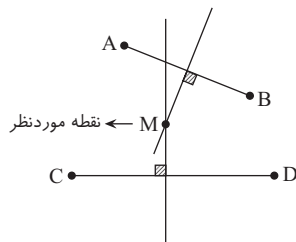
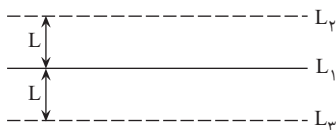


۲۲ مسلماً این نقاط روی دو خط موازی با خط موردنظر و به فاصله معلوم  $L$  از آن قرار دارند.

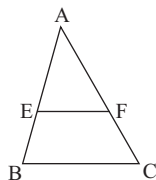


۲۱ فرض کنیم قطر موردنظر  $AB$  باشد، پس ابتدا  $AB$  را کشیده و در ادامه عمودمنصف آن را رسم می‌کنیم. نقطه برخورد عمودمنصف با پاره خط  $AB$  را  $M$  می‌نامیم. به مرکز  $M$  و به شعاع  $AM$  دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمودمنصف را در نقاط  $C$  و  $D$  قطع کند. در پایان از  $C$  و  $D$  به  $A$  و  $B$  وصل می‌کنیم تا مربع به دست آید. توجه کنید ۴ ضلعی  $ABCD$  مربع است، زیرا قطرهای باهم برابر بوده بر هم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند.

## درس ۲ استدلال و قضیه تالس

### سوالات امتحانی درس دوم

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.	
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۳ استدلال استقرایی براساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی است که درستی آنها را پذیرفته‌ایم.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۴ اگر جای فرض و حکم یک قضیه را عوض کنیم، عکس قضیه حاصل می‌شود.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۵ در برهان خلف از نادرست بودن فرض به نادرست بودن حکم می‌رسیم.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۶ به ازای هر عدد طبیعی $n$ مقدار $n^2 + n + 41$ عددی اول است.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۷ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آن‌گاه: $\frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$ .
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۸ با توجه به شکل مقابل، رابطه $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{FC} = \frac{EF}{BC}$ برقرار است.
به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.	
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۲۹ اگر $\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $\frac{10b+5}{10a+1}$ را به دست آورید.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۳۰ روی پاره خط $AB = 4$ دو نقطه $M$ و $N$ را به قسمی اختیار می‌کنیم که $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 3$ . در این صورت طول پاره خط $MN$ چه قدر است؟
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۳۱ اگر $\frac{a}{b} = \frac{5}{9}$ ، $a + b = x$ و $a - b = 2x - 1$ باشند، آن‌گاه با استفاده از ویژگی‌های تناسب $x$ را بیابید.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۳۲ در مثلث متساوی‌الساقین $ABC$ ، اگر طول ساق $5\text{cm}$ باشد، آن‌گاه نسبت ارتفاع‌های وارد بر هر دو ساق را به دست آورید.
<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۳۳ طول اضلاع مثلثی ۵، ۳ و ۷ سانتی‌متر است. اگر طول ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر ۴ سانتی‌متر باشد، آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر ضلع متوسط را بیابید.



۳۴ مثال نقض را تعریف کنید و برای رد جملات کلی زیر، مثال نقضی را ارائه دهید.

الف. اگر دو مثلث دارای محیط مساوی باشند، آن گاه باهم، هم‌نهشت هستند.

ب. مساحت هر مثلث از مساحت هر مربع بیشتر است.

پ. در هر مثلث، میانه و عمود منصف متناظر به هر ضلع بر هم منطبق‌اند.

ت. اگر در چهارضلعی ABCD دو ضلع روبه‌روی AB و CD باهم موازی باشند و دو ضلع روبه‌روی AD و BC برابر باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۳۵ قضایای زیر را به صورت شرطی بنویسید. سپس تعیین کنید عکس آن‌ها قضیه شرطی است یا نه؟ اگر قضیه شرطی نبود، مثال نقض

بیاورید و چنان‌چه بود، به صورت دو شرطی بنویسید.

الف. در متوازی‌الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.

ب. هر دو زاویه قائمه باهم برابرند.

پ. در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه یک ضلع بر هم منطبق‌اند.

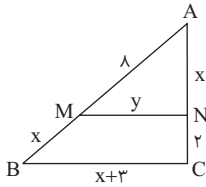
۳۶ برهان خلف را تعریف کنید.

۳۷ با برهان خلف نشان دهید از یک نقطه خارج یک خط نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن رسم کرد.

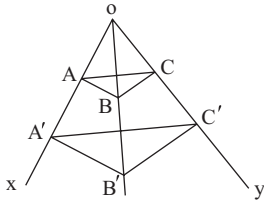
۳۸ در مثلث ABC، AD نیم‌ساز زاویه A می‌باشد. اگر  $BD \neq DC$ ، با برهان خلف ثابت کنید  $AB \neq AC$ .

۳۹ با استفاده از برهان خلف ثابت کنید، عمود منصف هر پاره‌خط منحصر به فرد می‌باشد.

