

“من به کارهای بسیاری که انجام نداده‌ام هم افتخار می‌کنم،
راز موفقیت اپل هم همین است،
ما وقت خود را در کارهایی که نباید انجام دهیم تلف نکردیم.”

استیو جابز - بنیان‌گذار اپل

از آنجا که این کتاب برای دوران جمع‌بندی شما تهیه شده است بنابراین باید بتواند بسیار موجز و مختصر و تأثیرگذار باشد، چنان‌که از یک کتاب جمع‌بندی انتظار می‌رود. بنابراین ما در انتخاب تست‌های این کتاب درنگ کردیم و به تست‌های بسیاری که در این کتاب نیاوردیم افتخار می‌کنیم و همچنین افتخار می‌کنیم که چارچوب تست‌های کنکور و استانداردهای کتاب درسی را خوب می‌شناسیم و این توانایی و اشراف را داریم که در چیزی حدود پانصد تست تمامی تیپ‌های مورد سؤال در کنکور و تمامی زوایای کتاب درسی را پوشش دهیم و در عین حال به معنای واقعی به کلمه **استاندارد** وفادار بمانیم.

20+ EXAM Contents

Logic & set

۱۰	آشنایی با منطق ریاضی	CHAPTER 1 آزمون ۱
۱۱	مجموعه - زیر مجموعه	آزمون ۲
۱۲	جبر مجموعه‌ها	آزمون ۳

Probability

۱۵	مباحث کتاب دهم	CHAPTER 2 آزمون ۴
۱۸	مبانی احتمال	آزمون ۵
۱۹	احتمال غیر هم‌شانس	آزمون ۶
۲۰	احتمال شرطی	آزمون ۷
۲۵	پیشامدهای مستقل و وابسته	آزمون ۸

Descriptive Statistics

۲۷	توصیف و نمایش داده‌ها	CHAPTER 3 آزمون ۹
۲۹	معیارهای گرایش به مرکز	آزمون ۱۰
۳۱	معیارهای پراکندگی	آزمون ۱۱

Inferential statistics

۳۵	گردآوری داده‌ها	CHAPTER 4 آزمون ۱۲
۳۸	برآورد	آزمون ۱۳

Number Theory

۴۲	استدلال ریاضی	CHAPTER 1 آزمون ۱۴
۴۳	بخش‌پذیری در اعداد صحیح	آزمون ۱۵
۴۶	هم‌نهستی در اعداد صحیح و کاربردها	آزمون ۱۶

Graph & modeling

۵۲	معرفی گراف	CHAPTER 2 آزمون ۱۷
۵۸	مدل‌سازی با گراف	آزمون ۱۸

Combinations

۶۲	شمارش بدون شمردن	CHAPTER 3 آزمون ۱۹
۶۶	مباحثی در ترکیبیات	آزمون ۲۰
۶۹	روش‌های برای شمارش	آزمون ۲۱

Answers

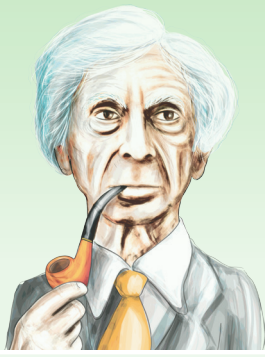
۷۲	پاسخ‌نامه	CHAPTER Z
----	-------	-----------	-----------



STANDARD Test

ویژه جمع بندی سریع

20+
EXAM



برتراند راسل
۱۸۷۲-۱۹۷۰

درس اول: آشنایی با منطق ریاضی
درس دوم: مجموعه - زیرمجموعه
درس سوم: قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها

1

CHAPTER

Logic & set

Bertrand Russell

آزمون اول



آشنایی با منطق ریاضی

ص ۱ تا ۱۸ کتاب آمار و ...

1 کدام یک از گزینه‌های زیر یک گزاره است؟

- (۱) قد علی از رضا بلندتر است.
- (۲) علی قد بلند است.
- (۳) علی از رضا خوشگل‌تر است.
- (۴) علی خوشگل است.

2 گزاره «این طور نیست که ۴ عددی فرد نیست». معادل با کدام گزاره است؟

- (۱) ۴ عددی زوج است.
- (۲) ۴ عددی فرد است.
- (۳) ۴ عددی غیر اول است.
- (۴) ۴ عددی مرکب است.

3 گزاره «اگر و متدین باشد، آن‌گاه درستکار است» معادل با کدام گزینه است؟

- (۱) اگر و درستکار باشد، آن‌گاه او متدین است.
- (۲) اگر و متدین نباشد، آن‌گاه او درستکار نیست.
- (۳) اگر و درستکار نباشد، آن‌گاه او متدین نیست.
- (۴) او درستکار نیست ولی او متدین است.

4 کدام گزینه جمله «اگر باشد، ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \vee r$ درست است» را به طور نادرست تکمیل می‌کند؟

- (۱) r درست
- (۲) p نادرست
- (۳) r و q نادرست
- (۴) q درست

5 کدام گزینه جمله «اگر باشد، ارزش گزاره $(p \vee q) \Leftrightarrow r$ درست است» را به طور نادرست تکمیل نمی‌کند؟

- (۱) p و q درست
- (۲) r و p نادرست
- (۳) r و p درست
- (۴) r درست و r نادرست

6 با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه می‌تواند در ستون آخر قرار گیرد؟

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow \sim q$
.....	د	د	ن

- (۱) $\sim p \vee q$
- (۲) $\sim p \wedge q$
- (۳) $\sim p \vee \sim q$
- (۴) $\sim p \wedge \sim q$

7 با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر، گزاره مناسب برای ستون آخر جدول کدام است؟

p	q	r	$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
.....	ن	د

- (۱) $\sim r \Rightarrow (p \wedge \sim q)$
- (۲) $q \Rightarrow (p \wedge r)$
- (۳) $(p \vee q) \Rightarrow r$
- (۴) $(p \vee r) \Rightarrow q$

8 هم ارز گزاره $[\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$ کدام است؟

- (۱) q
- (۲) $\sim p \Rightarrow q$
- (۳) p
- (۴) $\sim q$

(مشابه خارج - ۹۸)

NOTE



10

خرید آنلاین در gajmarket.com

وب‌سایت جامع و پوی

20+ EXAM

آمار و احتمال | فصل ۱. آشنایی با مبانی ریاضی

(خارج - ۹۸)

9 گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ ، با کدام گزاره زیر هم ارزش است؟

- (۱) $p \vee (q \wedge r)$
- (۲) $p \wedge (q \vee r)$
- (۳) $r \Rightarrow (p \wedge q)$
- (۴) $r \Rightarrow (p \vee q)$

10 کدام یک از گزینه‌های زیر یک گزاره‌نما محسوب نمی‌شود؟

- (۱) p عددی طبیعی است
- (۲) a عدد a مضرب ۴ است
- (۳) $2x + 3y = 6$
- (۴) همه اعداد فرد مضرب ۳ هستند.

11 درباره گزاره نمای $\sqrt{x-1} < 2$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) $D = (1, +\infty)$
- (۲) $S = [0, 5)$
- (۳) $D = [1, 2)$
- (۴) $S = [1, 5)$

(خارج - ۹۸)

12 کدام گزاره سوری زیر، دارای ارزش درست است؟

- (۱) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 2 > 2x$
- (۲) $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x-1}{x} = x$
- (۳) $\exists x \in \mathbb{R}; |x + \frac{1}{x}| < 2$
- (۴) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$

(داخل - ۹۸)

13 گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; p(x, y)$ با کدام گزاره نمای $p(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

- (۱) $y - x = 6$
- (۲) $x - y = 6$
- (۳) $x + y = 6$
- (۴) $xy = 6$

(مشابه داخل - ۹۸)

14 گزاره سوری $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{Z}; p(x, y)$ با کدام گزاره نمای $p(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

- (۱) $x^2 \geq y - 5$
- (۲) $y^2 \geq x - 5$
- (۳) $x^2 = y + 5$
- (۴) $y^2 = x + 5$

15 نقیض گزاره «همه دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوشند» کدام است؟

- (۱) همه دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند.
- (۲) بعضی دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران باهوش نیستند.
- (۳) بعضی از دانشجویان همه دانشگاه‌های تهران باهوش اند.
- (۴) لااقل یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران باهوش نیست.

مجموعه - زیر مجموعه

آزمون دوم



ص ۱۹ تا ۲۵ کتاب آمار و ...

(داخل - ۹۶)

16 اگر $n \in \mathbb{N}$ و $n > -n, 2^m \leq 2n$ باشد، مجموعه $(A_n - A_f) \cup A_f$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

(داخل - ۹۵)

17 مجموعه $A = \{2\}, B = \{3, 5, \{2\}\}, C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$ مفروض است. کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟

- (۱) $A \in B$
- (۲) $A \in C$
- (۳) $B \in C$
- (۴) $A \subseteq C$

(خارج - ۹۷)

18 اگر $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, \{1, 2\}\}, C = \{\{1, 2, \{1, 2\}\}\}$ باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟

- (۱) $B \subseteq C$
- (۲) $A \in B$
- (۳) $A \subseteq B$
- (۴) $B \in C$

NOTE



11

خرید آنلاین در گاجمارکت.com ویژه جمع‌بندی سریع

20+ EXAM

آمار و احتمال | فصل ۱۰ آشنایی با مبانی ریاضی

19 اگر چهار مجموعه x مستطیل است $A = \{x\}$ و $B = \{x \mid x \text{ لوزی است}\}$ و $C = \{x \mid x \text{ مربع است}\}$ و $D = \{x \mid x \text{ متوازی الاضلاع است}\}$ مفروض باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$A \subseteq C \quad (1)$$

$$C \subseteq B \quad (2)$$

$$D = A \cap B \quad (4)$$

$$A \subseteq B \quad (3)$$

20 تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2k+1$ عضوی ۹۶ واحد بیش‌تر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2k-1$ عضوی است. k کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

(خارج - ۹۸)

21 مجموعه A دارای ۵۱۲ زیرمجموعه است، مجموعه $A \cap B$ دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های $(B \cup A)'$ کدام است؟

$$16 \quad (1)$$

$$64 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$64 \quad (4)$$

22 چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟

$$8 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$12 \quad (4)$$

23 اگر A مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی و $B = \{\forall k : k \in A\}$ ، آن گاه مجموعه $A \cap B$ چند زیرمجموعه دارد؟

$$6 \quad (1)$$

$$16 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$32 \quad (4)$$

24 اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{a, b\}$ آن گاه مجموعه $A - B$ چند زیرمجموعه ناتهی دارد؟

$$3 \quad (1)$$

$$15 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$14 \quad (4)$$

(داخل - ۹۸)

25 اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{2\}\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های $A \cap B'$ کدام است؟

$$4 \quad (1)$$

$$32 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

26 اگر $A = \{y, \{x^2 - 3\}\}$ و $B = \{\{1\}, |x| + 1\}$ و بدانیم مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ باهم برابرند، مقدار y کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

جبر مجموعه‌ها

آزمون سوم



ص ۲۶ تا ۳۸ کتاب آمار و ...

