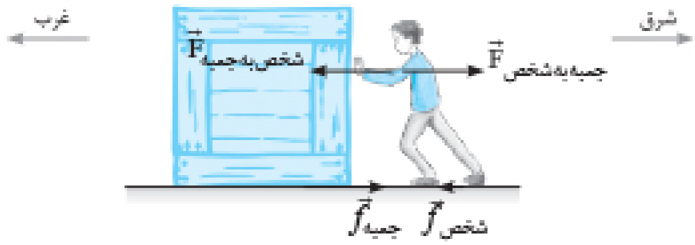
$$f = f_{s,max} = F = ۴N \xrightarrow[F_N = mg]{f_{s,max} = \mu_s F_N} \mu_s mg = ۴$$
$$\Rightarrow \mu_s \times ۲ \times ۱۰ = ۴ \Rightarrow \mu_s = \frac{۴}{۲۰} = ۰/۲$$

ب) درست؛ با توجه به این‌که در مرحلهٔ ۴، جسم با اعمال نیروی $F = ۲N$ در حال حرکت با سـرعت ثابت بوده، پس برایند نیروهای وارد بر آن در راستای افقی صفر و $f_k = F$ بوده اسـت، و با اعمال نیروی $F > ۲N$ جسـم شتاب خواهـد گرفت، چون $F > f_k$ خواهد شـد. پ) درست؛ می‌دانیم تا موقعی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی سطح برابر نیروی محرک است.

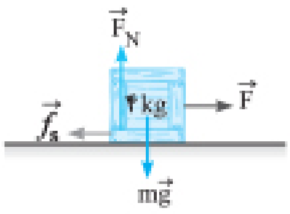
ت) درست؛ با توجه به این‌که در مرحلهٔ ۴، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر آن در راستای افقی متوازن‌اند و داریم:

$$F = f_k = \mu_k F_N = ۲ \xrightarrow{F_N = mg} \mu_k mg = ۲$$
$$\Rightarrow \mu_k \times ۲ \times ۱۰ = ۲ \Rightarrow \mu_k = ۰/۱$$

۸۶۷. گزینه ۱ مطابق شکل، وضعیت نیروهای وارد بر جعبه و شخص را مشاهده می‌کنید. چون جعبه به سمت غرب می‌خواهد حرکت کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن، خلاف جهت و به سـمت شرق است. طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند در خلاف جهت نیروی شخص و به سمت شرق است، بنابراین برای این‌که شخص سُر نخورد، نیروی اصطکاک وارد بر شخص در خلاف جهت این نیرو و به سمت غرب است.



۸۶۸. گزینه ۴



گام اول جسم ساکن است، بنابراین نیروهای وارد بر آن در راستای افقی و قائم متوازن‌اند:

$$\begin{cases} F_{net,x} = ۰ \Rightarrow F = f_s \\ F_{net,y} = ۰ \Rightarrow F_N = mg \end{cases}$$

گام دوم با توجه به این‌که $۰ < f_s \le f_{s,max}$ است می‌توان نوشت:

$$۰ < F \le f_{s,max} \xrightarrow[F_N = mg]{f_{s,max} = \mu_s F_N} ۰ < F \le \mu_s mg$$
$$\Rightarrow ۰ < F \le ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰ \Rightarrow ۰ < F \le ۱۲$$

بنابراین اگر نیروی F، کوچک‌تر مساوی ۱۲N باشد، نیروی اصطکاک ایستایی برابر F و جسم ساکن خواهد ماند.

گام دوم معادلهٔ نیرو ـ زمان نوسانگر از رابطهٔ $F=-F_{max}\cos(\omega t)$، به دست می‌آید:

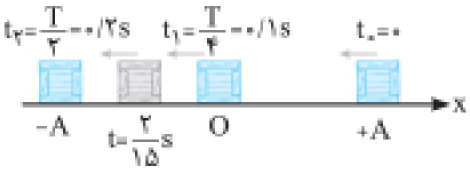
$$F=-F_{max}\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=5\pi\,rad/s]{F_{max}=10N}F=-10\cos(5\pi t)$$

گام سوم حالا کافی است که لحظهٔ $t=\frac{2}{15}s$ را در معادلهٔ نیرو قرار دهیم:

$$F=-10\cos(5\pi t)\xrightarrow{t=\frac{2}{15}s}F=-10\cos(5\pi\times\frac{2}{15})=-10\cos(\frac{2\pi}{3})$$

$$\Rightarrow F=-10\times(-\frac{1}{2})\Rightarrow F=+5N$$

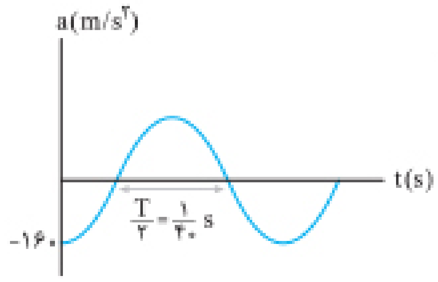
گام چهارم دورهٔ تناوب را محاسبه کرده و زمان‌های حساس را مانند شکل زیر روی پاره‌خط نوسان مشخص می‌کنیم:



$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/4\,s$$

در شکل بالا مشاهده می‌کنید که لحظهٔ $t=\frac{2}{15}\simeq 0/133\,s$ بین دو لحظهٔ $t_1=0/1\,s$ و $t_2=0/2\,s$ قرار دارد؛ بنابراین نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به انتهای پاره‌خط نوسان است و نیروی وارد بر آن در حال افزایش است.

۱۴۱۴. گزینهٔ ۱



گام اول مدت‌زمان مشخص‌شده روی نمودار شتاب ـ زمان برابر با $\frac{T}{2}$ است، یعنی:

$$\frac{T}{2}=\frac{1}{40}\Rightarrow T=\frac{1}{20}s$$

با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{T=\frac{1}{20}s}\omega=\frac{2\pi}{\frac{1}{20}}=40\pi\,rad/s$$

گام دوم طبق نمودار، مشخص است که $a_{max}=160\,m/s^2$ است. به کمک رابطهٔ $a_{max}=A\omega^2$، می‌توانیم دامنهٔ نوسان را محاسبه کنیم:

$$a_{max}=A\omega^2\xrightarrow[\omega=40\pi\,rad/s]{a_{max}=160m/s^2}160=A(40\pi)^2$$

$$\Rightarrow A=\frac{1}{10\pi^2}\xrightarrow{\pi^2=10}A=\frac{1}{100}m=1cm$$

۱۴۱۵. گزینهٔ ۴ گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» درست هستند. اما در ارتباط با گزینهٔ «۴» باید گفت که در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر صفر است، نوسانگر در دو سر پاره‌خط نوسان قرار دارد و سرعت آن صفر است. در این حالت فنر متصل به نوسانگر، بیشترین میزان تغییر طول را دارد و شتاب بیشینه است ($a=-\omega^2 x$).

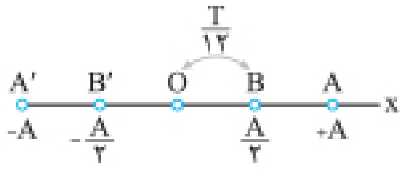
نکته: در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، انرژی جنبشی، بیشینه و انرژی پتانسیل کشسانی، صفر است. در دو سر پاره‌خط نوسان، انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل کشسانی بیشینه است.

