



فصل ۱

عددهای صحیح و گویا

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

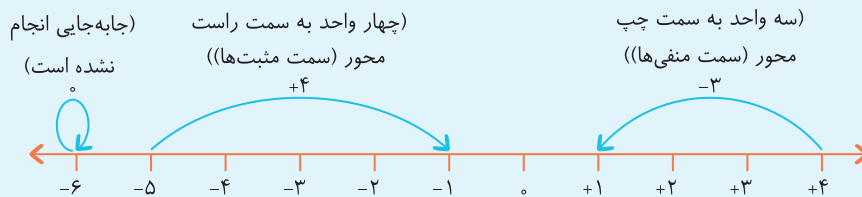
یادآوری اعداد صحیح

در سال‌های قبل با مفهوم اعداد صحیح و کاربرد آنها آشنا شدیم. اعداد صحیح را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی کرد.

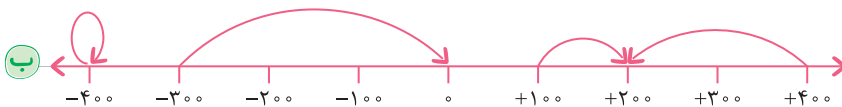
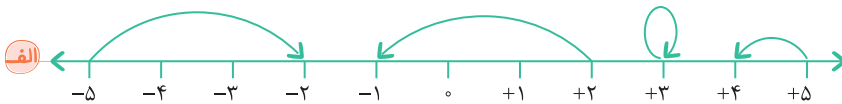


● عدد صفر، نه مثبت است و نه منفی.

حرکت روی محور اعداد صحیح: هر حرکت روی محور اعداد صحیح را می‌توان با کمک اعداد صحیح بیان کرد. مانند:



۱ برای هر حرکت روی محور، یک عدد صحیح بنویسید.



۲ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) بزرگ‌ترین عدد سه رقمی صحیح کوچک‌تر از صفر، -۹۹۹ است.

ب) کوچک‌ترین عدد صحیح غیرمنفی، $+۱$ است.

ج) بین دو عدد -۵ و $+۵$ ، تعداد اعداد صحیح ۹ تا است.

د) تعداد اعداد صحیح منفی کوچک‌تر از -۱۷ ، از تعداد اعداد صحیح غیرمنفی کوچک‌تر از ۱۶ ، بیشتر است.



۳ هر حرکت را روی محور نمایش دهید.

الف حرکتی به اندازه ۵ واحد به سمت منفی‌ها از نقطه ۲+.

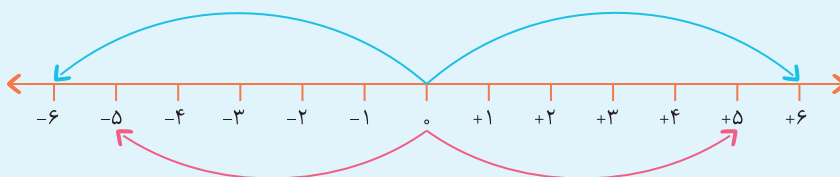


ب حرکتی به اندازه ۶ واحد به سمت مثبت‌ها از نقطه ۵-.



قرینه یک عدد صحیح

برای هر عدد صحیح یک قرینه وجود دارد که علامت آن مخالف علامت عدد اصلی است. مثلاً قرینه عدد ۵+، عدد ۵- است و قرینه عدد ۶-، عدد ۶+ است. عدد صفر، تنها عددی است که قرینه آن، برابر با خودش است.



۴ جاهای خالی را کامل کنید.

الف قرینه ۷- → ب قرینه ۸ → ج قرینه ۰ → د قرینه ۴- →

تعیین علامت یک عدد

\times	+	-
+	+	-
-	-	+

اگر عددی دارای دو علامت باشد، می‌توانیم برای آن با کمک جدول ضرب علامت‌ها، تعیین علامت کنیم.

