

۱۰

جمله عمومی دنباله یا رابطه بازگشتی دنباله

$$A_n = \frac{5}{100} \times A_{n-1} + 200,000 + A_{n-1}$$

$$\Rightarrow A_n = \frac{5}{100} \times A_n + 200,000 + A_n$$

$$\Rightarrow A_n = \frac{5}{100} \times 1,512,500 + 200,000 + 1,512,500$$

$$A_n = 75625 + 1,725,000 \Rightarrow A_n = 1,781,125$$

مقدار پس انداز در پایان ماه سوم

۱۳ برای محاسبه قیمت خودرو در سال ۱۳۹۸ کافی است مقدار A_4 را بیابیم.

$$A_4 = 25 \times (0.95)^3 \approx 21/43 \text{ (تقریباً ۲۱ میلیون و ۴۳۰ هزار تومان)}$$

$$\frac{n^2}{2} - 1 = 17 \Rightarrow \frac{n^2}{2} = 18 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

۱۵ خیر - از آنجا که عبارت به ازای $n=1$ ، تعریف نشده است، پس به ازای $n \geq 2$ می تواند الگوی دنباله باشد.

$$n=1 \Rightarrow a_n = 2a_n + xa_1 - 6 \xrightarrow{a_1=2, a_2=5} 14 = 2 \times 5 + 2x - 6$$

$$\Rightarrow x = 5$$

 بنابراین رابطه بازگشتی به صورت $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 5a_n - 6n$ درمی آید.

$$n=2 \Rightarrow a_4 = 2a_3 + 5a_2 - 12 = 28 + 25 - 12 = 41$$

$$n=3 \Rightarrow a_5 = 2a_4 + 5a_3 - 18 = 82 + 75 - 18 = 139$$

۱۱ الف. $a_n = 3n + 2$ ب. $a_n = 5n + 1$

پ. $a_n = 3n$

 ۱۲ مقدار پس انداز اولیه $A_0 = 1,000,000$

$$A_1 = \frac{5}{100} \times 1,000,000 + 200,000 + 1,000,000 = 1,250,000$$

«مبلغ پس انداز در پایان ماه اول»
سود پس انداز در پایان ماه اول

$$A_2 = \frac{5}{100} \times 1,250,000 + 200,000 + 1,250,000 = 1,512,500$$

سود پس انداز در پایان ماه دوم

درس دنباله حسابی

سوالات امتحانی درس دوم

۱۶

درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

- درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست
 درست نادرست

- الف. هر عدد صحیح واسطه حسابی بی شمار جفت عدد صحیح است.
 ب. اگر جملات دنباله را در یک عدد ثابت ضرب کنیم، دنباله حسابی حاصل می شود.
 پ. دنباله $9, -13, -17, \dots$ دارای ۵ جمله منفی است.
 ت. مجموع جملات هر دنباله حسابی، همواره عددی مثبت است.

۱۷

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

(حسابان خرداد ۹۶)

- الف. در هر دنباله حسابی $a_n - a_{n-1}$ برابر است با
 ب. مجموع $15 + \dots + 5 + 3 + 1$ برابر با است.
 پ. جمله n ام دنباله $3, 8, 13, 18, \dots$ برابر است با
 ت. عدد x واسطه عددی (حسابی) بین a و b است هرگاه

۱۸

کدام یک از دنباله های زیر، یک دنباله حسابی است؟

- الف) $2, -4, 6, -8, \dots$ ب) $0/2, 0/4, 0/6, \dots$ پ) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \dots$
 ت) $3\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \dots$ ث) $1, 1/1, 1/11, \dots$ ج) $3, 3, 3, 3, 3, 3, \dots$

۱۹

«اختلاف مشترک» دنباله های حسابی زیر را به دست آورده، ۲ جمله بعدی را مشخص کنید:

- الف) $3, -3, \dots$ $d = ?$
 ب) $2/3, 3/2, 4/1, \dots$ $d = ?$
 پ) $\sqrt{2} - \sqrt{3}, \sqrt{2} + \sqrt{3}, \dots$ $d = ?$



۲۰	اگر $\frac{5}{4}$ و $\frac{4}{5}$ دو جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشد، جمله‌های قبل و بعد این دو جمله را مشخص کنید.
۲۱	مقدار p را چنان بیابید که $3-2p$ ، $7+p$ ، $1-11p$ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند.
۲۲	اگر $a_n = n^n - 1$ جمله عمومی یک دنباله باشد: الف. سه جمله اول دنباله را مشخص کنید. ب. آیا این دنباله، یک دنباله حسابی است؟ چرا؟
۲۳	با مثالی نشان دهید که مجموع دو دنباله حسابی نیز دنباله‌ای حسابی است. چه رابطه‌ای بین اختلاف مشترک دنباله‌ها وجود دارد؟
۲۴	کدام یک از رابطه‌های بازگشتی زیر، مربوط به یک دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک دنباله حسابی را به دست آورید. الف) $a_n + 2a_{n-1} = 1$ ، $a_1 = 2$ ب) $a_{n+1} = a_n - 3$ ، $a_1 = -3$
۲۵	رابطه بازگشتی هر کدام از دنباله‌های حسابی زیر را بنویسید. الف) $1, 7, 13, \dots$ ب) $a_n = 2n - 3$
۲۶	در هر کدام از دنباله‌های حسابی زیر، جمله عمومی را بیابید. الف) $-7, -5, -3, \dots$ ب) $3, 2, 75, 2, 5, \dots$
۲۷	در دنباله‌های حسابی زیر، جمله‌های خواسته شده را حساب کنید. الف) $15, 11, 7, \dots$ $\Rightarrow a_{22} = ?$ ب) $2 - \sqrt{2}, 2, 2 + \sqrt{2}, \dots$ $\Rightarrow a_{101} = ?$ پ) $2, 4, 6, 8, \dots$ $\Rightarrow a_n = ?$ ت) $6, 12, 18, \dots$ $\Rightarrow a_{2m-1} = ?$
۲۸	هر کدام از دنباله‌های سمت چپ را به ویژگی مربوط به آن در سمت راست وصل کنید. الف) $2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots$ <input type="checkbox"/> a) $a_n = \sqrt{2} + n + 1$ ب) $2 + \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}, \dots$ <input type="checkbox"/> b) دنباله حسابی نیست پ) $\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{2}}, \dots$ <input type="checkbox"/> c) $d = \sqrt{2}$ ت) $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots$ <input type="checkbox"/> d) $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$
۲۹	سی و چهارمین عدد طبیعی مضرب ۷ کدام است؟
۳۰	چندمین جمله دنباله حسابی زیر برابر ۷۷ است؟ $-3, 1, 5, \dots$
۳۱	در یک دنباله حسابی جمله اول -17 و جمله دهم برابر 10 است. جمله عمومی را به دست آورید.
۳۲	در یک دنباله حسابی اگر $90 = a_5 + a_3 + a_7$ باشد، جمله پنجم دنباله چقدر است؟
۳۳	در یک دنباله حسابی با جمله اول ۳، جمله هفتم از جمله یازدهم 16 واحد کمتر است. جمله دهم چند برابر جمله اول است؟
۳۴	چند جمله از دنباله حسابی $a_1 = 164$ و $a_2 = 159$ مثبت است؟
۳۵	چند عدد طبیعی سه رقمی مضرب ۶ وجود دارد؟
۳۶	مجموع ۵ جمله اول از یک دنباله حسابی صعودی مساوی 60 و مجموع دو جمله بزرگ‌تر ۳ برابر مجموع سه جمله کوچک‌تر است. اختلاف مشترک آن کدام است؟ (کنکور انسانی ۹۳)
۳۷	در دنباله حسابی $\dots, -1, 2d, -12, c-3, b+2, a-1$ حاصل $a+b+c+d$ را به دست آورید.

بین دو عدد ۱۷ و ۵۷ چهار واسطه حسابی درج کنید.	۳۸
در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول 280 و مجموع چهار جمله بعدی آن 40 - است. مجموع چهار جمله سوم چقدر است؟	۳۹
زاویه‌های یک 5 ضلعی تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر مجموع دو زاویه کوچک‌تر $\frac{3}{4}$ برابر زاویه وسطی باشد، این زاویه‌ها را به دست آورید.	۴۰
دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = -2(n-1) + 1$ را در نظر بگیرید.	۴۱
الف. جمله اول این دنباله را به دست آورید.	
ب. نمودار این نقاط را رسم کنید.	
پ. معادله خطی که از نقطه اول و چهارم می‌گذرد را بنویسید.	
ت. آیا دو نقطه دیگر نیز روی این خط قرار دارند؟	
ث. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟	
ج. چه رابطه‌ای بین شیب خط و اختلاف مشترک وجود دارد؟	
کدام یک از جمله‌های عمومی زیر، مربوط به دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک آن‌ها را مشخص کنید.	۴۲
$a_n = 3(n-2) + 1 - n$	$b_n = n(n-1) + 2$
$c_n = n^2 - n(n-3) + 1$	$d_n = \frac{1}{2n-3} + n$
جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = (k-2)n^2 + (2k+1)n + k$ است. مجموع سه جمله اول این دنباله را حساب کنید.	۴۳
در دنباله حسابی زیر، مجموع بیست جمله اول دنباله را بیابید.	۴۴
(حسابان شهریور ۹۲)	
$-5, 0, 5, \dots$	
جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = 1 - 2n$ است. مجموع ۱۲ جمله اول این دنباله را حساب کنید.	۴۵
مجموع بیست عدد طبیعی متوالی مضرب ۷ با شروع از ۲۱ چند است؟	۴۶
مجموع چند جمله از دنباله حسابی زیر برابر صفر است؟	۴۷
$-34, -30, -26, \dots$	
در دنباله حسابی زیر، مجموع ده جمله دوم دنباله را حساب کنید.	۴۸
$11, 8, 5, \dots$	
مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی شروع از ۲۳ و ختم به ۶۱، کدام است؟	۴۹
در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول ۳ برابر مجموع دوازده جمله اول است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟	۵۰
(کنکور انسانی ۹۰)	
اگر $S_n = n^2 + n$ جمله عمومی مجموع جملات یک دنباله حسابی باشد، جمله دهم دنباله را به دست آورید.	۵۱
شخصی در ماه اول A ریال پس‌انداز کرده، در هر ماه به اندازه $\frac{1}{4}A$ بیشتر از ماه قبل پس‌انداز می‌کند تا مقدار پس‌انداز یک ماه آن به ۲ برابر پس‌انداز ماه اول برسد. اگر در این زمان مجموع پس‌انداز وی 63000 تومان باشد، اولین پس‌انداز وی چقدر بوده است؟ (کنکور ۹۲)	۵۲

پاسخ

پ. $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 3 + (n-1)(5) = 3 + 5n - 5 \Rightarrow a_n = 5n - 2$	ب. درست	الف. درست	۱۶
$2x = a + b$	ت. نادرست	پ. درست	
ت.		الف. اختلاف مشترک (d)	۱۷
۱۸ شرط دنباله حسابی بودن:		ب.	
$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$		$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 15 = 1 + (n-1)(2) \Rightarrow 15 = 1 + 2n - 2$	
الف. $-4 - 2 = 6 - (-4) = -8 - 6 \Rightarrow -6 \neq 10 \neq -14 \Rightarrow$		$\Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow n = 8$	
دنباله حسابی نیست.		$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_8 = \frac{8}{2}(1 + 15) = 4(16) \Rightarrow S_8 = 64$	