۱۴۱۶. گزینهٔ ۴ نوسانگر در مدت‌زمان یک دورهٔ تناوب، دوبار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند، همان‌طور که می‌دانید طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنهٔ نوسان است. در نتیجه، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در طی یک دورهٔ تناوب برابر با $4A$ است. حالا با استفاده از تعریف تندی متوسط می‌توانیم پاسخ را به دست آوریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{4A}{T}$$

۱۴۱۷. گزینهٔ ۱ **گام اول** پاره‌خط OB برابر با نصف دامنه است، یعنی مکان نوسانگر در نقطهٔ B به‌صورت $x=+\frac{A}{2}$ است.

گام دوم با استفاده از الگوهای زمانی، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



$$\Delta t=\frac{T}{12}=\frac{1}{300}\Rightarrow T=\frac{1}{25}s$$

$$\xrightarrow{f=\frac{1}{T}}f=25\,Hz$$

۱۴۱۸. گزینهٔ ۳ **گام اول** با استفاده از رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$، می‌توان نسبت دورهٔ تناوب‌ها را به دست آورد:

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{t_2}{t_1}\times\frac{n_1}{n_2}\xrightarrow{t_2=t_1=60s}\frac{T_2}{T_1}=\frac{n_1}{n_2}$$

$$\xrightarrow[n_2=5]{n_1=20}\frac{T_2}{T_1}=\frac{20}{5}=4$$

گام دوم دورهٔ تناوب نوسانگر جرم و فنر از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\times\frac{k_1}{k_2}}\xrightarrow{k_1=k_2}\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

گام سوم با ترکیب نتایج گام اول و گام دوم می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}=4\Rightarrow\frac{m_2}{m_1}=16\xrightarrow{m_1=100g}m_2=1600g$$

گام چهارم حال می‌توان افزایش جرم را محاسبه کرد:

$$\Delta m=m_2-m_1=1600-100=1500g$$

۱۴۱۹. گزینهٔ ۲

گام اول برای به دست آوردن مکان نوسانگر در لحظهٔ خواسته‌شده، باید ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان آن را بنویسیم. حالت کلی معادلهٔ مکان ـ زمان به صورت $x=A\cos(\omega t)$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{T}{4}=\frac{1}{4}\Rightarrow T=1s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\,rad/s$$

تا این‌جا، معادله به‌صورت $x=A\cos(2\pi t)$ به دست آمد. با جایگذاری نقطهٔ مشخص‌شده روی نمودار در معادلهٔ مکان ـ زمان داریم:

$$x=A\cos(2\pi t)\xrightarrow[t=\frac{5}{6}s]{x=\frac{\sqrt{3}}{2}cm}\frac{\sqrt{3}}{2}=A\cos(2\pi\times\frac{5}{6})$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=A\times\frac{1}{2}\Rightarrow A=\sqrt{3}\,cm$$

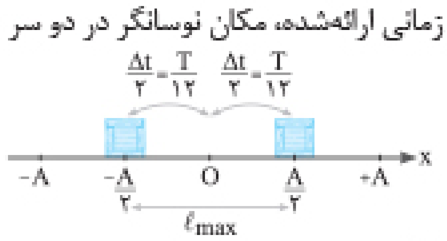
حال می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان را به‌راحتی بنویسیم:

$$x=\sqrt{3}\cos 2\pi t$$

گام دوم با قراردادن $t=\frac{7}{12}s$ درمعادلهٔ $x-t$ داریم:

$$t=\frac{7}{12}s\Rightarrow x=\sqrt{3}\cos(2\pi\times\frac{7}{12})=\sqrt{3}\times(\frac{-\sqrt{3}}{2})=-\frac{3}{2}cm$$

۱۴۲۰. گزینهٔ ۲ بیشینهٔ جابه‌جایی وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در بازه‌های زمانی برابر حول مرکز نوسان حرکت می‌کند، بنابراین ابتدا بازهٔ زمانی داده‌شده را تقسیم بر ۲ می‌کنیم و از الگوهای زمانی ارائه‌شده، مکان نوسانگر در دو سر بازه را محاسبه می‌کنیم:



$$\ell_{max}=2(\frac{A}{2})=A$$

حالا می‌توانیم تندی بیشینه را محاسبه کنیم:

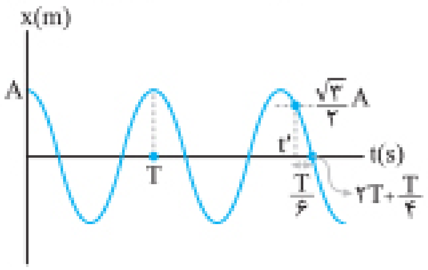
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s_{av,max}=\frac{\ell_{max}}{\Delta t}=\frac{A}{\frac{T}{6}}=\frac{6A}{T}$$

۱۴۲۱. گزینه ۱

گام اول با استفاده از نمودار دورهٔ تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T}{4}=\frac{1}{200}\Rightarrow T=\frac{1}{50}s$$

گام دوم با اسـتفاده از الگوهای زمانی، نمودار را مانند شـکل مقابل کامل می‌کنیم:



$$t'=(2T+\frac{T}{4})-\frac{T}{6}=\frac{25T}{12}\xrightarrow{T=\frac{1}{50}s}t'=\frac{25\times\frac{1}{50}}{12}=\frac{1}{24}s$$

۱۴۲۲. گزینه ۱

گام اول به کمک رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، برای بسامد زاویه‌ای نوسانگر داریم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[A=5\times10^{-2}m]{v_{max}=0/25\,m/s}0/25=5\times10^{-2}\omega\Rightarrow\omega=5\,rad/s$$

گام دوم بزرگی بیشـــینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر، از رابطهٔ $F_{max}=mA\omega^2$ به دست می‌آید:

$$F_{max}=mA\omega^2=2\times5\times10^{-2}\times5^2\Rightarrow F_{max}=2/5\,N$$

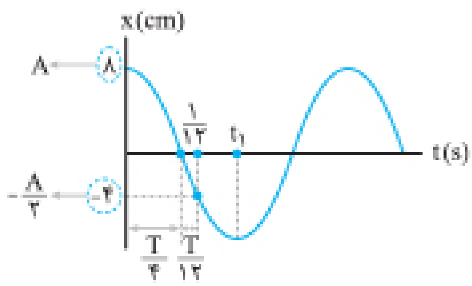
۱۴۲۳. گزینه ۳ در هر دورهٔ تناوب، نوسانگر دو مرتبه از نقطهٔ تعادل $(x=0)$ عبور می‌کند. در این لحظه شـــتاب نوســـانگر صفر می‌شـــود، در نتیجه تعداد نوسان‌های کامل نوسانگر در این مدت (1s) برابر است با: $n=\frac{8}{2}=4$

حال با استفاده از رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$، می‌توانیم دورهٔ تناوب را محاسبه کنیم:

$$T=\frac{t}{n}\xrightarrow[n=4]{t=1s}T=\frac{1}{4}s$$

۱۴۲۴. گزینه ۳

گام اول با استفاده از الگوهای زمانی حرکت هماهنگ ساده، نمودار را مانند شکل مقابل تکمیل کرده و دورهٔ تناوب را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{1}{12}=\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\Rightarrow T=\frac{1}{4}s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\omega=\frac{2\pi}{\frac{1}{4}}=8\pi\,rad/s$$