به‌عنوان مثال داریم:

الف $-(-۸) \xrightarrow{(-) \times (-) = (+)} +۸$ ب $+(-۹) \xrightarrow{(+) \times (-) = (-)} -۹$ ج $+(+۷) \xrightarrow{(+)\times(+)=(+)} +۷$

نکته به کمک همین جدول ضرب علامت‌ها، می‌توان دریافت که، اگر عددی بیش از دو علامت داشته، در صورتی که تعداد علامت‌های منفی، زوج باشد، علامت نهایی عدد حاصل مثبت و در صورتی که تعداد علامت‌های منفی، فرد باشد، علامت نهایی عدد حاصل منفی است. مانند:

الف $-(-(+۸)) \xrightarrow[۲ \text{ علامت منفی}]{\begin{matrix} (+) \\ (+) \\ (-)\times(-)\times(+)\end{matrix}} +۸$ ب $-(-(-(-۴))) \xrightarrow[۳ \text{ علامت منفی}]{\begin{matrix} (-) \\ (+) \\ (-) \\ (-)\times(+)\times(-)\times(-)\end{matrix}} -۴$



۵ در هر قسمت در صورت نیاز، علامت عدد را تعیین کنید و سپس قرینه آن را بنویسید.

- الف) $-(+11) =$ قرینه \rightarrow
- ب) $-(-9) =$ قرینه \rightarrow
- ج) $+(-7) =$ قرینه \rightarrow
- د) $-(0) =$ قرینه \rightarrow
- ه) کوچک‌ترین عدد طبیعی ۳ رقمی زوج = قرینه \rightarrow
- و) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی سه رقمی با ارقام فرد = قرینه \rightarrow

۶ صحیح یا طبیعی بودن هریک از عددهای زیر را با علامت مشخص کنید.

عدد	-۵	۲۵	$-(-7)$	$-\frac{4}{3}$	$\sqrt{16}$	$-\sqrt{9}$	صفر	$-0/9$
صحیح								
طبیعی								

جمع و تفریق اعداد صحیح

برای جمع و تفریق دو عدد صحیح که در پشت هر کدام تنها یک علامت وجود داشته باشد، از دو قانون زیر استفاده می‌کنیم:

الف) اگر هر دو عدد هم‌علامت بودند، ابتدا دو عدد را بدون در نظر گرفتن علامت‌هایشان با هم جمع می‌کنیم و حاصل را می‌نویسیم، سپس همان علامت را برای حاصل قرار می‌دهیم. مانند:

$$\text{الف) } +7+9 = +\underbrace{(7+9)}_{16} = +16$$

$$\text{ب) } -3-11 = -\underbrace{(3+11)}_{14} = -14$$

ب) اگر علامت‌ها یکسان نبودند، ابتدا اختلاف دو عدد را بدون در نظر گرفتن علامت‌هایشان به دست می‌آوریم و حاصل را می‌نویسیم، علامت حاصل، علامت عددی خواهد بود، که مقدار آن (بدون در نظر گرفتن علامت) بزرگ‌تر است. مانند:

$$\text{الف) } -7+11 \begin{array}{l} 11-7=4 \\ 11>7 \end{array} \rightarrow +4$$

$$\text{ب) } 6-19 \begin{array}{l} 19-6=13 \\ 19>6 \end{array} \rightarrow -13$$

۷ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

- الف) $-17-9 =$
- ب) $-4+13 =$
- ج) $15-19 =$
- د) $-20+38 =$
- ه) $17+12 =$
- و) $37-73 =$

تذکره در جمع و تفریق اعداد صحیح، اگر عددی دو یا چند علامت داشت، ابتدا باید آن عدد را تعیین علامت کنیم. مانند:

$$\text{الف) } 5-(-3) = 5+3 = 8$$

$$\text{ب) } -7-(+11) = -7-11 = -18$$



۸ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $7 - (-4) =$

ب) $-3 - (+6) =$

ج) $27 - (-17) =$

د) $14 + (-12) =$

ه) $+(-9) - (+6) =$

و) $-(-7) + (-4) =$

جمع و تفریق چند عدد صحیح

اگر یک عبارت فقط شامل جمع و تفریق اعداد باشد، می‌توانیم به هر شکل دلخواه آن را دسته‌بندی کنیم و حاصل را به دست آوریم. دقت کنید علامت هر عدد را فقط برای خودش در نظر می‌گیریم).