(خارج - ۹۴)

27 اگر $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ و $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$ و $C = \{1, 2, 3\}$ باشد، کدام رابطه درست است؟

$$A - B = C \quad (1)$$

$$B - C = \{C\} \quad (3)$$

$$B - C = \emptyset \quad (2)$$

$$A - B = \{C\} \quad (4)$$

(خارج - ۹۵)

28 مجموعه A دارای ۱۵ زیرمجموعه ناتهی و مجموعه B دارای ۸ زیرمجموعه است. مجموعه $C = A \cap (A' - B)'$ چند عضو دارد؟

$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$5 \quad (4)$$

NOTE



12

خرید آفلاین در گاجمارکت.com
نوبه جمع‌بندی سریع

20+ EXAM

آمار و احتمال | فصل ۱۰ آشنایی با مبانی ریاضی



Andrey Kolmogorov

آندری کولموگوروف
۱۹۰۳-۱۹۸۷

Probability

درس صفرم: احتمال سال دهم

درس اول: مبانی احتمال

درس دوم: احتمال غیرهم‌شانس

درس سوم: احتمال شرطی

درس چهارم: پیشامدهای مستقل و وابسته

2

CHAPTER

آزمون چهارم I gaj

مباحث کتاب دهم

ص ۱۴۲ تا ۱۵۲ کتاب دهم

43 سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم، اگر «رو» بیاید دو سکه دیگر و اگر «پشت» بیاید، یک تاس می‌اندازیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

۱۰ (۱) ۲۴ (۲)

۱۲ (۳) ۱۲ (۴)

44 در خانواده‌ای با ۵ فرزند، تعداد عضوهای پیشامد A که در آن «فرزند وسط دختر بوده و بچه‌های کوچک‌تر از او از یک جنس مختلف باشند»، چند عضو دارد؟

۲ (۱) ۴ (۲)

۳ (۳) ۶ (۴)

45 یک تاس آبی و یک تاس قرمز را پرتاب می‌کنیم. پیشامد این که «تفاضل اعداد ظاهر شده در دو تاس، کم‌تر از ۲ باشد»، دارای چند عضو است؟

۱ (۱) ۸ (۲)

۱۰ (۳) ۱۶ (۴)

46 دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر A پیشامد این که «اعداد روشده متوالی» و B پیشامد این که «مجموع اعداد روشده برابر ۱۱» باشد، پیشامد $A - B$ چند عضو دارد؟

۱۰ (۱) ۹ (۲)

۸ (۳) ۷ (۴)

47 با ارقام عدد ۲۳۴۵۶۷ عددی سه رقمی می‌سازیم. با کدام احتمال در این عدد «صدگان < دهگان < یکان» است؟ (داخل - ۹۱)

۱ (۱) $\frac{1}{25}$

۳ (۳) $\frac{1}{5}$

48 هریک از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بر روی شش گوی یکسان نوشته شده است. به طور متوالی هم یک گوی از جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد فرد یا زوج یک در میان خارج می‌شوند؟ (داخل - ۹۴)

۱ (۱) ۰/۱۲ (۲)

۳ (۳) ۰/۱۵ (۴)

49 در پرتاب ۲ تاس با هم احتمال آن که حاصل جمع دو عدد روشده حداکثر برابر ۱۰ باشد، کدام است؟

۱ (۱) $\frac{5}{6}$

۳ (۳) $\frac{11}{12}$

NOTE





50 در پرتاب یک تاس سالم احتمال آن که عدد ظاهر شده کم‌تر از ۳ نباشد یا زوج نباشد، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

51 یک تاس را سه بار پرتاب می‌کنیم، رخداد کدام بیش‌امد از سایرین عجیب‌تر است؟

(۱) هر سه بار مضرب ۳ بیاید

(۲) بار دوم مضرب ۳ بیاید

(۳) فقط بار اول مضرب ۳ بیاید

(۴) دقیقاً یک بار مضرب ۳ بیاید

52 یک تاس را سه بار پرتاب می‌کنیم، رخداد کدام بیش‌امد محتمل‌تر است؟

(۱) یک درمیان مضرب ۳ بیاید

(۲) در هیچ پرتابی مضرب ۳ نیاید

(۳) هر سه بار زوج بیاید

(۴) بار اول و سوم زوج بیاید

53 روی وجوه تاسی اعداد ۱, ۲, ۳, ۲, ۱, ۱ حک شده است. اگر این تاس را دو بار پرتاب کنیم، احتمال مجموع ۴ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{9}$

54 در پرتاب ۱۰ سکه با هم کدام بیش‌امد محتمل‌تر است؟

(۱) همه سکه را رو بیایند.

(۲) تعداد پشت و روها برابر باشد.

(۳) تعداد روها دو تا بیشتر از پشت‌ها باشد.

(۴) یک در میان پشت و رو بیاید.

55 در پرتاب ۲۱ سکه با هم با افزایش تعداد پرتاب‌ها، احتمال برابری تعداد روها و پشت‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) مرتباً کاهش می‌یابد.

(۲) مرتباً افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

56 یک سکه را حداقل چند بار باید پرتاب کرد تا به احتمال بالای ۹۰ درصد حداقل یک بار رو بیاید؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

57 در یک خانواده با ۴ فرزند احتمال آن که کوچک‌ترین فرزند خانواده دومین دختر آن‌ها باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{3}{16}$

(۴) $\frac{1}{4}$

58 از هر چهار گروه آزمایشی به ترتیب ۳, ۳, ۲, ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند. اگر به تصادف ۴ نفر از بین آن‌ها معرفی شوند. با کدام احتمال از هر گروه یک نفر معرفی شده‌اند؟

(۱) $\frac{1}{14}$

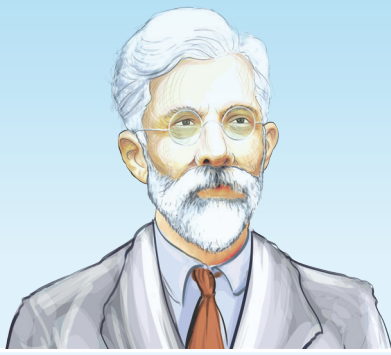
(۲) $\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{2}{21}$

(۴) $\frac{2}{4}$

(خارج - ۸۸)

NOTE



رونالد فیشر
۱۸۹۰-۱۹۶۲

درس اول: توصیف و نمایش داده‌ها
درس دوم: معیارهای گرایش به مرکز
درس سوم: معیارهای پراکندگی

Descriptive Statistics

3

CHAPTER

Ronald Fisher

توصیف و نمایش داده‌ها

آزمون نهم



ص ۷۴ تا ۸۳ کتاب آمار و ...

(داخل - ۸۶)

129 مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است، نوع آن کدام است؟

- (۱) کمی گسسته
 - (۲) کمی پیوسته
 - (۳) کیفی اسمی
 - (۴) کیفی ترتیبی
- 130 نوع کدام یک از متغیرهای زیر با بقیه فرق دارد؟
- (۱) زمان مکالمات تلفنی
 - (۲) خسارت مالی تصادفی
 - (۳) رنگ شلوار کارمندان اداره
 - (۴) مقاومت ترانزیستور

(خارج - ۹۱)

131 نوع آلاینده‌گی هوا چه نوع متغیری است؟

- (۱) کمی گسسته
 - (۲) کمی پیوسته
 - (۳) کیفی اسمی
 - (۴) کیفی ترتیبی
- 132 میزان آلاینده‌گی هوا، کدام نوع متغیر است؟
- (۱) کمی گسسته
 - (۲) کمی پیوسته
 - (۳) کیفی اسمی
 - (۴) کیفی ترتیبی

(داخل - ۹۰)

133 طبق بررسی‌های انجام شده از دانشجویان یک دانشکده در تهران ۸۰ نفر روزنامه همشهری، ۵۰ نفر روزنامه ایران، ۴۰ نفر روزنامه شرق، ۳۰ نفر اعتماد، ۲۰ نفر آرمین و ۱۲ درصد آن‌ها سایر روزنامه‌ها را می‌خوانند. تعداد دانشجویانی که روزنامه‌های نام برده را نمی‌خوانند و روزنامه‌های دیگری می‌خوانند کدام است؟

- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۳۰

134 چهار سکه را به‌طور متوالی ۴۰ بار پرتاب کرده‌ایم. اگر جدول فراوانی نسبی مربوط به تعداد «رو»های ظاهر شده به صورت زیر باشد و بدانیم ۸ بار دقیقاً دو «رو» ظاهر شده است. چند بار تعداد «رو»های ظاهر شده کمتر از تعداد «پشت»های ظاهر شده است؟

۴	۳	۲	۱	۰	تعداد روهای ظاهر شده	۱۶ (۲)	۱۴ (۱)
۰/۲	۰/۱۵	x	y	۰/۱	فراوانی نسبی	۲۱ (۴)	۱۸ (۳)

NOTE



27

خرید آفلاین در gajmarket.com ویژه جمع‌بندی سریع

20+ EXAM

آمار و احتمال | فصل ۳. آمار توصیفی

135 جدول فراوانی زیر مربوط به مسافران یک قطار است. با پیدا کردن تعداد کل مسافران مقدار $x - y$ کدام است؟

فراوانی نسبی	فراوانی	مسافران قطار
$0/45$	90	مسافرانی که استراحت می‌کنند
$0/25$	x	مسافرانی که سر درگوشی کرده‌اند
z	35	مسافرانی که کتاب می‌خوانند
$0/125$	y	مسافرانی که غذا می‌خورند
.....	n	تعداد کل مسافران

20 (1)

25 (2)

30 (3)

35 (4)

136 نمودار میله‌ای زیر برای گروه خونی 40 نفر از افراد یک سازمان رسم شده است. اگر تعداد افراد سازمان دو برابر شود، بلندی میله گروه خونی AB به $35/0$ می‌رسد. چند نفر به این گروه خونی اضافه شده است؟



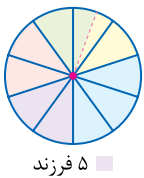
15 (1)

18 (2)

12 (3)

22 (4)

137 نمودار دایره‌ای زیر برای 120 خانواری که در روستایی در سیستان و بلوچستان زندگی می‌کنند رسم شده است، قسمت بنفش رنگ خانوارهایی را نشان می‌دهد که دارای 5 فرزند هستند، مجموع فرزندان این خانواده‌ها چقدر است؟



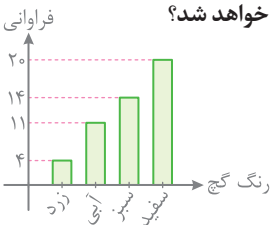
100 (1)

80 (2)

140 (3)

120 (4)

138 نمودار میله‌ای زیر فراوانی انواع گچ‌های رنگی یا سفید یک مدرسه ابتدایی است. اگر یک گچ زرد تمام شود و جایش 2 گچ سفید خریداری شود، در این صورت اگر نمودار دایره‌ای رسم کنیم و هر قسمت را به رنگ گچ مورد نظر رنگ آمیزی کنیم، چند درصد از مساحت دایره سفید خواهد شد؟



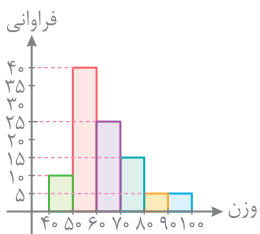
60 (1)

55 (2)

65 (3)

44 (4)

139 برای وزن دانش‌آموزان یک مدرسه، هیستوگرام زیر رسم شده است، دانش‌آموزان با وزن بالای 70 کیلوگرم چند درصد دانش‌آموزان را تشکیل می‌دهند؟



25 (1)

30 (2)

20 (3)

35 (4)

NOTE



28

خرید آفلاین در
gajmarket.com
وب‌سایت جدیدی سریع

20+
EXAM

آمار و احتمال | فصل 3 | آمار توصیفی



David Mumford

دیوید مامفورد
متولد ۱۹۳۷

درس اول: گردآوری داده‌ها

درس دوم: برآورد

4

CHAPTER

Inferential statistics

آزمون دوازدهم I gaj

ص ۱۰۴ تا ۱۱۷ کتاب آمار و ...

گردآوری داده‌ها

192 می خواهیم درآمد کارکنان یک شرکت بزرگ را تخمین بزنیم. اگر ۲۰ نفر از کارمندان شرکت را به تصادف انتخاب و درآمدهای آن‌ها را بررسی کنیم، هر کدام از کارمندان و درآمد هر کدام از آن‌ها هستند.

(۱) نمونه - اندازه نمونه

(۲) واحد آماری - داده‌های جامعه

(۳) واحد آماری - اندازه نمونه

193 نمونه‌گیری طبقه‌ای و خوشه‌ای به ترتیب جزء کدام نوع نمونه‌گیری هستند؟

(۱) احتمالی - غیراحتمالی

(۲) غیراحتمالی - غیراحتمالی

(۳) احتمالی - احتمالی

(۴) غیراحتمالی - احتمالی

194 کدام گزینه درباره نمونه‌گیری تصادفی ساده درست نیست؟

(۱) همه واحدهای آماری شانس برابر برای انتخاب شدن دارند.

(۲) در نمونه‌گیری تصادفی ساده همه واحدهای آماری فهرست می‌شوند.

(۳) معمولاً بهترین روش برای جوامع بزرگ محسوب می‌شود.

(۴) اگر جامعه از طبقات متمایز تشکیل شده باشد، این روش مناسب نیست.

195 می خواهیم از میان ۴۸۰ نفر از اعضای آکادمی نوبل تعدادی را به عنوان نمونه به روش تصادفی ساده انتخاب کنیم. اگر بخواهیم شانس انتخاب هر کدام از

اعضای آکادمی به بیش از ۵ درصد برسد، اندازه نمونه حداقل چقدر باید باشد؟

(۱) ۳۶

(۲) ۲۴

(۳) ۲۸

(۴) ۲۵

196 یک جامعه آماری از ۳۰۰ عضو تشکیل شده است. اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و بخواهیم دو قسمت را به عنوان نمونه

انتخاب کنیم، در این صورت احتمال انتخاب هر عضو جامعه چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{10}$

(۲) $\frac{1}{300}$

(۳) $\frac{1}{150}$

(۴) $\frac{1}{5}$

197 در نمونه‌گیری خوشه‌ای

(۱) جامعه به زیرمجموعه‌هایی با تعداد عضوهای برابر افراز می‌شود.

