پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سوالات و مسائل مسابقـــــات ریاضـــی هفتــــم

۷

از مجموعه مرشد

- ۲۰۰۰ تست (شامل: تیزهوشان، آزمون‌های ورودی مدارسِ برتر کشور، آزمون‌های پیشرفت تحصیلی سمپاد، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- ۳۰۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی اوّل دبیرستان که دانش‌آموزان ممتاز باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی تشریحی و نکات مهم کتابِ مرشد

وحید اسدی کیا

مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات
و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر

به نام خداوند جان و خرد
کزین برتر اندیشه برنگذرد

مقدمه

به نام خداوند جان و خرد

کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب «مسابقات ریاضی هفتم» از مجموعه‌ی «مرشد» را منتشر می‌کنیم. این کتاب که توسط آقای وحید اسدی‌کیا زیر نظر آقای هادی عزیززاده تألیف شده است، دانش‌آموزان کلاس اوّل دبیرستان (دوره‌ی اول متوسطه) را برای شرکت در مسابقات ریاضی و امتحانات و آزمون‌های ورودی مدارس خاص آماده می‌کند.

در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان، نمونه‌ی تهران و مرکز استان‌های کشور
- آزمون‌های پیشرفت تحصیلیِ سمپاد (سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان)
- آزمون‌های ورودی روبوکاپ
- مسابقات علمی کشوری و بین مدرسه‌ای و المپیادهای داخلی و خارجی
- مسایل مسابقات جهانی ریاضی IMC، کانگورو و آزمون جهانی تیمز
- مسایل مسابقات خارجی (کشورهای آمریکا، انگلیس، استرالیا، مجارستان، بلژیک، آفریقای جنوبی و...)
- مسایل المپیادهای مبتکران و آزمون‌های نشانه‌ی مبتکران
- آزمون‌های چهارگزینه‌ای داخلی مدارس تیزهوشان تهران
- و برخی از مسایل کنکورهای سراسری و آزاد

مسایل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی هفتم (اول دبیرستان دوره‌ی متوسطه) طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت ⌧ مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند. (تعداد پاکت‌ها نشان دهنده‌ی تعداد نکته‌های آن سؤال می‌باشد)

گفتنی است کتاب مرشد هفتم در دو جلد تألیف شده است:

- جلد اوّل: شامل سؤالات همراه با پاسخ‌نامه‌ی کلیدی آن‌ها
- جلد دوم: شامل پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سؤالات و نکات مهم مربوط به آن‌ها

امیدواریم کتاب ریاضی مرشد هفتم، مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه‌ی خود می‌دانیم از مؤلف کتاب آقای وحید اسدی‌کیا و دبیر مجموعه‌ی مرشد آقای هادی عزیززاده و از آقایان فتح‌اله پرباز، اباصلت نوراللهی، ناصر کاهه، پدرام کاشانی، پوریا فیاض‌نکو و علی وحدانی‌نژاد و خانم‌ها مهندس لیلا عباس‌زاد، عطیه وحدانی‌نژاد، فاطمه ستاری مرجانی، مریم مقصودی، فاطمه زرین‌گل، مهدیه مهدی‌زاده، پونه سپاهی که بنا به گزارش مؤلف با وی همکاری علمی داشته‌اند و بخش‌هایی از کتاب را ویرایش کرده‌اند، تشکر کنیم. هم‌چنین از خانم لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند، بسیار ممنونیم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت داریم.

انتشارات مبتکران

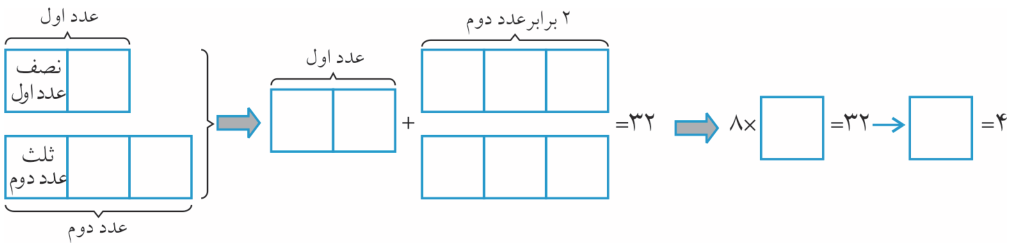
فهرست

پاسخ‌نامه

فصل ۱
راهبردهای حل مسئله

راهبرد رسم شکل

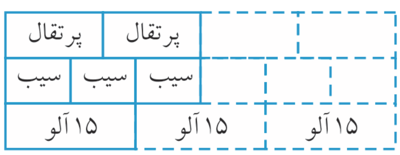
۱. گزینه‌ی (د)



درنتیجه عدد اولی ۸ = ۴ × ۲ و عدد دومی ۱۲ = ۴ × ۳ و اختلاف آن‌ها ۴ = ۸ − ۱۲ است.

۲. گزینه‌ی (ب) راهبرد رسم شکل:

جرم ۴ پرتقال با جرم ۴۵ آلو برابر است.

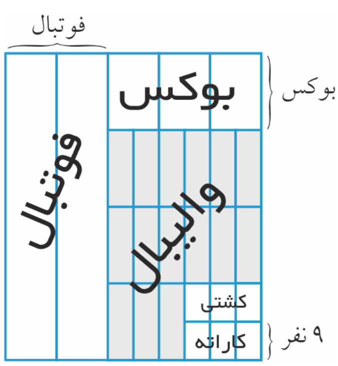


۳. گزینه‌ی (الف)

با توجه به این‌که: $\frac{۵ \times ۳}{۶ \times ۳} = \frac{۱۵}{۱۸}$

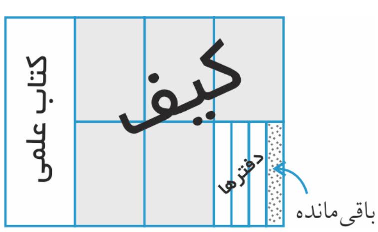
داریم: ۹ ÷ ۳ = ۳ نفر

والیبال ۳۰ × ۳ = ۹۰ نفر



۴. گزینه‌ی (ج)

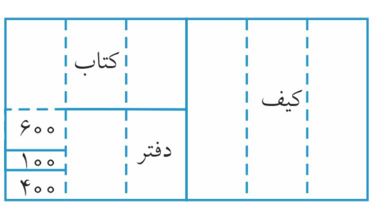
می‌دانیم: $\frac{۱}{۴}$ = ٪۲۵ است. طبق شکلِ رسم شده، کل پول، ۳۲ برابر باقی‌مانده است و ارتباطی به قیمت دفترها ندارد.