فرض کنید می‌خواهیم حاصل عبارت $8 - 13 + 12 - 11 - 7$ را به دست آوریم. در اینجا چند روش برای حل آن ارائه می‌دهیم:

روش اول حل مرحله به مرحله (از چپ به راست): $8 - 13 + 12 - 11 - 7 = -6 - 13 + 12 - 11 - 7 = -19 + 12 - 11 - 7 = -7 - 11 + 12 - 13 + 8 = -18 - 13 + 12 - 11 + 8 = -11$

روش دوم اعداد مثبت با هم و اعداد منفی با هم: $8 - 13 + 12 - 11 - 7 = -31 + 20 = -11$

روش سوم حل تکه تکه: $8 - 13 + 12 - 11 - 7 = (-13 + 12) - 11 - 7 + 8 = -1 - 11 - 7 + 8 = -19 + 8 = -11$

۹ حاصل هر عبارت را محاسبه کنید. (به هر طریق دلخواه می‌توانید دسته‌بندی کنید).

الف) $5 - 11 + 6 - 9 =$

ب) $-7 + 12 + 17 - 2 + 19 - 9 =$

ج) $+5 + 6 + 7 + 8 - 4 - 5 - 6 - 7 =$

د) $+14 + 26 - 38 - 4 - 6 + 8 =$

جمع و تفریق اعداد صحیح به کمک گسترده‌نویسی

یکی دیگر از روش‌های جمع و تفریق اعداد صحیح استفاده از گسترده‌نویسی است. در این روش ابتدا گسترده هر عدد را نوشته سپس جمع و تفریق را انجام می‌دهیم. دقت کنید به هنگام نوشتن گسترده هر عدد، علامت عدد برای تمام قسمت‌ها باید در نظر گرفته شود.

به عنوان مثال حاصل جمع مقابل را به کمک گسترده‌نویسی به دست می‌آوریم:

$-7 - 11 - 26 + 8 =$

	دهگان	یکان
-		7
-	1	1
-	2	6
+		8

$$\Rightarrow \begin{array}{r} -7 \\ -10 - 1 \\ -20 - 6 \\ +8 \\ \hline -36 - 6 = -42 \end{array}$$



۱۰ حاصل هر عبارت زیر را به کمک گسترده‌نویسی به دست آورید.

الف $+۱۹ - ۲۱ + ۳۴ - ۴۶ =$

ب $-۱۳۴ + ۲۸ - ۳۶ + ۱۰۲ =$

تذکره برای حل عبارت‌هایی که شامل جمع و تفریق می‌شوند، هر جا لازم است، عدد را تعیین علامت می‌کنیم.

مثال حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$-۷ - (-۶) + ۹ - ۱۳ = \underbrace{-۷ + ۶}_{+۶} + \underbrace{۹ - ۱۳}_{-۴} = -۱ - ۴ = -۵$$

۱۱ حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف $۴ - (-۷) + ۱۲ - (-۶) =$

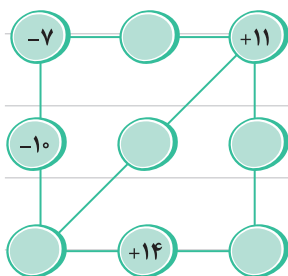
ب $-۳ + (-۹) - (+۷) - (-۵) =$

۱۲ جدول زیر را با استفاده از اعداد صحیح به گونه‌ای کامل کنید که جمع اعداد هر ردیف، هر ستون و هر قطر با هم برابر باشد.

۲۶	+۲	-۲۲
		-۸

۱۳ در شکل زیر، عدد وسط هر ضلع و قطر، حاصل جمع اعداد روی دو رأس همان ضلع یا

قطر است. در جاهای خالی، عدد مناسب قرار دهید.



۱۴ در هر جای خالی، عدد مناسب قرار دهید.