(۲) احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر نیست.

(۳) احتمال انتخاب واحدهای آماری با هم برابر نیست.

(۴) خوشه‌ها از تنوعی شبیه تنوع کل جامعه برخوردارند.

NOTE



35

خرید آنلاین در gajmarket.com ویژه جمع‌بندی سریع

20+ EXAM

آمار و احتمال | فصل ۴. آمار استنباطی

198 کدام گزینه درباره نمونه‌گیری خوشه‌ای نادرست است؟

- (۱) واحدهای آماری درون هر خوشه از نظر مسافت به هم نزدیک هستند.
- (۲) معمولاً در مواردی استفاده می‌شود که فهرست کامل افراد جامعه در دسترس نباشد.
- (۳) پس از انتخاب چند خوشه، از هر کدام چند واحد آماری را به‌طور تصادفی انتخاب و بررسی می‌کنیم.
- (۴) تعداد واحدهای آماری در خوشه‌های مختلف لزوماً برابر نیست.

199 هر یک از مدارس A, B, C, D, E, F به ترتیب دارای ۳۰۰, ۲۷۰, ۲۳۰, ۲۰۰, ۱۵۰, ۱۰۰ دانش‌آموز هستند، می‌خواهیم یک نمونه‌گیری خوشه‌ای از میان آن‌ها انجام دهیم. برای این منظور دو مدرسه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد دانش‌آموزی از مدرسه A درون نمونه انتخاب شده باشد؟

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (۱) $\frac{1}{3}$ | (۲) $\frac{1}{6}$ |
| (۳) $\frac{1}{125}$ | (۴) $\frac{2}{125}$ |

200 در یک شرکت ۵۰ نفر کارگر، ۴۰ نفر کارمند و ۱۰ نفر مدیر وجود دارد. می‌خواهیم یک نمونه ۲۰ نفره بر اساس نمونه‌گیری طبقه‌ای برای محاسبه میانگین حقوق دریافتی انتخاب کنیم. احتمال انتخاب هر کدام از مدیران در نمونه چقدر است؟

- | | |
|---------------------|--------------------|
| (۱) $\frac{1}{100}$ | (۲) $\frac{1}{10}$ |
| (۳) $\frac{1}{5}$ | (۴) نامشخص |

201 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، اگر اندازه جامعه ۵۶۰ و فراوانی طبقه وسط برابر ۲۸ باشد، در انتخاب نمونه‌ای با اندازه ۸۰ نفری سهم طبقه وسط چقدر خواهد شد؟

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۳ |
| (۳) ۴ | (۴) ۸ |

202 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از یک جامعه، فراوانی طبقه اول برابر ۳۶ و اندازه نمونه ۵۴ است. اگر پس از نمونه‌گیری معلوم شود ۹ نفر از طبقه اول در نمونه‌گیری حضور دارد، اندازه جامعه کدام است؟

- | | |
|---------|---------|
| (۱) ۲۱۶ | (۲) ۲۵۶ |
| (۳) ۲۴۰ | (۴) ۳۶۰ |

203 در کدام یک از موارد زیر استفاده از نمونه‌گیری سیستماتیک بهتر است؟

- (۱) نمونه‌گیری از دانشجویان دانشگاه امیرکبیر
- (۲) نمونه‌گیری از ماهی‌های یک استخر پرورش ماهی
- (۳) نمونه‌گیری از شرکت‌کنندگان در انتخابات ریاست جمهوری (۴) اهدای جایزه به ده هزار نفر که به یک برنامه تلویزیونی پیامک زده‌اند.

204 ۲۴۰ نفر از شرکت‌کنندگان در کنکور آزمایشی، روی ۲۴۰ صندوق با شماره‌های ۱ تا ۲۴۰ نشسته‌اند. اگر بخواهیم ۴۸ نفر را طبق نمونه‌گیری سیستماتیک از میان آن‌ها برای شرکت در نظرسنجی انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد نفر هفتم انتخاب شود؟

- | | |
|-------------------|--------------------|
| (۱) $\frac{0}{2}$ | (۲) $\frac{0}{25}$ |
| (۳) $\frac{0}{3}$ | (۴) $\frac{0}{4}$ |

205 می‌خواهیم در یک جامعه ۵۰۰ نفری یک نمونه ۲۵ نفری را بر اساس نمونه‌گیری سامان‌مند انتخاب کنیم. اگر اولین نفر نمونه شماره ۱۷ باشد، سومین نفری که طبق این نمونه‌گیری انتخاب می‌شود، دارای کدام شماره است؟

- | | |
|--------|--------|
| (۱) ۴۷ | (۲) ۶۷ |
| (۳) ۵۷ | (۴) ۴۹ |

NOTE





Michael Atiyah

سر میشل اتیاه
متولد ۱۹۲۹

درس اول: استدلال ریاضی
درس دوم: بخش پذیری در اعداد صحیح
درس سوم: هم‌نهمی در اعداد صحیح و کاربردها

Number Theory

1

CHAPTER

آزمون چهاردهم Ijaz
ص ۲ تا ۸ کتاب گسسته
استدلال ریاضی

242 اگر k حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی باشد، کدام عبارت مربع کامل است؟

$8k+1$ (۲) $6k+1$ (۱)

$4k+1$ (۴) $2k+1$ (۳)

243 کدام عدد یک مثال نقض برای حکم کلی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت» محسوب می‌شود؟

9 (۲) 10 (۱)

8 (۴) 12 (۳)

244 نامساوی $2^n > n^2$ در مجموعه اعداد طبیعی چند مثال نقض دارد؟

3 (۲) 2 (۱)

1 (۴) 4 (۳)

245 کدام گزاره به ازای همه اعداد طبیعی n درست است؟

(۱) عبارت $n^2 + 3n$ همواره مضرب ۴ است. عبارت $n^2 + 3n + 5$ همواره فرد است.

(۲) عبارت $n^2 + 3n$ همواره مضرب ۳ است. عبارت $n^2 + 3n$ هرگز مربع کامل نیست.

246 درستی کدام گزاره را نمی‌توان به کمک برهان خلف، اثبات کرد؟

(۱) بی‌شمار عدد اول وجود دارد. (۲) $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

(۳) اگر a و b دو عدد گنگ باشند \sqrt{ab} نیز گنگ است. (۴) اگر x گنگ باشد $\frac{1}{x}$ نیز گنگ است.

247 برای اثبات درستی گزاره «حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست» از کدام روش استفاده می‌شود؟

(۱) برهان خلف (۲) اثبات مستقیم

(۳) اثبات بازگشتی (۴) روش اشباع

248 کدام گزینه همواره برقرار نیست؟

$a > b \Leftrightarrow a^4 > b^4$ (۲) $a < b \Leftrightarrow a^5 < b^5$ (۱)

$a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$ (۴) $xy = 0 \Leftrightarrow (x+y)^2 = x^2 + y^2$ (۳)

249 در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ به کمک اثبات بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی زیر خواهیم رسید؟

$(x - yz)^2 + (yz - z)^2 \geq 0$ (۲) $(x - xz + y)^2 \geq 0$ (۱)

$(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$ (۴) $(x + yz + z)^2 \geq 0$ (۳)

NOTE



250 کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست نیست؟

- (۱) $a|b \Rightarrow a|bc$
 (۲) $ac|b \Rightarrow a|b$
 (۳) $a|b \Rightarrow a|bc$
 (۴) $a|bc \Rightarrow ac|b$

251 کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) $a|b \Rightarrow a|b+c$
 (۲) $a|b \Rightarrow a-c|b$
 (۳) $a|b \Rightarrow a+c|b+c$
 (۴) $a|b \Rightarrow ac|bc$

252 اگر $ab|c^2$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- (۱) $a|bc$
 (۲) $b|c$
 (۳) $a|c^3$
 (۴) $a|c$

253 کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر درست است؟

- (۱) $a|b \Rightarrow a^2|b^3$
 (۲) $a|b \Rightarrow a^4|b^3$
 (۳) $a^2|b^3 \Rightarrow a|b$
 (۴) $a^3|b^4 \Rightarrow a|b$

254 اگر $a|60$ و $a|420$ برای a چند جواب صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۶
 (۲) ۲
 (۳) ۸
 (۴) ۴

255 از رابطه $2a+3b$ کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $3|a$
 (۲) $2|b$
 (۳) $6|5a+b$
 (۴) $6|4a+3b$

256 اگر $8m+3$ و $6m-4$ ، برای a چند جواب طبیعی و غیراول وجود دارد؟

- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۱

257 اگر $3n^2+2n+3$ برای n چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۱۲

258 منحنی $y = \frac{x-2}{3x+2}$ از چند نقطه با مختصات صحیح می‌گذرد؟

- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۸

259 اگر $c|a-b$ و $ab|c$ آنگاه :

- (۱) $|b|=|c|$
 (۲) $c|b$
 (۳) $|a|=|b|$
 (۴) $c|a$

NOTE





Cédric Villani

سدريک ويلانی
متولد ۱۹۷۳

درس اول: معرفی گراف
درس دوم: مدل سازی با گراف

Graph & modeling

2

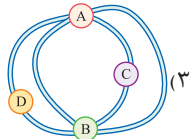
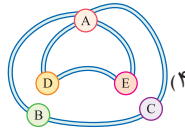
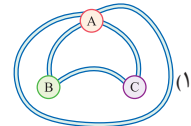
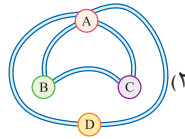
CHAPTER

آزمون هفدهم I ♥ gaj

ص ۳۲ تا ۴۲ کتاب گسسته

معرفی گراف

339 گراف متناظر با نقشه کدام یک از مناطق زیر نمایشگر یک گراف ساده است؟



340 برای این که اندازه یک گراف ساده دو برابر مرتبه آن باشد، حداقل اندازه گراف چقدر باید باشد؟

۸ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

341 در گراف G مجموع مرتبه و اندازه ۸ است. حداقل تعداد رأس های گراف کدام است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

342 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف ساده ای ۴۸ است، حداکثر اندازه گراف کدام است؟

۸ (۲)

۶ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

343 در گراف ساده $G = (V, E)$ ، دو رأس از درجه $\delta = 1$ وجود دارد. اگر مرتبه گراف ۹ باشد، گراف حداکثر چند یال دارد؟

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

344 در یک گراف ساده با ۱۰ رأس و ۱۱ یال حداکثر چند رأس ایزوله وجود دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

345 در گراف ساده ای از مرتبه ۲۰ اندازه برابر ۵ است. این گراف حداقل چند رأس ایزوله دارد؟

۱۲ (۲)

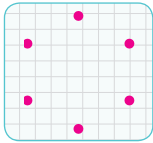
۱۰ (۱)

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

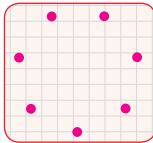
NOTE





346 در گرافی از مرتبه 6 رأس‌هایی از درجه 2، 3 و 4 وجود دارد، این گراف حداقل چند یال دارد؟

- (1) 6
(2) 7
(3) 8
(4) 9



347 در گرافی با 7 رأس، دقیقاً یک رأس تنها و یک رأس درجه 1 وجود دارد. این گراف حداکثر چند یال می‌تواند داشته باشد؟

- (1) 11
(2) 10
(3) 12
(4) 9

348 در گرافی ساده با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c\}$ مجموعه‌های $N_G(a)$, $N_G(b)$, $N_G(c)$ به ترتیب 1، 1، 2 عضو دارند. این گراف چند یال دارد؟

- (1) 0
(2) 1
(3) 2
(4) 3

349 در گرافی ساده با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d\}$ همسایگی‌های بسته رأس‌ها شامل 2، 3، 3، 4 عضو هستند. این گراف چند یال دارد؟

- (1) 4
(2) 5
(3) 3
(4) چنین گرافی وجود ندارد

350 کدام گراف وجود ندارد؟

- (1) 2- منتظم مرتبه 6
(2) 1- منتظم مرتبه 8
(3) 3- منتظم مرتبه 5
(4) 4- منتظم مرتبه 5

351 اگر به یک گراف 4- منتظم، 18 یال اضافه کنیم، 7- منتظم می‌شود؛ مرتبه گراف کدام است؟

