# آزمون شماره ۹ سراسری ۱۴۰۲ نوبت دوم ـ داخل

| نام درس | دهم | یازدهم | دوازدهم | ترکیبی | آسان | متوسط | سخت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ریاضیات | ۴ | ۱۵ | ۹ | ۱۲ | ۲ | ۱۶ | ۲۲ |
| فیزیک | ۸ | ۱۰ | ۱۷ | – | ۲ | ۲۸ | ۵ |
| شیمی | ۸ | ۸ | ۱۱ | ۳ | ۵ | ۱۷ | ۸ |

## ریاضیات

### ۱- گزینه ۲

**درس‌نامه** اگر $a$، $b$ و $c$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، داریم:
$$a+c=۲b$$

**گام** سه جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی را به ترتیب $a$، $ar$ و $ar^۲$ در نظر می‌گیریم. اگر این سه جمله را نصف کنیم، به این جملات می‌رسیم: $\frac{a}{۲}$، $\frac{ar}{۲}$ و $\frac{ar^۲}{۲}$.

**گام** به گفتهٔ سؤال، جملات بالا، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی‌اند؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:
$$\frac{a}{۲}+\frac{ar^۲}{۲}=۲\times\frac{ar}{۲}\xrightarrow{\times ۲}a+ar^۲=۲ar$$
$$\xrightarrow{\div a}۱+r^۲=۲r\Rightarrow r^۲-۲r+۱=۰\Rightarrow (r-۱)^۲=۰\Rightarrow r=۱$$

**گام** $r=۱$ شد، پس قدرنسبت جملات دنبالهٔ هندسی ۱ و در نتیجه همهٔ جملات آن با هم برابر می‌شوند: $a,ar,ar^۲,ar^۳,\ldots\xrightarrow{r=۱}a,a,a,a,\ldots$ :**جملات دنبالهٔ هندسی**

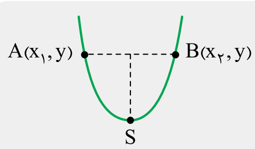
**گام** طبق گفتهٔ سؤال اگر این جملات را نصف کنیم، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت $d$ خواهیم داشت: $\frac{a}{۲},\frac{a}{۲},\frac{a}{۲},\ldots$

واضح است که قدرنسبت دنبالهٔ حسابی بالا صفر است، پس $d=۰$ می‌شود؛ بنابراین $r+d=۱+۰=۱$ است.

### ۲- گزینه ۳

**شفاف‌سازی** «اگر این سهمی، محور xها را در نقاطی با طول‌های $\alpha$ و $\beta$ قطع کند»، یعنی $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های سهمی هستند.

**درس‌نامه** ۱ اگر مطابق شکل مقابل، دو نقطه با عرض یکسان روی یک سهمی داشته باشیم، طول رأس سهمی $(x_S)$ برابر میانگین طول آن دو نقطه می‌شود؛ یعنی: $x_S=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$




۲ اگر مختصات رأس یک سهمی $S(\alpha,\beta)$ باشد، معادلهٔ این سهمی به صورت زیر می‌شود:
$$y=a(x-\alpha)^۲+\beta$$

۳ اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^۲+Bx+C=۰$ با شرط $\Delta>۰$ باشند، داریم:
$$S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}\ \text{:جمع ریشه‌ها}\qquad P=\alpha\beta=\frac{C}{A}\ \text{:ضرب ریشه‌ها}$$
$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P$$

۴ سهمی به معادلهٔ $y=ax^۲+bx+c$، محور yها را در نقطه‌ای با عرض c قطع می‌کند.

**گام** دو نقطهٔ $A(۳,y)$ و $B(-۵,y)$ که عرض یکسانی هم دارند، روی این سهمی قرار دارند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، طول رأس این سهمی می‌شود $x_S=\frac{-۵+۳}{۲}=-۱$.

**گام** عرض رأس این سهمی برابر ۱ است، پس مختصات رأس سهمی $S(-۱,۱)$ می‌شود. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، معادلهٔ سهمی را به صورت زیر می‌نویسیم:
$$y=a(x+۱)^۲+۱=a(x^۲+۲x+۱)+۱=ax^۲+۲ax+a+۱$$
$$\Rightarrow y=\underbrace{a}_{A}x^۲+\underbrace{۲a}_{B}x+\underbrace{a+۱}_{C}\quad (*)$$

**گام** مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های این سهمی را به کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:
$$S=-\frac{B}{A}=-\frac{۲a}{a}=-۲$$
$$P=\frac{C}{A}=\frac{a+۱}{a}$$

**گام** حالا با توجه به این‌که $\alpha^۲+\beta^۲=۵$، داریم:
$$\alpha^۲+\beta^۲=۵\Rightarrow S^۲-۲P=۵\Rightarrow \underbrace{(-۲)^۲}_{۴}-۲(\frac{a+۱}{a})=۵$$
$$\Rightarrow -۲(\frac{a+۱}{a})=۱\Rightarrow \frac{a+۱}{a}=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow ۲a+۲=-a\Rightarrow ۳a=-۲\Rightarrow a=-\frac{۲}{۳}$$

**گام** با جای‌گذاری $a=-\frac{۲}{۳}$ در تساوی (*)، معادلهٔ سهمی را می‌نویسیم:
$$y=-\frac{۲}{۳}x^۲-\frac{۴}{۳}x+\frac{۱}{۳}$$

حالا که معادلهٔ سهمی را به صورت $y=-\frac{۲}{۳}x^۲-\frac{۴}{۳}x+\frac{۱}{۳}$ داریم، می‌توانیم بگوییم این سهمی در نقطه‌ای به عرض $\frac{۱}{۳}$، محور yها را قطع می‌کند (طبق مورد (۴) درس‌نامه).

### ۳- گزینه ۲

**استراتژی** قبل از هر چیز از تساوی $A\times B=B\times A$، نتیجه می‌گیریم که $A=B$ است. حالا سعی می‌کنیم تساوی $A=B$ را برقرار کنیم. اول تکلیف عضو ۶ از مجموعهٔ A را مشخص می‌کنیم تا مقدار d به دست آید. با جای‌گذاری d در تساوی $A=B$ به رابطهٔ $\{a-۲,۶,۲b+۱,c\}=\{۶,۵,-۱\}$ می‌رسیم. در این رابطه یک مجموعهٔ ۳عضوی با یک مجموعهٔ ۴عضوی برابر شده است، پس سعی می‌کنیم در مجموعهٔ سمت راست یک عضو تکراری بسازیم تا هر دو مجموعه ۴عضوی بشوند؛ این‌جوری به ۳ تساویِ مجموعه‌ای می‌رسیم. کلید حل مسئله از این‌جا به بعد استفاده از مورد (۳) درس‌نامه است.

**درس‌نامه** ۱ اگر $A\times B=B\times A$ باشد، در این صورت یا حداقل یکی از A و B، تهی است یا A و B برابرند:
$$A\times B=B\times A\Rightarrow (A=\varnothing \text{ یا } B=\varnothing)\text{ یا } A=B$$

۲ دو مجموعه وقتی برابرند که تک‌تک اعضایشان مساوی هم باشند.

۳ در هر تساویِ مجموعه‌ای، **اگر تعداد اعضای دو مجموعه برابر باشند**، می‌توانیم مجموع اعضای دو مجموعه را مساویِ هم بگذاریم.

**گام** به گفتهٔ سؤال $A\times B=B\times A$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه یا باید حداقل یکی از A و B تهی باشند یا $A=B$ باشد. واضح است که $A=\{a-۲,۶,۲b+۱,c\}$ و $B=\{\sqrt{d},۵,-۱\}$ هیچ‌کدام نمی‌توانند تهی باشند؛ بنابراین $A=B$ است:
$$\{a-۲,۶,۲b+۱,c\}=\{\sqrt{d},۵,-۱\}\quad (*)$$

**گام** طبق مورد (۲) درس‌نامه، برای برقراری رابطهٔ (*) باید تک‌تک اعضای دو مجموعه مساوی باشند. از عدد ۶ در مجموعهٔ سمت چپ شروع می‌کنیم. ۶ که نمی‌تواند با ۵ و ۱− برابر باشد، پس مجبور است مساوی $\sqrt{d}$ باشد: $۶=\sqrt{d}\Rightarrow d=۳۶$

تا این‌جا رابطهٔ (*) به این صورت درمی‌آید: $\{a-۲,۶,۲b+۱,c\}=\{۶,۵,-۱\}\quad (**)$

**گام** در تساوی (**) یک مجموعهٔ ۴عضوی با یک مجموعهٔ ۳عضوی برابر شده است، پس باید در مجموعهٔ ۳عضوی (مجموعهٔ سمت راست) یک عضو تکراری بسازیم تا هر دو مجموعه ۴عضوی بشوند. این عضو تکراری می‌تواند ۱− یا ۵ یا ۶ باشد؛ این سه حالت را جداگانه بررسی می‌کنیم:

◆ «۶» **عضو تکراری باشد**: در این حالت داریم: $\{a-۲,۶,۲b+۱,c\}=\{۶,۶,۵,-۱\}\quad (۱)$

در تساوی مجموعه‌ای بالا تعداد اعضای دو مجموعه برابرند، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم مجموع اعضای دو مجموعه را مساویِ هم بگذاریم:
$$(a-۲)+۶+(۲b+۱)+c=۶+۶+۵-۱$$
$$\Rightarrow a+۲b+c+۵=۱۶\Rightarrow a+۲b+c=۱۱$$

سؤال می‌خواهد $a+b+c=9$ باشد، پس تساوی بالا را به این صورت می‌نویسیم:

$$\underbrace{(a+b+c)}_{9}+b=11 \Rightarrow 9+b=11 \Rightarrow b=2$$

پس تساوی (۱) به این صورت می‌شود:

$$\{a-2,\cancel{6},\cancel{5},c\}=\{\cancel{6},6,\cancel{5},-1\} \Rightarrow \{a-2,c\}=\{6,-1\}$$

برای برقراری تساوی بالا هم دو حالت داریم:

$$\begin{cases}a-2=6 \Rightarrow a=8\\ c=-1\end{cases} \quad , \quad \begin{cases}a-2=-1 \Rightarrow a=1\\ c=6\end{cases}$$

پس تا اینجا ۲ جواب پیدا کردیم.

