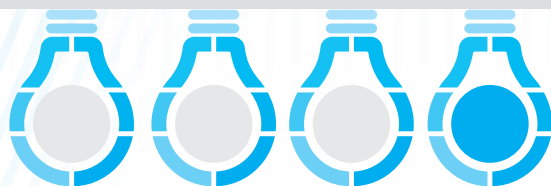




# بخش اول

آزمون‌های موضوعی





## فصل اول: مربع وفقی



## درسنامه

داخل یک مربع  $3 \times 3$ ، اعداد ۱ تا ۹ را طوری قرار می‌دهیم که مجموع اعداد در سطرها، ستون‌ها و قطرهای مقاداری ثابت باشد. نکات زیر در مورد این مربع برقرار است:

۸	۳	۴	$\frac{1+9}{2} = 5$
۱	۵	۹	
۶	۷	۲	

۱. میانگین اعداد ۱ تا ۹ برابر عدد ۵ می‌شود که این عدد دقیقاً در مربع وسط قرار می‌گیرد.

۲. مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرهای، سه برابر میانگین است (چون ضلع مربع ۳ تایی است).

مجموع اعداد در سطر و ستون و قطر:  $3 \times 5 = 15$

**نکته:** قدیمی‌ها اعتقاد داشتند، مربع جادویی واقعاً خاصیت جادویی و طلسم‌شکنی دارد و از آن در دفع بیماری‌ها و درمان سحر و جادو و ... استفاده می‌کردند.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. اعداد ۱ تا ۲۵ را در یک مربع  $5 \times 5$  قرار می‌دهیم. عددی که در مربع وسطی قرار می‌گیرد، چند است؟

- ۱ (۴)                      ۲۵ (۳)                      ۱۳ (۲)                      ۱۲ (۱)

۲. اعداد ۱۱ تا ۱۹ را طوری در مربع مقابل قرار می‌دهیم که مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرهای یکی باشد. در این صورت مجموع اعداد بخش رنگی کدام است؟


- ۴۵ (۲)                      ۶۰ (۱)  
۳۰ (۴)                      ۷۵ (۳)

۳. مربع مقابل یک مربع وفقی (جادویی) است که فقط چند عدد آن مشخص شده است. عدد \* چه عددی است؟

	*	۱۷
۱۳		
۱۱		

- ۷ (۲)                      ۵ (۱)  
۶ (۴)                      ۹ (۳)

۴. اگر جدول مقابل را کامل کنیم به طوری که مجموع اعداد در سطرها و ستون‌ها و قطرهای یکی باشد، کدام عدد در جدول به کار نمی‌رود؟

		۶
	۷	
۸		۴

- ۱۲ (۲)                      ۱۱ (۱)  
۵ (۴)                      ۳ (۳)

۵. در جدول روبه‌رو اعداد به شکلی نوشته شده است که مجموع اعداد در هر ستون، هر قطر و هر سطر این مربع با هم مساوی‌اند. متأسفانه تمام این عددها به جز ۴ عددی که در شکل نشان داده‌ایم، پاک شده‌اند. در خانه‌ای که با علامت \* مشخص شده است، چه عددی قرار داشته است؟

*	۱۰	۱۲
۶	۱۴	

- (۱) ۲۲  
(۲) ۱۸  
(۳) ۲۰  
(۴) ۲۴

۶. در مربع  $3 \times 3$  مقابل، اعداد صحیح را طوری قرار داده‌ایم که مجموع اعداد در هر ۳ سطر و هر ستون و هر دو قطر برابرند. با توجه به اعداد داده‌شده، مجموع اعداد در هر سطر چقدر است؟

	۱۴	۵
۱۳		

- (۱) ۱۸  
(۲) ۲۱  
(۳) ۲۴  
(۴) ۲۷

۷. اعداد ۱ تا ۲۵ را در یک مربع قرار می‌دهیم به طوری که مجموع اعداد در هر ستون و قطر عددی یکسان باشد. در این صورت مجموع اعداد بخش رنگی چقدر است؟


- (۱) ۱۳۰  
(۲) ۱۴۳  
(۳) ۱۱۷  
(۴) ۱۱۳

۸. مربع وقتی مرتبه زوج کمی با مربع وقتی مرتبه فرد تفاوت دارد. شکل مقابل، یک مربع  $4 \times 4$  است که اعداد ۱ تا ۱۶ را در آن قرار داده‌ایم. به جای (؟)، چه عددی باید قرار دهیم؟

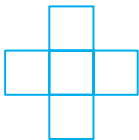
۱	۱۵	؟	۴
۱۲		○	
	۱۰	۱۱	
*		۲	

- (۱) ۱۳  
(۲) ۱۴  
(۳) ۱۶  
(۴) ۵

۹. در سؤال قبلی، عدد ○ چند است؟

- (۱) ۷  
(۲) ۵  
(۳) ۱۳  
(۴) ۳

۱۰. می‌خواهیم اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۷ را در پنج خانه شکل مقابل طوری قرار دهیم که مجموع سه عدد افقی با مجموع سه عدد عمودی، یکسان باشد. کدام عددها می‌توانند در خانه وسطی قرار گیرند؟



- (۱) ۳ و ۷  
(۲) ۳ و ۵  
(۳) ۴ و ۷  
(۴) ۴ و ۵

۱۱. در جدول مقابل اگر جای دو عدد را با هم عوض کنیم، حاصل جمع سه سطر افقی برابر می‌شود. آن دو عدد کدام است؟

۱۶	۸	۲۲
۲۳	۴	۱۲
۱۱	۲۷	۱۵

- (۱) ۲۲ و ۴  
(۲) ۱۶ و ۴  
(۳) ۱۱ و ۴  
(۴) ۱۲ و ۱۵

۱۲. در مربع جادویی مقابل، مجموع همه اعداد سطرها و ستون‌ها و قطرهای برابرند. مقادیر □ و △ به ترتیب چقدر است؟

(المپیاد ریاضی)

□		۷	۱۲
	۴	۹	
	۵	۱۶	
۸	۱۱		△

- (۱) ۱ و ۱۳  
(۲) ۵ و ۹  
(۳) ۱ و ۱۱  
(۴) ۴ و ۱۳





۱۳. در جدول  $4 \times 4$  زیر، اگر جای دو خانه را عوض کنیم، تبدیل به مربع جادویی مرتبه زوج می‌شود. مجموع این دو عدد کدام است؟

۷	۱۲	۱۵	۲
۱۴	۱	۸	۱۱
۴	۱۳	۱۰	۵
۹	۶	۳	۱۶

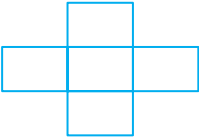
۳۲ (۲)

۳۸ (۱)

۲۴ (۴)

۲۸ (۳)

۱۴. اعداد ۲۰۱۴، ۲۰۱۵، ۲۰۱۶، ۲۰۱۷ و ۲۰۱۸ را در جدول طوری قرار می‌دهیم که مجموع اعداد سطر با مجموع اعداد ستون برابر باشد، در این حالت، حداکثر مجموع اعداد سطر کدام است؟



۶۰۴۹ (۲)

۶۰۴۸ (۱)

۶۰۵۰ (۴)

۶۰۴۷ (۳)

۱۵. اعداد ۱ و ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۴ و ۴ و ۶ و ۸ را طوری در جدول مقابل قرار داده‌ایم که حاصل ضرب هر سطر یا ستون برابر باشند، مجموع دو عدد بخش رنگی چند است؟

۱		
	۲	
		۱

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

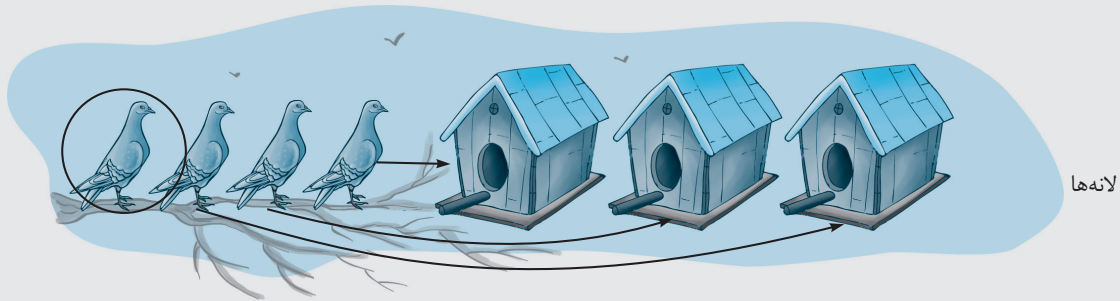
۸ (۴)

۱۰ (۳)

# درسنامه

این اصل در کتاب‌های دبیرستان مطرح شده و بخشی از درس‌های پایه‌های بالاتر است ولی ... ولی چون جای طرح سؤالات خلاقیتی دارد و تدریس آن بسیار ساده است (گرچه سؤالات خوبی قابل طرح است) در پایه‌های پایین‌تر به‌عنوان بخشی از هوش و خلاقیت مطرح می‌شود. گویا اعتقاد دارند بچه‌های خلاق نیازی ندارند که این بخش به آنان تدریس شود و باید بدون گرفتن درس خاصی، سؤالات این بخش را با خلاقیت و فکر خود حل کنند!!

● اگر ۴ کبوتر و فقط ۳ لانه داشته باشیم، با اطمینان می‌گوییم حداقل یک لانه هست که شامل بیش از یک کبوتر باشد!



همان‌طور که می‌بینید، در بدترین حالت که هر کبوتر به یک لانه برود، کبوتر چهارم مجبور است وارد لانهٔ یک کبوتر دیگر شود!

مثال: از یک کلاس ۳۰ نفره، چند نفر را انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۲ نفر ماه تولد یکسان دارند؟

پاسخ:

اگر ۱۲ نفر را انتخاب کنیم، امکان دارد هر کس در یک ماه متفاوت از بقیه متولد شده باشد ولی با انتخاب ۱۳ نفر، صد در صد مطمئن می‌شویم حداقل ۲ نفر ماه تولد یکسان دارند.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. چند نفر از دانش‌آموزان یک مدرسه را انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که بین آن‌ها حتماً حداقل دو نفر در یک روز هفته متولد شدند؟

۱۴ (۴) نفر

۱۳ (۳) نفر

۸ (۲) نفر

۷ (۱) نفر

۲. در گروهی از میهمانان هر ۵ نفر دلخواه را که انتخاب کنیم، حداکثر ۳ نفر عینک دارند. اگر ۱۹ نفر میهمان داشته باشیم، چند نفر بدون عینک هستند؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)





۳. در کیسه‌ای ۶ مهره قرمز، ۹ مهره سفید و ۴ مهره سبز وجود دارد. بدون دیدن مهره‌ها حداقل باید چند مهره را خارج کنیم تا مطمئن باشیم یک مهره قرمز برداشته‌ایم؟

۶ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

۴. در جعبه کارت‌های بازی، ۴ رنگ متفاوت وجود دارد؛ ۱۱ کارت آبی، ۳ کارت قرمز، ۵ کارت سبز و ۲ کارت زرد. در تاریکی بدون دیدن کارت‌ها، حداقل چند کارت برداریم تا مطمئن شویم ۴ کارت هم‌رنگ برداشته‌ایم؟

۱۲ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۴ (۳)      ۱۵ (۴)

۵. در اتاقی ۶ توپ هندبال و ۱۳ توپ بسکتبال و ۵ توپ فوتسال وجود دارد. در تاریکی وارد اتاق شده‌ایم. حس لامسه هم نداریم! (شاید هم توپ‌های ورزش‌های مختلف را نمی‌شناسیم!) حداقل چند توپ برداریم تا مطمئن شویم برای هر سه ورزش، توپ برداشته‌ایم؟

۲۱ (۱)      ۱۱ (۲)      ۲۰ (۳)      ۱۲ (۴)

۶. در کیسه جوراب‌های سارا فقط ۲ رنگ جوراب وجود دارد؛ ۱۰ لنگه سیاه و ۱۰ لنگه سفید. لنگه‌های راست و چپ نیز یکسان هستند. اگر سارا یک جفت جوراب هم‌رنگ بخواهد، حداقل باید چند لنگه جوراب خارج کند؟

۱۱ (۱)      ۲۱ (۲)      ۶ (۳)      ۳ (۴)

۷. جوراب‌های آرش فقط در دو رنگ است؛ ۱۰ جفت جوراب سفید (یعنی ۲۰ لنگه) و ۱۰ جفت جوراب سیاه (این‌ها هم ۲۰ لنگه). ولی لنگه راست و چپ جوراب‌های آرش متفاوت است.

آرش یک جفت جوراب هم‌رنگ می‌خواهد، چند لنگه بردارد؟

۳ (۱)      ۱۱ (۲)      ۲۱ (۳)      ۳۱ (۴)

۸. در سبدی ۶ شلیل، ۹ آلو و ۷ هلو وجود دارد. حداکثر چند میوه برداریم (بدون دیدن آن‌ها) که مطمئن شویم از هر میوه، حداقل یکی داخل سبد مانده است؟

۳ (۱)      ۵ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۷ (۴)

۹. در جعبه‌ای ۶ پرتقال، ۴ نارنگی و ۷ لیموشیرین وجود دارد. می‌خواهیم ۳ پرتقال یا ۲ نارنگی یا ۴ لیموشیرین داشته باشیم. حداقل چند میوه برداریم؟

۶ (۱)      ۱۱ (۲)      ۷ (۳)      ۱۰ (۴)

۱۰. در نشست سران ۳۰ کشور اروپایی و آمریکایی، می‌دانیم از هر ۵ نفری که به تصادف انتخاب شوند، حداقل ۳ نفر دروغگو هستند. حداکثر چند نفر از ۳۰ نفر راستگو هستند؟

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۱۲ (۴)

۱۱. از بین اعداد ۱ تا ۱۰ حداقل چند عدد را (به‌طور تصادفی) در هم ضرب کنیم، تا حاصل ضرب بر عدد ۳ بخش پذیر باشد؟

(۱) سه عدد      (۲) چهار عدد  
(۳) پنج عدد      (۴) هشت عدد

۱۲. در جمع دانش آموزان یک مدرسه می‌خواهیم تعدادی را به تصادف انتخاب کنیم و مطمئن باشیم در بین نفرات انتخاب شده، حداقل ۳ نفر ماه تولد یکسان دارند. حداقل باید چند نفر را انتخاب کنیم؟

۱۴ (۱)      ۱۵ (۲)      ۲۵ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۳. در کیسه‌ای ۱۲ لنگه جوراب یکسان شامل ۲ تا مشکی و ۴ تا سفید و بقیه سرمه‌ای داریم. دست کم چند لنگه جوراب باید با چشمان بسته از کیسه بیرون کشید تا حتماً یک جفت جوراب سرمه‌ای در کیسه پیدا شود؟

۸ (۱)      ۷ (۲)      ۵ (۳)      ۴ (۴)

۱۴. در جعبه‌ای ۱۰۰ گلوله ریخته شده است. هر یک از گلوله‌ها یا سفید است یا سیاه. اگر دست کم یکی از گلوله‌ها سفید باشد و از هر دو گلوله‌ای که انتخاب شوند، دست کم یکی سیاه باشد، چند تا گلوله سفید و چند تا سیاه هستند؟

(۱) ۵۰ سفید - ۵۰ سیاه      (۲) ۵۱ سفید - ۴۹ سیاه  
(۳) ۹۹ سفید - ۱ سیاه      (۴) ۹۹ سیاه - ۱ سفید

۱۵. در کیسه‌ای ۸ توپ قرمز، ۱۱ توپ سبز و ۶ توپ سفید وجود دارد. اگر با چشمان بسته بخواهیم تعدادی توپ را از کیسه خارج کنیم، دست کم چند توپ برداریم تا مطمئن شویم دو توپ ناهم‌رنگ برداشته‌ایم؟

۹ (۱)      ۷ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۳ (۴)





## فصل سوم: شمارش شکل‌ها



### دردار درسنامه

برای شمردن تعداد مربع‌ها، ابتدا مربع‌های  $1 \times 1$  را می‌شماریم، سپس مربع‌ها به ضلع ۲، سپس به ضلع ۳ و ...

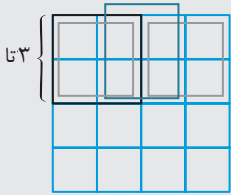
اگر شکل اصلی مربع باشد، مثلاً در یک مربع  $4 \times 4$

مربع‌های به ضلع ۱: ۴ ردیف هستند که در هر ردیف ۴ تا وجود دارد، پس تعداد کل برابر است با:  $4 \times 4$

مربع‌های به ضلع ۲: ۳ ردیف ۳ تایی که می‌شود  $3 \times 3$

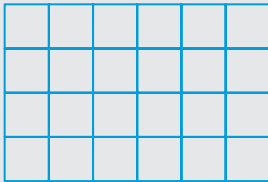
مربع‌های به ضلع ۳: ۲ ردیف ۲ تایی که می‌شود  $2 \times 2$

مربع‌های به ضلع ۴: ۱ ردیف یکی که می‌شود  $1 \times 1$



$$\text{جمع کل} = 4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 30$$

اگر شکل اصلی مستطیل باشد، مشابه فوق عمل می‌کنیم و به رابطه زیر می‌رسیم (در یک مستطیل  $4 \times 6$ ):



$$(4 \times 6) + (3 \times 5) + (2 \times 4) + (1 \times 3) =$$

$$24 + 15 + 8 + 3 = 50$$

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای



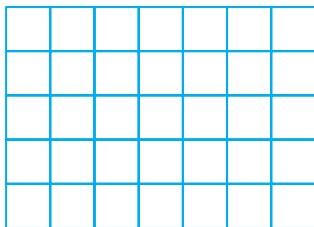
۱. در شکل مقابل چند مربع  $2 \times 2$  می‌توان شمرد؟

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

۲۶ (۴)

۳۰ (۳)



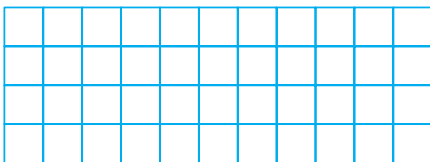
۲. در شکل روبه‌رو چند مربع در اندازه‌های مختلف می‌توان شمرد؟

۹۵ (۲)

۱۰۰ (۱)

۹۱ (۴)

۹۰ (۳)



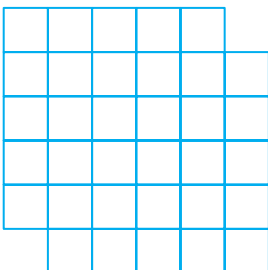
۳. در شکل مقابل چند مربع می‌توان شمرد؟

۸۹ (۱)

۹۰ (۲)

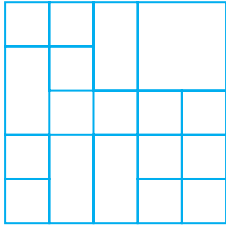
۸۱ (۳)

۸۰ (۴)





۴. بدون اینکه خطوط اضافه‌ای رسم کنیم، تعداد مربع‌ها را می‌شماریم. کدام گزینه مقدار درست را نشان می‌دهد؟



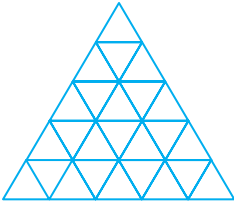
۲۴ (۱)

۲۵ (۲)

۲۶ (۳)

۲۷ (۴)

۵. تعداد مثلث‌های شکل مقابل چندتاست؟



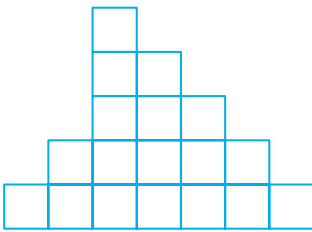
۳۹ (۲)

۳۵ (۱)

۴۸ (۴)

۵۰ (۳)

۶. تعداد مربع‌ها در شکل زیر چندتاست؟



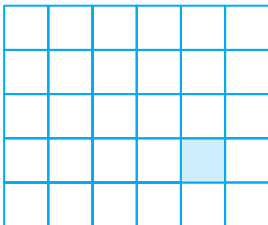
۲۶ (۱)

۲۵ (۲)

۲۴ (۳)

۲۲ (۴)

۷. در شکل مقابل چند مربع می‌توان شمرد که شامل بخش رنگی باشد؟



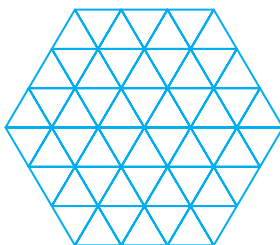
۷ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۸. در شکل روبه‌رو چندتا ۶ ضلعی منتظم می‌توان شمرد؟



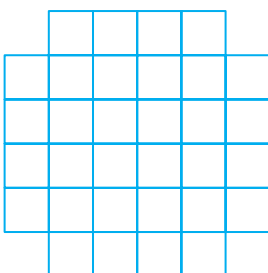
۱۹ (۱)

۲۵ (۲)

۲۶ (۳)

۲۷ (۴)

۹. در شکل روبه‌رو چند مربع قابل شمردن است؟



۹۱ (۱)

۷۱ (۲)

۷۰ (۳)

۶۴ (۴)





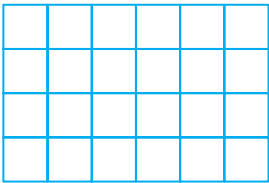
(مشابه تیزهوشان)



۱۰. در شکل روبه‌رو چند مستطیل قابل شمردن است؟

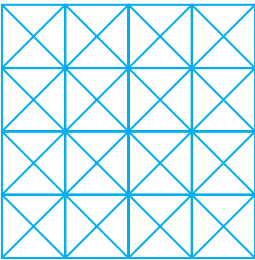
- ۶ (۱)
- ۷ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۱۱. در شکل روبه‌رو، چند مستطیل  $2 \times 1$  قابل شمردن است؟



- ۳۸ (۱)
- ۳۹ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۴۱ (۴)

۱۲. در شکل روبه‌رو، خط‌های اریب را نیز رسم کرده‌ایم. در اینجا چند مربع می‌توان شمرد؟



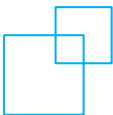
- ۶۹ (۱)
- ۷۲ (۲)
- ۷۴ (۳)
- ۷۵ (۴)

۱۳. در یک نوار افقی که با ۱۰ مربع هم‌اندازه ساخته شده است، به‌طور کلی چند مستطیل می‌توان شمرد؟ (هر مربع نیز نوعی مستطیل است.)



- ۲۴ (۱)
- ۳۵ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۵۵ (۴)

۱۴. با رسم ۲ مربع می‌توان تعداد بیشتری مربع نمایش داد (در شکل مقابل ۳ مربع نشان داده‌ایم). در این صورت با رسم ۳ مربع در اندازه‌های متفاوت حداکثر چند مربع می‌توان نشان داد؟



- ۴ (۱)
- ۶ (۳)
- ۵ (۲)
- ۸ (۴)

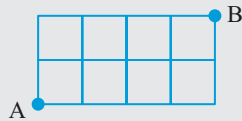
۱۵. در یک صفحه شطرنجی، چند مربع وجود دارد که مساحت بخش سفید با مساحت بخش سیاه برابر باشد؟

- ۸۱ (۱)
- ۷۲ (۳)
- ۸۴ (۲)
- ۱۰۲ (۴)

## درسنامه

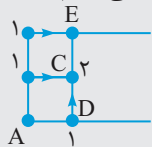
یکی از مسائل مهم، محاسبهٔ تعداد حالت‌های رسیدن از یک نقطه به نقطهٔ دیگر است. به‌طور کلی نمونه‌ای از این مسائل در المپیادهای کامپیوتر و ریاضی در مقاطع بالاتر مطرح می‌شود ولی انواعی از آن‌ها وجود دارد که با کمی خلاقیت قابل حل هستند و روش فرمولی و محاسباتی پیچیده ندارند. در این بخش، نمونه‌های خلاقانه و هوشمندانه‌ای از این تیپ پرسش‌ها را آورده‌ایم. مهم‌ترین آن‌ها نمونهٔ زیر است:

**مثال:** می‌خواهیم با حرکت از روی اضلاع در شکل زیر، از نقطهٔ A به B برسیم، به‌طوری‌که از کوتاه‌ترین مسیر حرکت کنیم. این

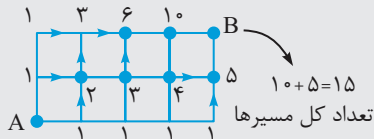


کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

**حل:** کوتاه‌ترین مسیر یعنی آنکه فقط در جهت راست و بالا حرکت کنیم. تعداد مسیرهای رسیدن به هر نقطه را مشخص می‌کنیم. مثلاً برای رسیدن به D یک راه و برای رسیدن به C دو راه وجود دارد.



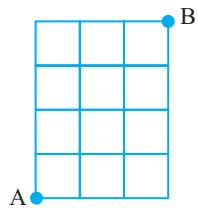
چون از E نمی‌توان به C رفت (از ابتدا گفتیم جهت حرکت به راست و بالا باشد) برای رسیدن به E نیز ۳ راه وجود دارد:  $2 + 1 = 3$  و...



و شکل به این ترتیب کامل می‌شود:

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. در شکل مقابل می‌خواهیم از روی خطوط حرکت کنیم و از A به B برویم. اگر فقط مجاز به حرکت در جهت بالا و راست باشیم، چند روش وجود دارد؟



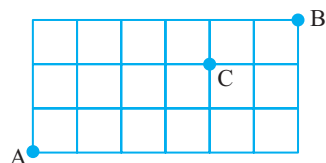
۴۵ (۲)

۳۵ (۱)

۳۰ (۴)

۳۲ (۳)

۲. در شکل روبه‌رو به چند روش می‌توان از A به B رفت به شرطی که از نقطهٔ C بگذریم و از کوتاه‌ترین مسیر استفاده کنیم؟



۳۵ (۱)

۴۰ (۲)

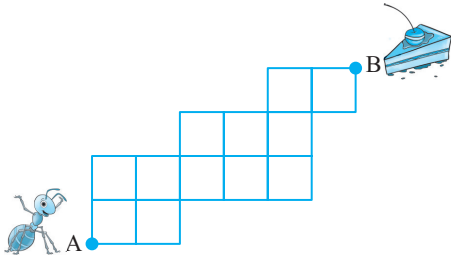
۴۵ (۳)

۵۰ (۴)



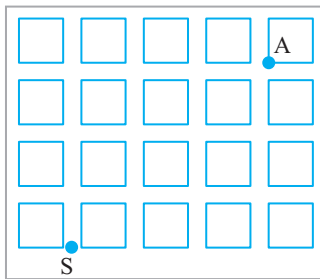


۳. مورچه‌ای می‌خواهد از روی خطوط حرکت کند و از A به B برود. اگر بخواهد از کوتاه‌ترین مسیر استفاده کند، چند روش برای طی مسیر او وجود دارد؟



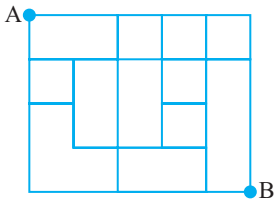
- ۱۱۱ (۱)
- ۱۱۲ (۲)
- ۱۱۳ (۳)
- ۱۱۴ (۴)

۴. مربع‌های رنگ‌شده بلوک‌های ساختمانی یک شهرک هستند که بین آن‌ها مسیریابی وجود دارد. سارا می‌خواهد از نقطه S به آموزشگاه زبان در نقطه A برود و از کوتاه‌ترین مسیر هم استفاده کند. او می‌خواهد هر روز مسیری انتخاب کند که با مسیر روز قبل متفاوت باشد. تا چند روز متوالی می‌تواند چنین شرایطی را ادامه دهد؟



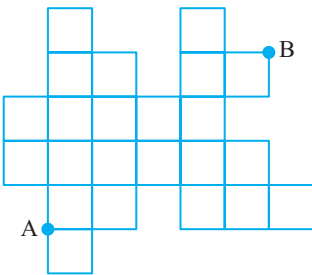
- ۱۸ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۳۵ (۴)

۵. در شکل مقابل، شبکه‌ای از راه‌ها را می‌بینید که در برخی موارد راهی وجود ندارد (به دلایل مختلف مثل سیل، زلزله و...). علی می‌خواهد با مدادش مسیریابی را روی این نقشه رسم کند تا با طی حداکثر ۹ واحد طول (ضلع هر مربع کوچک ۱ است) از A به B برود. چند مسیر مختلف می‌تواند رسم کند؟



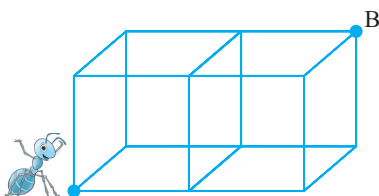
- ۲۸ (۱)
- ۲۶ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۲۴ (۴)

۶. این شکل، کمی عجیب‌تر است ولی مسئله همان است. تعداد مسیریها از A به B در کوتاه‌ترین طول طی شده، چندتا است؟



- ۹۱ (۱)
- ۷۲ (۲)
- ۸۱ (۳)
- ۹۸ (۴)

۷. شکل مقابل با رشته‌های مفتول ساخته شده است. مورچه‌ای می‌خواهد از گوشه مکعب و با حرکت از روی یال‌ها از کوتاه‌ترین مسیر به لکه عسل برسد که در نقطه B است. چند روش برای او وجود دارد؟



- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۰ (۴)

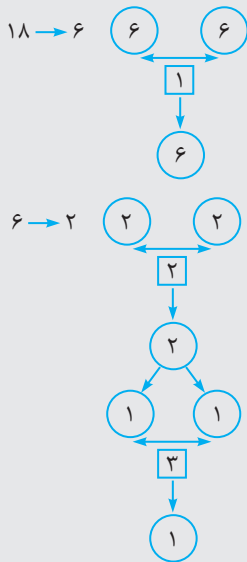




## فصل پنجم: توزین



# درسنامه



این نوع سؤالات از معماهای قدیمی شب‌نشینی‌ها در فرهنگ ماست. قدیمی‌ها شب‌های طولانی چله را دور کرسی با طرح معماها و... می‌گذراندند، مثل این سؤال: ۱۸ سکه طلا داریم که یکی از آن‌ها تقلبی است و می‌دانیم سبک‌تر از بقیه است. حداقل با چندبار توزین (با ترازوی دوکفه‌ای) می‌توان سکه تقلبی را پیدا کرد؟

معمولاً آنچه به ذهن همه می‌رسد آن است که سکه‌ها به ۲ بخش تقسیم و مقایسه شوند! با این روش با یک بار وزن کردن به ۹ سکه می‌رسیم ولی روش بهتر آن است که آن‌ها را به ۳ دسته تقسیم کنیم: و دوتا را با هم مقایسه کنیم، اگر مساوی باشند سکه تقلبی بین ۶ تایی است که کنار گذاشته بودیم و اگر مساوی نباشند، دسته سبک‌تر را انتخاب می‌کنیم. یعنی در هر صورت با یک بار توزین به ۶ سکه می‌رسیم و با توزین دوم به همین شکل به ۲ سکه می‌رسیم و در نهایت در دفعه سوم وزن کردن، سکه تقلبی پیدا می‌شود. پس:

**نکته:** برای پیدا کردن سکه تقلبی در مسئله توزین همیشه سعی می‌کنیم سکه‌ها به ۳ دسته تقسیم شوند که حداقل ۲ دسته تعداد برابر داشته باشند.

## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. ۲۱ مهره رنگی داریم که فقط جرم یکی از آن‌ها با بقیه متفاوت است و از همه سبک‌تر است (سایر مهره‌ها هم‌وزن‌اند). با یک ترازوی دوکفه‌ای خیلی دقیق و با چندبار توزین می‌توان مهره سبک را پیدا کرد؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲. کیسه‌ای طلا یافته‌ایم که ۳۰۰۰ سکه درون آن است (من و این همه خوشبختی محاله!) ولی یکی از سکه‌ها (فقط یکی) تقلبی است و وزن آن از بقیه سنگین‌تر است. با حداقل چندبار وزن کردن با یک ترازوی دوکفه‌ای، سکه تقلبی پیدا می‌شود؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۱۰ (۱)

۳. سه گلوله با وزن‌های مختلف داریم. می‌خواهیم آن‌ها را از سبک‌ترین به سنگین‌ترین مرتب کنیم. با یک ترازوی دو کفه‌ای حداقل چندبار توزین لازم است تا گلوله‌ها مرتب شوند؟

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

۴. ۱۰ کیسه داریم که داخل هر کدام ۱۰۰ سکه یکسان وجود دارد. یکی از کیسه‌ها تمام سکه‌هایش ۹ گرمی است ولی بقیه سکه‌ها همگی ۱۰ گرمی هستند. یک ترازوی دیجیتالی داریم که هر وزنی را اندازه می‌گیرد. با حداقل چندبار وزن کردن می‌توان کیسه شامل سکه‌های تقلبی را پیدا کرد؟

۱ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۵. ۳۷ سکه یکسان و یک شکل در اختیار داریم. یکی از سکه‌ها تقلبی است. با یک ترازوی دوکفه‌ای حداقل چندبار وزن کنیم تا معلوم شود سکه تقلبی سبک‌تر است یا سنگین‌تر؟ (یعنی فقط تشخیص سنگینی و سبکی سکه هدف است نه پیدا کردن آن.)

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

۶. اگر بتوان وزنه‌ها را در دو کفه ترازو قرار داد با وزنه‌های ۱، ۳، ۹ و ۲۷ کیلوگرم که از هر کدام فقط یکی داریم، چند وزن مختلف را می‌توان اندازه گرفت؟

۲۴ (۱)      ۲۷ (۲)      ۳۶ (۳)      ۴۰ (۴)



۷. ۳۲ نفر در مسابقات یک‌حذفی شرکت کرده‌اند. (مسابقه یک‌حذفی یعنی در هر مسابقه، بازنده حذف می‌شود و برنده به دور بعد می‌رود و مساوی هم وجود ندارد). حداقل چند مسابقه انجام شود تا قهرمان مشخص شود؟

۱۶ (۱)      ۱۷ (۲)      ۳۱ (۳)      ۳۲ (۴)

۸. ۴ سکه هم‌اندازه و هم‌شکل داریم که یکی از آن‌ها تقلبی است ولی نمی‌دانیم سکه تقلبی سنگین‌تر است یا سبک‌تر. حداقل با چندبار توزین با یک ترازوی دوکفه‌ای می‌توان سکه تقلبی را پیدا کرد؟

۱ بار (۱)      ۲ بار (۲)      ۳ بار (۳)      ۴ بار (۴)

۹. ۸۰ سکه داده شده‌اند. غیر از یک سکه که از بقیه سبک‌تر است، بقیه هم‌وزن‌اند. دست‌کم با چند بار وزن کردن با یک ترازوی دوکفه‌ای می‌توان سکه سبک‌تر را شناخت؟

۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۱۰. می‌خواهیم ۴ دانش‌آموز را به ترتیب وزن از کم به زیاد مرتب کنیم. با یک ترازوی دوکفه‌ای! با دست‌کم چندبار توزین می‌توان این ۴ نفر را مرتب کرد؟

۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۱۱. هفت سکه یکسان داریم که ۵ تا اصل و ۲ تا تقلبی‌اند و از بقیه سبک‌ترند. با حداقل چندبار توزین می‌توان سه سکه اصل را جدا کرد؟

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)





۱۲. سارا در یک مسابقهٔ تلویزیونی، عددی ۳ رقمی انتخاب کرده است و ساغر باید با طرح پرسش‌هایی که پاسخ آن‌ها فقط بله – خیر است به عدد موردنظر برسد. حداقل چند سؤال بپرسد تا مطمئن شویم به پاسخ می‌رسد؟

۹ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۳ (۴)

۱۳. با کدام یک از دسته وزنه‌های زیر برحسب کیلوگرم، نمی‌توان از ۱ تا ۱۰ کیلوگرم را با ترازوی دوکفه‌ای وزن کرد؟ (به شرطی که در دو کفه ترازو بتوان وزنه قرار داد.)

۷ و ۱ و ۳ (۱)      ۲ و ۳ و ۷ (۲)      ۱ و ۳ و ۶ (۳)      ۲ و ۳ و ۶ (۴)

۱۴. وزنه‌های ۱، ۴، ۳ و ۵ کیلویی داریم. از هر کدام به تعداد دلخواه موجود است. می‌خواهیم ۲۲ کیلوگرم را با یک ترازوی دوکفه‌ای وزن کنیم. کمترین تعداد وزنهٔ موردنیاز چندتاست؟

۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

۱۵. با وزنه‌های ۵، ۱۰ و ۲۵ کیلوگرمی به چند طریق می‌توان یک وزنهٔ ۵۰ کیلوگرمی را وزن کرد؟ دو شرط لازم است: یکی اینکه وزنه‌ها در یک کفه ترازو هستند. دوم آنکه هر تعداد بخواهید از هر وزنه داریم.

۱۰ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۲ (۴)

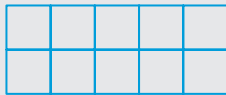


## فصل ششم: تجسم دوبعدی (۱)

## درسنامه

سؤالات این بخش درباره شکل‌های دوبعدی، چینش آن‌ها، پر کردن شکل، پازل‌های دوبعدی و... است. این نوع سؤالات در گذشته، در مسابقات روبوکاپ یا المپیاد مقدماتی کامپیوتر استفاده می‌شد. نمونه‌هایی نیز در آزمون‌های تیزهوشان مورد استفاده قرار گرفته است. جدیداً بحث‌هایی به‌عنوان کاشی‌کاری و ... نیز بر همین مبنا به کتاب‌های درسی اضافه شده است.

**مثال:** می‌خواهیم داخل برخی خانه‌ها مهره قرار دهیم، به طوری که هر خانه یا خودش مهره‌دار باشد یا با یک خانهٔ مهره‌دار همسایه باشد (یعنی یک ضلع مشترک داشته باشد). حداقل چند مهره نیاز است؟



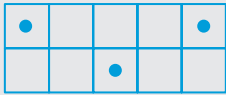
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

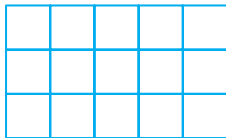
**حل:** گزینهٔ ۱: حل این پرسش‌ها خیلی توضیح‌متنی جالبی نخواهد داشت. باید با چشمان باز پاسخ را ببینید و با جواب خودتان مقایسه کنید.



## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. در شکل زیر می‌خواهیم برخی خانه‌ها را رنگ بزنیم به طوری که هر خانه یا خودش رنگی باشد یا خانهٔ مجاورش (اگر دو خانه در یک ضلع مشترک باشند، مجاور محسوب می‌شوند). در این صورت حداقل چند خانه رنگ شود؟



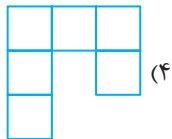
۵ (۲)

۴ (۱)

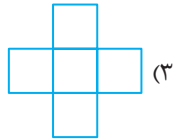
۷ (۴)

۶ (۳)

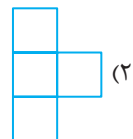
۲. با کدام یک از کاشی‌های زیر نمی‌توان کف یک اتاق مستطیل شکل را پوشاند؟



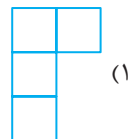
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)


۳. با حداقل چند مستطیل  $4 \times 6$  می‌توان یک مربع را پوشاند؟ (هیچ فضایی خالی نباشد و هیچ دو مربعی روی هم قرار نگیرند).

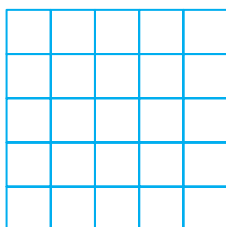
۶ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۲۴ (۱)

۴. حداکثر چند شکل مانند  را می‌توان در صفحهٔ مشبک مقابل قرار داد، به طوری که هیچ کدام روی هم قرار نگیرند؟



۳ (۱)

۴ (۲)

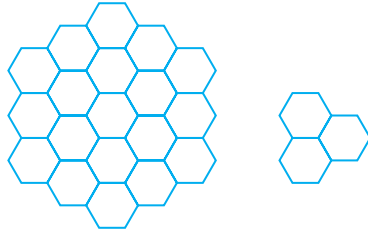
۵ (۳)

۶ (۴)





۵. سارا می‌خواهد شکل ۱ را با ۶ قطعه از قطعاتی که در شکل ۲ نشان داده شده بپوشاند، به طوری که درست یک ۶ ضلعی پوشیده نشده در آن باقی بماند. او به چند طریق می‌تواند این کار را انجام بدهد؟



شکل (۱)

شکل (۲)

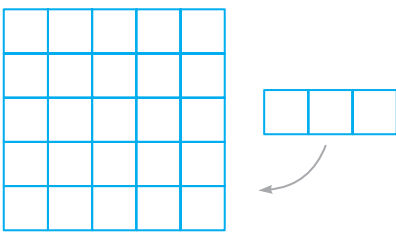
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۶. در یک اتاق  $5 \times 5$  حداکثر چند کاشی  $1 \times 3$  می‌توان قرار داد، به طوری که هیچ کاشی‌ای شکسته نشود و روی هم نیز قرار نگیرد؟



۵ (۱)

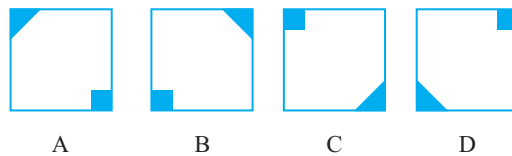
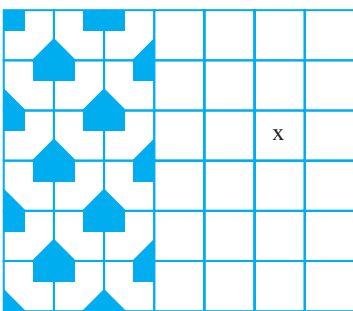
۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۷. در یک صفحه شطرنجی، کاشی‌ها را به شکل ۴ می‌توان نشان داد:

در تصویر مقابل، x نشانه کدام کاشی فوق است؟



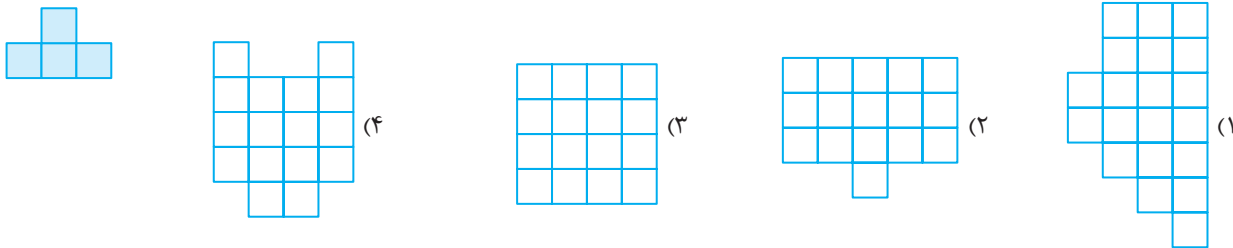
A (۱)

B (۲)

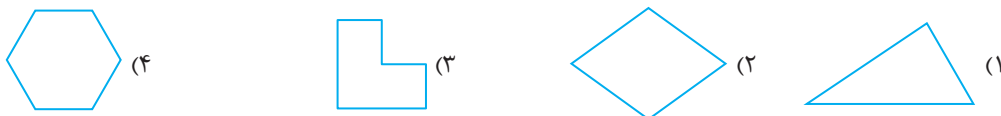
C (۳)

D (۴)

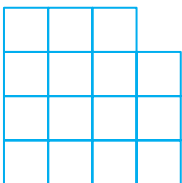
۸. کدام شکل زیر، توسط تعدادی از شکل مقابل به طور کامل قابل پوشش نیست؟



۹. کدام شکل را نمی‌توان به ۴ قسمت مساوی با هم و مشابه با شکل اصلی تقسیم کرد؟



۱۰. فرض کنید صفحات مشبک  $3 \times 4$ ،  $6 \times 4$ ،  $3 \times 5$ ،  $7 \times 5$  و صفحه  $4 \times 4$  که یک خانه گوشه‌اش خالی است (شکل مقابل) در دست است.



چندتا از این ۵ صفحه را می‌توان با کاشی‌هایی به شکل فرش کرد؟ (هیچ دو کاشی روی هم قرار نگیرد و هیچ کدام نشکند.)

یکی (۴)

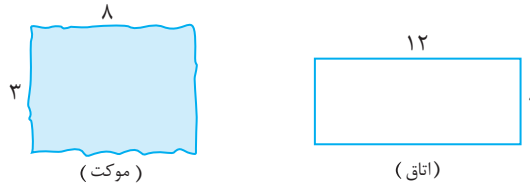
۲ تا (۳)

۳ تا (۲)

۵ تا (۱)

۱۱. می‌خواهیم با موکتی به ابعاد  $3 \times 8$  اتاقی به ابعاد  $2 \times 12$  را موکت کنیم. موکت حداقل به چند قسمت تقسیم می‌شود؟

(تیزهوشان)



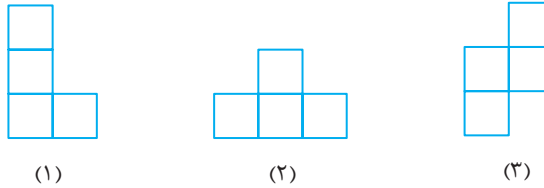
۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۲. می‌خواهیم به کمک موزائیک‌های یکسان، اتاق‌های مختلفی را فرش کنیم. کدام موزائیک برای اتاق مناسب انتخاب شده است؟



(۱)

(۲)


(۳)

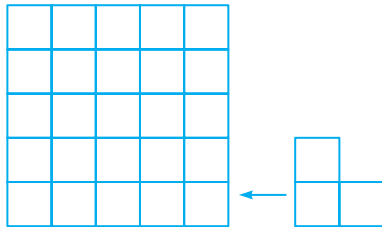
(۲) نوع (۲) برای اتاق  $8 \times 8$

(۱) نوع (۱) برای اتاق  $6 \times 6$

(۴) نوع (۳) برای اتاق  $8 \times 8$

(۳) نوع (۳) برای اتاق  $6 \times 6$

۱۳. حداقل چه تعداد از شکل  را می‌توان در یک جدول  $5 \times 5$  قرار داد، به طوری که شکل‌ها روی هم نیفتند و نتوان شکل دیگری از این نوع را در این جدول قرار داد؟ (چرخاندن شکل یا پشت و رو کردن شکل مجاز است.)



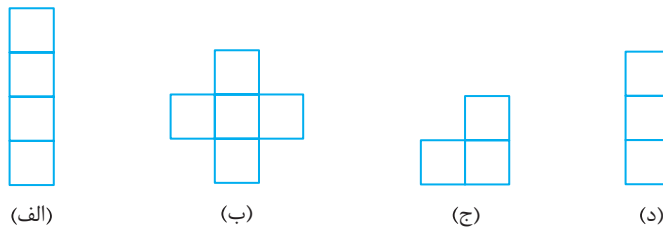
۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۴. اگر بخواهیم زمین مستطیل شکلی را به ابعاد  $7 \times 47$  با موزائیک‌هایی به شکل زیر فرش کنیم، کدام جمله درست است؟



(الف)

(ب)

(ج)

(د)

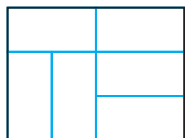
(۱) با هر یک از شکل‌های (الف)، (ب)، (ج) و (د) به تنهایی می‌توان این کار را انجام داد.

(۲) با هر یک از شکل‌های (الف)، (ج) و (د) می‌توان به تنهایی این کار را انجام داد.

(۳) با کمک شکل‌های (الف) و (د) با هم می‌توان این کار را انجام داد و به تنهایی با هیچ شکلی امکان‌پذیر نیست.

(۴) با شکل‌های (ج) و (ب) با هم می‌توان این کار را انجام داد.

۱۵. می‌خواهیم یک اتاق  $3 \times 4$  را با کاشی‌های  $1 \times 2$  کاشی‌کاری کنیم. شکل مقابل، یک روش را نشان می‌دهد. چند راه دیگر برای کاشی‌کاری این اتاق وجود دارد؟



۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۸ (۴)

۹ (۳)





## فصل هفتم: تجسم دو بعدی (۲)



### درسنامه

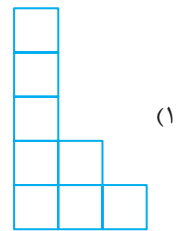
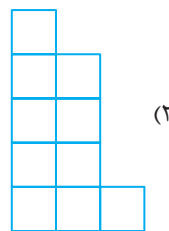
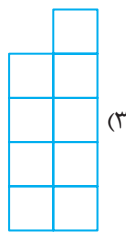
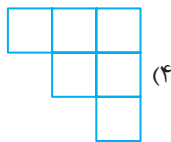
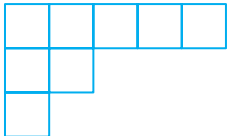
سؤالات تجسم سطح، بسیار متنوع است و تعداد آن‌ها در آزمون‌های ورودی خیلی زیاد است بنابراین ترجیح دادیم این مبحث را در دو بخش ۱۵ تایی بیاوریم. پازل‌ها، پرکردن شکل، کاشی‌کاری و ... از تست‌های این قسمت هستند. حرف دیگری ننویسیم! ابتدا نکته زیر را ببینید بعد بروید سراغ تست‌ها. موفق باشید.


**نکته:** مستطیلی به طول و عرض دلخواه موجود است. کوچک‌ترین مربعی که بتوان با این مستطیل‌ها کاملاً پوشاند باید اندازه ضلع آن کوچک‌ترین عددی باشد که بر طول و عرض مستطیل بخش‌پذیر است. مثلاً اگر اضلاع مستطیل ۴ و ۶ باشد، ضلع مربع باید حداقل ۱۲ باشد (۱۲ کوچک‌ترین عددی است که هم بر ۶ و هم بر ۴ بخش‌پذیر است) تعداد مستطیل‌ها نیز برابر است با:  $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۴ \times ۶} = ۶$

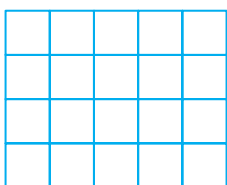
### پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. با قرار دادن یکی از قطعات زیر در کنار قطعه‌ای که در شکل مقابل مشاهده می‌کنید، می‌توان یک مستطیل ساخت. این قطعه کدام است؟



۲. تعدادی بلوک به شکل  داریم که می‌خواهیم آن‌ها را در یک صفحه  $۴ \times ۵$  مشبک قرار دهیم، به طوری که هیچ بلوکی نشکند و یا روی هم قرار نگیرد. حداکثر تعداد بلوک‌هایی که می‌توان در این صفحه قرار داد چندتاست؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)