- (1) 10
(2) 14
(3) 12
(4) 16

352 حاصل ضرب مرتبه و اندازه گراف کاملی 90 است. در این گراف درجه رأس‌ها کدام است؟

- (1) 4
(2) 5
(3) 6
(4) 9

353 یک گراف 1- منتظم مرتبه 6 با اضافه شدن چند یال، همسایگی باز تمام رأس‌ها 5 عضوی خواهد شد؟

- (1) 9
(2) 11
(3) 12
(4) 15

354 اگر مجموعه $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه رأس‌های گراف ساده G باشند و دو رأس متمایز با این شرط مجاور باشند که اعداد مربوط به رأس‌های

آن‌ها نسبت به هم اول باشند، این گراف با اضافه شدن چند یال کامل می‌شود؟

- (1) 2
(2) 3
(3) 4
(4) 5

355 گراف G از مرتبه 8 و اندازه 25 می‌باشد. این گراف حداکثر چند رأس با درجه ماکزیمم دارد؟

- (1) 4
(2) 5
(3) 6
(4) 3

356 در گراف G از مرتبه 7 با اندازه 19، مقدار $\Delta - \delta$ چند مقدار مختلف می‌پذیرد؟

- (1) 1
(2) 2
(3) 3
(4) 4

NOTE





Edward Witten

ادوارد ویتن
متولد ۱۹۵۱

درس صفرم: شمارش بدون شمردن

(مباحث پایه دهم)

درس اول: مباحثی در ترکیبیات

درس دوم: روش‌هایی برای شمارش

Combinations

3

CHAPTER

آزمون نوزدهم I gaj

ص ۱۱۹ تا ۱۴۰ کتاب دهم

شمارش بدون شمردن

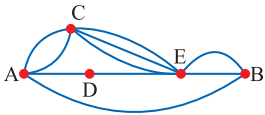
421 به چند طریق می‌توان یک مهرهٔ رُخ سفید و یک مهرهٔ رُخ سیاه را در دو خانهٔ صفحهٔ شطرنج (صفحهٔ چهارخانهٔ 8×8) قرار داد به طوری که رُخ‌ها یکدیگر را تهدید نکنند؟ (دو رُخ در صورتی یکدیگر را تهدید می‌کنند که در یک ردیف یا در یک ستون باشند.)

- | | |
|------------------|--------------------|
| 8×7 (۲) | 64×49 (۱) |
| 8×8 (۴) | 64×64 (۳) |

422 اگر a, b, c رقم باشند آنگاه چند عدد پنج رقمی به صورت $abcba$ وجود دارد؟

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 9×10^4 (۲) | ۱ (۱) |
| 9×10^2 (۴) | 9×10^3 (۳) |

423 در شکل زیر به چند طریق می‌توان از A به B رفت و برگشت به طوری که در مسیر رفت از D عبور نکنیم و مسیر برگشت شامل C نباشد؟



- | |
|----------|
| 30 (۱) |
| 42 (۲) |
| 39 (۳) |
| 35 (۴) |

424 تعداد اعداد سه رقمی زوج که در آن‌ها رقم ۷ به کار نرفته باشد کدام است؟

- | | |
|-----------|-----------|
| 720 (۲) | 360 (۱) |
| 280 (۴) | 405 (۳) |

425 چند عدد چهار رقمی با ارقام فرد متمایز و بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

- | | |
|----------|-----------|
| 48 (۲) | 250 (۱) |
| 72 (۴) | 96 (۳) |

426 تعداد اعداد چهار رقمی که حداقل دو رقم آن شبیه هم باشد کدام است؟

- | | |
|------------|------------|
| 4584 (۲) | 4464 (۱) |
| 4328 (۴) | 4346 (۳) |

427 با ارقام $0, 1, 2, 3, 4, 6$ چند کد سه رقمی می‌توان نوشت که هر سه رقم آن زوج نباشد؟

- | | |
|-----------|-----------|
| 210 (۲) | 189 (۱) |
| 72 (۴) | 114 (۳) |

NOTE



62

خرید آنلاین در gajmarket.com
وب‌سایت جامع‌ترین منبع

20+ EXAM

گسسته | فصل ۳ ترکیبیات

428 با پلاک‌هایی به شکل زیر که به جای * ارقام متمایز فرد و به جای ● یکی از حروف {الف، ب، ج، د} قرار می‌گیرد، چند ماشین را می‌توان شماره‌گذاری کرد؟



- ۳۲۰ (۱)
۵۶۰ (۲)
۳۶۰ (۳)
۴۸۰ (۴)

429 می‌خواهیم هر طبقه از یک ساختمان پنج طبقه را با استفاده از سه رنگ سفید، صورتی و آبی رنگ‌آمیزی کنیم. به چند طریق مختلف می‌توان این ساختمان را نقاشی کرد اگر قرار باشد که هیچ دو طبقه مجاور، همرنگ نباشند؟

- ۴۸ (۱)
۶ (۲)
۲۴۳ (۳)
۱ (۴)

430 سه نفر برای ریاست یک شرکت نامزد شده‌اند. به چند طریق ۴ نفر از اعضای این شرکت می‌توانند به آن‌ها رأی دهند، به طوری که هر فرد حداکثر به یک نفر رأی دهد؟

- ۶۴ (۱)
۱۶ (۲)
۲۵۶ (۳)
۸۱ (۴)

431 اگر در یک جلسه، سه ردیف صندلی و در هر ردیف ۴ صندلی باشد آنگاه به چند طریق ۳ دانش‌آموز سال اول، ۲ دانش‌آموز سال دوم و ۲ دانش‌آموز سال سوم می‌توانند روی آن‌ها بنشینند که اولی‌ها در ردیف اول و دومی‌ها در ردیف دوم باشند؟

- ۱۲۰۹۶ (۱)
۸۶۴۰ (۲)
۳۴۵۶ (۳)
۹۶۵۴ (۴)

432 تعداد توابع از $A = \{a, b, c, d\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به طوری که $f(a) < 3$ و $f(b) > 3$ باشد، کدام است؟

- ۷۵ (۱)
۵۰ (۲)
۱۰۰ (۳)
۱۵۰ (۴)

433 شش گلدان مختلف را به چند طریق می‌توان در دو کناره هر یک از سه پله چید به طوری که در هر کناره فقط یک گلدان قرار گیرد؟

- ۷۲۰ (۱)
۳۶ (۲)
۷۲ (۳)
۱۲۰ (۴)

434 با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند جایگشت ۶ رقمی می‌توان ساخت که ارقام زوج و فرد یک‌در میان قرار بگیرند؟

- ۳۶ (۱)
۷۲ (۲)
۷۲۰ (۳)
۱۴۴ (۴)

435 با ارقام ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷ چند عدد هفت رقمی می‌توان ساخت که ارقام زوج و فرد یک‌در میان باشند؟

- ۴ × ۳! (۱)
۴! × ۳! (۲)
۳ × ۴! (۳)
 $\frac{1}{2} \times 7!$ (۴)

436 با حروف کلمه «SISANGAN» چند جایگشت ۸ حرفی می‌توان ساخت که حرف یکسان کنار هم باشند، ولی حروف I و G کنار هم نباشند؟

- ۵۷۶ (۱)
۹۶ (۲)
۶۰ (۳)
۷۲ (۴)

437 هر یک از ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را در یکی از ۶ خانه هم‌ردیف قرار می‌دهیم. در چند حالت این ارقام در خانه‌های متوالی و دو رقم فرد در کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ۷۲۰ (۱)
۴۸ (۲)
۹۶ (۳)
۱۲۰ (۴)





Answers

20+
EXAM



1 گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ همگی به سلیقه افراد مرتبط هستند و تنها گزینه ۱ یک جمله خبری با ارزش درست یا نادرست است.

2 ارزش نقیض نقیض هر گزاره معادل با خود همان گزاره است:

$$4 \text{ فرد است} \equiv (4 \text{ فرد نیست}) \sim (\sim(4 \text{ فرد نیست}))$$

3 هر گزاره شرطی معادل با عکس نقیض خود است. بنابراین باید جای فرض (مقدم) و حکم (تالی) را عوض کرده و هر دو گزاره را نیز نقیض کنیم. یعنی:

او متدین نیست \Rightarrow او درستکار نیست \equiv (او متدین است) $\sim \Rightarrow$ (او درستکار است) \sim

4 بررسی گزینه‌ها:

$$1 \ r \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$$

$$2 \ p \equiv F \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$$

$$3 \ q \equiv T \Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee r \equiv T$$

گزینه ۳ در صورت نادرست بودن q و r درستی گزاره بستگی به ارزش p دارد.

5 ابتدا ببینیم عبارت «به نادرست تکمیل نمی‌کند» یعنی چه؟

$$\text{درست تکمیل می‌کند} \equiv (\text{نادرست تکمیل می‌کند}) \sim (\sim(\text{نادرست تکمیل نمی‌کند})) \sim$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1 اگر p و q درست باشند، گزاره (p v q) درست بوده و ارزش ترکیب دوشروطی به ارزش r بستگی دارد.

2 اگر p نادرست باشد، ارزش (p v q) به q بستگی دارد.

3 اگر p درست باشد، طرف اول ترکیب دوشروطی درست خواهد بود و اگر r درست باشد، دو طرف هم ارزش شده و ارزش کل گزاره درست خواهد شد.

4 اگر q درست باشد، (p v q) درست بوده و اگر r نادرست باشد، دو طرف غیر هم ارزش شده و ارزش کل گزاره نادرست خواهد بود.

6 گزاره q \Leftrightarrow p درست است. یعنی گزاره‌های p و q هم‌ارزش هستند. از طرفی q \Rightarrow p نیز باید درست باشد. حال اگر p و q هر دو درست باشند،

q \Rightarrow p نادرست خواهد شد. پس p و q هر دو نادرست هستند؛ در نتیجه گزاره p \wedge q نادرست است.

7 ترکیب شرطی p \Rightarrow (q \Rightarrow r) نادرست است پس مقدم آن یعنی p درست و تالی آن یعنی q \Rightarrow r نادرست است. از طرفی از نادرستی ترکیب

شرطی q \Rightarrow r نتیجه می‌گیریم q درست و r نادرست است، بنابراین گزاره q \Rightarrow (p v r) درست خواهد بود.

8

$$q \Rightarrow [\sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [\sim(\sim p \vee q) \wedge \sim p]$$

$$\equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \wedge \sim p] \equiv q \Rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge \sim q] \equiv q \Rightarrow F \equiv \sim q$$

$$9 \quad (\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge r)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

10 در گزینه ۴ هیچ متغیری وجود ندارد، بنابراین این گزینه گزاره‌نما محسوب نمی‌شود و یک گزاره است.

11 منظور از D دامنه متغیر و منظور از S مجموعه جواب گزاره‌نما است.

$$1 \ x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D = [1, +\infty)$$

$$2 \ \sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow x-1 < 4 \Rightarrow x < 5$$

بنابراین مجموعه جواب گزاره‌نما اشتراک 1 و 2 یعنی S = [1, 5) خواهد بود، زیرا مجموعه جواب مقادیری از دامنه هستند که به ازای آن‌ها یک گزاره درست به دست می‌آید.

12 گزینه‌های ۲ و ۳ به ازای هیچ x حقیقی برقرار نیستند و گزینه ۴ نیز به ازای x = 2 برقرار نیست.

13 گزاره دو سوری داده شده بیان می‌کند که «به ازای هر x طبیعی لااقل

یک y طبیعی وجود دارد که رابطه p(x, y) برقرار باشد» که تنها در گزینه ۱ این موضوع درست است. اما بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ به ازای x = 1 عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

۳ به ازای x = 7 عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

۴ به ازای x = 5 عدد طبیعی برای y به دست نمی‌آید.

14 گزاره دو سوری داده شده بیان می‌کند که «لااقل یک x طبیعی وجود دارد که به ازای هر عدد صحیح y رابطه p(x, y) درست باشد» که در رابطه

x - 5 \geq y² به ازای x = 5 و هر عدد صحیح دلخواه برای y رابطه درست است. اما در سایر گزینه‌ها لااقل یک x نمی‌توان یافت که به ازای تمام اعداد صحیح

رابطه برقرار شود.

15 اگر گزاره را به زبان ریاضی تبدیل کنیم به صورت زیر خواهد شد:

$$\underbrace{\forall}_{\text{همه}} \underbrace{x}_{\text{دانشجویان بعضی از دانشگاه‌های تهران}} \underbrace{\exists}_{\text{بهاوشند}} \underbrace{y}_{\text{بهاوش نیست}} \underbrace{p(x, y)}_{\text{هر دانشگاهی در تهران}}$$

$$\sim(\forall x \exists y; p(x, y)) \equiv \exists x \forall y; \sim p(x, y)$$

یعنی «لااقل یکی از دانشجویان هر دانشگاهی در تهران بهاوش نیست».