گام دوم در لحظهٔ t_1، نوســـانگر در بیشینهٔ مکان منفی قرار دارد، در نتیجه اندازهٔ شـــتاب آن بیشینه اســـت، همچنین چون علامت مکان و شتاب نوسانگر همواره قرینهٔ یکدیگرند؛ در نتیجه شتاب نوسانگر مثبت است:

$$a_{t_1}=a_{max}=A\omega^2\xrightarrow[\omega=8\pi\,rad/s]{A=8cm=8\times10^{-2}m}$$

$$a_{t_1}=8\times10^{-2}\times(8\pi)^2=512\pi^2\times10^{-2}\xrightarrow{\pi^2=10}a_{t_1}=51/2\,m/s^2$$

۱۴۲۵. گزینه ۲

گام اول رابطهٔ بین بسامد زاویه‌ای و بسامد به‌صورت $\omega=2\pi f$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\omega=2\pi f\xrightarrow{f=50Hz}\omega=2\pi\times50\Rightarrow\omega=100\pi\,rad/s$$

گام دوم حداکثر تندی نوســـانگر از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ محاسبه می‌شود؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=100\pi\,rad/s]{v_{max}=2\pi\,m/s}2\pi=A\times100\pi\Rightarrow A=\frac{2}{100}m=2\,cm$$

۱۴۲۶. گزینه ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر صفر اســـت، نوسانگر در حال عبور از نقطهٔ تعادلش اســـت و تندی آن در این لحظه بیشینه می‌شود. شتاب نوسانگر از رابطهٔ $a=-\omega^2x$ به دست می‌آید. مشخص است که اگر $x=0$ باشد، شتاب نیز صفر است.

۱۴۲۷. گزینه ۳

گام اول طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنهٔ نوسان است:

$$4=2A\Rightarrow A=2\,cm$$

گام دوم نوســـانگر در هر نوسان کامل، دو بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند. بنابراین وقتی یک بار پاره‌خط نوســـان را طی می‌کند، یعنی نصف یک نوســـان کامل را انجام می‌دهد و مدت‌زمان این حرکت برابر با $\frac{T}{2}$ است:

$$\frac{T}{2}=1s\Rightarrow T=2s$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، بیشینهٔ تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}v_{max}=A(\frac{2\pi}{T})=2\times\frac{2\pi}{2}=2\pi\,cm/s$$

۱۴۲۸. گزینه ۴

گام اول طول پاره‌خط نوسان برابر با $2A$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$2A=60\,cm\Rightarrow A=30\,cm=\frac{3}{10}m$$

گام دوم نوســـانگر در هر تناوب دو بار پاره‌خط نوســـان را به‌طور کامل طی می‌کند، در نتیجه تعداد نوســـان‌های این نوســـانگر در مـــدت 1min برابر با $n=\frac{50}{2}=25$ است؛ بنابراین دورهٔ تناوب برابر است با:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{60}{25}\Rightarrow T=\frac{12}{5}s$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{12}{5}}=\frac{5\pi}{6}\,rad/s$$

گام چهارم حالا می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، تندی بیشینه را محاسبه کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=\frac{5\pi}{6}rad/s]{A=\frac{3}{10}m}v_{max}=\frac{3}{10}\times\frac{5\pi}{6}\Rightarrow v_{max}=\frac{\pi}{4}\,m/s$$

۱۴۲۹. گزینه ۲ حداکثر تندی نوســـانگر از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به دســـت می‌آید، در نتیجه برای مقایسهٔ حداکثر تندی در این دو حالت می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega\Rightarrow\frac{v_{max_2}}{v_{max_1}}=\frac{A_2}{A_1}\times\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

با توجه به رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ چون نوسانگر جرم و فنر در هر دو حالت یکسان است، در نتیجه $\omega_1=\omega_2$ است؛ بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{\omega_2=\omega_1}\frac{v_{max_2}}{v_{max_1}}=\frac{A_2}{A_1}\xrightarrow[A_1=2cm]{A_2=4cm}\frac{v_{max_2}}{v_{max_1}}=\frac{4}{2}=2$$

۱۴۳۰. گزینه ۲

گام اول با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[A=5cm=\frac{1}{20}m]{v_{max}=\frac{\pi}{50}m/s}\frac{\pi}{50}=\frac{1}{20}\omega\Rightarrow\omega=\frac{2}{5}\pi\,rad/s$$

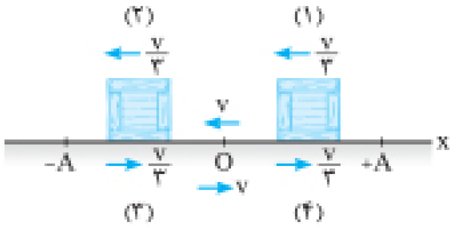
گام دوم حال به دنبال محاسبهٔ دورهٔ تناوب می‌رویم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{2\pi}{5}=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=5\,s$$

گام سوم نوسانگر در مدت‌زمان یک دورهٔ تناوب، مسافت $4A$ را طی می‌کند و در نتیجه، تندی متوسط آن برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=T]{\ell=4A}s_{av}=\frac{4A}{T}\xrightarrow[T=5s]{A=5cm}s_{av}=\frac{4\times5}{5}=4\,cm/s$$

۱۴۳۱. (گزینه ۳) از لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x=+A$ (در لحظهٔ $t=۰$) از حال سکون رها می‌شود، تندی آن از صفر افزایش یافته و در لحظهٔ عبور از مبدأ مکان (نقطهٔ تعادل) تندی آن بیشینه می‌شود. در این بازهٔ زمانی یک‌بار تندی نوسانگر، $\frac{v}{۳}$ می‌شود (نقطهٔ (۱)).

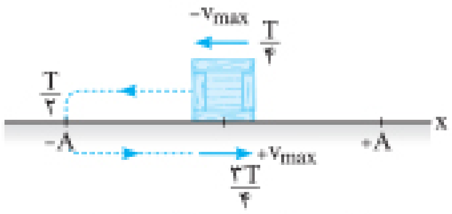


پس از لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل تا لحظهٔ رسیدن به انتهای پاره‌خط نوسان (حالت سکون) یک بار دیگر نیز تندی نوسانگر به $\frac{v}{۳}$ می‌رسد (نقطهٔ (۲)).
در مسیر بازگشت نوسانگر به نقطهٔ شروع (مانند مسیر رفت)، تندی دو مرتبهٔ دیگر به $\frac{v}{۳}$ می‌رسد (نقاط (۳) و (۴))؛ یعنی در هر دورهٔ تناوب ۴ بار تندی نوسانگر به $\frac{v}{۳}$ می‌رسد.

توجه: توجه کنید که پاسخ سؤال برای هر تندی بین صفر تا v، همین ۴ مرتبه است. چون در هر ربع از مسیر حرکت، نوسانگر حتماً یک‌بار این تندی را تجربه می‌کند.

۱۴۳۲. (گزینه ۴)

گام اول تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) بیشینه می‌شود. مطابق شکل، مشخص است که فاصلهٔ زمانی بین دو لحظهٔ متوالی که تندی نوسانگر بیشینه می‌شود، برابر است با:



$$\Delta t=\frac{۳T}{۴}-\frac{T}{۴}=\frac{۲T}{۴}=\frac{T}{۲}$$

گام دوم تندی بیشینهٔ نوسانگر از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ محاسبه می‌شود؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}v_{max}=A(\frac{۲\pi}{T})=\frac{۲\pi A}{T}$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$، می‌توانیم شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی را محاسبه کنیم:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}\xrightarrow[v_۱=-v_{max}]{v_۲=+v_{max}}a_{av}=\frac{v_{max}-(-v_{max})}{\Delta t}=\frac{۲v_{max}}{\Delta t}$$

با استفاده از نتیجهٔ گام اول و دوم، می‌توان نوشت:

$$a_{av}=\frac{۲(\frac{۲\pi A}{T})}{\frac{T}{۲}}\Rightarrow a_{av}=\frac{۸\pi A}{T^۲}$$

۱۴۳۳. (گزینه ۴) **گام اول** بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می‌آید.