الف $-(۵ - \square) = -۱۳$

ب $-(-۸) - (\square) = -۱۱ - (-۷)$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح

برای ضرب و تقسیم اعداد صحیح، ابتدا با استفاده از جدول ضرب علامت‌ها، عبارت را تعیین علامت می‌کنیم و سپس ضرب و تقسیم اعداد را بدون در نظر گرفتن علامتشان، مانند ضرب و تقسیم اعداد طبیعی انجام می‌دهیم. مانند:

الف $-۳ \times (+۶) = \frac{(-) \times (+) = (-)}{۳ \times ۶ = ۱۸} -۱۸$

ب $-۱۴ \div (-۷) = \frac{(-) \times (-) = (+)}{۱۴ \div ۷ = ۲} +۲$



۱۵ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $7 \times (-5) =$

ب) $-6 \times (-12) =$

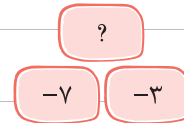
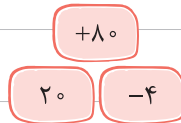
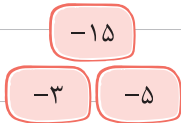
ج) $-36 \div (+9) =$

د) $39 \div (-13) =$

ه) $(-7) \times (+9) =$

و) $54 \div (+18) =$

۱۶ با توجه به الگوی زیر، به جای علامت سؤال چه عددی قرار می‌گیرد؟



ترتیب انجام عملیات‌ها (اولویت‌ها) در حل عبارت‌ها

ترتیب انجام عملیات محاسباتی، به صورت زیر می‌باشد:

۱ پُرانتزها (در بین پُرانتزها نیز اولویت با داخلی‌ترین پُرانتز است).

۲ ضرب و تقسیم (ضرب و تقسیم‌ها از سمت چپ به راست، هر کدام جلوتر بود، زودتر انجام می‌شود).

۳ جمع و تفریق (همانگونه که قبلاً نیز آموختیم، هنگامی که به عبارت‌هایی رسیدیم که فقط جمع و تفریق دارند، می‌توانیم به هر روشی دسته‌بندی کنیم و حاصل را به دست آوریم).

به عنوان مثال، برای محاسبه حاصل عبارت زیر مطابق با اولویت‌ها، طبق مراحل نوشته شده عمل می‌کنیم.

$$5 - 12 \times (4 - 6) - 18 - 30 \div (24 - 2 \times 15) =$$

$$5 - 12 \times \underbrace{(4 - 6)}_{-2} - 18 - 30 \div \underbrace{(24 - 2 \times 15)}_{-30} = 5 - 12 \times (-2) - 18 - 30 \div (-6)$$

مرحله اول: محاسبه حاصل پُرانتز:

$$5 - 12 \times (-2) - 18 - 30 \div (-6) = 5 + 24 - 18 + 5$$

مرحله دوم: محاسبه ضرب و تقسیم‌ها از سمت چپ به راست:

$$5 + 24 - 18 + 5 = +29 - 13 = 16$$

مرحله سوم: جمع و تفریق

مثال حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

پاسخ همانگونه که گفته شد، در صورتی که پُرانتزها تو در تو بودند، باید از داخلی‌ترین پُرانتز شروع کنیم.

$$8 - 4 \times (12 - \underbrace{(5 - 6)}_{-1} - 15) = 8 - 4 \times (12 - \underbrace{(-1)}_{+1} - 15) = 8 - 4 \times \underbrace{(-2)}_{+8} = 8 + 8 = 16$$

۱۷ حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) $-12 + 5 \times \underbrace{(-4)}_{-20} - 6 \div \underbrace{(-2)}_{+3} =$

ب) $-20 \div (-2) - 20 \times (-2) =$



ج $-6 - 2 \times (5 - 4 \times 3) =$

د $-7 - 3 \times (-12 - (3 - 8)) =$

ه $-13 - 21 \div (5 - 2 \times (4 - 3)) =$

و $4 - 4 \times (5 - 5 \times (3 - 4) - 8) =$

۱۸ با قرار دادن علامت‌های +، - و × به جای □، کمترین مقدار هر عبارت را به دست آورید. (دقت کنید تکرار علامت مجاز نیست).

الف $-5 \quad \square \quad 4 \quad \square \quad (-6)$ ب $-8 \quad \square \quad (-10) \quad \square \quad -12$

۱۹ مقایسه کنید و علامت مناسب <=> بگذارید.

$(70-1) \times (70-2) \times (70-3) \times \dots \times (70-90) \quad \square \quad 5-20$

دسته‌بندی مناسب

قبلاً گفته شد که برای حلّ عبارت‌هایی که فقط شامل جمع و تفریق اعداد صحیح هستند، می‌توانیم از دسته‌بندی‌های مختلفی استفاده کنیم، اما گاهی با انتخاب یک دسته‌بندی بهتر، سرعت حلّ مسئله بسیار بالا می‌رود. مثلاً اگر ابتدا اعداد قرینه را با هم جمع کنیم، باعث حذف شدن اعداد قرینه با هم و در نتیجه کوتاه‌تر شدن عبارت می‌شود. مانند:

الف $17 + 12 - 17 - 6 = +12 - 6 = +6$
قرینه

ب $-13 + 14 - 7 + 20 - 11 = -20 + 14 + 20 - 11 = 14 - 11 = 3$
قرینه

ج $6 - 24 \div (-6) + 3 - 4 = 6 + 4 + 3 - 4 = 6 + 3 = 9$
قرینه

۲۰ حاصل هر عبارت را با کمک دسته‌بندی به دست آورید.

الف $60 - 17 + 40 - 100 =$

ب $-5 \times 6 + 17 - 90 \div (-3) - 12 =$

ج $-10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 =$

د $2 - 4 + 6 - 8 + 10 - 12 + 14 - 16 =$

ه $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 99 + 100 =$

۲۱ یک ملخ روی نقطهٔ صفر قرار دارد. این ملخ ابتدا ۳ واحد به سمت راست می‌پرد، سپس ۲ واحد به سمت چپ، و بعد دوباره

۳ واحد به سمت راست و بار دیگر ۲ واحد به سمت چپ می‌پرد. اگر این ملخ در کل، ۱۰ بار به همین صورت پرش انجام

دهد، به چه نقطه‌ای می‌رسد؟





محاسبه اعداد صحیح توان دار

با استفاده از مفهوم اعداد توان دار، می توان حاصل یک عدد صحیح توان دار را محاسبه کرد. مانند:

$$\text{الف) } (-3)^4 = \underbrace{(-3) \times (-3)}_{(+9)} \times \underbrace{(-3) \times (-3)}_{(+9)} = +81$$

$$\text{ب) } (-2)^3 = \underbrace{(-2) \times (-2)}_{(+4)} \times (-2) = -8$$

دقت کنید اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد، توان برای علامت در نظر گرفته نمی شود و علامت را فقط یک بار در نظر می گیریم. مانند:

$$\text{الف) } -3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

$$\text{ب) } -2^3 = -2 \times 2 \times 2 = -8$$

مثال حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$-3^4 + (-2)^3 + 100 = -81 + (-8) + 100 = -81 - 8 + 100 = +11$$

پاسخ

۲۲ دور اعداد طبیعی خط بکشید.

$$-3^2 \quad -(-5)^3 \quad -2^3 + 8 \quad -(5^2 - 2^4) \quad -(3^3 - 3^2)$$

۲۳ حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف) } -2^3 - 3^4 - 2^5 - 3^2 - (-2)^3 =$$

$$\text{ب) } -2^3 \times (-4) + 5 - (-2)^2 =$$

$$\text{ج) } -5^4 \div (-25) - 5 \times (-3)^2 =$$

$$\text{د) } -2^4 - (-2)^3 - (+2)^3 =$$

قانون گاوس

گاوس یک ریاضی دان آلمانی بود. او در دوران دبستان برای جمع اعداد ۱ تا ۱۰۰ به این صورت عمل کرد که اعداد را دو بار و به صورت زیر هم نوشت و آنها را دو به دو با هم جمع کرد.

$$\text{بار اول: } 1 + 2 + 3 + \dots + 100$$

$$\text{بار دوم: } 100 + 99 + 98 + \dots + 1$$

حاصل جمع دو ردیف: 100×101 تعداد ۱۰۰ تا $101 + 101 + 101 + \dots + 101$ جمع

اما از آنجائیکه هر عدد را دو بار نوشته بود، برای به دست آوردن حاصل عبارت خواسته شده، مقدار به دست آمده را بر ۲ تقسیم کرد.

$$\frac{50}{1} \times \frac{101}{2} = 50 \times 101 = 5050 \Rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = 5050$$

۲۴ حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف) } 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 300 =$$

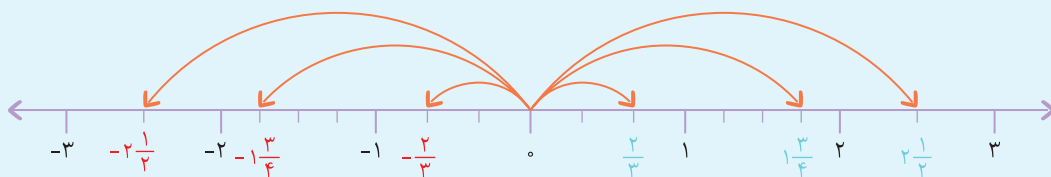
$$\text{ب) } -1 - 2 - 3 - 4 - 5 - \dots - 250 =$$

$$\text{ج) } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 1000 =$$



قرینه کسرهای مثبت

همانگونه که روی محور می‌توانیم قرینه اعداد صحیح مثبت را نشان دهیم (مثلاً قرینه ۳ برابر با -۳ می‌شود)، قرینه کسرهای مثبت را نیز می‌توان روی محور نمایش داد.



$2\frac{1}{2}$ قرینه $-\frac{2}{3}$; $1\frac{3}{4}$ قرینه $-1\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{3}$ قرینه $-\frac{2}{3}$

۲۵ ابتدا تعیین کنید هر کدام از نقاطی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددی را نشان می‌دهند، سپس قرینه آنها را روی محور مشخص کنید.



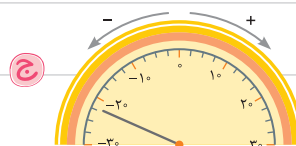
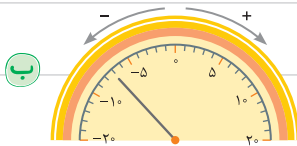
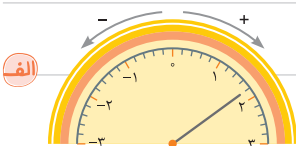
A = _____ قرینه A = _____

B = _____ قرینه B = _____

C = _____ قرینه C = _____

D = _____ قرینه D = _____

۲۶ هر شکل نشان دهنده چه عددی است؟



۲۷ قرینه هر عدد را بنویسید.

الف $\frac{3}{7}$ قرینه \rightarrow

ب $1\frac{3}{5}$ قرینه \rightarrow

ج $-2\frac{1}{4}$ قرینه \rightarrow

تبدیل کسر به عدد مخلوط و برعکس

در دوره ابتدایی آموختیم که چگونه، یک کسر بزرگ‌تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل کنیم. مانند:

$$\text{الف) } \frac{8}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$\text{ب) } \frac{37}{7} \xrightarrow{\begin{array}{r} 37 \overline{) 7} \\ - 25 \\ \hline 12 \\ - 14 \\ \hline 2 \end{array}} 5\frac{2}{7}$$

همچنین آموختیم که چگونه یک عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم. مانند:

$$3\frac{4}{9} = \frac{3 \times 9 + 4}{9} = \frac{27 + 4}{9} = \frac{31}{9}$$

برای کسرهای منفی هم می‌توان به همین ترتیب عمل کرد. مانند:

$$\text{الف) } -\frac{17}{5} \xrightarrow{\begin{array}{r} 17 \overline{) 5} \\ - 15 \\ \hline 2 \end{array}} -3\frac{2}{5}$$

$$\text{ب) } -9\frac{3}{4} = -\frac{9 \times 4 + 3}{4} = -\frac{36 + 3}{4} = -\frac{39}{4}$$

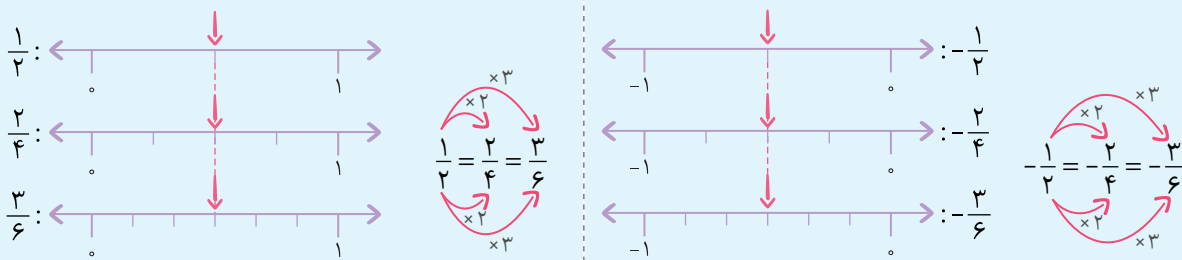
۲۸ هر عدد اعشاری یا کسر را به عدد مخلوط و هر عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\text{الف) } \frac{-35}{8} = \quad \text{ب) } -2\frac{3}{5} = \quad \text{ج) } \frac{57}{11} =$$

$$\text{د) } 3\frac{2}{7} = \quad \text{ه) } -2/0.3 = \quad \text{و) } -4\frac{1}{100} =$$

کسرهای مساوی

می‌دانیم اگر صورت و مخرج یک کسر را در یک عدد مساوی (غیر از صفر) ضرب کنیم، کسر ایجاد شده و کسر اولیه با هم برابرند. این موضوع در مورد کسرهای منفی هم برقرار است.



ساده کردن کسرها: برای ساده کردن کسرها، کافی است صورت و مخرج آنها را بر یک عدد مساوی (غیر صفر) تقسیم کنیم. (این کار را تا زمانی ادامه می‌دهیم که دیگر نتوان صورت و مخرج را بر اعداد یکسان، (به غیر از یک) تقسیم کرد.) مانند:

$$\text{الف) } +\frac{56}{24} = +\frac{56 \div 8}{24 \div 8} = +\frac{7}{3}$$

$$\text{ب) } -\frac{144}{80} = -\frac{144 \div 4}{80 \div 4} = -\frac{36}{20} = -\frac{36 \div 4}{20 \div 4} = -\frac{9}{5}$$

۲۹ در هر قسمت ۳ کسر مساوی با عدد داده شده، بنویسید. (در قسمت ب، عدد مخلوط را ابتدا به کسر تبدیل کنید.)

$$\text{الف) } -\frac{3}{5} = \quad = \quad =$$

$$\text{ب) } -2\frac{3}{5} = \quad = \quad =$$

۳۰ هر کسر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\text{الف) } -\frac{120}{72} =$$

ب) $\frac{96}{56} =$

ج) $\frac{144}{64} =$

مانند نمونه، در هر تساوی به جای x عدد مناسب قرار دهید. ۳۱

نمونه $\frac{-8}{24} = \frac{-15}{x} \Rightarrow \frac{-8}{\cancel{24}_3} = \frac{-15}{x} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-15}{x} \Rightarrow x = 3 \times 15 = 45$

الف) $\frac{5}{3} = \frac{-15}{x}$

ب) $\frac{-56}{48} = \frac{x}{-6}$

ج) $\frac{24}{15} = \frac{x}{45}$

در تساوی زیر، جاهای خالی را کامل کنید. ۳۲

$-1\frac{3}{5} = \frac{\text{○}}{-20} = \frac{-24}{\text{□}}$

در تساوی زیر، به جای ○ و □ چه عددی قرار می‌گیرد؟ ۳۳

$-\frac{3}{4} = \frac{5 \times \text{□} + 3}{-24}$

یادآوری مقایسه کسرها

برای مقایسه کسرها از چند روش می‌توان استفاده کرد.

۱ هم‌مخرج کردن کسرها: این روش از معمول‌ترین روش‌های مقایسه کسرهاست. مانند:

$\frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{12}{24}; \frac{5}{8} = \frac{15}{24}; \frac{7}{12} = \frac{14}{24} \Rightarrow \frac{3}{6} < \frac{7}{12} < \frac{5}{8}$

۲ مقایسه کسر به کمک طرفین - وسطین: در این روش، صورت هر کسر را در مخرج کسر دیگر ضرب می‌کنیم، این حاصل ضرب به‌ازای هر صورتی که بیشتر شد، آن کسر بزرگ‌تر است. مانند:

$\frac{3}{8} \text{ □ } \frac{2}{9} \quad 3 \times 9 = 27 > 2 \times 8 = 16 \Rightarrow \frac{3}{8} > \frac{2}{9}$