16 ابتدا A_۱, A_۲, A_۳ را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -1, 2^m \leq 2\} = \{0, 1\}$$

$$A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m > -4, 2^m \leq 8\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

43 اگر سکه «رو» بیاید، ۲ سکه دیگر می‌اندازیم که ۴ عضو دارد و اگر «پشت» بیاید، یک تاس می‌اندازیم که ۶ حالت دارد، پس تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 1 \times 4 + 1 \times 6 = 10$$

44 فرزند وسط را دختر در نظر می‌گیریم. در این حالت فرزندهای کوچک‌تر از او باید هر دو پسر یا هر دو دختر باشند، بنابراین دو حالت دارند و فرزندان بزرگ‌تر از او باید یکی دختر و دیگری پسر باشد، پس آن‌ها نیز دو حالت دارند. بنابراین تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$n(A) = 2 \times 2 = 4$$

45 باید تفاضل اعداد ظاهر شده برابر یک یا صفر باشد. یعنی یا اعداد ظاهر شده متوالی باشند که ۱۰ حالت دارد و یا اعداد ظاهر شده یکسان باشند که ۶ حالت دارد. بنابراین پیشامد این که تفاضل اعداد ظاهر شده در دو تاس، کم‌تر از ۲ باشد، دارای $10 + 6 = 16$ عضو است.

46 پیشامدهای A و B را با اعضا معلوم می‌کنیم:

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), \dots, (5, 6), (6, 5)\}$$

$$B = \{(6, 5), (5, 6)\}$$

$$n(A - B) = 8$$

47 تعداد کل اعداد سه رقمی برابر است با: $n(S) = 6 \times 5 \times 4 = 120$
 با هر سه رقمی که از میان ارقام ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ انتخاب کنیم ۶ عدد سه رقمی متفاوت می‌توان ساخت که تنها در یکی از آن‌ها صدگان < دهگان < یکان است، بنابراین $n(A) = \binom{6}{3} \times 1 = 20$ و در نتیجه:

$$P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

48 ۶ گوی را به ۶ حالت می‌توان از جعبه خارج کرد. حال تعداد حالاتی که اعداد فرد یا زوج یک در میان خارج شوند، برابر با $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ و $n(A) = 3! \times 3! \times 2 \times 2 = 144$ بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{3! \times 3! \times 2 \times 2}{6!} = \frac{1}{6}$$

49 مجموع حداکثر ۱۰ باشد یعنی مجموع نباید ۱۱ یا ۱۲ شود بنابراین احتمال این که حاصل جمع اعداد رول شده برابر ۱۱ یا ۱۲ باشد را محاسبه می‌کنیم و آن را از عدد ۱ کم می‌کنیم:

مجموع ۱۱ ← ← مجموع ۱۲

$$P(A) = 1 - \frac{2+1}{36} - \frac{3}{36} = 1 - \frac{3}{36} = \frac{11}{12}$$

50 کم‌تر از ۳ نبودن {۳, ۴, ۵, ۶} و زوج نبودن {۱, ۳, ۵} و اجتماع آن‌ها $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ است، بنابراین:

$$P(A) = \frac{5}{6}$$

51 بررسی گزینه‌ها:

1 $P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{8}{216}$

2 $P(A) = 1 \times \frac{2}{6} \times 1 = \frac{2}{6}$

3 $P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{32}{216}$

4 $P(A) = \left(\frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6}\right) = \frac{96}{216}$

عجیب‌تر بودن یک پیشامد به معنی آن است که احتمال رخداد آن از سایرین کم‌تر است.

52 بررسی گزینه‌ها:

1 $P(A) = \left(\frac{2}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{4}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6}\right) = \frac{48}{216}$

2 $P(A) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{64}{216}$

3 $P(A) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{27}{216}$

4 $P(A) = \frac{3}{6} \times 1 \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{54}{216}$

محمول‌تر بودن یک پیشامد به معنی آن است که احتمال رخداد آن از سایرین بیش‌تر است.

53 اعداد روی تاس‌ها به صورت متقارن هستند، پس ابتدا فضای نمونه را کوچک می‌کنیم و سپس پیشامد خواسته شده را روی فضای نمونه کوچک‌تر بررسی می‌کنیم:

$$S_{\text{first}} = \{1, 1, 2, 2, 3, 3\} \Rightarrow S_{\text{second}} = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(S_{\text{final}}) = 3 \times 3 = 9$$

$$A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

54 تعداد عضوهای فضای نمونه در همه گزینه‌ها برابر است؛ بنابراین گزینه‌ای جواب است که تعداد عضوهای پیشامد آن بیشتر باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

1 $n_1 = \binom{1}{1}$ 2 $n_2 = \binom{1}{5}$ 3 $n_3 = \binom{1}{6}$ 4 $n_4 = 2$

در نتیجه $n_1 > n_2 > n_3 > n_4$ است یعنی گزینه ۲ محتمل‌تر است.

55 هر چند که شانس برابر بودن تعداد زنان و مردان در یک جامعه (همانند پشت‌ها و روها در پرتاب سکه‌ها) بیشترین شانس را در بین شانس‌های دیگر دارد ولی با افزایش جمعیت این شانس رفته رفته کاهش می‌یابد. مثلاً در خانواده‌هایی با ۲ فرزند یا ۴ فرزند یا ۶ فرزند و ... این احتمال‌ها به صورت زیر است:

$$P = \frac{\binom{2}{1}}{2^2} = \frac{1}{2}, \quad P = \frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16}, \quad P = \frac{\binom{6}{3}}{2^6} = \frac{20}{64}, \quad \dots$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود رشد مخرج در مقایسه با صورت از شتاب بالاتری برخوردار است و کسر رفته رفته کوچک‌تر می‌شود، یعنی هر چه جامعه بزرگ‌تر باشد احتمال برابر بودن تعداد مردان و زنان در آن کوچک‌تر است.

129 **۴** مراحل تحصیلی قابل اندازه‌گیری نیست پس کیفی است و دارای ترتیب است پس کیفی ترتیبی است. [مثلاً باید اول دبستان را گذراند بعد متوسطه ۱ و بعد متوسطه ۲ و بعد دانشگاه و ...]

130 **۳** گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ متغیرهای کمی پیوسته هستند، ولی گزینه ۳ متغیر کیفی اسمی است.

131 **۳** نوع آلاینده‌گی قابل اندازه‌گیری نیست و هیچ ترتیب طبیعی ندارد پس کیفی اسمی است.

132 **۲** میزان آلودگی هوا، در دنیای امروز قابل اندازه‌گیری است و همانند دما و میزان فشار و ... با شاخص‌های عددی بیان می‌شود و همانند آن‌ها از نوع کمی پیوسته است.

133 **۴** اگر تعداد افرادی که سایر روزنامه‌ها را می‌خوانند f فرض کنیم جای‌گذاری اعداد داده شده در فرمول درصد فراوانی خواهیم داشت:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \Rightarrow 12 = \frac{f}{f+80+50+40+30+20} \times 100$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{f}{f+220} \times 100 \Rightarrow 12(f+220) = 100f \Rightarrow 12f + 2640 = 100f \Rightarrow 88f = 2640 \Rightarrow f = 30$$

134 **۳** چون ۸ بار دقیقاً دو «رو» آمده است، بنابراین ابتدا مقدار x را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{\lambda}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{5} = 0/2$$

می‌دانیم مجموع فراوانی نسبی همه داده‌ها برابر «۱» است، بنابراین:

$\sum F_i = 1 \Rightarrow 0/1 + y + 0/2 + 0/15 + 0/2 = 1 \Rightarrow y = 0/35$

از طرفی تعداد روها کمتر از تعداد پشت‌ها باشد، یعنی صفر یا یک رو آمده باشد که با توجه به مقدار y فراوانی نسبی آن برابر $0/45 = 0/1 + 0/35$ است و در نتیجه:

$$F = \frac{f}{n} \Rightarrow 0/45 = \frac{f}{40} \Rightarrow f = 18$$

135 **۲** با توجه به مشخص بودن فراوانی و فراوانی نسبی مسافران که استراحت می‌کنند، تعداد کل داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$F_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow 0/45 = \frac{9}{n} \Rightarrow n = \frac{9}{0/45} = 200$

حال با توجه به این که فراوانی نسبی مسافران که سر در گوشی کرده‌اند، برابر $0/25$ است، فراوانی آن‌ها یعنی مقدار x را مشخص می‌کنیم:

$$F_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow 0/25 = \frac{x}{200} \Rightarrow x = 50$$

از طرفی می‌دانیم جمع فراوانی افراد ۲۰۰ است، پس y به دست می‌آید:

$$90 + x + 35 + y = n \Rightarrow 90 + 50 + 35 + y = 200 \Rightarrow y = 25$$

در نتیجه $x - y = 25$ خواهد بود.

136 **۲** با توجه به این که فراوانی نسبی گروه خونی AB در حالت اولیه برابر $F = \frac{f}{n} \Rightarrow 0/25 = \frac{f}{40} \Rightarrow f = 10$ است، داریم:

حال با دو برابر شدن تعداد افراد سازمان، اگر x نفر از افراد اضافه شده دارای گروه خونی AB باشند، فراوانی نسبی آن‌ها در حالت جدید برابر $0/35$ می‌شود. پس:

$$0/35 = \frac{10+x}{80} \Rightarrow 10+x = 28 \Rightarrow x = 18$$

137 **۴** با توجه به این که ۲ قسمت از ۱۰ قسمت دایره مربوط به خانواده‌های ۵ فرزندی است، پس ۲۰ درصد خانواده‌ها دارای ۵ فرزند هستند. در نتیجه تعداد این خانواده‌ها برابر است با:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{f}{120} \times 100 \Rightarrow f = \frac{20 \times 120}{100} = 24$$

حال ۲۴ خانواده ۵ فرزندی وجود دارد که مجموع تعداد فرزندان آن‌ها برابر با $120 = 24 \times 5$ است.

138 **۴** می‌دانیم فراوانی گچ سفید در ابتدا برابر $f = 20$ است:

$$P = \frac{f+2}{n+1} \times 100 = \frac{20+2}{(4+11+14+20)+1} \times 100 = \frac{22}{50} \times 100 = 44\%$$

یعنی ۴۴ درصد مساحت دایره مربوط به گچ سفید می‌شود.

139 **۱** با توجه به نمودار، فراوانی افرادی که وزن آن‌ها بالای ۷۰ کیلوگرم است، برابر $f = 15 + 5 + 5 = 25$ می‌باشد. از طرفی تعداد کل دانش‌آموزان این مدرسه برابر است با:

$$n = 10 + 40 + 25 + 15 + 5 + 5 = 100$$

بنابراین درصد دانش‌آموزانی که وزن آن‌ها بالای ۷۰ کیلوگرم است، برابر است با:

$$P = \frac{f}{n} \times 100 = \frac{25}{100} \times 100 = 25\%$$

140 **۳** با اضافه شدن دو نفر با وزن‌های ۵۶ و ۵۹ کیلوگرم، فراوانی افرادی که وزن آن‌ها بین ۵۰ تا ۶۰ کیلوگرم است، برابر $42 = 40 + 2$ می‌شود. از طرفی چون ۲ نفر از این مدرسه رفته‌اند، تعداد کل آن‌ها تغییر نمی‌کند و ۱۰۰ نفر باقی می‌ماند. بنابراین فراوانی نسبی افراد موردنظر برابر است با:

$$F = \frac{f}{n} = \frac{42}{100} = 0/42$$

141 **۲** چون همه داده‌ها حول و حوش ۲۵ هستند، ابتدا از هر کدام از اعداد ۲۵ واحد کم می‌کنیم و پس از محاسبه میانگین اعداد حاصل، در انتها به میانگین به دست آمده ۲۵ واحد اضافه می‌کنیم:

$$\bar{x} - 25 = \frac{0/3 + 0/4 + 0/6 + 0/2 + 0/1 + 0/5}{6} = \frac{2/1}{6} = 0/35$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 25 + 0/35 = 25/35$$

142 **۴** ابتدا همه داده‌ها را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم و پس از محاسبه میانگین،

آن را بر ۱۰۰ تقسیم می‌کنیم: $12, 3, 123, 103, 210, 1000 \times x_i$

$$\Rightarrow 1000 \bar{x} = \frac{210 + 103 + 123 + 3 + 12}{5} = \frac{451}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{451}{5000} = 0/0902$$





192 هر کدام از کارمنداها یک واحد آماری و درآمد هر کدام از آنها داده‌های جامعه هستند.