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=۲\times۱۰^{-۲}kg]{k=۳۲N/m}\omega=\sqrt{\frac{۳۲}{۲\times۱۰^{-۲}}}=\sqrt{۱۶۰۰}\Rightarrow\omega=۴۰\,rad/s$$

گام دوم بیشینهٔ تندی نوسانگر جرم و فنر برابر با $v_{max}=A\omega$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=۴۰rad/s]{A=۴cm=۴\times۱۰^{-۲}m}v_{max}=۴\times۱۰^{-۲}\times۴۰$$
$$\Rightarrow v_{max}=۱/۶\,m/s$$

۱۴۳۴. (گزینه ۳) **گام اول** بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ محاسبه می‌شود؛ در نتیجه داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=۲۰۰g=۰/۲kg]{k=۱۸۰N/m}\omega=\sqrt{\frac{۱۸۰}{۰/۲}}=\sqrt{۹۰۰}\Rightarrow\omega=۳۰\,rad/s$$

گام دوم طبق اطلاعات صورت سؤال، دامنهٔ نوسان برابر $A=۱۰cm$ است (دامنهٔ نوسان، حداکثر فاصله از نقطهٔ تعادل است). حال با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، می‌توانیم تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل که همان تندی بیشینه است را محاسبه کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=۳۰\,rad/s]{A=۰/۱\,m}v_{max}=۰/۱\times۳۰=۳\,m/s$$

۱۴۳۵. (گزینه ۲)

گام اول در یک دورهٔ تناوب، نوسانگر ۲ بار پاره‌خط نوسان را به‌طور کامل طی می‌کند، در نتیجه مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در طی یک دورهٔ تناوب برابر با ۴A است. با استفاده از تعریف $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ می‌توانیم تندی متوسط نوسانگر در مدت‌زمان یک دورهٔ تناوب را محاسبه کنیم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=T]{\ell=۴A}s_{av}=\frac{۴A}{T}$$

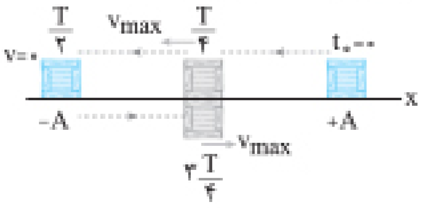
گام دوم تندی بیشینهٔ نوسانگر برابر با $v_{max}=A\omega$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}v_{max}=A\times\frac{۲\pi}{T}=۲\frac{\pi A}{T}$$

گام سوم حالا می‌توانیم نسبت $\frac{s_{av}}{v_{max}}$ را محاسبه کنیم:

$$\frac{s_{av}}{v_{max}}=\frac{\frac{۴A}{T}}{۲\pi\frac{A}{T}}=\frac{۲}{\pi}$$

۱۴۳۶. (گزینه ۳) تندی نوسانگر در لحظه‌ای که نوسانگر از مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) عبور می‌کند، بیشینه می‌شود، در نتیجه مسیر حرکت نوسانگر از لحظهٔ $t_۰=۰$ تا لحظه‌ای که تندی‌اش برای بار دوم بیشینه می‌شود، به شکل زیر است:



$$\Delta t=۳\frac{T}{۴}=۲\Rightarrow T=\frac{۸}{۳}s$$
$$f=\frac{۱}{T}=\frac{۳}{۸}Hz$$

۱۴۳۷. (گزینه ۴) طبق رابطهٔ تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow ۴=\frac{\ell}{۱۵}\Rightarrow\ell=۶۰\,cm$$

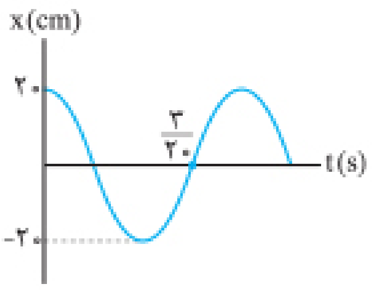
از آن‌جا که در هر نوسان کامل مسافتی معادل ۲ برابر طول پاره‌خط نوسان (یعنی $۲\times۶=۱۲cm$) طی می‌شود و در این بازه مسافت ۶۰cm طی شده است، پس در این بازه ۵ نوسان کامل صورت گرفته است؛ در نتیجه داریم:

$$۱۵=۵T\Rightarrow T=۳\,s$$
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\times۳}{۳}\Rightarrow\omega=۲\,rad/s$$

دامنهٔ نوسان، نصف پاره‌خط نوسان است:

$$A=\frac{L}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳\,cm=۳\times۱۰^{-۲}m$$
$$v_{max}=A\omega=۳\times۱۰^{-۲}\times۲=۶\times۱۰^{-۲}\,m/s$$

۱۴۳۸. (گزینه ۴)



گام اول طبق نمودار مشخص است که:

$$\frac{۳T}{۴}=\frac{۳}{۲۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵}s$$
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵}}\Rightarrow\omega=۱۰\pi\,rad/s$$

گام دوم دامنهٔ نوسان را از نمودار مکان ـ زمان به دست می‌آوریم:

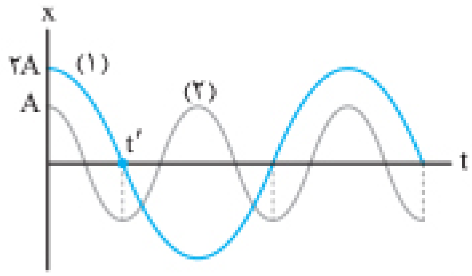
$$A=۲۰\,cm=\frac{۱}{۵}m$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $v_{max} = A\omega$، می‌توانیم بیشینهٔ تندی را محاسبه کنیم:

$$v_{max} = A\omega \xrightarrow[\omega=10\pi\, rad/s]{A=\frac{1}{5}m} v_{max} = \frac{1}{5}\times 10\pi = 2\pi\ m/s$$

$$\xrightarrow{\pi=3} v_{max} = 6\ m/s$$

۱۴۳۹. گزینهٔ ۳



گام اول مطابق شکل مشاهده می‌کنید که در لحظهٔ t' رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\frac{T_1}{4} = 2\left(\frac{T_2}{4}\right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$

گام دوم بیشینهٔ تندی از رابطهٔ $v_{max} = A\omega$ محاسبه می‌شود، همچنین $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{max_1}}{v_{max_2}} = \frac{A_1}{A_2}\times\frac{\omega_1}{\omega_2} \xrightarrow{\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{T_2}{T_1}} \frac{v_{max_1}}{v_{max_2}} = \frac{A_1}{A_2}\times\frac{T_2}{T_1}$$

گام سوم در مرحلهٔ آخر، اطلاعات سؤال را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l} A_1=2A\ ,\ A_2=A \\ \frac{T_2}{T_1}=\frac{1}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_{max_1}}{v_{max_2}} = \frac{2A}{A}\times\frac{1}{2} = 1$$

۱۴۴۰. گزینهٔ ۱

گام اول رابطهٔ بین بیشینهٔ شتاب و بیشینهٔ تندی نوسانگر، به‌صورت $a_{max} = v_{max}\,\omega$ است: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$a_{max} = v_{max}\,\omega \Rightarrow \frac{a_{max_A}}{a_{max_B}} = \frac{v_{max_A}}{v_{max_B}}\times\frac{\omega_A}{\omega_B}$$

گام دوم اطلاعات صورت سؤال را در رابطهٔ به دست آمده قرار می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a_{max_A}}{a_{max_B}}=6\\ \frac{v_{max_A}}{v_{max_B}}=2\end{array}\right\}\Rightarrow 6=2\times\frac{\omega_A}{\omega_B}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=3$$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، می‌توان نوشت:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{T_B}{T_A}\xrightarrow{\frac{\omega_A}{\omega_B}=3}\frac{T_B}{T_A}=3$$

۱۴۴۱. گزینهٔ ۳

گام اول بیشینهٔ شتاب جسم از رابطهٔ $a_{max} = A\omega^2$ محاسبه می‌شود: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$a_{max}=A\omega^2 \xrightarrow[A=0/2m]{a_{max}=20m/s^2} 20 = 0/2\,\omega^2 \Rightarrow \omega=10\ rad/s$$

گام دوم بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر، از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می‌آید، همچنین، طبق اطلاعات شکل $k=200\,N/m$ است: در نتیجه داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[k=200N/m]{\omega=10\ rad/s}10=\sqrt{\frac{200}{m}}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}}100=\frac{200}{m}\Rightarrow m=2\ kg$$

گام سوم حال با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، تندی بیشینه را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=10rad/s]{A=0/2m}v_{max}=0/2\times10=2\ m/s$$

گام چهارم حال با استفاده از رابطهٔ $p=mv$ بیشینهٔ تکانهٔ جسم را به دست می‌آوریم:

$$p_{max}=mv_{max}\xrightarrow[v_{max}=2m/s]{m=2kg}p_{max}=2\times2=4\ kg\cdot m/s$$

۱۴۴۲. گزینهٔ ۳

گام اول تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ O (نقطهٔ تعادل)، بیشینه است:

$v_{max}=2\ m/s$

گام دوم اندازهٔ شتاب نوسانگر در دو سر پاره‌خط نوسان، بیشینه است: در نتیجه داریم:

$a_{max}=20\ m/s^2$

گام سوم با استفاده از رابطهٔ $a_{max}=v_{max}\,\omega$ می‌توان نوشت:

$$a_{max}=v_{max}\,\omega\xrightarrow[v_{max}=2m/s]{a_{max}=20m/s^2}20=2\omega\Rightarrow\omega=10\ rad/s$$

گام چهارم بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$، به دست می‌آید. حال می‌توانیم k را محاسبه کنیم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=2kg]{\omega=10rad/s}10=\sqrt{\frac{k}{2}}\xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}}100=\frac{k}{2}\Rightarrow k=200\ N/m$$

۱۴۴۳. گزینهٔ ۱

گام اول در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر ساده صفر می‌شود، شتاب آن بیشینه است: در نتیجه داریم:

$a_{max}=80\ m/s^2$

گام دوم در لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر است، نوسانگر در مرکز نوسان قرار دارد و تندی آن بیشینه است، در نتیجه داریم:

$v_{max}=2\ m/s$

گام سوم با استفاده از روابط $v_{max}=A\omega$ و $a_{max}=A\omega^2$ می‌توان نوشت:

$$\frac{a_{max}}{v_{max}}=\omega\Rightarrow\omega=\frac{80}{2}=40\ rad/s$$

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=40\ rad/s]{v_{max}=2\ m/s}2=A\times40\Rightarrow A=\frac{1}{20}=0/05\ m$$

گام چهارم معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\cos(\omega t)$ است: در نتیجه داریم:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=40\ rad/s]{A=0/05\ m}x=0/05\cos 40t$$

۱۴۴۴. گزینهٔ ۳

گام اول بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$، به‌دست می‌آید:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=1kg]{k=16N/m}\omega=\sqrt{\frac{16}{1}}=4\ rad/s$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $a_{max}=v_{max}\,\omega$، می‌توانیم بیشینهٔ شتاب را محاسبه کنیم:

$$a_{max}=v_{max}\,\omega\xrightarrow[\omega=4rad/s]{v_{max}=2m/s}a_{max}=2\times4=8\ m/s^2$$

۱۴۴۵. گزینهٔ ۳

گام اول طول پاره‌خط نوسان، ۲ برابر دامنهٔ نوسان است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$2A=4\Rightarrow A=2mm=2\times10^{-3}m$

گام دوم تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل، تندی بیشینه است و از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ محاسبه می‌شود:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[A=2\times10^{-3}m]{v_{max}=4m/s}4=2\times10^{-3}\omega\Rightarrow\omega=2\times10^{3}\ rad/s$$

گام سوم بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر از رابطهٔ $F_{max}=mA\omega^2$، محاسبه می‌شود:

$$F_{max}=mA\omega^2\xrightarrow[A=2\times10^{-3}m,\ \omega=2\times10^{3}\ rad/s]{m=20g=2\times10^{-2}kg}$$

$$F_{max}=2\times10^{-2}\times2\times10^{-3}\times(2\times10^{3})^2\Rightarrow F_{max}=160N$$

۱۴۴۶. گزینه ۱ در لحظهٔ تغییر جهت (دو سر پاره‌خط نوسان) شتاب بیشینه و در لحظهٔ عبور نوسانگر از مرکز نوسان $(F=0)$، تندی بیشینه است؛ در نتیجه داریم:

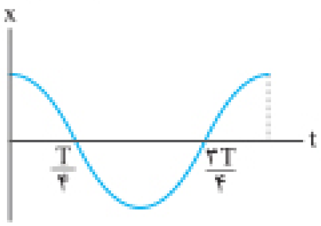
$$a_{max}=A\omega^2=0/8\pi^2 \quad m/s^2$$
$$v_{max}=A\omega=0/2\pi \quad m/s \quad \downarrow \div$$

$$\frac{a_{max}}{v_{max}}=\omega=\frac{0/8\pi^2}{0/2\pi}=4\pi\ rad/s$$

حالا به کمک رابطهٔ $a=-\omega^2x$، بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x=1cm$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a=-\omega^2x=-(4\pi)^2\times(\frac{1}{100})=-0/16\pi^2\Rightarrow |a|=0/16\pi^2\ m/s^2$$

۱۴۴۷. گزینه ۲ معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\cos(\omega t)$ است. نمودار مکان ـ زمان نیز مطابق شکل است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، تندی نوسانگر در لحظات $\frac{T}{4}$، $3\frac{T}{4}$، $\frac{5T}{4}$ و ... که نوسانگر از نقطهٔ تعادل می‌گذرد، بیشینه می‌شود؛ یعنی تندی نوسانگر در لحظاتی که مضرب فردی از $\frac{T}{4}$ است، بیشینه می‌شود. به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

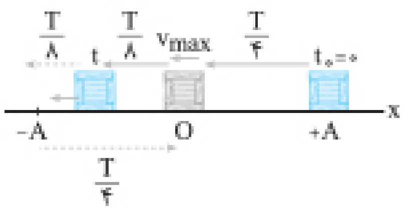


$(2n-1)\frac{T}{4}$ = لحظاتی که تندی بیشینه می‌شود.