◆ «۵» **عضو تکراری باشد**: در این حالت داریم: $\{a-2,6,2b+1,c\}=\{6,5,5,-1\}$ (۲)

مثل حالت قبلی مجموع اعضای دو مجموعه را مساوی هم می‌گذاریم:

$$(a-2)+6+(2b+1)+c=6+5+5-1$$
$$\Rightarrow a+2b+c+5=15 \Rightarrow a+2b+c=10$$
$$\Rightarrow \underbrace{(a+b+c)}_{9}+b=10 \Rightarrow b=1$$

$b=1$ را در تساوی (۲) جای‌گذاری می‌کنیم: $\{a-2,6,3,c\}=\{6,5,5,-1\}$

تساوی بالا هیچ وقت برقرار نمی‌شود، چون مجموعهٔ سمت راست اصلاً عضو «۳» ندارد.

◆ «$-1$» **عضو تکراری باشد**: در این حالت داریم:

$$\{a-2,6,2b+1,c\}=\{6,5,-1,-1\} \quad (۳)$$

باز هم مجموع اعضای دو مجموعه را مساوی هم می‌گذاریم:

$$(a-2)+6+(2b+1)+c=6+5-1-1$$
$$\Rightarrow a+2b+c+5=9 \Rightarrow a+2b+c=4$$
$$\Rightarrow \underbrace{(a+b+c)}_{9}+b=4 \Rightarrow b=-5$$

حالا $b=-5$ را در تساوی (۳) جای‌گذاری می‌کنیم: $\{a-2,6,-9,c\}=\{6,5,-1,-1\}$

تساوی بالا هیچ وقت نمی‌تواند برقرار شود، چون مجموعهٔ سمت راست اصلاً عضو «$-9$» ندارد؛ پس در کل همان ۲ جوابی که در حالت اول به دست آوردیم را داریم.

## ۴- گزینهٔ ۱

**استراتژی** اول سعی می‌کنیم گزینه‌ها را ساده‌تر بنویسیم. برای این کار به دنبال گزاره‌هایی می‌گردیم که ارزشان کاملاً معلوم است. بعد از این کار سیاست حذف گزینه را پیش می‌گیریم؛ یعنی می‌بینیم کدام گزینه ارزشش طبق میل سطرهای جدول نیست. این سیاست را تا جایی ادامه می‌دهیم که سه گزینه حذف شود.

**درس‌نامه** ❶ جدول ارزش انواع ترکیب گزاره‌ها را برای دو گزارهٔ p و q در جدول زیر ببینید:

| p | q | $p\vee q$ | $p\wedge q$ | $p\Rightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|
| د | د | د | د | د |
| د | ن | د | ن | ن |
| ن | د | د | ن | د |
| ن | ن | ن | ن | د |

$p\vee q$: این گزاره فقط وقتی نادرست می‌شود که هر دو گزاره نادرست باشند.

$p\wedge q$: این گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

$p\Rightarrow q$: این گزاره فقط وقتی نادرست است که گزارهٔ اول (p) درست، ولی گزارهٔ دوم (q) نادرست باشد.

❷ به کمک جدول بالا می‌توانیم دو هم‌ارزی زیر را بنویسیم:

$p\vee\sim p\equiv$ د , $\text{د}\wedge\bigcirc \equiv \underset{\text{خودش}}{\bigcirc}$

**گام** طبق استراتژی، اول گزینه‌ها را ساده می‌کنیم. طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم در ❶ و ❷، گزارهٔ $p\vee\sim p$ همیشه درست است، پس این گزینه‌ها را می‌توانیم ساده‌تر بنویسیم:

◆ **ساده‌سازی ❶**

$$(q\Rightarrow(p\vee r)) \Rightarrow \underbrace{(\underbrace{(p\vee\sim p)}_{\text{د}}\wedge(\sim q\wedge r))}_{(\sim q\wedge r)} \equiv (q\Rightarrow(p\vee r)) \Rightarrow (\sim q\wedge r)$$

◆ **ساده‌سازی ❷**

$$(r\Rightarrow(p\vee q)) \Rightarrow \underbrace{(\underbrace{(p\vee\sim p)}_{\text{د}}\wedge(q\wedge\sim r))}_{(q\wedge\sim r)} \equiv (r\Rightarrow(p\vee q)) \Rightarrow (q\wedge\sim r)$$

**گام** حالا شروع به حذف گزینه‌ها می‌کنیم. سطر سوم جدول می‌گوید وقتی p و r درست ولی q نادرست باشد، باید X درست شود. ببینیم در کدام گزینه چنین اتفاقی نمی‌افتد:

❶ $(\underset{\text{ن}}{q}\Rightarrow(\underset{\text{د}}{p}\vee\underset{\text{د}}{r})) \Rightarrow (\sim\underset{\text{ن}}{q}\wedge\underset{\text{د}}{r}) \equiv (\underbrace{\text{ن}\Rightarrow\text{د}}_{\text{د}}) \Rightarrow (\underbrace{\text{د}\wedge\text{د}}_{\text{د}}) \equiv \text{د}\Rightarrow\text{د}\equiv\text{د}:\checkmark$

❷ $(\underset{\text{د}}{r}\Rightarrow(\underset{\text{د}}{p}\vee\underset{\text{ن}}{q})) \Rightarrow (\underset{\text{ن}}{q}\wedge\sim\underset{\text{د}}{r}) \equiv (\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{د}}_{\text{د}}) \Rightarrow (\underbrace{\text{ن}\wedge\text{ن}}_{\text{ن}}) \equiv \text{د}\Rightarrow\text{ن}\equiv\text{ن}:\times$

همین‌جا ❷ را حذف می‌کنیم.

❸ $[\underset{\text{د}}{p}\Rightarrow((\underset{\text{ن}}{q}\vee\underset{\text{د}}{r}) \Rightarrow (\underset{\text{ن}}{q}\wedge\underset{\text{د}}{r}))] \Rightarrow (\sim(\underset{\text{د}}{p}\vee\underset{\text{د}}{r})\wedge\underset{\text{ن}}{q})$

$\equiv[\text{د}\Rightarrow(\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{ن}}_{\text{ن}})] \Rightarrow (\underbrace{\text{ن}\wedge\text{ن}}_{\text{ن}})\equiv[\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{ن}}_{\text{ن}}] \Rightarrow \text{ن}\equiv\text{د}:\checkmark$

❹ $(\underset{\text{د}}{r}\Rightarrow(\underset{\text{د}}{p}\vee\underset{\text{ن}}{q})) \Rightarrow [((\underset{\text{د}}{p}\Rightarrow\underset{\text{د}}{r}) \Rightarrow (\sim\underset{\text{د}}{p}\wedge\underset{\text{د}}{r}))\wedge\underset{\text{ن}}{q}]$

$\equiv(\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{د}}_{\text{د}}) \Rightarrow [(\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{ن}}_{\text{ن}})\wedge\text{ن}]\equiv\text{د}\Rightarrow\text{ن}\equiv\text{ن}:\times$

پس ❹ هم حذف شد.

**گام** در ادامه اگر سطر دوم را هم کنترل کنیم، ❸ هم حذف می‌شود. این سطر می‌گوید اگر p و q درست، ولی r نادرست باشد، X هم باید نادرست شود که چنین اتفاقی برای ❸ نمی‌افتد:

$[\underset{\text{د}}{p}\Rightarrow((\underset{\text{د}}{q}\vee\underset{\text{ن}}{r}) \Rightarrow (\underset{\text{د}}{q}\wedge\underset{\text{ن}}{r}))] \Rightarrow (\sim(\underset{\text{د}}{p}\vee\underset{\text{ن}}{r})\wedge\underset{\text{د}}{q})$

$\equiv[\text{د}\Rightarrow(\underbrace{\text{د}\Rightarrow\text{ن}}_{\text{ن}})] \Rightarrow (\underbrace{\text{ن}\wedge\text{د}}_{\text{ن}})\equiv\text{ن}\Rightarrow\text{ن}\equiv\text{د}$

پس تنها گزینهٔ باقی‌مانده، یعنی ❶ جواب است.