تذکر همانطور که می‌دانید، در مقایسه اعداد صحیح منفی، هر مقدار منفی، هر مقدار عدد (عدد بدون علامت) بزرگ‌تر باشد، آن عدد کوچک‌تر است. در مقایسه کسرهایی منفی نیز هر چه مقدار کسر (کسر بدون علامت) بزرگ‌تر باشد، خود کسر کوچک‌تر است. بنابراین در مقایسه دو کسر منفی، ابتدا کسرها را بدون علامت و با هر روشی از روش‌های بالا، مقایسه می‌کنیم، سپس علامت (> یا <) را برعکس می‌کنیم. مانند:

الف) $-\frac{7}{5} \text{ □ } -\frac{12}{7} \quad \frac{7}{5} = \frac{49}{35} < \frac{12}{7} = \frac{60}{35} \Rightarrow -\frac{7}{5} > -\frac{12}{7}$

ب) $-\frac{7}{6} \text{ □ } -\frac{17}{16} \quad \frac{7}{6} \times 16 = 112 > \frac{17}{16} \times 6 = 102 \Rightarrow -\frac{7}{6} < -\frac{17}{16}$

یادآوری برای مقایسه دو عدد مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح را مقایسه می‌کنیم، در صورتی که با هم مساوی باشند، قسمت‌های کسری را با هم مقایسه می‌کنیم. برای مقایسه دو عدد مخلوط منفی نیز، ابتدا آنها را بدون در نظر گرفتن علامتشان با هم مقایسه می‌کنیم، و سپس جهت علامت ($>$ یا $<$) را برعکس می‌کنیم.

$$-2\frac{3}{5} \square -2\frac{4}{7} \xrightarrow{\substack{2=2 \\ \frac{3}{5} > \frac{4}{7}}} 2\frac{3}{5} > 2\frac{4}{7} \rightarrow -2\frac{3}{5} < -2\frac{4}{7}$$

تذکره هر عدد مثبت $<$ صفر $<$ هر عدد منفی.

$$\frac{-1000}{3} < 0 < \frac{3}{1000}$$

به‌عنوان مثال، داریم:

۳۴ مقایسه کنید و علامت \leq یا \geq بگذارید.

الف) $-\frac{5}{3} \square -\frac{11}{7}$

ب) $\frac{9}{4} \square -\frac{99}{4}$

ج) $-3\frac{5}{6} \square -2\frac{1}{3}$

د) $-2\frac{1}{3} \square -1\frac{1}{4}$

ه) $-1\frac{1}{4} \square -1\frac{2}{5}$

و) $-\frac{25}{6} \square -4\frac{1}{3}$

۳۵ در رابطه زیر، در \square چه اعداد صحیحی می‌تواند باشد؟

$$-3\frac{2}{5} < -3\frac{\square}{8}$$

۳۶ اعداد زیر را از کوچک به بزرگ، مرتب کنید.

$$-(-3), \quad -\frac{30}{9}, \quad 5\frac{0}{7}, \quad 2\frac{1}{4}, \quad -4\frac{1}{3}$$

۳۷ اگر $A = \frac{\square}{-3}$ و $B = \frac{5}{\square}$ باشد:

الف) به جای \square و \triangle اعدادی بنویسید که A از B بزرگ‌تر شود.

ب) به جای \square و \triangle اعدادی بنویسید که B از A بزرگ‌تر شود.

ج) به جای \square و \triangle اعدادی بنویسید که A و B قرینه هم شوند.

یادآوری برای تعیین این موضوع که یک کسر بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد، باید کسرهای بزرگ‌تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل کنیم.

مانند:

الف) $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5} \rightarrow 2 < \frac{13}{5} < 3$ این عدد بین ۲ و ۳ قرار دارد.

ب) $-\frac{17}{4} = -4\frac{1}{4} \rightarrow -5 < -\frac{17}{4} < -4$ این عدد بین -۴ و -۵ قرار دارد.

ج) $-\frac{2}{3} \rightarrow -1 < -\frac{2}{3} < 0$ این عدد بین صفر و -۱ قرار دارد.