193 نمونه‌گیری‌های تصادفی ساده، خوشه‌ای، طبقه‌ای و سیستماتیک همگی جزء نمونه‌گیری‌های احتمالی هستند.

194 اگر تعداد واحدهای آماری زیاد باشد و اندازه جامعه آماری بزرگ باشد، دسترسی به فهرست اعضای جامعه دشوار و هزینه‌بر است و نمونه‌گیری تصادفی ساده روش مناسبی نیست.

195 می‌دانیم اگر n اندازه نمونه و N اندازه جامعه باشد، احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر $P = \frac{n}{N}$ است. بنابراین:

$$\frac{n}{480} > \frac{5}{100} \Rightarrow n > \frac{5 \times 480}{100} = \frac{2400}{100} = 24 \Rightarrow \text{Min}(n) = 25$$

196 هر قسمت شامل 30 نفر است چون دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر با $\frac{60}{300} = \frac{1}{5}$ است

197 بررسی گزینه‌ها:

- در نمونه‌گیری خوشه‌ای جامعه به زیرمجموعه‌هایی ناتهی افزای می‌شود که لزوماً تعداد عضوهای زیرمجموعه‌ها برابر نیست.
- در نمونه‌گیری خوشه‌ای چون خوشه‌ها بر اساس نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب می‌شوند، احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است.
- در نمونه‌گیری خوشه‌ای چون هر خوشه پس از انتخاب سرشماری می‌شود، احتمال انتخاب تمام واحدهای آماری با هم برابر خواهد شد.
- در نمونه‌گیری خوشه‌ای، خوشه‌ها از تنوعی شبیه کل جامعه برخوردارند.

198 در نمونه‌گیری خوشه‌ای پس از این که چند خوشه را بر اساس نمونه‌گیری تصادفی ساده انتخاب کردیم، باید در هر یک از خوشه‌ها سرشماری انجام شود. بنابراین گزینه 3 نادرست است.

199 می‌دانیم احتمال انتخاب 2 خوشه از میان 6 خوشه برابر $\frac{2}{6}$ است. حال اگر مدرسه A انتخاب شده باشد، چون در آن سرشماری انجام می‌شود، احتمال آن که دانش‌آموزی از آن مدرسه در نمونه حضور داشته باشد همان $\frac{2}{6}$ خواهد بود.

200 بر اساس نمونه‌گیری طبقه‌ای سهم مدیران در نمونه انتخابی برابر است با:

$$n_i = \frac{n}{N} \times f_i = \frac{20}{100} \times 10 = 2$$

یعنی از 10 نفر مدیر شرکت 2 نفر باید انتخاب شوند، بنابراین احتمال انتخاب هر کدام از مدیران برابر است با:

$$P = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

201

$$n_i = \frac{f_i}{N} \times n \Rightarrow n_i = \frac{28}{560} \times 80 = 4$$

202 اگر اندازه نمونه n و اندازه جامعه N باشد، آن‌گاه:

$$n_i = \frac{f_i}{N} \times n \Rightarrow 9 = \frac{54}{N} \times 36 \Rightarrow N = 216$$

203 در گزینه 4 چون قرار است به ده هزار نفر که پیامک زده‌اند جایزه داده شود، عملاً بهترین، سریع‌ترین و تنها راه ممکن استفاده از نمونه‌گیری سیستماتیک است. چون یک نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم و طبق یک رویه خاص بقیه خودبه‌خود توسط برنامه کامپیوتری انتخاب می‌شوند.

204 در نمونه‌گیری سیستماتیک احتمال انتخاب هر کدام از واحدهای آماری برابر با $P = \frac{n}{N}$ است، بنابراین:

$$P = \frac{48}{240} = \frac{2}{10} = 0.2$$

205 ابتدا فاصله نمونه‌گیری را پیدا می‌کنیم:

$$d = \left[\frac{N}{n} \right] = \left[\frac{500}{25} \right] = 20$$

می‌دانیم شماره نفر i ام در نمونه‌گیری به صورت $a_i = a_1 + (i-1)d$ است، بنابراین:

$$a_3 = a_1 + (3-1)d = 17 + 2 \times 20 = 57$$

206 نمونه‌گیری سیستماتیک یا سامانمند نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات با هم برابر است.

207 به جز نمونه‌گیری تصادفی ساده، در سایر نمونه‌گیری‌های احتمالی همیشه جامعه را به زیرمجموعه‌هایی (طبقه‌هایی) افزای می‌کنیم اما:

1 در نمونه‌گیری خوشه‌ای بعضی از خوشه‌ها (زیرمجموعه‌ها) به تصادف انتخاب و سرشماری می‌شوند.

2 در نمونه‌گیری سیستماتیک هیچ طبقه‌ای به تصادف انتخاب نمی‌شود، بلکه یک نفر از طبقه اول به تصادف انتخاب می‌شود و بقیه افراد طبق رویه به خصوصی انتخاب می‌شوند.

3 در نمونه‌گیری طبقه‌ای از همه طبقات متناسب با جمعیت آن‌ها واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود.

208 نمونه‌گیری طبقه‌ای بهتر است چون جامعه از دو طبقه مردان و زنان تشکیل شده که از نظر قد با هم تفاوت دارند، ولی افراد هر گروه از نظر قدی شبیه هم هستند.

209 این نوع نمونه‌گیری جزء نمونه‌گیری‌های غیراحتمالی و در دسترس محسوب می‌شود، چون فقط زیتون‌هایی که روی بشکه هستند مورد آزمایش قرار می‌گیرند.

242 عبارت $4k+1$ مربع کامل است، زیرا:

$$4k+1 = 4(n(n+1))+1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2$$

243 اعدادی به شکل 2^n رانمی توان به صورت مجموع چند عدد متوالی

نوشت.

$$1 \quad 10 = 1+2+3+4 \quad 2 \quad 9 = 2+3+4 \quad 3 \quad 12 = 3+4+5$$

244 به ازای $n=2, n=3, n=4$ این نامساوی برقرار نیست

245 عبارت n^2+2n+5 همواره فرد است، برای اثبات n را یک بار فرد و

یک بار زوج در نظر می‌گیریم:

$$1 \quad n=2k \Rightarrow n^2+2n+5 = (2k)^2 + 2(2k) + 5 = 4k^2 + 4k + 5 = 4k^2 + 4k + 4 + 1 = 2k'(k'+1) + 1$$

$$2 \quad n=2k+1 \Rightarrow n^2+2n+5 = (2k+1)^2 + 2(2k+1) + 5 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k + 2 + 1 = 2k'(k'+1) + 1$$

246 گزینه \sqrt{ab} گزاره درستی نیست که بتوان آن را با برهان خلف ثابت

کرد، چون اگر a و b گنگ باشند \sqrt{ab} می‌تواند گویا باشد:

$$a = \sqrt{5} - 1, b = \sqrt{5} + 1 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{4} = 2$$

247 برای اثبات این گزاره از روش اثبات مستقیم استفاده می‌شود.

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{pr}{qs} = \frac{A}{B}$$

248 طرفین نامساوی رانمی توان به توان زوج رساند بنابراین گزینه $\sqrt{2}$

نادرست است.

249 طرفین نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ را در 2 ضرب

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2xz + 2yz$$

می‌کنیم:

حال همه پارامترها را به طرف اول منتقل می‌کنیم و $2Z^2, 2Y^2, 2Z^2$ را به

شکل $x^2 + x^2, y^2 + y^2, z^2 + z^2$ می‌نویسیم و خواهیم داشت:

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$$

250 در گزینه‌های 1، 2 و 3 لاغر، لاغرتر و یا چاق، چاق تر شده است اما در

گزینه 4 لاغر چاق شده و در عین حال نیز چاق هم لاغر شده که نادرست است.

251 در گزینه 4 طرفین به یک نسبت چاق شده‌اند (در c ضرب شده‌اند)

و درست است.

252 چاق، چاق‌تر $\rightarrow a|c^2$ لاغر، لاغرتر $\rightarrow ab|c^2$

253 طبق قانون گفته شده در درسنامه فقط گزینه 1 درست است.

254 $60|a \Rightarrow a = 60k \Rightarrow 60k | 420 \Rightarrow k | 7 \Rightarrow k = \pm 1, \pm 7$

255 گزینه 2 نادرست است، حال به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

1 $6|2a+3b \Rightarrow 3|2a+3b$
 $3|2a \Rightarrow 3|2a$ می‌دانیم
 $3|3b \Rightarrow 3|3a$ می‌دانیم
 $3|a$

2 $6|2a+3b \Rightarrow 2|2a+3b$
 $2|2a \Rightarrow 2|2a$ می‌دانیم
 $2|3b \Rightarrow 2|2b$ می‌دانیم
 $2|b$

256 به کمک ترکیب خطی پارامتر را در طرف چاق از بین می‌بریم:

$$a | 2(3m+2) - 4(6m-4) \Rightarrow a | 25 \Rightarrow a = 1, 5, 25$$

چون n باید طبیعی و غیر اول باشد فقط 25 و 1 قابل قبول هستند.

257 ریشه طرف لاغر را در طرف چاق جایگذاری می‌کنیم:

$$n+3 | n^2+2n+3 \xrightarrow{n=-3} n+3 | (-3)^2+2(-3)+3 = 3$$

طبیعی $n=3 \Rightarrow n+3=1, 2, 3, 6 \Rightarrow n = -2, -1, 0, 3$

258 چون ریشه طرف لاغر صحیح نیست، بهتر است از ترکیب خطی استفاده

کنیم:

$$\begin{cases} 3x+2 | x-2 \\ 3x+2 | 3x+2 \end{cases} \Rightarrow 3x+2 | 2(x-2) - (3x+2) = 2x-4-3x-2 = -x-6$$

$$\Rightarrow 3x+2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8 \Rightarrow x = -1, 0, 2, -2$$

259 ابتدا به کمک قانون تعدی دو بخش پذیری را به یک بخش پذیری

تبدیل می‌کنیم و سپس به سراغ ترکیب خطی می‌رویم:

$$ab | c, c | a-b \Rightarrow ab | a-b \Rightarrow \begin{cases} a | a-b \Rightarrow a | b \\ b | a-b \Rightarrow b | a \end{cases} \Rightarrow |a|=|b|$$

260 وقتی مجموع 2 عدد فرد است یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است:

$$p^2+q^2=29 \Rightarrow \begin{cases} p = \text{زوج} \Rightarrow p=2 \Rightarrow 2^2+q^2=29 \Rightarrow q=5 \\ q = \text{فرد} \end{cases}$$

بنابراین $q-p=3$ خواهد شد.

261 اگر حاصل ضرب دو عدد، عددی اول باشد یکی از آن‌ها 1 و دیگری

همان عدد اول است:

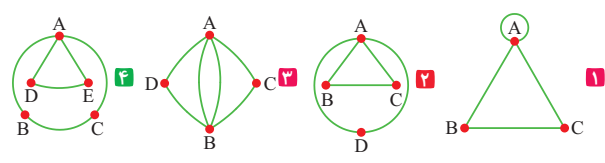
$$p+q+r=10$$

$$(p-q)(p+q)=r \Rightarrow \begin{cases} p-q=1 \Rightarrow p=3, q=2 \\ p+q=r \Rightarrow r=3+2=5 \end{cases}$$





339 بررسی گزینه‌ها: ۴



340 ۳

$q = 2p \Rightarrow 2p \leq \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p \leq p(p-1) \Rightarrow 4 \leq p-1$

$p \geq 5 \Rightarrow q \geq 10$

341 ابتدا یک جدول صلیبی رسم می‌کنیم:

p	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
q	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

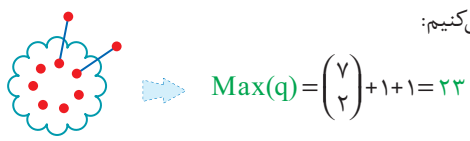
Min(p)=۴

342 ۳

p	۴۸	۲۴	۱۶	۱۲	۸	۶	۴	۳	۲	۱
q	۱	۲	۳	۴	۶	۸	۱۲	۱۶	۲۴	۴۸

Max(q)=۸

343 دو رأس را کنار می‌گذاریم و بقیه را پراز یال می‌کنیم، سپس دو رأس

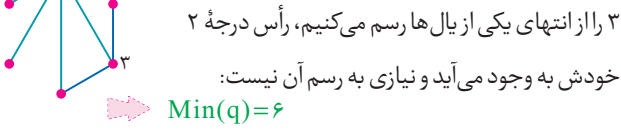


344 ۱۱ یال را می‌توان در دست کم ۶ رأس جای داد، بنابراین حداکثر

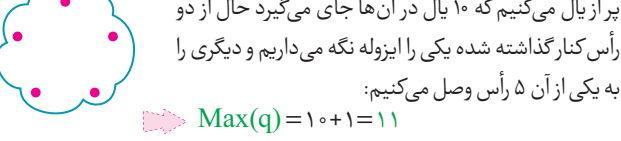
345 ۵ یال حداکثر می‌تواند ۱۰ رأس را غیر ایزوله کنند، بنابراین دست



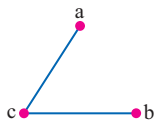
346 ابتدا یک رأس با درجه ۴ و سپس رأس درجه ۲



347 دو رأس را کنار می‌گذاریم و ۵ رأس باقی مانده را

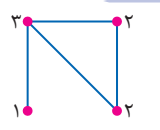


348 می‌دانیم تعداد اعضای همسایگی باز هر رأس



معرف درجه آن رأس است. یعنی اکنون گرافی با درجه رأس‌های ۱ و ۱ و ۲ داریم که دارای ۲ یال است.