۱۴۴۸. گزینه ۳ **گام اول** معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x=A\cos(\omega t)$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x=3\cos(40\pi t)\Rightarrow\omega=40\pi\ rad/s\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\frac{2\pi}{T}=40\pi$$
$$\Rightarrow T=\frac{1}{20}s$$

گام دوم بازهٔ زمانی داده‌شده را برحسب دورهٔ تناوب محاسبه کرده و مسیر حرکت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان را رسم می‌کنیم:



$$\frac{t}{T}=\frac{\frac{3}{160}}{\frac{1}{20}}=\frac{3}{8}\Rightarrow t=\frac{3}{8}T=\frac{2}{8}T+\frac{1}{8}T\Rightarrow t=\frac{T}{4}+\frac{T}{8}$$

گام سوم در شکل بالا مشاهده می‌کنید که نوسانگر در لحظهٔ t در حال نزدیک‌شدن به انتهای پاره‌خط نوسان است. از آن‌جایی که تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور آن از مرکز نوسان بیشینه می‌شود، بنابراین نوسانگر باید ابتدا به انتهای پاره‌خط نوسان برسد و سپس از آن‌جا به مرکز نوسان رسیده و تندی‌اش بیشینه شود. از روی شکل مشخص است که این مدت‌زمان برابر است با:

$$\Delta t=\frac{T}{8}+\frac{T}{4}=\frac{3T}{8}\xrightarrow{T=\frac{1}{20}s}\Delta t=\frac{3}{160}s$$

۱۴۴۹. گزینه ۴ وقتی اصطکاک نداریم، انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند. (انرژی مکانیکی مستقل از مکان نوسانگر است.)

۱۴۵۰. گزینه ۴

گام اول همان‌طور که می‌دانید شتاب و مکان نوسانگر مختلف‌العلامت هستند، بنابراین شتاب نوسانگر در مکان‌های مثبت، منفی است. (بازهٔ زمانی صفر تا t_1 و بازهٔ زمانی t_3 تا t_4)

گام دوم وقتی نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد. (بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4)

گام سوم اشتراک بازه‌های زمانی به دست آمده در گام‌های اول و دوم، بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 است.

۱۴۵۱. گزینه ۴ همان‌طور که می‌دانید، با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=m\vec{a}$، علامت نیرو و شتاب با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

در بازهٔ t_3 تا t_4: $F<0\Rightarrow a<0$

و چون شتاب با مکان مختلف‌العلامت هستند، در این بازه $x>0$ است. با توجه به نمودار، در بازهٔ t_3 تا t_4، اندازهٔ نیرو در حال افزایش است؛ در نتیجه نوسانگر در قسمت x های مثبت، در حال نزدیک‌شدن به انتهای پاره‌خط نوسان است، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر افزایش و چون انرژی مکانیکی آن پایسته است، انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

۱۴۵۲. گزینه ۱ وقتی نوسانگر به سمت مرکز نوسان در حرکت است، اندازهٔ سرعت آن (تندی) در حال افزایش است، در نتیجه طبق رابطهٔ $p=mv$، تکانهٔ آن افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها گزینهٔ «۲»: توجه کنید که انرژی مکانیکی نوسانگر ثابت است، چون در حرکت هماهنگ ساده، خبری از نیروهای اتلافی نیست.
گزینهٔ «۳»: طبق رابطهٔ $a=-\omega^2x$ با کاهش مقدار x، اندازهٔ شتاب نیز کاهش می‌یابد. گزینهٔ «۴»: با نزدیک‌شدن نوسانگر به مرکز نوسان، طول فنر به حالت عادی خود نزدیک می‌شود و در نتیجه انرژی پتانسیل کشسانی کاهش می‌یابد.

۱۴۵۳. گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ $a=-\omega^2x$ بردار مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند، بنابراین در لحظه‌هایی که بردار سرعت و مکان نوسانگر با یکدیگر هم‌جهت هستند، بردار سرعت و شتاب خلاف جهت یکدیگرند، پس نوع حرکت نوسانگر کندشونده و در حال دورشدن از مرکز نوسان است، در نتیجه انرژی جنبشی آن در این لحظه‌ها، با گذشت زمان کاهش می‌یابد و مطابق رابطهٔ $|a|=\omega^2|x|$ با افزایش x اندازهٔ شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

۱۴۵۴. گزینه ۳

بررسی همهٔ گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: طبق رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ با کاهش جرم وزنه، دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر کاهش می‌یابد.
گزینهٔ «۲»: طبق رابطهٔ $E=\frac{1}{2}kA^2$ با کاهش جرم وزنه، چون مقدار دامنه و ثابت فنر تغییر نمی‌کند؛ در نتیجه انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.
گزینهٔ «۳»: طبق رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ با کاهش جرم وزنه، مقدار بسامد زاویه‌ای افزایش یافته و با توجه به رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، بیشینهٔ تندی نوسانگر نیز افزایش می‌یابد.
گزینهٔ «۴»: با کاهش جرم وزنه، دامنهٔ نوسان ثابت می‌ماند، بنابراین مسافت طی‌شده در یک دوره که برابر $4A$ است، ثابت می‌ماند.

۱۴۵۵. گزینه ۳

گام اول مطابق اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$m=50g=5\times10^{-2}kg\quad,\quad A=10cm=10^{-1}m$$

همچنین از رابطهٔ $T=\frac{1}{f}$ داریم: $T=2s\xrightarrow{f=\frac{1}{T}}f=\frac{1}{2}Hz$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $E=2\pi^2mA^2f^2$، انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$E=2\pi^2mA^2f^2=2\pi^2\times5\times10^{-2}\times(10^{-1})^2\times(\frac{1}{2})^2$$
$$\Rightarrow E=25\pi^2\times10^{-5}J$$

۱۴۵۶. گزینه ۱ با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}kA^2$ به سادگی به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2\xrightarrow[A=5cm=5\times10^{-2}m]{k=200N/m}$$
$$E=\frac{1}{2}\times200\times(5\times10^{-2})^2=100\times25\times10^{-4}\Rightarrow E=0/25\ J$$

شاید تنها نکتهٔ جالب در حل این سؤال جرم وزنه است که یک دادهٔ اضافی است.

۱۴۵۷. گزینه ۲ **گام اول** در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان، به علت بیشینه‌بودن تندی نوسانگر، انرژی جنبشی بیشینه است. انرژی جنبشی بیشینه با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر می‌باشد:
$K_{max}=E$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$ می‌توان نوشت:

$$K_{max}=E=\frac{۱}{۲}kA^۲ \xrightarrow[A=۴cm=۴\times۱۰^{-۲}m]{k=۱۰۰N/m}$$

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}\times۱۰۰\times(۴\times۱۰^{-۲})^۲ \Rightarrow K_{max}=۸\times۱۰^{-۲}=۰/۰۸J$$

۱۴۵۸. (گزینه ۱)
گام اول در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، سرعت و انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل کشسانی صفر است؛ در نتیجه در این لحظه داریم: $K_{max}=E$

گام دوم با استفاده از تعریف انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \xrightarrow{K_{max}=E} E=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$$

$$\Rightarrow v_{max}^۲=\frac{۲E}{m}\Rightarrow v_{max}=(\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$$