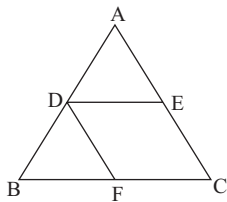
۴۰ در شکل مقابل  $MN \parallel BC$  می‌باشد. مقدار x و y را بیابید.



۴۱ در شکل مقابل  $AB \parallel A'B'$  و  $BC \parallel B'C'$  می‌باشند. ثابت کنید:  $AC \parallel A'C'$ .

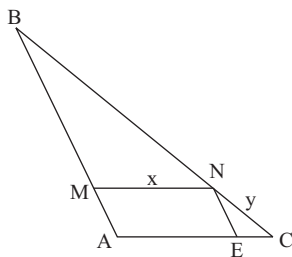


۴۲ در شکل زیر  $DE \parallel BC$  و  $DF \parallel AC$  می‌باشند. ثابت کنید:

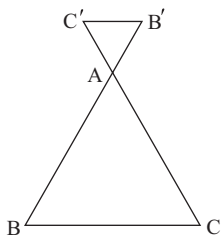


$$\frac{CE}{CA} + \frac{CF}{CB} = 1$$

۴۳ به ازای چه مقدار برای x و y، AMNE لوزی است؟ ( $AB = 12$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 15$ )



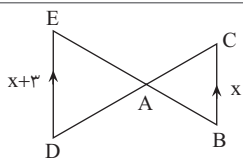
۴۴ با توجه به شکل، اگر  $B'C' \parallel BC$  باشد، آن‌گاه ثابت کنید:



$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

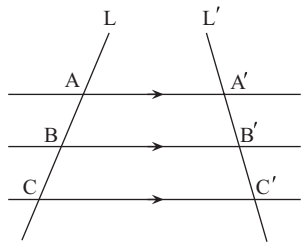
۴۵

در شکل مقابل  $DE \parallel BC$  و  $\frac{AB}{EB} = \frac{2}{5}$  می‌باشند. مقدار  $x$  را بیابید.



۴۶

دو خط  $L$  و  $L'$  را سه خط موازی قطع کرده‌اند، نشان دهید:



$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

## پاسخ

۲۳ نادرست؛ این استدلال استنتاجی است.

۲۴ درست؛

۲۵ نادرست؛ اگر از نادرست بودن حکم به نادرست بودن فرض برسیم، از برهان خلف استفاده کرده‌ایم و اصلاً استدلال گفته‌شده وجود ندارد.

۲۶ نادرست؛ اگر  $n = 41$  قرار داده شود، می‌بینیم که:

$$41^2 + 41 + 41 = 41(41 + 2) = 41 \times 43$$

که عدد  $41 \times 43$  اول نیست.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$$

۲۷ درست؛

۲۸ نادرست

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{10a}{10b} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{10b}{10a} = \frac{5}{1}$$

۲۹

$$\Rightarrow \frac{10b+5}{10a+1} = \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{10b+5}{10a+1} = 5$$

۳۰ ۳۰

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN} = 3 \Rightarrow \frac{MB}{AM} = \frac{AN}{BN} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AM+MB} = \frac{AN}{AN+BN} = \frac{1}{3+1} \Rightarrow \frac{MB}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow MB = AN = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4}(4) = 1$$

$$MN = AB - (AN + MB) \Rightarrow MN = 4 - (1+1) = 2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{9}$$

۳۱

$$\frac{a+b}{b} = \frac{5+9}{9} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{14}{9} \quad (1)$$

$$\frac{a}{a-b} = \frac{5}{5-9} \Rightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{5}{-4} \quad (2)$$

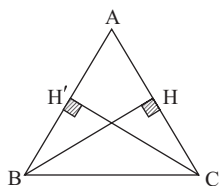
$$(1) \times (2) \Rightarrow \left(\frac{a+b}{b}\right)\left(\frac{a}{a-b}\right) = \frac{14}{9} \times \frac{5}{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} \times \frac{a}{b} = \frac{7}{9} \times \frac{5}{-2} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} \times \frac{5}{9} = \frac{7}{9} \times \frac{5}{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{7}{-2} \Rightarrow \frac{x}{2x-1} = \frac{7}{-2}$$

$$\Rightarrow -2x = 14x - 7 \Rightarrow 7 = 16x \Rightarrow x = \frac{7}{16}$$

۳۲



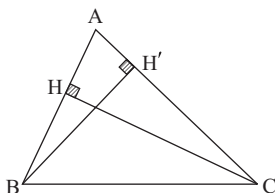
$$AB = AC = 5$$

$$\left. \begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} AB \times CH' \\ S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} AC \times BH \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times CH' = \frac{1}{2} AC \times BH$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{CH'} \Rightarrow \frac{5}{5} = \frac{BH}{CH'} \Rightarrow \frac{BH}{CH'} = 1$$

۳۳ طبق مسئله قبل داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH'}{CH} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{BH'}{4} \Rightarrow BH' = \frac{12}{5}$$



۳۴ به مثالی که نشان دهد نتیجه‌گیری کلی غلط است، مثال نقض می‌گوییم.

الف. به ۲ مثلث زیر توجه فرمایید. این دو مثلث دارای محیط یکسان هستند، اما هم‌نهشت نیستند:

