

فهرست مطالب

ریاضی و آمار (۲)

شماره صفحه	فهرست مطالب
۶	آزمون نوبت اول (۱)
۸	آزمون نوبت اول (۲)
۱۰	آزمون نوبت اول (۳)
۱۱	آزمون نوبت اول (۴)
۱۳	آزمون نوبت دوم (۱)
۱۵	آزمون نوبت دوم (۲)
۱۷	آزمون نوبت دوم (۳)
۱۹	آزمون نوبت دوم (۴)
۲۱	آزمون نوبت دوم (۵)
۲۳	آزمون نوبت دوم (۶)
۲۵	آزمون نوبت دوم (۷)
۲۷	آزمون نوبت دوم (۸)
۲۹	آزمون نوبت دوم (۹)
۳۱	آزمون نوبت دوم (۱۰)
۳۳	پاسخنامه تشریحی
۵۴	خلاصه درس‌ها

سوالات آزمون های

ترم اول

و

ترم دوم

آزمون نوبت اول (۱)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست |
| <input type="checkbox"/> درست | <input type="checkbox"/> نادرست |

یک گزاره می‌تواند هم درست باشد و هم نادرست.

گزاره $(p \wedge \sim p)$ در تمام حالات منطقی، نادرست است.

مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها را تابع گوییم هرگاه مؤلفه‌های دوم هیچ دو زوج مرتب متمایزی مثل هم نباشد.

دامنه تابع ثابت می‌تواند متغیر باشد، اما برد آن همواره شامل یک عضو می‌باشد.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

در گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ ، p را و q را می‌نامیم.

ترکیب دو گزاره تنها وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد.

قیاس قیاسی است که نتیجه یا نقیض نتیجه در مقدمات آن موجود باشد.

تابع یک تابع تکه‌ای ثابت است که تعداد تکه‌ها متناهی باشد.

ج) وصل کنید.

هر یک از مفاهیم ستون سمت راست را به تعریف آن در ستون سمت چپ وصل کنید. (یک مورد اضافه است).

$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$	<input type="radio"/>	قانون عکس نقیض	<input checked="" type="radio"/>
تابعی که دامنه و برد آن برابر است.	<input type="radio"/>	تابع ثابت	<input checked="" type="radio"/>
$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	<input type="radio"/>	قیاس استثنایی	<input checked="" type="radio"/>
$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$	<input type="radio"/>	تابع همانی	<input checked="" type="radio"/>
تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو است.	<input type="radio"/>		

د) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

عبارت‌های زیر را بررسی کنید، گزاره هستند یا خیر؟ (در صورت گزاره نبودن علت آن را بیان کنید).

الف) در یکی از سیارات کهکشان ما، جز زمین، حیات وجود دارد.

ب) بغداد پایتخت یونان است.

ج) هوا چطور است؟

د) فروردین، آغاز فصل بهار است.

جدول ارزش گزاره‌های زیر را رسم کنید.

ب) $\sim(\sim p) \Rightarrow q$

الف) $p \vee p$

گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) دو برابر مکعب عددی برابر ۱۶ است.

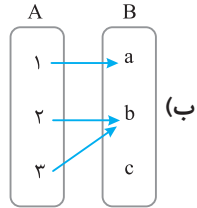
ب) دو برابر مربع یک عدد بزرگ‌تر از خود عدد است.

ج) بیست درصد قیمت فروش کالایی، برابر سود آن است.

د) مجموع مکعبات دو عدد، بزرگ‌تر از مکعب مجموع دو عدد است.

آزمون نوبت اول (۱)

تعیین کنید کدام یک از رابطه‌های زیر تابع هست و کدام نیست. چرا؟



$$\text{الف) } A = \{(1, 2), (2, 3), (1, 4)\}$$

با توجه به تابع $f(x) = x^2 + 2x - 1$ حاصل $f(2) + f(3)$ را به دست آورید.

نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را به دست آورید.

$$\text{ب) } g(x) = |x-1| + 1$$

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \leq 0 \\ x-1 & , \quad 0 < x < 3 \end{cases}$$

۱/۵

۲

۱۳

۱۴

۱۵

پاسخ نامه تشریحی

پاسخ آزمون تربیت اول (۱۱)

ریاضی و آمار (۲)

الف) $p \vee p$

p	p	$p \vee p$
د	د	د
ن	ن	ن

$\Rightarrow p \vee p \equiv p$

ب) $\sim(\sim p) \Rightarrow q$

p	q	$\sim p$	$\sim(\sim p)$	$\sim(\sim p) \Rightarrow q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

۱۲

عدد موردنظر را x درنظر می‌گیریم.

الف) $2x^3 = 16$

ب) $2x^2 > x$

ج) قیمت خرید کالا را x و قیمت فروش کالا را y درنظر می‌گیریم:
 $y - x$ سود است.

$\frac{20}{100}y = y - x$

د) x و y را دو عدد موردنظر درنظر می‌گیریم:

$x^2 + y^2 > (x + y)^2$

۱۳

الف) تابع نیست چون شامل زوج مرتب‌هایی است که مؤلفه اول یکسان دارند ولی مؤلفه‌های دوم یکسان ندارد. (۱،۲) و (۱،۴)

ب) تابع هست چون از هر عضو از مجموعه A یک و فقط یک پیکان خارج شده است.

۱۴

$f(x) = x^2 + 2x - 1$

$f(2) = (2)^2 + 2(2) - 1 = 4 + 4 - 1 = 7$

$f(3) = (3)^2 + 2(3) - 1 = 9 + 6 - 1 = 14$

$f(2) + f(3) = 7 + 14 = 21$

۱۵

الف) تابع f تابع چند ضابطه‌ای است.

$y = x^2 \quad \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 0 & -1 & -2 & \\ \hline y & 0 & 1 & 4 & \end{array} \quad y = x - 1 \quad \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & -1 & 0 & 1 & 2 \end{array}$

۱

نادرست

۲

درست

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

۳

نادرست، مؤلفه اول هیچ دو زوج مرتب متمایزی مثل هم نباشد.

۴

درست

۵

مقدم - تالی

۶

فصلی

۷

استثنایی

۸

پلکانی

۹

$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$

قانون عکس نقیض

تابعی که دامنه و برد آن برابر است.

تابع ثابت

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

قیاس استثنایی

$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$

تابع همانی

تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو است.

۱۰

الف) گزاره است؛ تا جایی که می‌دانیم ممکن است درست باشد، یا ممکن است درست نباشد. ارزش این گزاره نامعلوم است اما این گزاره نیز مانند همه گزاره‌ها باید درست و یا نادرست باشد.

ب) این عبارت گزاره است (خبری را به ما می‌دهد) اما ارزش این گزاره نادرست است. (می‌دانیم بغداد پایتخت عراق است.)

ج) گزاره نیست چون جمله پرسشی است. (گزاره جمله‌ای خبری است.)

د) گزاره است و می‌دانیم که ارزش آن درست است.

خلاصه درس‌ها

فصل اول / **آشنایی با منطق و استدلال ریاضی**

- ◆ به هر جمله خبری که بتوانیم فقط یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت دهیم، گزاره گوئیم.
 - ◆ برای بیان نقیض یک گزاره کافی است فعل جمله را منفی کنیم و مشخص است ارزش گزاره اگر درست باشد، نادرست می‌شود و برعکس.
- ۱- ترکیب عطفی دو گزاره

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

۲- ترکیب فصلی دو گزاره

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

۳- ترکیب شرطی دو گزاره

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

۴- ترکیب دو شرطی

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

◆ **استدلال ریاضی:** اولین قدم برای استدلال ریاضی این است که یک عبارت توصیفی را به زبان ریاضی بازنویسی کنیم مثل عددی به علاوه یک، مساوی دو برابر آن عدد است.

$$x + 1 = 2x$$

◆ **قیاس استثنایی:** یکی از انواع قیاس‌ها که در استدلال ریاضی کاربرد فراوان دارد «قیاس استثنایی» است.

مقدمه ۱: اگر الف آن‌گاه ب

مقدمه ۲: الف

نتیجه: ∴ ب

که با استفاده از نمادگذاری‌های قبلی داریم:

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

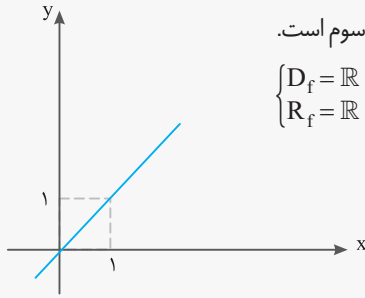
$$\therefore q$$

انواع تابع

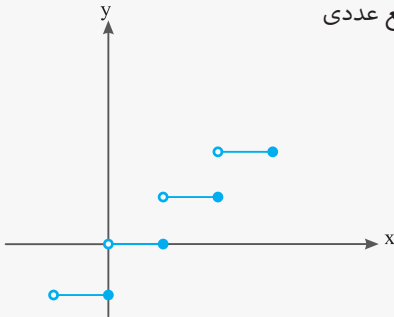
- ۱- تابع ثابت: تابع $f(x) = c$ را که برد تابع تنها شامل یک عضو (c) است، تابع ثابت می‌نامیم.
- ۲- تابع چندضابطه‌ای: توابعی که قسمت‌های مختلف دامنه، ضابطه‌های مختلف دارند توابع چندضابطه‌ای می‌نامند. مثلاً اگر یک تابع از دو ضابطه پیروی کند، یک تابع دوضابطه‌ای نامیده می‌شود.

۳- تابع همانی: تابع با ضابطه $f(x) = x$ ، با توجه به ضابطه این تابع، دامنه و برد با هم برابرند این تابع را همانی می‌نامند. از لحاظ هندسی می‌بینیم که نمودار این تابع نیمساز ناحیه اول و سوم است.

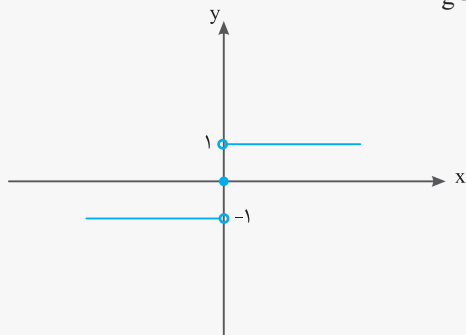
$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = \mathbb{R} \end{cases}$$



۴- تابع پلکانی: نمودار یک تابع چندضابطه‌ای به شکل زیر که در هر ضابطه مقدار تابع عددی ثابت است. این نوع توابع را توابع پلکانی می‌نامند.



۵- تابع علامت: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ را تابع علامت یا تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ می‌نامیم که به این شکل است:



۶- تابع جزء صحیح: تابعی را که در هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد، تابع جزء صحیح می‌نامند. ضابطه این توابع را با $f(x) = [x]$ نشان می‌دهند.

۷- تابع قدر مطلق: تابع با ضابطه $f(x) = |x|$ مطابق تعریف $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ تابع قدر مطلق نامیده می‌شود.

اعمال روی توابع

عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم روی دو تابع به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \quad ; \quad D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad ; \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad ; \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

شاخص‌های آماری

◆ **خط فقر:** کمینه در آمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه، مورد نیاز است که این مقدار برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه در آمد ماهانه‌ی افراد جامعه.

◆ **شاخص:** یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

◆ **شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی:** متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص، تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.

◆ **تورم:** تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.

◆ **درجه خوانایی متن:** میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت قواعد نگارش است.

◆ $[(0.4 \times \text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات «دشوار»}) = \text{شاخص پایه آموزش}$

سری‌های زمانی

◆ **سری زمانی:** مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

◆ **نمودار سری زمانی:** پراکنش ننگاشت سری زمانی که نقاط مشاهده شده را با پاره‌خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

تکرار یک ویژگی در سری زمانی را الگو می‌نامند، بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که چنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم.

◆ **درون‌یابی:** تخمین مقادیر بین داده‌های ثبت شده است.

◆ **درون‌یابی خطی:** درون‌یابی‌ای است که به وسیله یک پاره‌خط انجام شود.

◆ **برون‌یابی:** تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده است.