۱۴۵۹. (گزینه ۳) **گام اول** انرژی مکانیکی نوسانگر در هر لحظه برابر با مجموع انرژی‌های پتانسیل کشسانی و جنبشی است:

$$E=U+K \xrightarrow[K=۰/۱۲J]{U=۰/۰۶J} E=۰/۰۶+۰/۱۲=۰/۱۸J$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $E=۲\pi^۲mA^۲f^۲$، بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$E=۲\pi^۲mA^۲f^۲ \xrightarrow[E=۰/۱۸J]{m=۱۰^{-۲}kg,\ A=۴\times۱۰^{-۲}m}$$

$$۰/۱۸=۲\pi^۲\times۱۰^{-۲}\times(۴\times۱۰^{-۲})^۲\times f^۲\Rightarrow f=\frac{۷۵}{\pi}Hz$$

گام سوم حالا به سادگی و با استفاده از $T=\frac{۱}{f}$ می‌توان نوشت:

$$T=\frac{۱}{f}=\frac{۱}{\frac{۷۵}{\pi}}\Rightarrow T=\frac{\pi}{۷۵}s$$

۱۴۶۰. (گزینه ۳) **گام اول** در لحظه‌ای که تندی نوسانگر بیشینه است، انرژی جنبشی آن بیشینه و در نتیجه انرژی پتانسیل کشسانی آن صفر است؛ بنابراین داریم:

$$K=۴-U\xrightarrow{U=۰}K_{max}=۴J$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ می‌توان نوشت:

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲\xrightarrow[m=۲kg]{K_{max}=۴J}۴=\frac{۱}{۲}\times۲\times v_{max}^۲$$

$$\Rightarrow v_{max}=۲m/s$$

۱۴۶۱. (گزینه ۳) در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، انرژی جنبشی و تندی، بیشینه است، در حالی که انرژی پتانسیل صفر است، در نتیجه وقتی در معادلهٔ انرژی پتانسیل ـ سرعت، $U=۰$ را قرار دهیم، v_{max} محاسبه می‌شود:

$$U=۴-v^۲\xrightarrow[v=v_{max}]{U=۰}۰=۴-v_{max}^۲\Rightarrow v_{max}=۲m/s$$

۱۴۶۲. (گزینه ۴) بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده برابر با انرژی مکانیکی آن است:

$$K_{max}=E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\Rightarrow\frac{(K_{max})_۲}{(K_{max})_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱})^۲$$

$$\xrightarrow{A_۲=۲A_۱}\frac{(K_{max})_۲}{(K_{max})_۱}=۲^۲=۴$$

توجه: بسامد زاویه‌ای مستقل از دامنهٔ نوسان است و ثابت می‌ماند.

۱۴۶۳. (گزینه ۲) **گام اول** انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطهٔ بازگشت بیشینه است. (چون در این نقطه تندی و انرژی جنبشی صفر است.)

گام دوم انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی بیشینه و انرژی مکانیکی هر سه با هم برابرند:

$$U_{max}=K_{max}=E=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$$

تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان بیشینه است.

$$U_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲\xrightarrow[m=۴kg]{v_{max}=۰/۵m/s}U_{max}=\frac{۱}{۲}\times۴\times(۰/۵)^۲$$

$$\Rightarrow U_{max}=۰/۵J$$

توجه: برای پاسخ دادن به این سؤال نیازی به دانستن دامنهٔ حرکت نبود!

۱۴۶۴. (گزینه ۳) **گام اول** پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنهٔ نوسان است:

$$۲A=۲۰cm\Rightarrow A=۱۰cm=۱۰^{-۱}m$$

گام دوم مدت‌زمانی که طول می‌کشد نوسانگر از مرکز نوسان به انتهای مسیر برسد، برابر با یک‌چهارم دورهٔ تناوب است:

$$\frac{T}{۴}=\frac{۱}{۴}s\Rightarrow T=۱s\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\omega=\frac{۲\pi}{T}=۲\pi\ rad/s$$

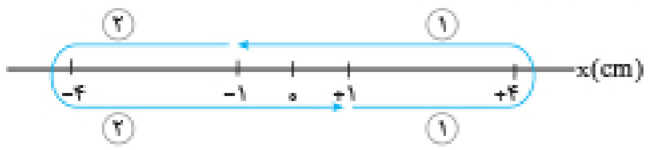
گام سوم انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه و با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است:

$$K_{max}=E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\xrightarrow[A=۱۰^{-۱}m,\ \omega=۲\pi rad/s]{m=۱۰۰g=۱۰^{-۱}kg}$$

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۱}\times(۱۰^{-۱})^۲\times(۲\pi)^۲$$

$$\Rightarrow K_{max}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۳}\times۴\pi^۲\xrightarrow{\pi^۲=۱۰}K_{max}=۲۰\times۱۰^{-۳}J=۲۰mJ$$

۱۴۶۵. (گزینه ۳) مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+۱cm$ در جهت $+x$ حرکت کند و دوباره به مکان $+۱cm$ در جهت $+x$ برسد، برابر با دورهٔ T است. اگر در شکل دقت کنیم، مدت‌زمان طی مسیر ۱ با طی مسیر ۲ با هم برابر است؛ بنابراین داریم:



$$t_۱=t_۲=\frac{T}{۲}=۲\Rightarrow T=۴s,\ \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۲}rad/s$$

$$E=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۱۰}\times(\frac{۴}{۱۰۰})^۲\times(\frac{\pi}{۲})^۲$$

$$\Rightarrow E=۴\times۱۰^{-۴}J=۰/۴mJ$$

۱۴۶۶. (گزینه ۱) **گام اول** معادلهٔ نیرو ـ مکان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $F=-kx$ (قانون هوک) است. با مقایسهٔ این رابطه و رابطهٔ $F=-۷۵x$ (رابطهٔ داده‌شده در صورت سؤال) داریم: $k=۷۵N/m$

گام دوم طول پاره‌خط نوسان برابر $۲A$ است، بنابراین $A=\frac{۴۰}{۲}=۲۰cm$ است. حال با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^۲$ داریم:

$$\longrightarrow E=\frac{۱}{۲}kA^۲=\frac{۱}{۲}\times۷۵\times(۲۰\times۱۰^{-۲})^۲=۱/۵J$$

۱۴۶۷. (گزینه ۱) **گام اول** معادلهٔ نیرو ـ مکان نوسانگر هماهنگ ساده به‌صورت $F=-m\omega^۲x$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$F=-۱۸۰x\Rightarrow m\omega^۲=۱۸۰\xrightarrow{m=۰/۲kg}$$

$$۰/۲\omega^۲=۱۸۰\Rightarrow\omega^۲=۹۰۰\Rightarrow\omega=۳۰rad/s$$

گام دوم بیشینهٔ انرژی جنبشی از رابطهٔ $K_{max}=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ محاسبه می‌شود:

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\xrightarrow[\omega=۳۰rad/s]{K_{max}=۲۲۵mJ=۲۲۵\times۱۰^{-۳}J,\ m=۰/۲kg}$$

$$۲۲۵\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times A^۲\times۳۰^۲\Rightarrow A^۲=۲۵\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow A=۵\times۱۰^{-۲}m\Rightarrow A=۰/۰۵m$$

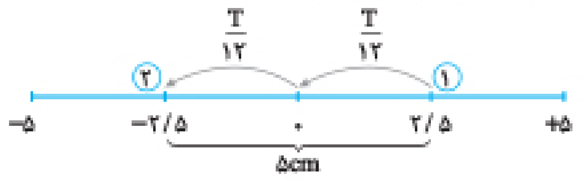
گام سوم معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x = A\cos(\omega t)$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega=۳۰\,rad/s]{A=۰/۰۵\,m} x = ۰/۰۵\cos(۳۰t)$$

۱۴۶۸. گزینهٔ ۲ **گام اول** مقدار دامنه را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{۱۰}{۲} = ۵\,cm$$

گام دوم حداقل زمان برای طی یک مسیر در حرکت هماهنگ ساده وقتی است که نوسانگر در دو طرف مرکز نوسان حرکت کند.



$$\Delta t = ۲\times\frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶} \xrightarrow{\Delta t=\frac{۱}{۳۰}s} \frac{T}{۶} = \frac{۱}{۳۰} \Rightarrow T = ۰/۲\,s$$

گام سوم از رابطهٔ بیشینهٔ انرژی جنبشی مقدار آن را به دست می‌آوریم.

$$K_m = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$$

$$\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} K_m = \frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۱۰}\times(\frac{۵}{۱۰۰})^۲\times(\frac{۲\pi}{۰/۲})^۲$$

$$\Rightarrow K_m = ۰/۴۵\,J \Rightarrow K_m = ۴۵۰\,mJ$$

۱۴۶۹. گزینهٔ ۲

گام اول معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x = A\cos(\omega t)$ است: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x = ۰/۵\cos(۲۰t) \Rightarrow A = ۰/۵\,m\ ,\ \omega = ۲۰\,rad/s$$

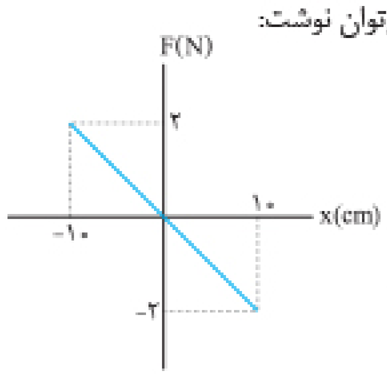
گام دوم بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر با انرژی مکانیکی است:

$$K_{max} = E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \xrightarrow[K_{max}=۶\times۱۰^{-۲}\,J]{A=۰/۵\,m} ۶\times۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۲}\times k\times ۰/۵^۲$$

$$\Rightarrow k = ۰/۴۸\,N/m$$

۱۴۷۰. گزینهٔ ۱

گام اول به کمک نمودار نیرو ـ مکان می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} F_{max} = ۲N \Rightarrow mA\omega^۲ = ۲N \\ A = ۱۰cm = ۱۰^{-۱}m \end{cases}$$

گام دوم انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطهٔ $E = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲$ محاسبه می‌شود. این انرژی را به‌صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$E = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = \frac{۱}{۲}A(mA\omega^۲) = \frac{۱}{۲}A\times F_{max}$$

$$\xrightarrow[F_{max}=۲N]{A=۱۰^{-۱}m} E = \frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۱}\times۲ = ۰/۱\,J$$

۱۴۷۱. گزینهٔ ۳

گام اول در هر دورهٔ تناوب، ۴ مرتبه انرژی پتانسیل کشسانی و جنبشی برابر می‌شوند؛ در نتیجه تعداد نوسان‌های کامل در مدت ۱s برابر است با:

$$n = \frac{۱۲}{۴} = ۳\ ,\ T = \frac{t}{n} \xrightarrow[n=۳]{t=۱s} T = \frac{۱}{۳}s$$

گام دوم حالا به کمک رابطهٔ $n = \frac{t}{T}$، تعداد نوسان‌های کامل در مدت یک دقیقه را به‌دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[T=\frac{۱}{۳}s]{t=۶۰s} n = \frac{۶۰}{\frac{۱}{۳}} = ۱۸۰ \text{ نوسان}$$

۱۴۷۲. گزینهٔ ۱ نوسانگر هماهنگ ساده همواره حول نقطهٔ تعادلش نوسان می‌کند بنابراین جسم از نقطه‌ای که رها می‌شود حول نقطهٔ تعادلش شروع به نوسان می‌کند. نقطهٔ رهاشدن جسم، معادل انتهای پاره‌خط نوسان است و فاصلهٔ آن تا نقطهٔ تعادلش (مرکز نوسان) برابر با دامنه است. بنابراین مطابق شکل مقابل نیروهای وارد بر نوسانگر در نقطهٔ تعادل رسم کرده و دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{کل}} = ۰ \Rightarrow F_{\text{فنر}} = kx = mg \Rightarrow ۴۰x = ۰/۲\times۱۰$$

$$\Rightarrow x = A = ۵\,cm$$

۱۴۷۳. گزینهٔ ۲

گام اول انرژی پتانسیل را برحسب انرژی جنبشی به دست می‌آوریم.

$$K = U + \frac{۵۰}{۱۰۰}U \Rightarrow K = \frac{۳}{۲}U \Rightarrow U = \frac{۲}{۳}K$$

گام دوم با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی، تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$E = U+K \Rightarrow E = \frac{۲}{۳}K + K$$

$$E = \frac{۵}{۳}K \Rightarrow \cancel{\frac{۱}{۲}m}\,\omega^۲A^۲ = \frac{۵}{۳}(\cancel{\frac{۱}{۲}m}\,v^۲)$$

از دو طرف معادله جذر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{۵}{۳}}v \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۳}{۵}}A\omega \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۳}{۵}}\times\frac{۵}{۱۰۰}\times۲۰$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{۳}{۵}}\,m/s$$

۱۴۷۴. گزینهٔ ۲

گام اول با استفاده از رابطهٔ $\frac{K}{E} = (\frac{v}{v_{max}})^۲$ می‌توان نوشت:

$$\frac{K}{E} = (\frac{v}{v_{max}})^۲ \xrightarrow{\frac{v}{v_{max}}=\frac{۱}{۲}} \frac{K}{E} = (\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow E = ۴K$$

گام دوم انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن است:

$$E = U+K \Rightarrow U = E-K \xrightarrow{E=۴K} U = ۳K \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{۱}{۳}$$

۱۴۷۵. گزینهٔ ۲ **گام اول** با استفاده از رابطهٔ $E = U+K$ می‌توان نوشت:

$$E = U+K \xrightarrow{U=\frac{K}{۸}} E = \frac{K}{۸} + K \Rightarrow E = \frac{۹}{۸}K \Rightarrow \frac{K}{E} = \frac{۸}{۹}$$

گام دوم حال با استفاده از رابطهٔ $\frac{K}{E} = (\frac{v}{v_{max}})^۲$، نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{K}{E} = (\frac{v}{v_{max}})^۲ \xrightarrow{\frac{K}{E}=\frac{۸}{۹}} \frac{۸}{۹} = (\frac{v}{v_{max}})^۲ \Rightarrow \frac{v}{v_{max}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

۱۴۷۶. گزینهٔ ۲

گام اول انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطهٔ $E = \frac{۱}{۲}kA^۲$ حساب می‌کنیم. دقت کنید که دامنهٔ حرکت نوسانگر ۴cm است.

$$k = ۵N/cm \Rightarrow k = ۵\times۱۰۰ = ۵۰۰\,N/m$$

$$E = \frac{۱}{۲}\times۵۰۰\times(۴\times۱۰^{-۲})^۲ \Rightarrow E = ۰/۴J$$

گام دوم هنگامی که تندی نوسانگر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ تندی بیشینه است، انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ بیشینهٔ انرژی جنبشی است.

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K}{K_{max}} = (\frac{v}{v_{max}})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{K}{K_{max}} = (\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}K_{max}$$