**مشاوره** سر جلسهٔ کنکور برای بار اول باید از این سؤال رد شوید، چون هم بسیار وقت‌گیر و هم احتمال اشتباه‌کردنتان زیاد است.

## ۵- گزینهٔ ۴

**استراتژی** اول طرفین معادلهٔ $ax^2-ax-b=0$ را بر a تقسیم کنید (در معادلهٔ درجه‌دوم، ضریب $x^2$، یعنی a مخالف صفر است، به همین خاطر حق انجام چنین کاری را داریم)، بعد α و β را در خود معادله جای‌گذاری کنید تا بتوانید $\alpha^2$ و $\beta^2$ را برحسب α و β بنویسید. در ادامه $\alpha^2$ و $\beta^2$ای را که برحسب α و β به دست آوردید، در تساوی $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$ جای‌گذاری کنید. این‌طوری به عبارتی می‌رسید که بلدید آن را برحسب S و P بنویسید.

**درس‌نامه** اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند، داریم:

◆ جمع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}$

◆ ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$

◆ اختلاف ریشه‌ها: $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|A|}$

◆ $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

**گام** طبق استراتژی، اول طرفین معادلهٔ $ax^2-ax-b=0$ را بر a تقسیم می‌کنیم:

$$ax^2-ax-b=0 \xrightarrow{\div a} x^2-x-\frac{b}{a}=0 \quad (*)$$

**گام** α و β ریشه‌های متمایز معادلهٔ (*) هستند، پس می‌توانیم α و β را در معادلهٔ (*) جای‌گذاری کنیم:

$$x^2-x-\frac{b}{a}=0 \begin{cases}\xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2-\alpha-\frac{b}{a}=0 \Rightarrow \alpha^2=\alpha+\frac{b}{a}\\ \xrightarrow{x=\beta} \beta^2-\beta-\frac{b}{a}=0 \Rightarrow \beta^2=\beta+\frac{b}{a}\end{cases}$$

گام حالا تساوی‌های بالا را در $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$40(\beta+\frac{b}{a})+20(\alpha+\frac{b}{a})-20\beta=17 \Rightarrow 40\beta+\frac{40b}{a}+20\alpha+\frac{20b}{a}-20\beta=17$$

$$\Rightarrow 20\beta+20\alpha+\frac{60b}{a}=17 \Rightarrow 20(\underbrace{\alpha+\beta}_{S})+\frac{60b}{a}=17\ (**)$$

گام حالا S را از معادلهٔ $\underbrace{1}_{A}x^2\underbrace{-1}_{B}x-\frac{b}{a}=0$ حساب می‌کنیم:

$$S=-\frac{B}{A}=-\frac{-1}{1}=1$$

در ادامه $S=1$ را در تساوی (**) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$20(1)+\frac{60b}{a}=17 \Rightarrow \frac{60b}{a}=-3 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{-3}{60}=\frac{-1}{20} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{1}{20}$$

گام در آخر به جای $-\frac{b}{a}$ در تساوی (*)، $\frac{1}{20}$ را قرار می‌دهیم: $x^2-x+\frac{1}{20}=0$

اختلاف ریشه‌های این معادله برابر است با:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1-4\times\frac{1}{20}}}{1}=\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

## ۶- گزینهٔ ۳

استراتژی در سمت چپ معادله از اتحاد $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ استفاده کنید تا به یک معادلهٔ ساده‌تر برسید، بعد در معادلهٔ ساده‌شده از تغییر متغیر استفاده کنید.

گام طبق استراتژی در سمت چپ معادله از اتحاد $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{160}{9} \Rightarrow (\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x})^2-2(\frac{1}{x})(\frac{1}{1-x})=\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow (\frac{\overbrace{(1-x)+x}^{1}}{x(1-x)})^2-\frac{2}{x(1-x)}=\frac{160}{9} \Rightarrow (\frac{1}{x(1-x)})^2-2(\frac{1}{x(1-x)})-\frac{160}{9}=0$$

گام در ادامه از تغییر متغیر $t=\frac{1}{x(1-x)}$ کمک می‌گیریم: $t^2-2t-\frac{160}{9}=0$

حالا ریشه‌های معادلهٔ بالا را از روش $\Delta$ به دست می‌آوریم. اول $\Delta$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4(1)(-\frac{160}{9})=4+\frac{640}{9}=\frac{676}{9}=(\frac{26}{3})^2$$

پس داریم:

$$t=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2\pm\frac{26}{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1=\frac{16}{3} \\ t_2=-\frac{10}{3} \end{cases}$$

گام در آخر tهای به‌دست‌آمده را در $t=\frac{1}{x(1-x)}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

◇ $\frac{1}{x(1-x)}=\frac{16}{3} \Rightarrow x(1-x)=\frac{3}{16} \Rightarrow x-x^2=\frac{3}{16}$

$\Rightarrow x^2-x+\frac{3}{16}=0 \xrightarrow{\Delta=\frac{1}{4}>0}$ مجموع ریشه‌ها $=-\frac{-1}{1}=1$

◇ $\frac{1}{x(1-x)}=-\frac{10}{3} \Rightarrow x(1-x)=-\frac{3}{10} \Rightarrow x-x^2=-\frac{3}{10}$

$\Rightarrow x^2-x-\frac{3}{10}=0 \xrightarrow{\Delta=\frac{22}{10}>0}$ مجموع ریشه‌ها $=-\frac{-1}{1}=1$

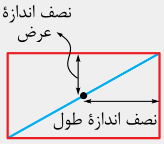
بنابراین جمع ریشه‌های معادله می‌شود $1+1=2$.

## ۷- گزینهٔ ۱

استراتژی اول فاصلهٔ نقطهٔ $(4/5,2)$ از دو خط $4x+y=3$ و $x-4y=5$ را محاسبه کنید تا اندازهٔ طول و عرض مستطیل به دست آید. حالا بیشترین فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع، برابر نصف اندازهٔ طول مستطیل می‌شود.

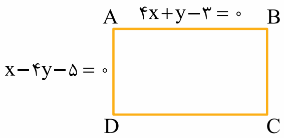
درس‌نامه ۱ خط $ax+by=c$ از نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ می‌گذرد، اگر و تنها اگر $ax_0+by_0=c$ شود. ۲ هر وقت شیب دو خط، قرینه و معکوس همدیگر باشند، می‌توانیم بگوییم دو خط بر هم عمودند و برعکس. ۳ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با: $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۴ همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، در هر مستطیل، وسط قطر، همان مرکز مستطیل است که فاصلهٔ آن تا اضلاع مستطیل برابر نصف اندازهٔ طول و نصف اندازهٔ عرض است.




۵ شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $-\frac{a}{b}=\frac{\text{قرینهٔ ضریب } x}{\text{ضریب } y}$

گام شیب خط $4x+y=3$ (یا همان $4x+y-3=0$)، برابر $-4$ و شیب خط $x-4y=5$ (یا همان $x-4y-5=0$)، برابر $\frac{1}{4}$ است (طبق مورد (۵) درس‌نامه). چون این دو خط شیب‌هایشان قرینه و معکوس یکدیگر است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، بر هم عمودند؛ بنابراین این دو خط، دو ضلع مجاور مستطیل هستند؛ ببینید:




گام نقطهٔ $(4/5,2)$ روی هیچ‌کدام از دو خط $4x+y-3=0$ و $x-4y-5=0$ قرار ندارد، چون:

$$4x+y-3=0 \xrightarrow{(4/5,2)} 4\times 4/5+2-3=17\neq 0$$

$$x-4y-5=0 \xrightarrow{(4/5,2)} 4/5-4\times 2-5=-8/5\neq 0$$

بنابراین نقطهٔ $(4/5,2)$، مختصات رأس C (که روی هیچ‌کدام از این دو خط نیست) می‌شود.

گام فاصلهٔ نقطهٔ $C(4/5,2)$ از این دو خط را به دست می‌آوریم تا اندازهٔ طول و عرض مستطیل به دست آید:

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{cases} \xrightarrow[(4/5,2)]{4x+y-3=0} \frac{|4(4/5)+1(2)-3|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\frac{17}{\sqrt{17}}=\sqrt{17} \\ \xrightarrow[(4/5,2)]{x-4y-5=0} \frac{|1(4/5)-4(2)-5|}{\sqrt{1^2+4^2}}=\frac{8/5}{\sqrt{17}}=\frac{\frac{17}{2}}{\sqrt{17}}=\frac{\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

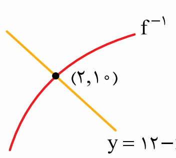
گام بنابراین اندازهٔ طول مستطیل برابر $\sqrt{17}$ است. طبق مورد (۴) درس‌نامه، فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع مستطیل برابر نصف اندازهٔ طول و عرض مستطیل یعنی $\frac{\sqrt{17}}{2}$ و $\frac{\sqrt{17}}{4}$ می‌شود. سؤال بیشترین فاصله را می‌خواهد، پس جواب $\frac{\sqrt{17}}{2}$ می‌شود.