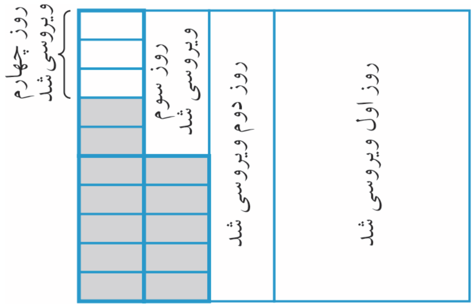
۵. گزینه‌ی (ب) می‌دانیم $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴}$ است. با راهبرد رسم شکل داریم:

$\frac{۱}{۱۲}$ از پول می‌شود ۱۱۰۰ = ۴۰۰ + ۱۰۰ + ۶۰۰ ⇐

$\frac{۱}{۱۲} = \frac{۱۱۰۰}{\boxed{۱۳۲۰۰}}$

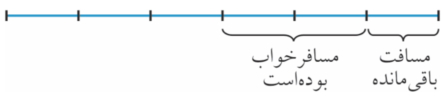


۶. گزینه‌ی (الف)



کسر باقی‌مانده از حافظه: $\frac{۱}{۵} = \frac{۱۲}{۶۰}$

۷. گزینه‌ی (ب) با رسم شکل حل می‌کنیم. کل مسیر را یک خط راست در نظر می‌گیریم و طبق مسأله پیش می‌رویم: از شکل مشخص است $\frac{۲}{۶}$ مسیر یعنی $\frac{۱}{۳}$ مسیر مسافر خواب بوده است.



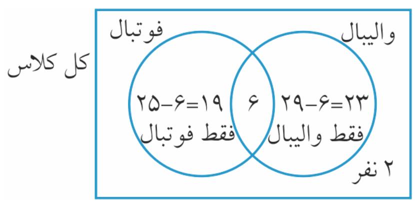
۸. گزینه‌ی (د)

۹. گزینه‌ی (ب)

ورزشی نفر $۵۰ - ۲ = ۴۸$

نفر $۲۵ + ۲۹ = ۵۴$

مشترک نفر $۵۴ - ۴۸ = ۶$



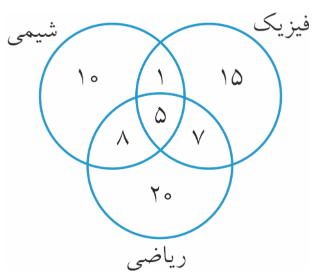
۱۹ نفر فقط عضو فوتبال و ۲۳ نفر فقط عضو والیبال هستند. پس:

فقط عضو یک رشته‌ی ورزشی هستند نفر $۱۹ + ۲۳ = ۴۲$

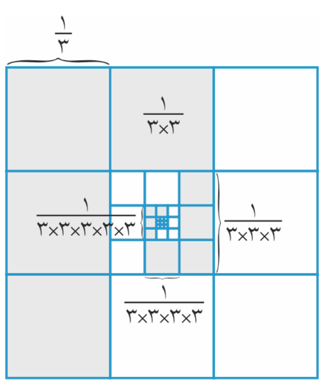
۱۰. گزینه‌ی (د) راهبرد رسم شکل: ابتدا ۴ نفر را از ۷۰ نفر کم می‌کنیم و ۵ نفر را وسط گذاشته سپس نفراتی که مشترک هستند را مشخص می‌کنیم.

با توجه به تعداد نفراتِ هر درس، شکل را کامل می‌کنیم. داریم:

۴۵ نفر فقط در یک درس ثبت نام کرده‌اند. $\Rightarrow ۱۰ + ۱۵ + ۲۰ = ۴۵$



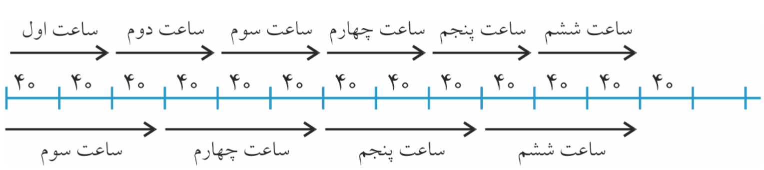
۱۱. گزینه‌ی (ب) طبق شکل زیر مشخص می‌شود که نزدیک به $\frac{۱}{۲}$ شکل رنگ شده است.



توجه: این الگوی رنگ زدن، همواره ادامه دارد.

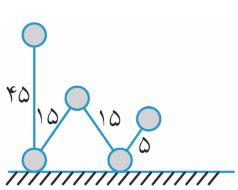
۱۲. گزینه‌ی (د)

اتومبیل پس از $۶ - ۲ = ۴$ ساعت از شروع حرکت به اتوبوس می‌رسد.



۱۳. گزینه‌ی (ب) با راهبرد رسم شکل داریم:

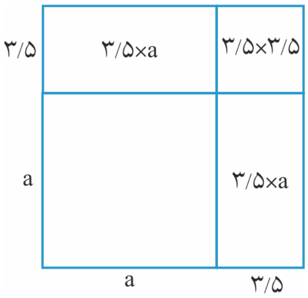
$\rightarrow ۴۵ + ۱۵ + ۱۵ + ۵ = ۸۰$



۱۴. گزینه‌ی (ب) فرض می‌کنیم جریمه‌ی اولین خطا $\square$ تومان باشد. داریم:

$$\square + \begin{array}{c}\square\\\square\end{array} + \begin{array}{c}\square\\\square\end{array}\ \begin{array}{c}\square\\\square\end{array} + \begin{array}{c}\square\\\square\\\square\\\square\end{array}\ \begin{array}{c}\square\\\square\\\square\\\square\end{array} = ۱۵\times\square = ۲۲۵۰۰ \Rightarrow \square = ۱۵۰۰$$ تومان

۱۵. گزینه‌ی (ج) راهبرد رسم شکل:



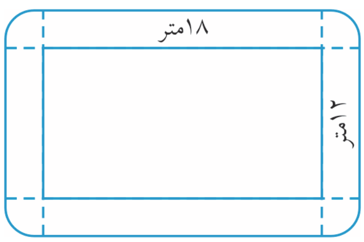
$۳/۵\times۳/۵=۱۲/۲۵$

$۸۲/۲۵-۱۲/۲۵=۷۰$

$۷۰\div۲=۳۵ \rightarrow ۳/۵\times a=۳۵ \rightarrow a=۱۰$ سانتی‌متر

۱۶. گزینه‌ی (ج) در ۱۵ شبانه‌روزِ اول، ۱۵ متر بالا می‌آید و در روز شانزدهم، ۵ متر بالا می‌آید و به بالای گودال می‌رسد و نجات پیدا می‌کند.

۱۷. گزینه‌ی (د) طبق شکل در گوشه‌های استخر کمانی به شعاع ۱ متر زده می‌شود. ۴ کمان با هم یک دایره به شعاع ۱ متر می‌سازند و طول بقیه‌ی نرده با محیط استخر برابر است. پس داریم:

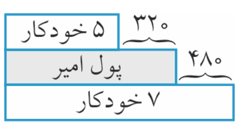


محیط دایره به شعاع ۱ $= ۲\times۳/۱۴=۶/۲۸$ متر

محیط استخر $=(۱۸+۱۲)\times۲=۶۰$ متر

$\Rightarrow ۶۰+۶/۲۸=۶۶/۲۸$ متر

۱۸. گزینه‌ی (د)