349 در این گراف درجه رأس‌ها ۳، ۲، ۲، ۱ است



بنابراین دارای ۴ یال است.

350 گراف ۳-منتظم از مرتبه ۵ وجود ندارد چون ۳x۵ فرد است. در سایر

گزینه‌ها ۱-k ≤ p ≤ k نیز زوج است.

351

$$\begin{cases} 4p = 2q_1 \Rightarrow q_1 = \frac{4p}{2} \\ 4p = 2q_2 \Rightarrow q_2 = \frac{4p}{2} \\ 4p = 2q_3 \Rightarrow q_3 = \frac{4p}{2} \\ 4p = 2q_4 \Rightarrow q_4 = \frac{4p}{2} \end{cases}$$

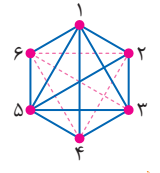
$q_1 + 18 = q_2 \Rightarrow \frac{4p}{2} + 18 = \frac{4p}{2} \Rightarrow p = 12$

352 $p \times \binom{p}{2} = 90 \xrightarrow{\text{آزمون و خطا}} p = 6 \Rightarrow \Delta = \delta = 5$

353 در صورتی همسایگی باز تمام رأس‌ها ۵ عضوی خواهد شد که درجه‌ها

همگی ۵ شود، یعنی گراف کامل شود. حال گراف ۱-منتظم مرتبه ۶ دارای ۳ یال است ولی گراف K_۶ باید ۱۵ یال داشته باشد، بنابراین این گراف با افزودن ۱۲-۳=۱۵ یال به گراف کامل تبدیل می‌شود.

354 گراف را مطابق با الگوی بیان شده رسم می‌کنیم

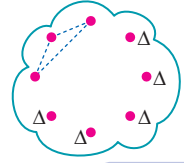


می‌دانیم به عنوان مثال عدد ۱ نسبت به همه اعداد اول است، بنابراین رأس ۱ به همه وصل می‌شود و ۲ فقط نسبت به اعداد فرد اول است و ...

$q = 11 \Rightarrow \bar{q} = \binom{6}{2} - 11 = 4$

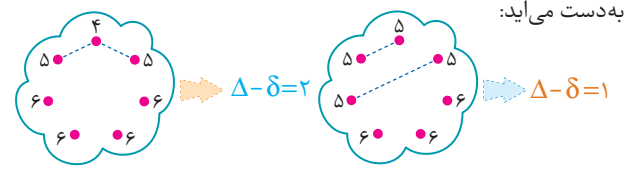
355 اگر گراف K_۸ بود $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ یال داشت. گراف G سه یال کم‌تر

از K_۸ دارد. اگر سه یال را به صورت مقابل از K_۸ برداریم درجه ۵ رأس ماکزیمم است که حداکثر مقدار ممکن است.



356 این گراف ۲ یال از گراف K_۷ کم دارد و این ۲ یال را به دو شکل

مختلف می‌توان از گراف برداشت بنابراین برای $\Delta - \delta$ دو جواب مختلف به دست می‌آید:



357 اندازه گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ را حساب کرده و از گراف کامل کم می‌کنیم:

$2q = 6 \times 3 \Rightarrow q = 9 \Rightarrow q + q(\bar{G}) = \binom{6}{2} \Rightarrow q(\bar{G}) = 15 - 9 = 6$

421 $\times 8 \times 8$ مکان برای قرارگیری دارد، اما می‌دانیم هر مهره دیگری که در سطر یا ستون مربوط به آن قرار گیرد، مورد تهدید این رُخ قرار می‌گیرد بنابراین برای رُخ دوم 7×7 انتخاب وجود دارد. در نتیجه تعداد راه‌های قرارگیری برابر با 49×64 خواهد بود.

422 برای a هر یک از ارقام $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ و برای b و c هر یک از ارقام $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ را می‌توان در نظر گرفت:

423 اگر در مسیر رفت از D عبور نکنیم تعداد راه‌های ممکن برای رفت برابر با $13 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1$ است و اگر در برگشت از C عبور نکنیم تعداد راه‌های ممکن برای برگشت برابر با $3 = 1 + 1 + 1$ است، بنابراین تعداد راه‌های ممکن برای رفت و برگشت برابر با $39 = 3 \times 13$ است.

424 رقم 7 را کنار می‌گذاریم یعنی ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ را در اختیار داریم و چون صحبتی از غیر مجاز بودن تکرار به میان نیامده بنابراین تکرار ارقام مجاز است:

$$8 \times 9 \times 5 = 360$$

همه به جز صفر $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

425 ارقامی که در اختیار داریم $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ و رقم سمت چپ «۱» نمی‌تواند باشد:

426 تعداد کل اعداد چهار رقمی را به دست می‌آوریم و تعداد اعداد چهار رقمی که همه رقم‌های آن‌ها متمایز است را کنار می‌گذاریم:

$$9 \times 10 \times 10 \times 10 - 9 \times 9 \times 8 \times 7 = 9000 - 4536 = 4464$$

427 تعداد کل کدهای سه رقمی را به دست می‌آوریم و تعداد کدهایی که هر سه رقم آن‌ها زوج است را کنار می‌گذاریم:

428 ارقام فرد عبارتند از $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ بنابراین تعداد پلاک‌ها برابر است با:

429 برای طبقه اول هر یک از سه رنگ را می‌توان استفاده کرد ولی برای سایر طبقه‌ها تنها ۲ انتخاب وجود دارد چون با طبقه قبل خود نباید هم‌رنگ باشند:

430 حداکثر به یک نفر رأی دهد یعنی یا به نفر اول یا به نفر دوم یا به نفر سوم رأی دهد و یا به هیچ‌کس رأی ندهد یعنی هر شخص ۴ انتخاب دارد:

431 نفر اول سال اول ۴ انتخاب دارد ولی نفر دوم سال اول ۳ انتخاب و نفر سوم آن‌ها ۲ انتخاب دارد و به هر طریق یک صندوق در ردیف اول خالی خواهد ماند. حال نفر اول سال دوم نیز ۴ انتخاب و نفر دوم سال دومی‌ها

دارای ۳ انتخاب است و دو صندوقی نیز در ردیف دوم خالی می‌ماند. حال کلاً ۷ صندوقی خالی وجود دارد که نفر اول سال سوم یکی از ۷ صندوقی را انتخاب می‌کند و نفر دوم یکی از ۶ صندوقی باقی مانده:

$$(4 \times 3 \times 2) \times (4 \times 3) \times (7 \times 6) = 12096$$

432 a دو انتخاب دارد که عبارتند از $\{1, 2\}$ و همچنین b نیز دو انتخاب دارد که عبارتند از $\{4, 5\}$ اما c, d آزادند که هر یک از اعضای B را انتخاب می‌کنند:

$$f(a) \quad f(b) \quad f(c) \quad f(d)$$

$$2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$$

433 در واقع ۶ جایگاه وجود دارد که قرار است گلدان‌ها در آن قرار گیرند که این کار به $720 = 6!$ طریق امکان پذیر است.

434 چون تعداد ارقام زوج و فرد یکسان است جواب جایگشت‌های ارقام زوج و فرد را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2! \times 3! \times 2 = 72$$

435 از چهار رقم زوج داده شده ۳ تای آن‌ها یکسان است که برای آن‌ها باید از جایگشت با تکرار استفاده کرد:

$$3! \times \frac{4!}{3!} = 4 \times 3!$$

فردها زوج‌ها

436 کل جایگشت‌هایی که حروف یکسان کنار هم هستند را حساب کرده و تعداد جایگشت‌هایی که I و G کنار هم هستند را کنار می‌گذاریم:

$$S, S \quad A, A \quad N, N \quad G, I \quad - \quad S, S \quad A, A \quad N, N \quad G, I$$

$$720 - 4! \times 2! = 120 - 48 = 72$$

437 برای این که ارقام در خانه‌های متوالی قرار بگیرند باید خانه اول خالی باشد یا خانه آخر:

$$2 \quad 4 \quad 6 \quad 3, 5 \quad \square \quad \checkmark \quad \square \quad 2 \quad 4 \quad 6 \quad 3, 5$$

$$96 = 4! \times 2! \times 2 = 96$$

438 ابتدا S ها را درون یک بسته می‌گذاریم و تعداد جایگشت‌ها را حساب کرده، سپس تعداد جایگشت‌هایی که A ها نیز کنار هم هستند را از میان کل حالات کنار می‌گذاریم:

$$S, S \quad A, A \quad N, I \quad - \quad S, S \quad A, A \quad N, I$$

$$\frac{5!}{2!} - 4! = 60 - 24 = 36$$

439 ارقام ۳، ۴، ۵، ۶ را به عنوان دیوار در نظر می‌گیریم:

$$\frac{5!}{3!} \times \frac{3!}{2!} \times 4! = 240$$

دیوارها





- 1 1 2 3 4
- 2 1 2 3 4
- 3 1 2 3 4
- 4 1 2 3 4
- 5 1 2 3 4
- 6 1 2 3 4
- 7 1 2 3 4
- 8 1 2 3 4
- 9 1 2 3 4
- 10 1 2 3 4
- 11 1 2 3 4
- 12 1 2 3 4
- 13 1 2 3 4
- 14 1 2 3 4
- 15 1 2 3 4
- 16 1 2 3 4
- 17 1 2 3 4
- 18 1 2 3 4
- 19 1 2 3 4
- 20 1 2 3 4
- 21 1 2 3 4
- 22 1 2 3 4
- 23 1 2 3 4
- 24 1 2 3 4
- 25 1 2 3 4
- 26 1 2 3 4
- 27 1 2 3 4
- 28 1 2 3 4
- 29 1 2 3 4
- 30 1 2 3 4
- 31 1 2 3 4
- 32 1 2 3 4
- 33 1 2 3 4
- 34 1 2 3 4
- 35 1 2 3 4
- 36 1 2 3 4
- 37 1 2 3 4
- 38 1 2 3 4
- 39 1 2 3 4
- 40 1 2 3 4
- 41 1 2 3 4
- 42 1 2 3 4
- 43 1 2 3 4
- 44 1 2 3 4
- 45 1 2 3 4
- 46 1 2 3 4
- 47 1 2 3 4
- 48 1 2 3 4
- 49 1 2 3 4
- 50 1 2 3 4

- 51 1 2 3 4
- 52 1 2 3 4
- 53 1 2 3 4
- 54 1 2 3 4
- 55 1 2 3 4
- 56 1 2 3 4
- 57 1 2 3 4
- 58 1 2 3 4
- 59 1 2 3 4
- 60 1 2 3 4
- 61 1 2 3 4
- 62 1 2 3 4
- 63 1 2 3 4
- 64 1 2 3 4
- 65 1 2 3 4
- 66 1 2 3 4
- 67 1 2 3 4
- 68 1 2 3 4
- 69 1 2 3 4
- 70 1 2 3 4
- 71 1 2 3 4
- 72 1 2 3 4
- 73 1 2 3 4
- 74 1 2 3 4
- 75 1 2 3 4
- 76 1 2 3 4
- 77 1 2 3 4
- 78 1 2 3 4
- 79 1 2 3 4
- 80 1 2 3 4
- 81 1 2 3 4
- 82 1 2 3 4
- 83 1 2 3 4
- 84 1 2 3 4
- 85 1 2 3 4
- 86 1 2 3 4
- 87 1 2 3 4
- 88 1 2 3 4
- 89 1 2 3 4
- 90 1 2 3 4
- 91 1 2 3 4
- 92 1 2 3 4
- 93 1 2 3 4
- 94 1 2 3 4
- 95 1 2 3 4
- 96 1 2 3 4
- 97 1 2 3 4
- 98 1 2 3 4
- 99 1 2 3 4
- 100 1 2 3 4