## ۸- گزینهٔ ۴

استراتژی اول $y=10$ را در خط $y=12-x$، جای‌گذاری کنید تا طول نقطهٔ تقاطع $f^{-1}$ با این خط به دست آید. بعد مختصات نقطهٔ تقاطع به صورت $(2,10)$ می‌شود، این یعنی $f^{-1}(2)=10$ است. در آخر با حل معادلهٔ $f(10)=2$، مقدار m و $f(m+4)$ به دست می‌آید.

درس‌نامه اگر $f^{-1}(\alpha)=\beta$ باشد، آن‌گاه $f(\beta)=\alpha$ می‌شود.

گام ابتدا یک شکل فرضی رسم می‌کنیم:




عرض نقطهٔ تقاطع $y=10$ است، از طرفی نقطهٔ تقاطع روی خط $y=12-x$ قرار دارد، پس با جای‌گذاری $y=10$ در این خط، طول نقطهٔ تقاطع می‌شود: $10=12-x \Rightarrow x=2$

بنابراین مختصات نقطهٔ تقاطع $(2,10)$ است.

گام $f^{-1}$ از نقطهٔ $(2,10)$ می‌گذرد، پس $f^{-1}(2)=10$ می‌شود. حالا طبق درس‌نامه، می‌توانیم بگوییم $f(10)=2$ می‌شود:

$$f(x)=\sqrt{x-2\sqrt{mx-1}} \Rightarrow f(10)=\sqrt{10-2\sqrt{10m-1}}=2$$

$$\xrightarrow{\text{توان }2} 10-2\sqrt{10m-1}=4 \Rightarrow -2\sqrt{10m-1}=-6$$

$$\xrightarrow{\div(-2)} \sqrt{10m-1}=3 \xrightarrow{\text{توان }2} 10m-1=9 \Rightarrow 10m=10 \Rightarrow m=1$$

بنابراین ضابطهٔ f به این صورت شد: $f(x)=\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

گام حالا که m را داریم، می‌توانیم مقدار $f(m+4)$ را محاسبه کنیم:

$$f(\underbrace{m}_{1}+4)=f(5)=\sqrt{5-2\underbrace{\sqrt{5-1}}_{2}}=\sqrt{1}=1$$

## ۹- گزینهٔ ۱

**درس‌نامه** ۱ برای از بین بردن توان در معادلات نمایی، می‌توانیم از طرفین در یک مبنای دلخواه، مثلِ x لگاریتم بگیریم که در این صورت، توان تبدیل به ضریب می‌شود:

$a^n=b^m \Rightarrow \log_x a^n=\log_x b^m \Rightarrow n\log_x a=m\log_x b$

۲ بعضی از قوانین لگاریتم به شکل زیرند:

الف) $\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$  ب) $\log_a ۱=۰$

پ) $\log ab=\log a+\log b$  ت) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$

ث) $\log_b a=\frac{۱}{\log_a b}$

**گام** این عنصر در هر ساعت $\frac{۱}{۹}$ جرم خود را از دست می‌دهد، یعنی جرم آن $۱-\frac{۱}{۹}=\frac{۸}{۹}$ برابر می‌شود؛ بنابراین پس از n ساعت، جرم عنصر $(\frac{۸}{۹})^n$ برابر می‌شود.

**گام** برای این‌که ببینیم پس از چند ساعت، $\frac{۱}{۶}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند، باید معادلهٔ $(\frac{۸}{۹})^n=\frac{۱}{۶}$ را حل کنیم. از دو طرف این معادله در مبنای ۵ لگاریتم می‌گیریم:

$$(\frac{۸}{۹})^n=\frac{۱}{۶} \Rightarrow \log_۵(\frac{۸}{۹})^n=\log_۵\frac{۱}{۶} \xrightarrow{\text{قسمت (۲-الف) درس‌نامه}} n\log_۵\frac{۸}{۹}=\log_۵\frac{۱}{۶}$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (۲-ت) درس‌نامه}} n(\log_۵ \overbrace{۸}^{۲^۳}-\log_۵ \overbrace{۹}^{۳^۲})=\underbrace{\log_۵ ۱}_{۰}-\log_۵ \overbrace{۶}^{۲\times۳}$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت(۲- الف و پ) درس‌نامه}} n(۳\log_۵ ۲-۲\log_۵ ۳)=-(\log_۵ ۲+\log_۵ ۳)\quad (*)$$

**گام** حالا سراغ داده‌های سؤال می‌رویم:

$$\begin{cases}\log_۲ ۵=۲/۴\\ \log_۳ ۵=۱/۴\end{cases} \xrightarrow{\text{قسمت (۲- ث) درس‌نامه}} \begin{cases}\log_۵ ۲=\frac{۱}{۲/۴}=\frac{۱}{\frac{۲۴}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۲۴}=\frac{۵}{۱۲}\\ \log_۵ ۳=\frac{۱}{۱/۴}=\frac{۱}{\frac{۱۴}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۴}=\frac{۵}{۷}\end{cases}$$

**گام** مقادیر به‌دست‌آمده را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n(۳\times\frac{\cancel{۵}}{۱۲}-۲\times\frac{\cancel{۵}}{۷})=-(\frac{\cancel{۵}}{۱۲}+\frac{\cancel{۵}}{۷}) \Rightarrow n(\underbrace{\frac{۳}{۱۲}-\frac{۲}{۷}}_{\frac{۲۱}{۸۴}-\frac{۲۴}{۸۴}})=-(\underbrace{\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۷}}_{\frac{۷}{۸۴}+\frac{۱۲}{۸۴}})$$

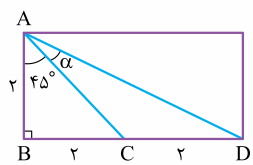
$$\Rightarrow n\times\frac{\cancel{-}۳}{\cancel{۸۴}}=\cancel{-}\frac{۱۹}{\cancel{۸۴}} \Rightarrow n=\frac{۱۹}{۳}$$

بنابراین پس از $\frac{۱۹}{۳}$ ساعت یا همان «$\frac{۱۹}{۳}\times۶۰=۳۸۰$» دقیقه، $\frac{۱}{۶}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند.

## ۱۰- گزینهٔ ۲

**درس‌نامه** فرمول تانژانت مجموع و تفاضل دو زاویه به شکل زیر است:

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{۱\mp\tan\alpha.\tan\beta}$$




**گام** همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، مثلث ABC قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است؛ پس می‌توانیم بگوییم $B\hat{A}C=۴۵^\circ$ می‌شود. حالا در مثلث ABD، تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan B\hat{A}D=\frac{BD}{AB} \Rightarrow \tan(۴۵^\circ+\alpha)=\frac{۴}{۲}=۲$$

**گام** حالا با استفاده از فرمول درس‌نامه، $\tan(۴۵^\circ+\alpha)$ را باز می‌کنیم:

$$\tan(۴۵^\circ+\alpha)=\frac{\tan۴۵^\circ+\tan\alpha}{۱-\tan۴۵^\circ.\tan\alpha} \xrightarrow{\tan۴۵^\circ=۱} ۲=\frac{۱+\tan\alpha}{۱-\tan\alpha}$$

$$\Rightarrow ۲-۲\tan\alpha=۱+\tan\alpha \Rightarrow -۳\tan\alpha=-۱ \Rightarrow \tan\alpha=\frac{۱}{۳}$$

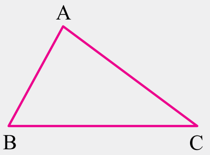
**نکته** $\cot\alpha=\frac{۱}{\tan\alpha}$

طبق نکتهٔ بالا می‌توانیم بگوییم: $\cot\alpha=۳$

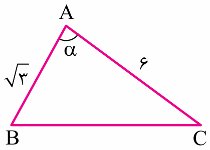
## ۱۱- گزینهٔ ۱

**درس‌نامه** مساحت یک مثلث را می‌توانیم با استفاده از سینوس زوایای داخلی‌اش، به دست آوریم؛ مثلاً برای مثلث ABC در شکل مقابل داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin\hat{A}$$




**گام** ابتدا یک شکل فرضی برای سؤال رسم می‌کنیم: (فرض کنید $AB=\sqrt{۳}$، $AC=۶$ و زاویهٔ بین این دو یعنی $\hat{A}$ برابر $\alpha$ است.)