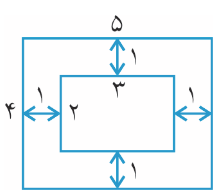


$۷-۵=۲$ خودکار

قیمت ۲ خودکار $۳۲۰+۴۸۰=۸۰۰$

$۸۰۰\div۲=۴۰۰$ قیمت هر خودکار $\Rightarrow ۵\times۴۰۰+۳۲۰=۲۳۲۰$ پول امیر

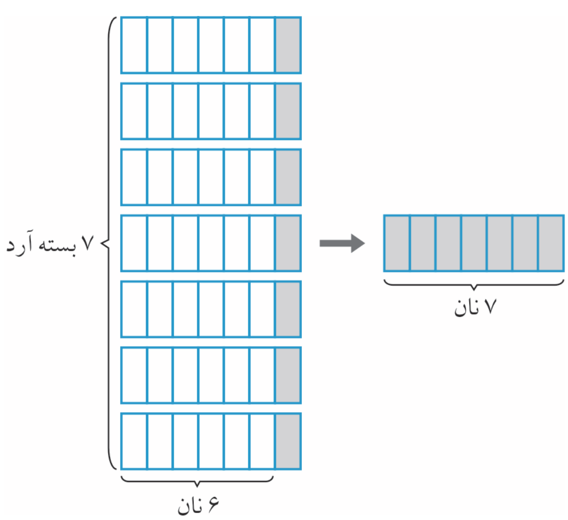
۱۹. گزینه‌ی (ب) با راهبرد رسم شکل مشخص می‌شود:



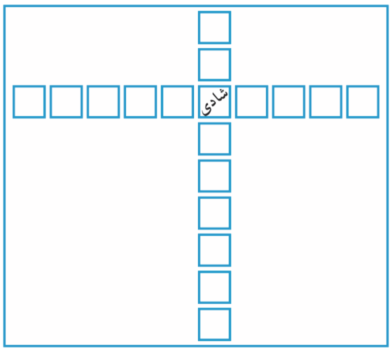
طول اتاق $۵=۳+۲$ و عرض اتاق $۴=۲+۲$

مساحت اتاق $\Rightarrow ۴\times۵=۲۰$ مترمربع

۲۰. گزینه‌ی (ج) با توجه به شکل مقابل درمی‌یابیم که از هر بسته آرد، ۷ نان می‌توان درست کرد، پس بـا ۶۲ بسـته آرد، ۴۳۴ نان می‌توان درست کرد.



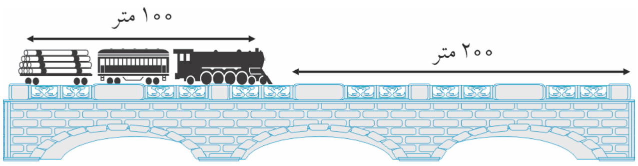
۲۱. گزینه‌ی (هـ) با توجه به شکل، در این سالن، ۹ ردیف صندلی و در هر ردیف، ۱۰ صندلی وجود دارد.



پس:

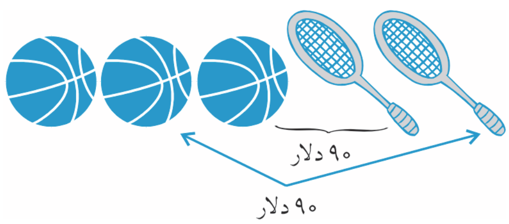
$۹\times ۱۰=۹۰$ صندلی

۲۲. گزینه‌ی (ج) با توجه به شکل، برای آن‌که قطار به طور کامل از روی پل بگذرد، باید مسافتی برابر با مجموع طول پل و طول قطار را طی کند. یعنی ۳۰۰ متر. پس داریم:



$۳۰۰\div ۱۰=۳۰$ ثانیه

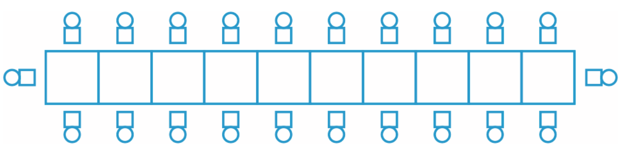
۲۳. گزینه‌ی (ب) با رسم شکل داریم:



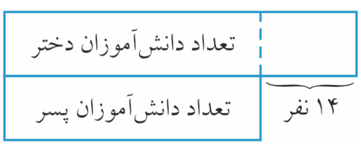
$\Rightarrow ۹۰+۹۰+$  $=۲۴۰$

$\Rightarrow$  $=۲۴۰-۱۸۰=۶۰$ دلار قیمت هر توپ،

۲۴. گزینه‌ی (د) با توجه به شکل رسم شده، در مجموع، ۲۲ صندلی دور این میز قرار می‌گیرد.



۲۵. گزینه‌ی (الف)



$\Rightarrow ۸۶-۱۴=۷۲$

$\Rightarrow ۷۲\div ۲=۳۶$ تعداد پسرها

۲۶. گزینه‌ی (د) می‌دانیم ۲۵ درصد یعنی $\frac{۱}{۴}$. اگر بین ۳ و ۴، مخرج مشترکِ ۱۲ را در نظر بگیریم، داریم: $\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$. بنابر شکل، داریم:

$\rightarrow ۱۲\times ۴۵۰=۵۴۰۰$ لیتر حجم استخر،

$\rightarrow ۵۴۰۰\div ۱۰۰۰=۵/۴$ مترمکعب حجم استخر،

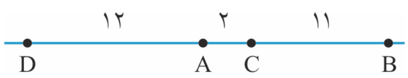
۲۷. گزینه‌ی (ب) طبق شکل مشخص است که جرم ۵ جعبه تخم‌مرغ با جرم ۴۵ $=۱۵\times ۳$ طالبی برابر است. پس جرم هر جعبه تخم‌مرغ با $۹=۵\div ۴۵$ طالبی برابر است. مجدداً با رسم شکل داریم:

۵ جعبه تخم مرغ		
۴هندوانه	۴هندوانه	۴هندوانه
۱۵طالبی	۱۵طالبی	۱۵طالبی

۱جعبه تخم مرغ		
۹ طالبی		

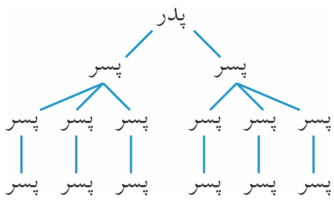
جرم ۳ جعبه تخم‌مرغ با جرم $۲۷=۹\times ۳$ طالبی برابر است.

۲۸. گزینه‌ی (الف) با رسم شکل داریم:

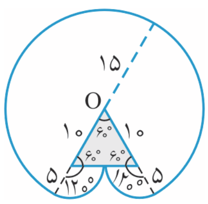


دورترین دو نقطه نسبت به یک‌دیگر، B و D هستند که فاصله‌ی آن‌ها ۲۵ می‌باشد.

۲۹. گزینه‌ی (ب) ۱۵ آقا. به شکل زیر توجه کنید:

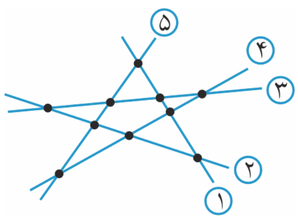


۳۰. گزینه‌ی (ج) در دایره‌ی بزرگ $\frac{۵}{۶}=\frac{۳۰۰}{۳۶۰}$ و در دایره‌ی کوچک: $\frac{۱}{۳}=\frac{۱۲۰}{۳۶۰}$ با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$(\frac{۵}{۶}\times ۱۵\times ۱۵\times \pi)+(۲\times \frac{۱}{۳}\times ۵\times ۵\times \pi)=\frac{۱۱۲۵\times \pi}{۶}+\frac{۵۰\times \pi}{۳}=\frac{۱۲۲۵\times \pi}{۶}\simeq ۲۰۴\times \pi$$

۳۱. گزینه‌ی (ب) با راهبرد رسم شکل، حداقل، ۱۰ شاخه گل لازم داریم.

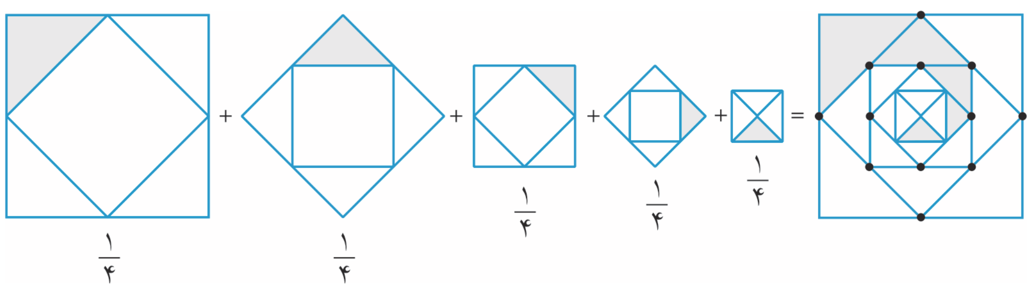


۳۲. گزینه‌ی (ب)

$$\frac{۱}{۴}\times(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۴}+\frac{۳}{۵})=\frac{۵۸}{۱۲۰}=\frac{۲۹}{۶۰}$$

۳۳. گزینه‌ی (ب) اگر در شکل دقت کنید، می‌بینید که از هر ۳ قسمتِ مساوی، یک قسمت رنگ شده است. پس $\frac{۱}{۳}$ از کل شکل رنگ شده است.

۳۴. گزینه‌ی (ج) از هر شکل $\frac{۱}{۴}$ رنگ شده است، پس $\frac{۱}{۴}$ از کل شکل رنگی است. مربعِ داخلی هر شکل را در نظر نگیرید.



راهبرد تفکر نظام‌دار یا الگوسازی (جدول نظام‌دار)

۳۵. گزینه‌ی (د)

البته بهتر بود در مسئله عنوان می‌کرد که سوارکارها بر روی اسب‌ها سوار نشده‌اند.

تعداد اسب	تعداد سوارکار	مجموع پاها	
۱۱	۱۱	$۴۴+۲۲=۶۶$	
۱۲	۱۰	$۴۸+۲۰=۶۸$	
۱۳	۹	۷۰	
۱۴	۸	۷۲	← جواب

۳۶. گزینه‌ی (ب)

عدد طبیعی اولی	۱	۲	۴	۶	۱۲
عدد طبیعی دومی	۱۳۲	۶۶	۳۳	۲۲	۱۱
مجموع	۱۳۳	۶۸	۳۷	۲۸	۲۳

جواب

همه‌ی حالت‌هایی که حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی، ۱۳۲ می‌شود را می‌نویسیم. با توجه به این‌که: $۱۳۲ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۱۱$

۳۷. گزینه‌ی (د)

عدد طبیعی اول	۱	۲	۳	۴	۶
عدد طبیعی دوم	۳۶	۱۸	۱۲	۹	۶
حاصل‌جمع	۳۷	۲۰	۱۵	۱۳	۱۲

جواب　　غیرقابل قبول

توجه: دو عدد باید متمایز باشند.

۳۸. گزینه‌ی (ج)

عدد طبیعی اول	۱	۲	۳	…	۱۱	۱۲
عدد طبیعی دوم	۲۳	۲۲	۲۱	…	۱۳	۱۲
حاصل‌ضرب	۲۳	۴۴	۶۳	…	۱۴۳	۱۴۴

جواب

نکته‌ی ۱: اگر مجموع دو مقدار، عددی ثابت باشد، حاصل‌ضربشان وقتی بیش‌ترین مقدار را خواهد داشت که دو عدد با هم برابر باشند یا اختلافِ آن دو عدد، کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

۳۹. گزینه‌ی (الف)

عدد اولی	۱	۲	…	۱۳	۱۴	۱۵
عدد دومی	۳۰	۲۹	…	۱۸	۱۷	۱۶
حاصل‌ضرب	۳۰	۵۸	…	۲۳۴	۲۳۸	۲۴۰

جواب

۴۰. گزینه‌ی (ب) اعداد ۳ رقمی با ارقام متمایز ساخته شده از ۳ ، ۵ ، ۷ و ۹ را نوشته، سپس عدد ۲ را در یکان قرار می‌دهیم. ۴ حالتِ مشابه پیش می‌آید. پس داریم:

هزارگان	صدگان	دهگان	یکان
۹	۷	۳,۵	۲
۹	۵	۳,۷	۲
۹	۳	۵,۷	۲
۷	۹	۳,۵	۲
⋮	⋮	⋮	⋮

۶ عدد $\Rightarrow ۴ \times ۶ = ۲۴$ عدد

۴۱. گزینه‌ی (د) با استفاده از جدول نظام‌دار و حالت‌بندی مناسب برای تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ تومانی داریم:

تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ تومانی	تعداد حالات
۵	۱
۴	۳
۳	۵
۲	۷
۱	۹
۰	۱۱

تعداد کل حالات $\Rightarrow ۱ + ۳ + ۵ + ۷ + ۹ + ۱۱ = ۳۶$

۴۲. گزینه‌ی (د) ۱۰ حالت:

تعداد سکه‌های ۵ تومانی	۰	۱	۳	۵	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی	۰	۲	۱	۰	۵	۴	۳	۲	۱	۰
تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی	۲	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰

۴۳. گزینه‌ی (ج) راهبرد جدول نظام‌دار:

صدگان	دهگان	یکان	
۱	۲	۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، ۷، ۸ ، ۹	→ ۷ عدد
۱	۳	۴ ، ۵ ، ۶ ، ۷، ۸ ، ۹	→ ۶ عدد
۱	۴	از ۵ تا ۹	→ ۵ عدد
۱	۵	از ۶ تا ۹	→ ۴ عدد
۱	۶	از ۷ تا ۹	→ ۳ عدد
۱	۷	۸ و ۹	→ ۲ عدد
۱	۸	۹	→ ۱ عدد
۲	۳	از ۴ تا ۹	→ ۶ عدد
۲	۴	از ۵ تا ۹	→ ۵ عدد
۲	۵	از ۶ تا ۹	→ ۴ عدد
۲	۶	از ۷ تا ۹	→ ۳ عدد
۲	۷	۸ و ۹	→ ۲ عدد
۲	۸	۹	→ ۱ عدد
۳	۴	از ۵ تا ۹	→ ۵ عدد
⋮	⋮	⋮	

$$(۷+۶+۵+\ldots+۱)+(۶+۵+۴+\ldots+۱)$$
$$+(۵+۴+\ldots+۱)+(۴+۳+۲+۱)$$
$$+(۳+۲+۱)+(۲+۱)+۱$$
$$=\frac{۷\times۸}{۲}+\frac{۶\times۷}{۲}+\frac{۵\times۶}{۲}$$
$$+\frac{۴\times۵}{۲}+\frac{۳\times۴}{۲}+۳+۱=۸۴$$

۴۴. گزینه‌ی (ج) **روش اول:** انگشتانِ دو دست را از ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری می‌کنیم. داریم:

شماره‌ی انگشت			تعداد حالات
۱	۲	۳,۴,...۱۰	۸
۱	۳	۴,۵,...۱۰	۷
۱	۴	۵,۶,...۱۰	۶
۱	۵	۶,۷,...۱۰	۵
۱	۶	۷,۸,۹,۱۰	۴
۱	۷	۸,۹,۱۰	۳
۱	۸	۹,۱۰	۲
۱	۹	۱۰	۱
تعداد کل حالات		۱+۲+...+۸ = ۳۶	

و

شماره‌ی انگشت			تعداد حالات
۲	۳	۴,۵,...۱۰	۷
۲	۴	۵,۶,...۱۰	۶
۲	۵	۶,۷,...۱۰	۵
۲	۶	۷,۸,۹,۱۰	۴
۲	۷	۸,۹,۱۰	۳
۲	۸	۹,۱۰	۲
۲	۹	۱۰	۱
تعداد کل حالات		۱+۲+...+۷ = ۲۸	

و .... و

شماره‌ی انگشت			تعداد حالات
۸	۹	۱۰	۱
تعداد حالات			۱

$$\Rightarrow (۱+۲+۳+\ldots+۸)+(۱+۲+۳+\ldots+۷)+(۱+۲+۳+\ldots+۶)+\ldots+(۱+۲)+(۱)$$
$$=۳۶+۲۸+۲۱+۱۵+۱۰+۶+۳+۱=۱۲۰ \text{ حالت}$$

روش دوم: برای حل این‌گونه سؤال‌ها می‌توان از نکته‌ی زیر استفاده کرد:

نکته‌ی ۲: تعریف فاکتوریل:

$$n!=n\times(n-۱)\times(n-۲)\times(n-۳)\times\cdots\times۱$$

مثال: $۳!=۳\times۲\times۱=۶$

$$۵!=۵\times۴!=۵\times۴\times۳!=۵\times۴\times۳\times۲!=۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۱۲۰$$

توجه: $۱!=۰!=۱$

انتخاب r شیء از بین n شیء از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید: $\binom{n}{r}=\dfrac{n!}{r!\times(n-r)!}$

مثال: به چند طریق می‌توان از بین ۵ شیء، ۲ شیء را انتخاب کرد؟

جواب: $\binom{۵}{۲}=\dfrac{۵!}{۲!\times ۳!}=\dfrac{۵\times۴\times۳!}{۲\times۱\times۳!}=\dfrac{۲۰}{۲}=۱۰$

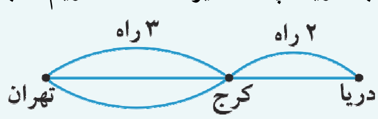
با توجه به نکته‌ی (۲) داریم: $\binom{۱۰}{۳}=\dfrac{۱۰!}{۳!\times(۱۰-۳)!}=\dfrac{۱۰!}{۳\times۲\times۱\times۷!}=\dfrac{۱۰\times۹\times۸\times\cancel{۷!}}{۳\times۲\times۱\times\cancel{۷!}}=۱۲۰$

راهبرد اصل ضرب

۴۵. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۳: اصلِ ضرب: هرگاه برای انجام عمل اول، a انتخاب و برای انجامِ عمل دوم، b انتخاب و بـرای انجـام عمل سوم، c انتخاب و... داشته باشیم، آن‌گاه: برای انجام عملِ کل، $a\times b\times c\times\ldots$ انتخاب خواهیم داشت.

مثال: در شکل زیر برای رفتن از تهران به دریا، چند مسیر مختلف داریم؟ (به شرط گذر از کرج)



$۳\times۲=۶$

توجه کنید؛ رقمی که برای دهگان انتخاب می‌کنید، نباید برای یکان انتخاب کنید زیرا باید رقم‌ها مختلف باشند. به طـور مثـال اگـر در دهگان رقم ۷ را گذاشتید، در یکان نباید رقم ۷ قرار دهید.

یکان دهگان

تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow \boxed{۵}\times\boxed{۴}=۲۰$

دهگان	یکان
۱	۱
۳	۳
۵	۵
۷	۹
۹	

۴۶. گزینه‌ی (ب)

یکان دهگان

تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow \boxed{۴}\times\boxed{۵}=۲۰$

دهگان	یکان
۲	۱
۴	۳
۶	۵
۸	۷
	۹

۴۷. گزینه‌ی (الف) اگر بخواهیم اعداد دو رقمی بزرگ‌تر از ۵۰ بنویسیم، پس دهگان حداقل باید از ۵ شروع شود. داریم:

تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow \boxed{۲}\times\boxed{۵}=۱۰$

دهگان	یکان
۵	۱
۷	۲
	۳
	۵
	۷

۴۸. گزینه‌ی (د)

تعدادِ انتخاب‌ها $\rightarrow \boxed{۹}\times\boxed{۹}\times\boxed{۸}=۶۴۸$

دقت کنید که رقم صفر را نمی‌توان در صدگان عدد قرار داد. درضمن رقمی را کـه بـرای صـدگان انتخـاب کـردیم، نبایـد در دهگـان استفاده کنیم و رقمی که در دهگان یا صدگان انتخاب کردیم، نباید در یکان به‌کار بریم.

۴۹. گزینه‌ی (د) برای رفتن از A به C، $۳\times۵=۱۵$ راه و در برگشت، $(۵-۱)\times(۳-۱)=۸$ راه وجود دارد که در کل $۱۵\times۸=۱۲۰$ حالت امکان‌پذیر است.

۵۰. گزینه‌ی (ج)

$۴\times۳\times۲=۲۴$

۵۱. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۴: اگر عددی را از راست به چپ بخوانیم و از چپ به راست بنویسیم، به عدد به دست آمده، مقلوبِ آن عدد می‌گوییم. مثال: $۳۲۷ \xrightarrow{\text{مقلوب}} ۷۲۳$, $۱۰۰۲ \xrightarrow{\text{مقلوب}} ۲۰۰۱$

بعضی اعداد مقلوبشان با خودشان برابر است. مثال: $۱۸۱ \xrightarrow{\text{مقلوب}} ۱۸۱$, $۲۵۳۵۲ \xrightarrow{\text{مقلوب}} ۲۵۳۵۲$

توجه کنید؛ برای این‌که مقلوب عدد ۵ رقمی با خودش برابر باشد، هر چه در دهگان هزار قرار دهیم، همان رقم را باید در یکان و هر چه در یکانِ هزار قرار دهیم، همان رقم را باید در دهگان قرار دهیم. پس داریم:

یکان	دهگان	صدگان	یکان هزار	دهگان هزار
۱	۱	۱۰	۱۰	۹

$۹\times۱۰\times۱۰\times۱\times۱=۹۰۰$

۵۲. گزینه‌ی (ج)

$۳\times۳\times۳=۲۷$

۵۳. گزینه‌ی (الف)

$۳\times۲\times۱=۶$

۵۴. گزینه‌ی (الف) آن دو کتابِ مشخص را به هم می‌چسبانیم، یک کتاب می‌شود که در این صورت مانند این‌است که بگوییم، ۳ کتاب داریم. پس: $۳\times۲\times۱=۶$ امّا همان دو کتاب را که به هم چسبانده‌ایم، می‌توانند جایشان را با هم عوض کنند. یعنی ۲ حالت دارد. پس داریم:

$۶\times۲=۱۲$ حالت

۵۵. گزینه‌ی (د) در این سؤال، در یکان باید رقم‌های زوج را به کار برد. پس داریم:

یکان	دهگان	صدگان
۵	۵	۱

$۱\times۵\times۵=۲۵$

۵۶. گزینه‌ی (ب) **روش اول:** اعداد را بنویسید. **روش دوم:** از رابطه‌ی زیر می‌توان تعداد را به دست آورد. (! علامتِ فاکتوریل است. به طور مثال $۳!=۳\times۲\times۱$ و $۵!=۵\times۴\times۳\times۲\times۱$ است.) تعداد کل اعداد داده شده، ۵ تا است که ۳ بار رقم ۲ و ۲ بار رقم ۷ تکرار شده است. داریم:

$$\frac{۵!}{۲!\times۳!}=\frac{۵\times۴\times۳\times۲\times۱}{۲\times۱\times۳\times۲\times۱}=۱۰$$

۵۷. گزینه‌ی (هـ)

۱۹۹۱,۱۹۱۹,۹۱۹۱,۹۹۱۱,۱۱۹۹,۹۱۱۹

۵۸. گزینه‌ی (الف)

نکته‌ی ۵: اگر عددی، دو رقمِ سمتِ راستش، ۰۰ یا ۲۵ یا ۵۰ یا ۷۵ باشد، بر ۲۵ بخش‌پذیر است.

$\boxed{۴}\times\boxed{۱}\times\boxed{۱}+\boxed{۴}\times\boxed{۱}\times\boxed{۱}+\boxed{۴}\times\boxed{۱}\times\boxed{۱}+\boxed{۴}\times\boxed{۱}\times\boxed{۱}=$

۲	۲	۵	۲	۵	۰	۲	۷	۵	۲	۰	۰
۳			۳			۳			۳		
۵			۵			۵			۵		
۷			۷			۷			۷		

$۴+۴+۴+۴=۱۶$

۵۹. گزینه‌ی (هـ)

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$$

۱۰ ۲۰ ۳۰ ... ۹۰

۲۱ ۳۱ ← به همین ترتیب → ۹۱

۳۲ ⋮

۹۸

۶۰. گزینه‌ی (ج) حالت‌ها را بنویسید، داریم:

۹۳۳, ۳۹۳, ۳۳۹

۶۱. گزینه‌ی (د) هر یک از ۵ نقطه‌ی بالایی را می‌توان به هر یک از ۶ نقطه‌ی پایینی وصل کرد.

تعدادِ پاره‌خط‌ها $5\times 6=30$

۶۲. گزینه‌ی (الف)

$\boxed{3}\times\boxed{6}\times\boxed{6}=108$

۵

۷

۸

۶۳. گزینه‌ی (هـ) سطر اول را به $3\times 2\times 1$ حالت یعنی ۶ حالت می‌توان رنگ زد. در سطر دوم اگر رنگ یکی از خانه‌ها معلوم باشد، رنگ دو خانه‌ی دیگر اجباراً معلوم می‌شود. یعنی سطر دوم را فقط به ۲ حالت می‌توانیم رنگ بزنیم. سطر سوم اجباراً معلوم می‌شود. به این ترتیب تعداد حالت‌ها برابر است با: $6\times 2\times 1=12$ است.

۶۴. گزینه‌ی (ج) عدد ۱۲۳۴۵۶۷۸۹، عددی ۹ رقمی است که تمامِ رقم‌های آن به صورت صعودی قرار گرفته‌اند. حال با حذف هر رقم، عددی ۸ رقمی باقی می‌ماند که باز هم رقم‌های آن به صورت صعودی قرار دارد. در ضمن به هیچ عنوان در این عدد صفر به کار نمی‌رود!

۶۵. گزینه‌ی (ب) فرض می‌کنیم عارف و فاطمه کنار هم باشند، تعداد حالات را حساب کرده و از تعداد کل حالات کم می‌کنیم. عارف و فاطمه را یک نفر حساب می‌کنیم. داریم: $4\times 3\times 2\times 1=24$. از طرفی عارف و فاطمه می‌توانند به ۲ حالت کنار هم قرار گیرند. پس تعدادِ کل حالاتی که عارف و فاطمه می‌توانند کنار هم باشند: $24\times 2=48$ است.

از طرفی تعدادِ کل حالات (چه در کنار هم باشند و چه نباشند)، $5\times 4\times 3\times 2\times 1=120$ حالت است. بنابراین تعداد حالاتی که عارف و فاطمه کنار هم نباشند، می‌شود:

$120-48=72$ حالت

۶۶. گزینه‌ی (ج) در هر حالت، حجم باید ۲۴ شود. همه‌ی حالت‌ها را می‌نویسیم. پس داریم:

$(1\times 1\times 24)$, $(1\times 2\times 12)$, $(1\times 3\times 8)$, $(1\times 4\times 6)$, $(2\times 3\times 4)$, $(2\times 6\times 2)$

۶۷. گزینه‌ی (ب) عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع رقم‌های آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد. در این سؤال مجموع رقم‌های (۳,۵,۷)، ۱۵ می‌شود که با آن‌ها می‌شود $3\times 2\times 1=6$ عدد مختلف ساخت از طرفی مجموع رقم‌های (صفر,۵,۷) نیز ۱۲ می‌شود که بر ۳ بخش‌پذیر است و با آن‌ها ۴ عدد می‌توان ساخت. پس در مجموع $6+4=10$ عدد می‌توان ساخت.

۶۸. گزینه‌ی (الف) طبق اصلِ ضرب، تعدادِ رمزهای ۴ رقمی، $10\times 10\times 10\times 10=10000$ است.

در نتیجه: $10000\times 5=50000$ ثانیه $\rightarrow 50000\div 3600=13/88\simeq 14$ ساعت

۶۹. گزینه‌ی (ج)

نکته‌ی ۶: تعداد دست دادن‌ها در یک گروه، مانندِ تعدادِ پاره‌خط‌ها با چند نقطه می‌باشد. یعنی اگر n نفـر بـا هـم دست داده باشند، تعداد عمل دست دادن از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید: $\frac{n\times(n-۱)}{۲}$

برعکس عمل می‌کنیم:

$$۲۸\times۲=۵۶ \xrightarrow{\text{می دانیم}} ۸\times۷=۵۶ \rightarrow \boxed{n=۸}$$

۷۰. گزینه‌ی (د) یکان باید عددی زوج باشد (۵ حالت)، دو رقم دیگر یا باید هر دو فرد باشند (۲۵ حالت) یا باید هـر دو زوج باشند (۲۰ حالت) بنابراین عدد ۲ رقمی سمت چپ را می‌توان به ۴۵ حالت نوشت و یکان را به ۵ حالت. طبق اصل ضرب:

کل حالات $۴۵\times۵=۲۲۵$

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

۷۱. گزینه‌ی (الف) ابتدا به کمک جدول نظام‌دار، همه‌ی حالت‌هایی که مجموع سن دو نفر ۲۰ مـی‌شـود را نوشـته و حالـت‌هـای نامطلوب را حذف می‌کنیم تا به جواب برسیم:

عدد اول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
عدد دوم	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰
حاصل‌ضرب	۱۹	۳۶	۵۱	۶۴	۷۵	۸۴	۹۱	۹۶	۹۹	۱۰۰

در نتیجه اختلاف آن‌ها: $۱۲-۸=۴$ سال می‌شود.

۷۲. گزینه‌ی (ب) ابتدا به کمک جدول نظام‌دار، همه‌ی حالت‌هایی که ضرب دو عدد طبیعی، ۳۰ می‌شود را نوشته و حالـت‌هـای نامطلوب را حذف می‌کنیم تا به جواب برسیم:

عدد اول	۱	۲	۳	۵
عدد دوم	۳۰	۱۵	۱۰	۶
تفاضل	۲۹	۱۳	۷	۱

$\rightarrow ۳+۱۰=۱۳$

۷۳. گزینه‌ی (د)

عدد اول	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۴	۱	۱	۱
عدد دوم	۲	۳	۳	۴	۴	۵	۷	۳	۴	۶
عدد سوم	۱۰	۸	۷	۶	۵	۷	۲	۹	۸	۶
حاصل‌ضرب	۲۰	۴۸	۶۳	۷۲	۸۰	۳۵	۵۶	۲۷	۳۲	۳۲

$\rightarrow ۶-۳=۳$

توجه: غیر از حالات نوشته شده، حالت‌های دیگری هم وجود دارد.

۷۴. گزینه‌ی (ج) ابتدا همه‌ی حالت‌های ممکن را با جدول نظام‌دار می‌نویسیم و سپس جواب را پیدا می‌کنیم:

طول	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
عرض	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

مساحت مستطیل $\Rightarrow ۱۲\times۶=۷۲$ سانتی‌متر مربع

۷۵. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۷: اگر a تعداد سکه‌های اولیه باشد، آن‌گاه حداقل با n بار وزن کردن توسط ترازوی دو کفه‌ای می‌توان سکه‌ی تقلبی را یافت که n از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید:
$$\underbrace{۳\times۳\times\cdots\times۳}_{\text{n-۱ بار}} < a \leq \underbrace{۳\times۳\times\cdots\times۳}_{\text{n بار}}$$

۸۰ سکه را بار اول به دو دسته‌ی ۲۷ تایی و یک دسته‌ی ۲۶ تایی تقسیم می‌کنیم. با یک‌بار وزن کردن می‌توان دسته‌ای را که شامل سکه‌ی تقلبی است مشخص کرد. بار اول دو دسته‌ی ۲۷ تایی را روی دو کفه می‌گذاریم. اگر با هم مساوی شوند، سکه‌ی تقلبی در دسته‌ی ۲۶ تایی است که در این صورت ۲۶ تا را به دو دسته‌ی ۹ تایی و یک دسته‌ی ۸ تایی تقسیم می‌کنیم. اگر ۲ دسته‌ی ۹ تایی با هم مساوی شوند، سکه‌ی تقلبی در دسته‌ی ۸ تایی است که آن را به دو دسته‌ی ۳ تایی و یک دسته‌ی ۲ تایی تقسیم می‌کنیم.

اگر دو دسته‌ی ۳ تایی باهم برابر شدند، سکه‌ی تقلبی در دسته‌ی ۲ تایی است که به‌راحتی با وزن‌کردن مشخص می‌شود و اگر سکه‌ی تقلبی در یکی از دسته‌های ۳ تایی باشد، با یک‌بار وزن کردن می‌توان سکه‌ی تقلبی را پیدا کرد. در نتیجه در کُل با حداقل ۴ بار وزن کردن می‌توان سکه‌ی تقلبی را یافت.

$$۲۷ = ۳\times۳\times۳ < ۸۰ \leq \underbrace{۳\times۳\times۳\times۳}_{\text{۴ بار}} = ۸۱$$

۷۶. گزینه‌ی (الف) طبق نکته‌ی (۷) داریم:

$$۷۲۹ = ۳\times۳\times۳\times۳\times۳\times۳ < ۱۳۸۶ \leq \underbrace{۳\times۳\times۳\times۳\times۳\times۳\times۳}_{\text{۷ بار}} = ۲۱۸۷$$

۷۷. گزینه‌ی (ج)

نکته‌ی ۸: اگر تعداد کلِ اعدادِ مورد بحث را a درنظر بگیریم، با جواب بله یا خیر، با طرح n سؤال می‌توان عددِ مفروض (فرض شده) را به دست آورد که n از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید:
$$\underbrace{۲\times۲\times\cdots\times۲}_{\text{n-۱ تا}} < a \leq \underbrace{۲\times۲\times\cdots\times۲}_{\text{n تا}}$$

روش اول: هر رمز سه رقمی را، یک عدد فرض می‌کنیم. به طور مثال ۴ = (۰۰۴) یا ۶۷ = (۰۶۷) بنابراین دنبالِ عددی سه رقمی از صفر (۰۰۰) تا ۹۹۹ می‌گردیم. به طور مثال در بداقبال‌ترین شرایط داریم:

سؤال **۱**: آیا رمز مورد نظر فرد است؟ خیر

سؤال **۲**: از ۵۰۰ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۳**: از ۲۵۰ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۴**: از ۱۲۵ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۵**: از ۶۲ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۶**: از ۳۱ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۷**: از ۱۵ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۸**: از ۷ بیش‌تر است؟ خیر

سؤال **۹**: از ۳ بیش‌تر است؟ خیر

یعنی یا عدد مورد نظر ۰۰۲ یا ۰۰۰ است.

سؤال **۱۰**: رمز ۰۰۲ است؟ خیر

پس نتیجه می‌گیریم رمز (۰۰۰) است.

روش دوم: استفاده از نکته‌ی (۸):

$$۵۱۲ = \underbrace{۲\times۲\times۲\times\cdots\times۲}_{\text{۹ تا}} < \underset{\text{تعداد رمزهای ۳ رقمی}}{\underset{\downarrow}{۱۰۰۰}} \leq \underbrace{۲\times۲\times۲\times\cdots\times۲}_{\text{۱۰ تا}} = ۱۰۲۴$$

۷۸. گزینه‌ی (ب)

نکته‌ی ۹: سری حسابی یا تصاعد عددی: هرگاه اعدادی داشته باشیم که با اضافه شدن مقداری ثابت به عددِ قبلی به دست آیند، برای محاسبه‌ی تعداد و مجموع آن‌ها، از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{عدد آخر} - \text{عدد اول}}{\text{فاصله‌ی دو عدد پشت سر هم}} + ۱$$

به طور مثال تعدادِ اعداد $۵,۱۰,۱۵,۲۰,...,۹۹۵$ برابر است با: $\frac{۹۰۵-۵}{۵}+۱=۱۹۸+۱=۱۹۹$

$$\text{مجموع} = \frac{(\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}) \times \text{تعداد}}{۲}$$

نکته‌ی ۱۰: تعداد مضرب‌های طبیعیِ عدد a از عدد ۱ تا عددِ n، برابراست‌با خارج‌قسمتِ طبیعی تقسیمِ عدد n بر a.

ابتدا تعدادِ مضرب‌های طبیعی عدد ۵ کم‌تر از ۱۰۰۰ یا کم‌تر یا مساوی ۹۹۹ را پیدا می‌کنیم:

۹۹۹ | ۵ — تعداد مضرب‌ها ۱۹۹

طبق نکته‌ی (۸) داریم:

$$۱۲۸ = \underbrace{۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲}_{\text{۷ تا}} < ۱۹۹ \le \underbrace{۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲}_{\text{۸ تا}} = ۲۵۶$$

بنابراین، حداقل ۸ سؤال لازم است.

۷۹. گزینه‌ی (ب) عدد روی هر تاس با ۳ سؤال مشخص می‌شود، بنابراین $۳+۳+۳=۹$ سؤال لازم است.

۸۰. گزینه‌ی (د) عدد روی تاس با ۳ سؤال مشخص می‌شود و اگر ۳۲ حرف الفبای فارسی را به دو دسته‌ی ۱۶ تایی تقسیم کنیم، می‌توان با سؤال‌هایی از قبیل: «آیا حرف مورد نظر عضوِ ۱۶ تای اول است؟» و...

با طرح ۵ سؤال آن را مشخص کرد. بنابراین در مجموع با $۵+۳=۸$ سؤال می‌توان آن‌ها را مشخص کرد.

۸۱. گزینه‌ی (د) **روش اول:** اگر درون دایره، به ترتیب گزینه‌های (الف)، (ب) و (ج) را قرار دهید، تساوی برقرار نمی‌شود، بنابراین جواب، عدد ۲۱۶ خواهد بود.

روش دوم: در بین گزینه‌ها، فقط عدد ۲۱۶ به همه‌ی مخرج‌ها تقسیم می‌شود.

راهبرد الگویابی

۸۲. گزینه‌ی (ب)

$$۱ \xrightarrow{+۰/۵} ۱/۵ \xrightarrow{+۰/۲۵} ۱/۷۵ \xrightarrow{+۰/۱۲۵} ۱/۸۷۵$$

۸۳. گزینه‌ی (الف) دو جمله‌ی قبل با هم جمع می‌شوند تا جمله‌ی بعدی به دست آید. (دنباله‌ی فیبوناتچی)

۸۴. گزینه‌ی (ج)

$$۳۰ \xrightarrow{-۲} ۲۸ \xrightarrow{-۴} ۲۴ \xrightarrow{-۶} ۱۸ \xrightarrow{-۸} ۱۰$$

۸۵. گزینه‌ی (ج) از عدد دوم به بعد، هر عدد برابر است با سه برابرِ عدد قبل منهای یک.

$(۳\times۳)-۱=۸$

$(۳\times۸)-۱=۲۳ \quad , \quad (۳\times۲۳)-۱=۶۸ \quad , \quad (۳\times۶۸)-۱=\boxed{۲۰۳}$

۸۶. گزینه‌ی (د) $۱\div۲=۰/۵\rightarrow۱+۰/۵=۱/۵\;,\;۱/۵\div۲=۰/۷۵\rightarrow۱/۵+۰/۷۵=۲/۲۵$

$\rightarrow۲/۲۵\div۲=۱/۱۲۵\rightarrow۲/۲۵+۱/۱۲۵=۳/۳۷۵\rightarrow۳/۳۷۵\div۲=۱/۶۸۷۵\rightarrow۳/۳۷۵+۱/۶۸۷۵=۵/۰۶۲۵$

۸۷. گزینه‌ی (ب) $۷۷\rightarrow۷\times۷=۴۹\rightarrow۴\times۹=۳۶\rightarrow۳\times۶=۱۸\rightarrow۱\times۸=۸$

۸۸. گزینه‌ی (ب) اختلاف دو عدد را نصف کرده و از عدد کوچک‌تر کم می‌کنیم.

$-۲۴\div۲=-۱۲\quad -۱۲\quad -۶\quad -۳$

$۶۴\;,\;۴۰\;,\;۲۸\;,\;۲۲\;,\;۱۹\;,\;...$

۸۹. گزینه‌ی (د) $۱\times۱\times۱=۱\;,\;۲\times۲\times۲=۸\;,\;۳\times۳\times۳=۲۷\;,\;...\;,\;۱۰\times۱۰\times۱۰=۱۰۰۰$

۹۰. گزینه‌ی (ج) اگر جمع اعداد ۱ تا ۹ را به دست آوریم، ۴۵ می‌شود. یعنی تعداد ۴۵ عدد نوشته‌ایم تا به عدد ۱۰ برسیم. حال ۱۰ تا ۱۰ می‌نویسیم، یعنی از جمله‌ی چهل و ششم تا جمله‌ی پنجاه و پنجم، عدد ۱۰ را نوشته‌ایم. بنابراین جمله‌ی پنجاه و ششم، عدد ۱۱ است.

۹۱. گزینه‌ی (الف) $۱\times۲=۲\;,\;۲\times۳=۶\;,\;۳\times۴=۱۲\;,\;۴\times۵=۲۰\;,\;۵\times۶=۳۰\;,\;۶\times۷=۴۲\;,\;۷\times۸=۵۶$

$\rightarrow۵۶-۳۰=۲۶$

۹۲. گزینه‌ی (ب) $(۱\times۱\times۱)-۱=۰\;,\;(۲\times۲\times۲)-۱=۷\;,\;(۳\times۳\times۳)-۱=۲۶$

$\rightarrow(۱۰\times۱۰\times۱۰)-۱=۱۰۰۰-۱=۹۹۹$

۹۳. گزینه‌ی (ه) با نوشتن چند جمله از این دنباله، می‌بینیم اعداد، ۶ تا ۶ تا تکرار می‌شوند:

$۳,۴,\frac{۴}{۳},\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۴},\frac{۳}{۴},۳,۴,...$

پس جمله‌های سی و دوم و هفتاد و دوم را به روش زیر به دست آورده و از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۳۲ & ۶ \\ \hline -۳۰ & ۵ \\ ۲ & \end{array}\quad \xrightarrow{\text{دومین رقم}} ۴$$

$$\begin{array}{r|l} ۷۲ & ۶ \\ \hline -۷۲ & ۱۲ \\ ۰ & \end{array}\quad \xrightarrow{\text{ششمین رقم}} \frac{۳}{۴}$$

اختلاف $\Rightarrow ۴-\frac{۳}{۴}=\frac{۱۳}{۴}$

۹۴. گزینه‌ی (الف)

مربع اول: $۴=(۱\times۲)+(۱\times۲)$ ، مربع دوم: $۱۲=(۲\times۳)+(۲\times۳)$

مربع سوم: $۲۴=(۳\times۴)+(۳\times۴)$ ، ... ، مربع سی‌ام: $۱۸۶۰=(۳۰\times۳۱)+(۳۰\times۳۱)$

مربع سی و یکم: $۱۹۸۴=(۳۱\times۳۲)+(۳۱\times۳۲)$ اختلاف $\rightarrow۱۹۸۴-۱۸۶۰=۱۲۴$

۹۵. گزینه‌ی (ب)

$+۶\quad +۶\quad +۶$

$۴\;,\;۱۰\;,\;۱۶\;,\;...$

شکل اول، شکل دوم، شکل سوم، شکل صدم

چوب کبریت $(۰\times۶)+۴\;,\;(۱\times۶)+۴\;,\;(۲\times۶)+۴,\;...\;,\;(۹۹\times۶)+۴=۵۹۸$

۹۶. گزینه‌ی (ب) با اضافه شدن هر ۶ چوب کبریت به شکل قبلی‌اش، دو مربع جدید به شکل اضافه می‌شود. اگر ۴ چوب کبریت اول را که تشکیل یک مربع می‌دهند، در ابتدا کنار بگذاریم، داریم:

$$۵۰۰-۴=۴۹۶\rightarrow\begin{array}{r|l} ۴۹۶ & ۶ \\ \hline -۴۹۲ & ۸۲ \\ ۴ & \end{array}\rightarrow ۸۲\times۲=۱۶۴ \text{ مربع}$$

۴ تا چوب کبریت اضافه می‌آید که چون از ۶ کوچک‌تر است، استفاده نمی‌شوند.

و اگر مربع اول را که کنار گذاشته بودیم به آن اضافه کنیم می‌شود: مربع $۱۶۴+۱=۱۶۵$