- 101 1 2 3 4
- 102 1 2 3 4
- 103 1 2 3 4
- 104 1 2 3 4
- 105 1 2 3 4
- 106 1 2 3 4
- 107 1 2 3 4
- 108 1 2 3 4
- 109 1 2 3 4
- 110 1 2 3 4
- 111 1 2 3 4
- 112 1 2 3 4
- 113 1 2 3 4
- 114 1 2 3 4
- 115 1 2 3 4
- 116 1 2 3 4
- 117 1 2 3 4
- 118 1 2 3 4
- 119 1 2 3 4
- 120 1 2 3 4
- 121 1 2 3 4
- 122 1 2 3 4
- 123 1 2 3 4
- 124 1 2 3 4
- 125 1 2 3 4
- 126 1 2 3 4
- 127 1 2 3 4
- 128 1 2 3 4
- 129 1 2 3 4
- 130 1 2 3 4
- 131 1 2 3 4
- 132 1 2 3 4
- 133 1 2 3 4
- 134 1 2 3 4
- 135 1 2 3 4
- 136 1 2 3 4
- 137 1 2 3 4
- 138 1 2 3 4
- 139 1 2 3 4
- 140 1 2 3 4
- 141 1 2 3 4
- 142 1 2 3 4
- 143 1 2 3 4
- 144 1 2 3 4
- 145 1 2 3 4
- 146 1 2 3 4
- 147 1 2 3 4
- 148 1 2 3 4
- 149 1 2 3 4
- 150 1 2 3 4

- 151 1 2 3 4
- 152 1 2 3 4
- 153 1 2 3 4
- 154 1 2 3 4
- 155 1 2 3 4
- 156 1 2 3 4
- 157 1 2 3 4
- 158 1 2 3 4
- 159 1 2 3 4
- 160 1 2 3 4
- 161 1 2 3 4
- 162 1 2 3 4
- 163 1 2 3 4
- 164 1 2 3 4
- 165 1 2 3 4
- 166 1 2 3 4
- 167 1 2 3 4
- 168 1 2 3 4
- 169 1 2 3 4
- 170 1 2 3 4
- 171 1 2 3 4
- 172 1 2 3 4
- 173 1 2 3 4
- 174 1 2 3 4
- 175 1 2 3 4
- 176 1 2 3 4
- 177 1 2 3 4
- 178 1 2 3 4
- 179 1 2 3 4
- 180 1 2 3 4
- 181 1 2 3 4
- 182 1 2 3 4
- 183 1 2 3 4
- 184 1 2 3 4
- 185 1 2 3 4
- 186 1 2 3 4
- 187 1 2 3 4
- 188 1 2 3 4
- 189 1 2 3 4
- 190 1 2 3 4
- 191 1 2 3 4
- 192 1 2 3 4
- 193 1 2 3 4
- 194 1 2 3 4
- 195 1 2 3 4
- 196 1 2 3 4
- 197 1 2 3 4
- 198 1 2 3 4
- 199 1 2 3 4
- 200 1 2 3 4

- 201 1 2 3 4
- 202 1 2 3 4
- 203 1 2 3 4
- 204 1 2 3 4
- 205 1 2 3 4
- 206 1 2 3 4
- 207 1 2 3 4
- 208 1 2 3 4
- 209 1 2 3 4
- 210 1 2 3 4
- 211 1 2 3 4
- 212 1 2 3 4
- 213 1 2 3 4
- 214 1 2 3 4
- 215 1 2 3 4
- 216 1 2 3 4
- 217 1 2 3 4
- 218 1 2 3 4
- 219 1 2 3 4
- 220 1 2 3 4
- 221 1 2 3 4
- 222 1 2 3 4
- 223 1 2 3 4
- 224 1 2 3 4
- 225 1 2 3 4
- 226 1 2 3 4
- 227 1 2 3 4
- 228 1 2 3 4
- 229 1 2 3 4
- 230 1 2 3 4
- 231 1 2 3 4
- 232 1 2 3 4
- 233 1 2 3 4
- 234 1 2 3 4
- 235 1 2 3 4
- 236 1 2 3 4
- 237 1 2 3 4
- 238 1 2 3 4
- 239 1 2 3 4
- 240 1 2 3 4
- 241 1 2 3 4
- 242 1 2 3 4
- 243 1 2 3 4
- 244 1 2 3 4
- 245 1 2 3 4
- 246 1 2 3 4
- 247 1 2 3 4
- 248 1 2 3 4
- 249 1 2 3 4
- 250 1 2 3 4



first time

خرید آسان در gajmarket.com ویژه جمع‌بندی سریع



- 251 1 2 3 4
- 252 1 2 3 4
- 253 1 2 3 4
- 254 1 2 3 4
- 255 1 2 3 4
- 256 1 2 3 4
- 257 1 2 3 4
- 258 1 2 3 4
- 259 1 2 3 4
- 260 1 2 3 4
- 261 1 2 3 4
- 262 1 2 3 4
- 263 1 2 3 4
- 264 1 2 3 4
- 265 1 2 3 4
- 266 1 2 3 4
- 267 1 2 3 4
- 268 1 2 3 4
- 269 1 2 3 4
- 270 1 2 3 4
- 271 1 2 3 4
- 272 1 2 3 4
- 273 1 2 3 4
- 274 1 2 3 4
- 275 1 2 3 4
- 276 1 2 3 4
- 277 1 2 3 4
- 278 1 2 3 4
- 279 1 2 3 4
- 280 1 2 3 4
- 281 1 2 3 4
- 282 1 2 3 4
- 283 1 2 3 4
- 284 1 2 3 4
- 285 1 2 3 4
- 286 1 2 3 4
- 287 1 2 3 4
- 288 1 2 3 4
- 289 1 2 3 4
- 290 1 2 3 4
- 291 1 2 3 4
- 292 1 2 3 4
- 293 1 2 3 4
- 294 1 2 3 4
- 295 1 2 3 4
- 296 1 2 3 4
- 297 1 2 3 4
- 298 1 2 3 4
- 299 1 2 3 4
- 300 1 2 3 4

- 301 1 2 3 4
- 302 1 2 3 4
- 303 1 2 3 4
- 304 1 2 3 4
- 305 1 2 3 4
- 306 1 2 3 4
- 307 1 2 3 4
- 308 1 2 3 4
- 309 1 2 3 4
- 310 1 2 3 4
- 311 1 2 3 4
- 312 1 2 3 4
- 313 1 2 3 4
- 314 1 2 3 4
- 315 1 2 3 4
- 316 1 2 3 4
- 317 1 2 3 4
- 318 1 2 3 4
- 319 1 2 3 4
- 320 1 2 3 4
- 321 1 2 3 4
- 322 1 2 3 4
- 323 1 2 3 4
- 324 1 2 3 4
- 325 1 2 3 4
- 326 1 2 3 4
- 327 1 2 3 4
- 328 1 2 3 4
- 329 1 2 3 4
- 330 1 2 3 4
- 331 1 2 3 4
- 332 1 2 3 4
- 333 1 2 3 4
- 334 1 2 3 4
- 335 1 2 3 4
- 336 1 2 3 4
- 337 1 2 3 4
- 338 1 2 3 4
- 339 1 2 3 4
- 340 1 2 3 4
- 341 1 2 3 4
- 342 1 2 3 4
- 343 1 2 3 4
- 344 1 2 3 4
- 345 1 2 3 4
- 346 1 2 3 4
- 347 1 2 3 4
- 348 1 2 3 4
- 349 1 2 3 4
- 350 1 2 3 4

- 351 1 2 3 4
- 352 1 2 3 4
- 353 1 2 3 4
- 354 1 2 3 4
- 355 1 2 3 4
- 356 1 2 3 4
- 357 1 2 3 4
- 358 1 2 3 4
- 359 1 2 3 4
- 360 1 2 3 4
- 361 1 2 3 4
- 362 1 2 3 4
- 363 1 2 3 4
- 364 1 2 3 4
- 365 1 2 3 4
- 366 1 2 3 4
- 367 1 2 3 4
- 368 1 2 3 4
- 369 1 2 3 4
- 370 1 2 3 4
- 371 1 2 3 4
- 372 1 2 3 4
- 373 1 2 3 4
- 374 1 2 3 4
- 375 1 2 3 4
- 376 1 2 3 4
- 377 1 2 3 4
- 378 1 2 3 4
- 379 1 2 3 4
- 380 1 2 3 4
- 381 1 2 3 4
- 382 1 2 3 4
- 383 1 2 3 4
- 384 1 2 3 4
- 385 1 2 3 4
- 386 1 2 3 4
- 387 1 2 3 4
- 388 1 2 3 4
- 389 1 2 3 4
- 390 1 2 3 4
- 391 1 2 3 4
- 392 1 2 3 4
- 393 1 2 3 4
- 394 1 2 3 4
- 395 1 2 3 4
- 396 1 2 3 4
- 397 1 2 3 4
- 398 1 2 3 4
- 399 1 2 3 4
- 400 1 2 3 4

- 401 1 2 3 4
- 402 1 2 3 4
- 403 1 2 3 4
- 404 1 2 3 4
- 405 1 2 3 4
- 406 1 2 3 4
- 407 1 2 3 4
- 408 1 2 3 4
- 409 1 2 3 4
- 410 1 2 3 4
- 411 1 2 3 4
- 412 1 2 3 4
- 413 1 2 3 4
- 414 1 2 3 4
- 415 1 2 3 4
- 416 1 2 3 4
- 417 1 2 3 4
- 418 1 2 3 4
- 419 1 2 3 4
- 420 1 2 3 4
- 421 1 2 3 4
- 422 1 2 3 4
- 423 1 2 3 4
- 424 1 2 3 4
- 425 1 2 3 4
- 426 1 2 3 4
- 427 1 2 3 4
- 428 1 2 3 4
- 429 1 2 3 4
- 430 1 2 3 4
- 431 1 2 3 4
- 432 1 2 3 4
- 433 1 2 3 4
- 434 1 2 3 4
- 435 1 2 3 4
- 436 1 2 3 4
- 437 1 2 3 4
- 438 1 2 3 4
- 439 1 2 3 4
- 440 1 2 3 4
- 441 1 2 3 4
- 442 1 2 3 4
- 443 1 2 3 4
- 444 1 2 3 4
- 445 1 2 3 4
- 446 1 2 3 4
- 447 1 2 3 4
- 448 1 2 3 4
- 449 1 2 3 4
- 450 1 2 3 4

- 451 1 2 3 4
- 452 1 2 3 4
- 453 1 2 3 4
- 454 1 2 3 4
- 455 1 2 3 4
- 456 1 2 3 4
- 457 1 2 3 4
- 458 1 2 3 4
- 459 1 2 3 4
- 460 1 2 3 4
- 461 1 2 3 4
- 462 1 2 3 4
- 463 1 2 3 4
- 464 1 2 3 4
- 465 1 2 3 4
- 466 1 2 3 4
- 467 1 2 3 4
- 468 1 2 3 4
- 469 1 2 3 4
- 470 1 2 3 4
- 471 1 2 3 4
- 472 1 2 3 4
- 473 1 2 3 4
- 474 1 2 3 4
- 475 1 2 3 4
- 476 1 2 3 4
- 477 1 2 3 4
- 478 1 2 3 4
- 479 1 2 3 4
- 480 1 2 3 4
- 481 1 2 3 4
- 482 1 2 3 4
- 483 1 2 3 4
- 484 1 2 3 4
- 485 1 2 3 4
- 486 1 2 3 4
- 487 1 2 3 4
- 488 1 2 3 4
- 489 1 2 3 4
- 490 1 2 3 4
- 491 1 2 3 4
- 492 1 2 3 4
- 493 1 2 3 4
- 494 1 2 3 4
- 495 1 2 3 4
- 496 1 2 3 4
- 497 1 2 3 4
- 498 1 2 3 4
- 499 1 2 3 4
- 500 1 2 3 4



first time

خرید آنلاین در
gajmarket.com
وزنه جمعیتی سریع

20+
EXAM