**گام** با کمک فرمول درس‌نامه، مساحت این مثلث را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin\alpha \Rightarrow ۴/۵=\frac{\sqrt{۳}\times۶\times\sin\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow ۹=۶\sqrt{۳}\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha=\frac{۹}{۶\sqrt{۳}}=\frac{۳}{۲\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

**گام** می‌دانیم در هر مثلث، هر زاویه بین صفر و ۱۸۰ درجه است، پس $\alpha$ هم بین صفر و ۱۸۰° است که می‌تواند برابر ۶۰° یا ۱۲۰° شود (سینوس ۶۰° و ۱۲۰° برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است)، پس بیشترین مقدار $\alpha$، دو برابر کم‌ترین مقدار آن است.

## ۱۲- گزینهٔ ۴

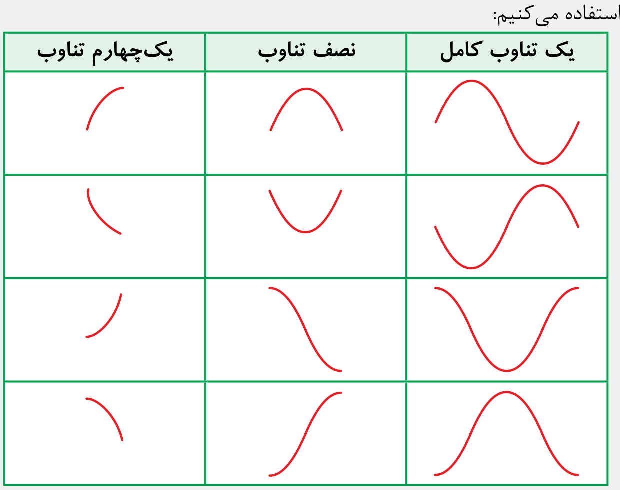
**درس‌نامه** ۱ $\sin\alpha.\cos\alpha=\frac{\sin۲\alpha}{۲}$

۲ برای محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی، می‌توانیم هر مضرب زوج دلخواهی از $\pi$ را اضافه یا کم کنیم.

۳ نسبت‌های مثلثاتی $\alpha+\frac{\pi}{۲}$ به شکل زیرند:

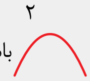
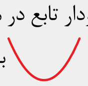
| | |
|---|---|
| $\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲})=\cos\alpha$ | $\cos(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\sin\alpha$ |
| $\tan(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\cot\alpha$ | $\cot(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\tan\alpha$ |

۴ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب توابع سینوسی و کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:




۵ در توابع مثلثاتی به شکل $y=a+b\cos(cx)$ داریم:

الف) $\begin{cases}\max=a+|b|\\ \min=a-|b|\\ a=\frac{\max+\min}{۲}\end{cases}$  ب) $T=\frac{۲\pi}{|c|}$

پ) اگر نمودار تابع در محل برخورد با محور yها به شکل قله  باشد، $b>۰$ و اگر به شکل دره  باشد، $b<۰$ است.

**گام** ابتدا با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\sin(cx-\frac{۳\pi}{۴})\cos(cx-\frac{۳\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}\sin(۲cx-\frac{۳\pi}{۲})$$

## -۴۰ گزینهٔ ۴

**درس‌نامه** ۱ هر وقت درجهٔ رأس‌های یک گراف را داشتید و اندازهٔ گراف را می‌خواستید، از رابطهٔ مقابل استفاده کنید:

تعداد یال‌ها × ۲ = مجموع درجهٔ رأس‌ها

۲ بزرگ‌ترین عدد در بین درجهٔ رأس‌های گرافِ $G = \Delta(G)$

۳ فرض کنید $G$ یک گراف از مرتبهٔ $p$ و $a$ یک رأس آن باشد، در این صورت بین درجهٔ رأس $a$ در $G$ و $\bar{G}$ رابطهٔ زیر برقرار است:

درجهٔ رأس $a$ در گراف $G$ + درجهٔ رأس $a$ در گراف $\bar{G}$ = $p-1$

۴ تعداد رأس‌های فرد هر گراف، همیشه عددی زوج است.

**گام** اول ۴۸ را تجزیه می‌کنیم: $۴۸ = ۲\times۲\times۲\times۲\times۳$

۲,۲,۲,۲,۳ نمی‌تواند درجهٔ رئوس یک گراف باشد، چون تعداد رأس‌های فردش، عددی زوج نیست *(۱ دونه فرد داره)*، پس حق داریم یه‌دونه ۱ به اعداد بالا اضافه کنیم؛ این‌جوری هم تعداد یک‌ها حداقل است هم تعداد رأس‌های فرد، زوج: ۳,۲,۲,۲,۲,۱ :درجهٔ رأس‌ها

**گام** با کمی دقت به درجه‌های بالا متوجه می‌شویم که می‌توانیم دوتا از ۲ها را در هم ضرب کنیم و به جایشان ۴ را قرار بدهیم تا درجهٔ رأس‌ها به صورت ۴,۳,۲,۲,۱ دربیاید؛ این دنباله هم مشکلی ندارد.

**گام** $\Delta(\bar{G})$ و $q(\bar{G})$ را در هر دو دنباله به دست می‌آوریم:

◇ ۳,۲,۲,۲,۲,۱: در این دنباله چون ۶تا عدد داریم، پس ۶تا هم رأس داریم؛ بنابراین $p=۶$ است. حالا طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم برای به دست آوردن درجهٔ رأس‌های گراف $\bar{G}$، باید همهٔ درجه‌ها را از $p-1=۵$ کم کنیم:

درجهٔ رأس‌های $\bar{G}$: $\overset{۲}{\cancel{۵-۳}}, \overset{۳}{\cancel{۵-۲}}, \overset{۳}{\cancel{۵-۲}}, \overset{۳}{\cancel{۵-۲}}, \overset{۳}{\cancel{۵-۲}}, \overset{۴}{\cancel{۵-۱}}$

همان‌طور که می‌بینید $\Delta(\bar{G})=۴$ است. برای محاسبهٔ $q(\bar{G})$ هم از مورد (۱) درس‌نامه کمک می‌گیریم: اندازهٔ گراف $\bar{G}$ × ۲ = مجموع درجه‌های گراف $\bar{G}$

$$\Rightarrow ۲+۳+۳+۳+۳+۴ = ۲q(\bar{G}) \Rightarrow ۱۸ = ۲q(\bar{G}) \Rightarrow q(\bar{G}) = ۹$$

بنابراین $\Delta(\bar{G})+q(\bar{G}) = ۴+۹ = ۱۳$ است. همین‌جا معلوم می‌شود که ۴ درست است، اما اگر بررسی دنبالهٔ دوم را هم می‌خواهید، خدمت شما:

◇ ۳,۴,۲,۲,۱ : در این دنباله $p=۵$ است، پس برای محاسبهٔ درجهٔ رأس‌های گراف $\bar{G}$ باید همهٔ درجه‌ها را از $p-1=۴$ کم کنیم:

درجهٔ رأس‌های $\bar{G}$: $\overset{۱}{\cancel{۴-۳}}, \overset{۰}{\cancel{۴-۴}}, \overset{۲}{\cancel{۴-۲}}, \overset{۲}{\cancel{۴-۲}}, \overset{۳}{\cancel{۴-۱}}$

در این دنباله $\Delta(\bar{G})=۳$ است. $q(\bar{G})$ هم به این صورت پیدا می‌شود:

$$۱+۰+۲+۲+۳ = ۲q(\bar{G}) \Rightarrow ۸ = ۲q(\bar{G}) \Rightarrow q(\bar{G}) = ۴$$

بنابراین در این حالت $\Delta(\bar{G})+q(\bar{G}) = ۳+۴ = ۷$ می‌شود که در گزینه‌ها نیست.

# فیزیک

## -۴۱ گزینهٔ ۲

**استراتژی** در مسائل واپاشی، عدد جرمی قبل از فرایند با مجموع عددهای جرمی پس از فرایند و همچنین عدد اتمی قبل از فرایند با مجموع عددهای اتمی پس از فرایند را برابر با یکدیگر قرار بدهید و مجهول را پیدا کنید.

تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$^{۱۱}_{۶}C \to {}^{۱۱}_{۵}B + {}^{A}_{Z}X$$

عدد جرمی: $۱۱ = ۱۱ + A \Rightarrow A = ۰$

عدد اتمی: $۶ = ۵ + Z \Rightarrow Z = ۱$ $\Rightarrow {}^{۰}_{۱}X$

ذرهٔ گسیل‌شده، ${}^{۰}_{۱}X$ است؛ یعنی این ذره پوزیترون $(\beta^+)$ است.

**تله** اگر ۱ را انتخاب کردید، سخت در اشتباه هستید، چون نماد پروتون، ${}^{۱}_{۱}p$ است.

## -۴۲ گزینهٔ ۳

**شفاف‌سازی** گلوله در حداکثر ارتفاع خود از سطح زمین متوقف می‌شود، بنابراین انرژی جنبشی آن در این ارتفاع صفر است.

**درس‌نامه** ۱ **انرژی پتانسیل گرانشی:** اگر جسمی با جرم $m$ در ارتفاع $h$ نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کردیم).

$$U = \overset{\text{جرم (kg)}}{m}\underset{\text{شتاب گرانش }(m/s^2)}{g}\overset{\text{ارتفاع (m)}}{h}$$

۲ انرژی جنبشی جسمی که با تندی $v$ در حال حرکت است:

$$K = \frac{۱}{۲}\underset{\text{جرم (kg)}}{m}v^{۲}$$

۳ **انرژی مکانیکی:** به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$E = \underset{\text{انرژی جنبشی (J)}}{K} + \overset{\text{انرژی پتانسیل (J)}}{U}$$

اگر از نیروهای اتلافی (مثل نیروی مقاومت هوا) صرف نظر کنیم، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند: $E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱+U_۱ = K_۲+U_۲$

**گام** مقاومت هوا ناچیز است؛ پس انرژی مکانیکی گلوله پایسته است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم (در تمام مراحل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را از سطح زمین در نظر گرفتیم):

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱+U_۱ = K_۲+U_۲$$

$$\xrightarrow[K_۲=K_۱-\frac{۳۰}{۱۰۰}K_۱=۰/۷K_۱]{U_۱=۰} K_۱ = ۰/۷K_۱+U_۲ \Rightarrow ۰/۳K_۱ = U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}\cancel{m}v_۱^{۲} = \cancel{m}gh_۲ \xrightarrow[g=۱۰\,m/s^۲]{h_۲=۴۲\,m} \frac{۳}{۲۰}v_۱^{۲} = ۱۰\times۴۲ \Rightarrow v_۱^{۲} = ۲۸۰۰$$

**گام** حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین هنگامی است که تندی آن در آن ارتفاع صفر شود؛ در نتیجه انرژی جنبشی آن نیز در این ارتفاع صفر است $(K_۳=۰)$؛ بنابراین با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توانیم بنویسیم:

$$E_۱ = E_۳ \Rightarrow K_۱+U_۱ = K_۳+U_۳$$

$$\xrightarrow[K_۳=۰]{U_۱=۰} K_۱ = U_۳ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\cancel{m}v_۱^{۲} = \cancel{m}gh_۳ \xrightarrow[g=۱۰\,m/s^۲]{v_۱^{۲}=۲۸۰۰}$$

$$\frac{۱}{۲}\times۲۸۰۰ = ۱۰h_۳ \Rightarrow h_۳ = ۱۴۰\,m$$

## -۴۳ گزینهٔ ۲

**درس‌نامه** انبساط طولی یک جسم جامد:

$$\Delta L = \overset{\text{ضریب انبساط طولی }(۱/^{\circ}C\text{ یا }۱/K)}{\alpha}\underset{\text{طول اولیه (m)}}{L_۱}\underset{\text{تغییرات دما }(^{\circ}C\text{ یا }K)}{\Delta\theta}$$

با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اختلاف بیشترین و کم‌ترین دمای پل را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = \alpha L_۱\Delta\theta \xrightarrow[\alpha=۱/۲۵\times۱۰^{-۵}\,K^{-۱}]{\Delta L=۹۰۰/۹-۹۰۰=۰/۹\,m} \overset{۰/۱}{\cancel{۰/۹}} = ۱/۲۵\times۱۰^{-۵}\times\overset{۱۰۰}{\cancel{۹۰۰}}\times\Delta\theta$$

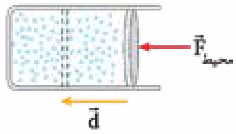
$$\Rightarrow \Delta\theta = ۸۰\,^{\circ}C$$

## -۴۴ گزینهٔ ۱

**درس‌نامه** قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = \overset{\text{گرما}}{Q} + \underset{\text{کار محیط بر روی دستگاه (گاز)}}{W}$$

شکل روبه‌رو، یک فرایند تراکمی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل روبه‌رو، کاری که محیط بر روی گاز در فرایندهای تراکمی انجام می‌دهد مثبت است.




$$W_{\text{محیط بر روی گاز}} = F_{\text{محیط}}\, d\cos\theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} W_{\text{محیط بر روی گاز}} > 0$$

③ و ④ پَر!

حالا باید تغییر انرژی درونی گاز را در فرایندهای تراکم هم‌فشار و تراکم بی‌دررو بررسی کنیم.

**تراکم بی‌دررو**: در فرایند بی‌دررو، گرمایی بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود $(Q=0)$. بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، انرژی درونی گاز در فرایند تراکم بی‌دررو افزایش می‌یابد (در واقع گاز در این فرایند از محیط انرژی می‌گیرد اما نه به صورت گرما بلکه از طریق کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد).

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W>0]{Q=0} \Delta U > 0$$

② پَر پَر!

*گزینهٔ درست معلوم شد! اما تنبلی نکن بیا ببین چرا درسته!*

**تراکم هم‌فشار**: فشار گاز در طی فرایند هم‌فشار ثابت است و گرما و کار هر دو مبادله می‌شوند. گاز در فرایند تراکم هم‌فشار، مقداری انرژی از طریق کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد، دریافت می‌کند و مقداری انرژی از طریق گرما از دست می‌دهد. برای این‌که فشار گاز ثابت بماند، باید گرمایی که گاز از دست می‌دهد، بیشتر از کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد باشد. بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، انرژی درونی گاز در فرایند تراکم هم‌فشار کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W>0]{|Q|>|W|,\ Q<0} \Delta U < 0$$

## ۴۵- گزینه ۲

**شفاف‌سازی** متحرک B، ۲s دیرتر از متحرک A به حرکت درآمده است، پس اگر مدت‌زمان t برای متحرک A بگذرد، برای متحرک B مدت‌زمان $t-2$ سپری می‌شود.

**درس‌نامه** معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

شتاب $(m/s^2)$ — مکان اولیه (m)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

زمان (s) — سرعت اولیه (m/s)

**گام ۱** متحرک‌های A و B از یک نقطه $(x_{0A} = x_{0B})$ با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده‌اند اما متحرک B، ۲s دیرتر از متحرک A! پس وقتی که ۶s از حرکت متحرک A می‌گذرد، متحرک B، ۴s در حرکت بوده است. طبق گفتهٔ سؤال، ۶s پس از حرکت متحرک A، دو متحرک به هم می‌رسند؛ پس مکان دو متحرک در این لحظه یکسان است و با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت این دو متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + v_{0A}t_A + x_{0A} \xrightarrow{v_{0A}=0\ m/s} x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + x_{0A} \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + v_{0B}t_B + x_{0B} \xrightarrow{v_{0B}=0\ m/s} x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + x_{0B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=x_{0B}]{x_A=x_B} \frac{1}{2}a_A t_A^2 + \cancel{x_{0A}} = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + \cancel{x_{0B}}$$

$$\xrightarrow[t_A=6\ s,\ t_B=4\ s]{a_A=a,\ a_B=a+0/5} a\,\overset{36}{\cancel{(6)^2}} = (a+0/5)\,\overset{16}{\cancel{(4)^2}}$$

$$\Rightarrow 9a = 4a + 2 \Rightarrow 5a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{5}\ m/s^2 = 0/4\ m/s^2$$

**گام ۲** سؤال از ما فاصلهٔ دو متحرک را در لحظه‌ای که ۱۰s از حرکت متحرک A می‌گذرد، می‌خواهد. با توجه به این‌که متحرک B، ۲s دیرتر از متحرک A به حرکت درآمده است، پس برای متحرک B تا این لحظه، ۸s سپری شده است. مکان هر یک از متحرک‌ها در این لحظه را محاسبه می‌کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + v_{0A}t_A + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[t_A=10\ s]{a_A=a=0/4\ m/s^2,\ v_{0A}=0\ m/s} x_A = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}\,(\overset{0/2}{\cancel{0/4}})(10)^2 + x_{0A} = 20 + x_{0A}$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + v_{0B}t_B + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0B}=0\ m/s,\ t_B=8\ s]{a_B=a+0/5=0/4+0/5=0/9\ m/s^2} x_B = \frac{1}{2}(0/9)(8)^2 + x_{0B} = 28/8 + x_{0B}$$

**گام ۳** حالا فاصلهٔ دو متحرک یعنی $x_B - x_A$ را به دست می‌آوریم:

فاصلهٔ دو متحرک A و B: $x_B - x_A = 28/8 + x_{0B} - (20 + x_{0A})$

$\xrightarrow{x_{0B}=x_{0A}}$ فاصلهٔ دو متحرک A و B:

$$x_B - x_A = 28/8 + \cancel{x_{0B}} - 20 - \cancel{x_{0A}} = 8/8\ m$$

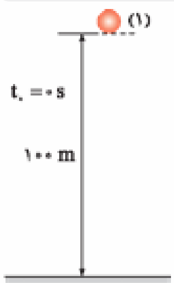
## ۴۶- گزینه ۴

**درس‌نامه** جابه‌جایی در ثانیهٔ nام در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$\Delta y = (n - 0/5)g$$

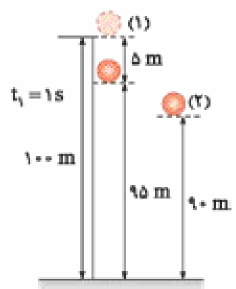
در رابطهٔ بالا اگر $g = 10\ m/s^2$ باشد، متحرک در ثانیه‌های اول، دوم، سوم و ... به ترتیب به اندازهٔ ۵m، ۱۵m، ۲۵m و ... جابه‌جا می‌شود.

گلولهٔ (۱) در لحظهٔ $t_0 = 0\,s$ از فاصلهٔ ۱۰۰متری زمین رها می‌شود (شکل الف).



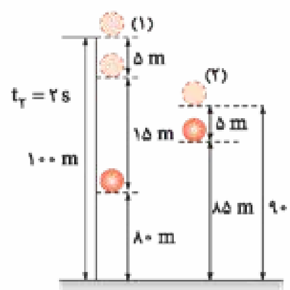

(الف)

یک ثانیه بعد $(t_1 = 1\,s)$، گلولهٔ (۲) از فاصلهٔ ۹۰متری زمین (۱۰m پایین‌تر از گلولهٔ اول) رها می‌شود. در این یک ثانیه گلولهٔ اول به اندازهٔ ۵m پایین آمده و به فاصلهٔ ۹۵متری زمین رسیده است (شکل ب).




(ب)

یک ثانیه بعد $(t_2 = 2\,s)$ گلولهٔ اول به اندازهٔ ۱۵m و گلولهٔ دوم به اندازهٔ ۵m به سمت پایین می‌آیند و به ترتیب در فاصلهٔ ۸۰متری و ۸۵متری زمین قرار می‌گیرند (شکل پ).




(پ)

همان‌طور که در شکل‌های (ب) و (پ) می‌بینید، از لحظهٔ رهاشدن گلولهٔ (۲) (شکل ب) تا لحظه‌ای که گلولهٔ (۱) به زمین می‌رسد، فاصلهٔ دو گلوله ابتدا کاهش می‌یابد، سپس افزایش می‌یابد.

## ۴۷- گزینه ۲

**درس‌نامه** ① معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

شتاب $(m/s^2)$

$$v = at + v_0$$

سرعت اولیه (m/s)

② معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست:

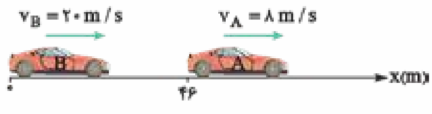
سرعت (m/s)

$$x = vt + x_0$$

مکان اولیه (m)

در ابتدا هر دو خودرو با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. وقتی فاصلهٔ بین دو خودرو به ۴۶ m می‌رسد، نوع حرکت خودروی A تغییر می‌کند و با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و خودروی B یک ثانیه پس از خودروی A نوع حرکتش تغییر می‌کند و با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که در این یک ثانیه، خودروی A با شتاب ثابت و خودروی B با سرعت ثابت در حال حرکت‌اند.

با توجه به شکل (الف) مکان هر یک از خودروها در لحظهٔ $t=1s$ را با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به دست می‌آوریم:



(الف)

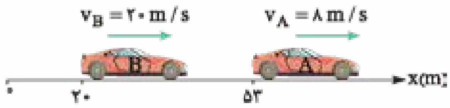
$$x_A=\frac{1}{2}a_At^2+v_{0A}t+x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=46\,m]{a_A=-2\,m/s^2,\,v_{0A}=8\,m/s} x_A=\frac{1}{2}(-2)t^2+8t+46=-t^2+8t+46$$

$$\xrightarrow{t=1\,s} x_A=-(1)^2+8(1)+46=53\,m$$

$$x_B=v_Bt+x_{0B}\xrightarrow[x_{0B}=0\,m]{v_B=20\,m/s} x_B=20t \xrightarrow{t=1\,s} x_B=20(1)=20\,m$$

از این لحظه $(t=1s)$ به بعد، خودروی B با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. پس با توجه به شکل (ب)، معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی B پس از لحظهٔ $t=1s$ را می‌نویسیم:



(ب)

$$x'_B=\frac{1}{2}a_Bt'^2+v_{0B}t'+x'_{0B}$$

$$\xrightarrow[x'_{0B}=20\,m]{a_B=-4\,m/s^2,\,v_{0B}=20\,m/s} x'_B=\frac{1}{2}(-4)t'^2+20t'+20$$

$$=-2t'^2+20t'+20$$

برای این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی A پس از لحظهٔ $t=1s$ را بنویسیم، به سرعت آن در این لحظه نیاز داریم *(چون سرعت اولیه‌اش می‌شه)*. با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت خودروی A در لحظهٔ $t=1s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_A=a_At+v_{0A}\xrightarrow[v_{0A}=8\,m/s,\,t=1\,s]{a_A=-2\,m/s^2} v_A=-2(1)+8=6\,m/s$$

حالا با توجه به شکل (ب)، می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی A پس از لحظهٔ $t=1s$ را بنویسیم:

$$x'_A=\frac{1}{2}a_At'^2+v'_{0A}t'+x'_{0A}$$

$$\xrightarrow[x'_{0A}=53\,m]{a_A=-2\,m/s^2,\,v'_{0A}=6\,m/s} x'_A=\frac{1}{2}(-2)t'^2+6t'+53=-t'^2+6t'+53$$

وقتی دو خودروی A و B به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است $(x'_A=x'_B)$؛ پس معادلهٔ مکان ـ زمان دو خودرو را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ به هم رسیدن را به دست بیاوریم:

$$x'_A=x'_B \Rightarrow -t'^2+6t'+53=-2t'^2+20t'+20$$

$$\Rightarrow t'^2-14t'+33=0 \Rightarrow \begin{cases} t'=11s & \times \\ t'=3s & \checkmark \end{cases}$$

دو خودروی A و B قبل از لحظهٔ $t'=11s$ متوقف می‌شوند، به خاطر همین $t'=11s$ غیر قابل قبول است. در آخر خواستهٔ سؤال یعنی سرعت خودروی B در لحظهٔ $t'=3s$ را، محاسبه می‌کنیم:

$$v_B=a_Bt'+v_{0B}\xrightarrow[t'=3\,s,\,v_{0B}=20\,m/s]{a_B=-4\,m/s^2} v_B=-4(3)+20=8\,m/s$$

## ۴۸- گزینهٔ ۳

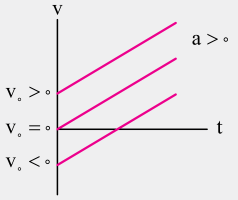
**درس‌نامه** ۱ اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ $t_1$ برابر با $v_1$ و در لحظهٔ $t_2$ برابر با $v_2$ باشد، آن‌گاه شتاب متوسط آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

تغییرات سرعت (m/s)

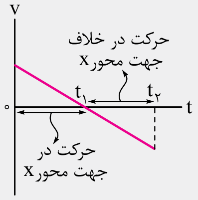
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

مدت‌زمان (s)

۲ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است.




۳ در نمودار سرعت ـ زمان
- $v>0$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.
- $v<0$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.




ابتدا اطلاعاتمان را راجع به دو متحرک A و B کامل می‌کنیم. نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B به صورت یک خط راست است؛ پس حرکت این دو متحرک از نوع حرکت با شتاب ثابت است. با توجه به نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها، شتاب متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$a=a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1} \Rightarrow a_B=\frac{0-(-16)}{8-0}=2\,m/s^2$$

حالا که شتاب متحرک B را حساب کردیم، معادلهٔ سرعت ـ زمان آن را نیز می‌نویسیم:

$$v_B=a_Bt+v_{0B}\xrightarrow[v_{0B}=-16\,m/s]{a_B=2\,m/s^2} v_B=2t-16$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A را نیز می‌نویسیم:

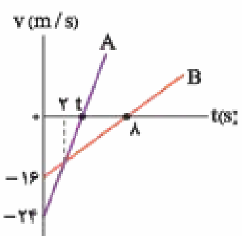
$$v_A=a_At+v_{0A}\xrightarrow{v_{0A}=-24\,m/s} v_A=a_At-24$$

نمودار سرعت ـ زمان این دو متحرک را ببینید. سرعت دو متحرک A و B در لحظهٔ $t=2s$ با هم برابر شده است $(v_A=v_B)$. بنابراین با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان آن‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$v_A=v_B\xrightarrow[v_B=2t-16]{v_A=a_At-24} a_At-24=2t-16$$

$$\xrightarrow{t=2\,s} 2a_A-24=2(2)-16 \Rightarrow 2a_A=12 \Rightarrow a_A=6\,m/s^2$$

شتاب متحرک A را هم پیدا کردیم. حالا به سراغ سؤال می‌رویم! سؤال راجع به بازهٔ زمانی است که دو متحرک A و B در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند؛ پس باید این بازهٔ زمانی را پیدا کنیم. با توجه به شکل (الف)، سرعت متحرک A در لحظهٔ t صفر می‌شود و متحرک A در این لحظه تغییر جهت داده و در جهت محور x به حرکت خود ادامه می‌دهد. با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A، لحظهٔ t را به دست می‌آوریم:



(الف)

$$v_A=6t-24\xrightarrow{v_A=0\,m/s} 0=6t-24 \Rightarrow t=4\,s$$

همان‌طور که در نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B می‌بینید، در بازهٔ زمانی $t=4s$ تا $t'=8s$ متحرک A در جهت محور x و متحرک B در خلاف جهت محور x حرکت می‌کنند، پس در این بازهٔ زمانی این دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. حالا برای این‌که ببینیم فاصلهٔ این دو متحرک در این بازهٔ زمانی چگونه تغییر می‌کند، ابتدا مکان هر یک از آن‌ها را در لحظهٔ $t=4s$ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$x_A=\frac{1}{2}a_At^2+v_{0A}t+x_{0A}$$

$$\xrightarrow[v_{0A}=-24\,m/s]{a_A=6\,m/s^2,\,x_{0A}=0\,m} x_A=\frac{1}{2}(6)t^2-24t+0=3t^2-24t$$

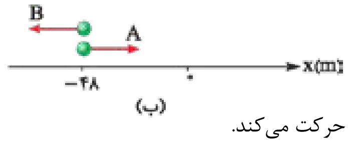
$$\xrightarrow{t=4\,s} x_A=3(4)^2-24(4)=48-96=-48\,m$$

$$x_B=\frac{1}{2}a_Bt^2+v_{0B}t+x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0B}=-16\,m/s]{a_B=2\,m/s^2,\,x_{0B}=0\,m} x_B=\frac{1}{2}(2)t^2-16t+0=t^2-16t$$

$$\xrightarrow{t=4\,s} x_B=(4)^2-16(4)=16-64=-48\,m$$

در شکل (ب)، موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t = 4\ s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، متحرک B در مکان $-48\ m$ و در حال حرکت در خلاف جهت محور x و متحرک A در مکان $-48\ m$ تغییر جهت داده و در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند.

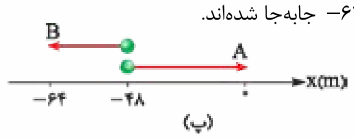



حالا مکان دو متحرک A و B را در لحظهٔ $t' = 8\ s$ به دست می‌آوریم:

$$x_A = 3t^2 - 24t \xrightarrow{t'=8\ s} x'_A = 3(8)^2 - 24(8) = 192 - 192 = 0\ m$$

$$x_B = t^2 - 16t \xrightarrow{t'=8\ s} x'_B = (8)^2 - 16(8) = 64 - 128 = -64\ m$$

در شکل (پ) موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t' = 8\ s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، در بازهٔ زمانی ۴ s تا ۸ s متحرک A از مکان $-48\ m$ به مکان $0\ m$ و متحرک B از مکان $-48\ m$ به مکان $-64\ m$ جابه‌جا شده‌اند.




با توجه به شکل (پ)، متحرک A، ۴۸ m در جهت محور x و متحرک B، ۱۶ m در خلاف جهت محور x در این بازهٔ زمانی جابه‌جا شده‌اند. پس در مجموع ۶۴ m $(=48+16)$ از هم دور شده‌اند.

**مشاوره** سؤالات حرکت بر خط راست این آزمون از دو متحرک تشکیل شده است. معمولاً این‌جور سؤال‌ها وقت‌گیر هستند، پس اگر دیدید وقتتان را می‌گیرد، در انتهای آزمون به آن پاسخ دهید و وقتتان را صرف سؤالات دیگر کنید.

## ۴۹- گزینه ۲

**درس‌نامه** در جدول زیر، چهار کمیت مربوط به حرکت ماهواره به دور زمین بررسی شده است.

| کمیت | رابطه | تناسب |
| --- | --- | --- |
| وزن | $W = \frac{GM_e m}{r^2}$ | $W \propto \frac{1}{r^2}$ |
| شتاب | $a = \frac{GM_e}{r^2}$ | $a \propto \frac{1}{r^2}$ |
| تندی | $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ | $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ |
| دورهٔ گردش | $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$ | $T \propto \sqrt{r^3}$ |

در جدول بالا، G ثابت گرانش عمومی، $M_e$ جرم زمین، m جرم ماهواره و r فاصله تا مرکز زمین است.

**بررسی‌سایرگزینه‌ها:** ① تندی ماهواره در گردش به دور زمین، با جذر فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت **وارون** دارد. ③ شتاب حرکت ماهواره با **مجذور** فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت **وارون** دارد. ④ وزن یک ماهواره با **مجذور** فاصلهٔ آن از مرکز زمین رابطهٔ عکس دارد.

## ۵۰- گزینه ۱

**درس‌نامه** نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانهٔ جسم تقسیم بر زمان تغییر آن است و از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:
$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

**گام** ابتدا تکانهٔ متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3\ s$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{p} = (3t-6)\vec{i} \xrightarrow{t_1=1\ s} \vec{p}_1 = (3(1)-6)\vec{i} = -3\vec{i}$$
$$\vec{p} = (3t-6)\vec{i} \xrightarrow{t_2=3\ s} \vec{p}_2 = (3(3)-6)\vec{i} = 3\vec{i}$$

**گام** حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، نیروی خالص متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3\ s$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[t_1=1\ s,\ t_2=3\ s]{\vec{p}_1=-3\vec{i},\ \vec{p}_2=3\vec{i}} \vec{F}_{net} = \frac{3\vec{i}-(-3\vec{i})}{3-1} = \frac{6\vec{i}}{2} = 3\vec{i}$$

**مشاوره** قرار نیست از همهٔ اطلاعات برای حل سؤال استفاده کنیم؛ مثلاً در حل این سؤال به جرم متحرک کاری نداشتیم و طراح اطلاعات اضافی داده است.

## ۵۱- گزینه ۳

**درس‌نامه** ① **نیروی اصطکاک جنبشی:**

ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح
$$f_k = \mu_k F_N$$
نیروی عمودی سطح(N)

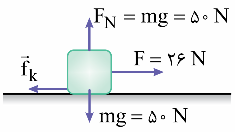
② اندازهٔ نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R)، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح $(F_N)$ و نیروی اصطکاک (f) است.
$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند $f_s$، $f_{s_{max}}$ یا $f_k$ باشد.

③ **قانون دوم نیوتون:**

جرم(kg)
$$F_{net} = ma$$
نیروی خالص(N) — شتاب($m/s^2$)

**گام** وقتی جسم حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک جنبشی بر آن وارد می‌شود. در این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم شتاب جسم در حین حرکت را به دست بیاوریم:
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$




$$\xrightarrow{f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg} F - \mu_k mg = ma$$
$$\xrightarrow[F=26\ N,\ \mu_k=0/4]{m=5\ kg,\ g=10\ m/s^2} 26 - 0/4\times5\times10 = 5a$$
$$\Rightarrow 6 = 5a \Rightarrow a = \frac{6}{5} = 1/2\ m/s^2$$

**گام** در حین حرکت، سطح به جسم نیروی عمودی سطح $(F_N)$ و نیروی اصطکاک جنبشی $(f_k)$ را وارد می‌کند؛ بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برایند این دو نیرو است:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[f_k=\mu_k F_N=\frac{4}{10}\times50=20\ N]{F_N=mg=50\ N}$$
$$R = \sqrt{50^2 + 20^2} = \sqrt{2900} = 10\sqrt{29}\ N$$

**تله** اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را ۰/۵ در نظر بگیرید، به گزینهٔ نادرست ② می‌رسید.

## ۵۲- گزینه ۲

**درس‌نامه** **نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت:**
$$F_C = \frac{mv^2}{r}$$

در حرکت دایره‌ای یکنواخت خودرو بر روی سطح افقی، نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر اندازهٔ این نیرو را به دست می‌آوریم:

$$F_C = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow[v=18\times\frac{10}{36}=5\ m/s]{m=2\times10^3\ kg,\ r=20\ m} F_C = \frac{\cancel{2}^{1}\times\cancel{10^3}^{10^2}\times(5)^2}{\cancel{20}_{1}} = 2500\ N$$

## ۵۳- گزینه ۳

**شفاف‌سازی** در طول تار ۳ شکم تشکیل شده یعنی شمارهٔ هماهنگ ۳ است.

**درس‌نامه** ① برای محاسبهٔ بسامد تشدیدی هماهنگ nام $(f_n)$ با استفاده از بسامد تشدیدی اصلی $(f_1)$ در تار مرتعش دو انتها بسته، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:
$$f_n = nf_1$$

تعداد شکم در طول تار مرتعش دو انتها بسته برابر با شمارهٔ هماهنگ (n) است.

② **بسامد تشدیدی هماهنگ nام در تار مرتعش دو انتها بسته:**

شمارهٔ هماهنگ — تندی انتشار (m/s)
$$f_n = \frac{nv}{2L}$$
طول تار (m)