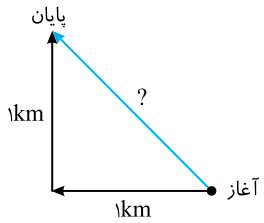
فصل چهارم

پاسخ‌های تشریحی

حرکت چیست؟

۱- گزینهٔ ۲ مسیر حرکت دانش‌آموز به شکل زیر است:



$$\text{جابه‌جایی} = \sqrt{۱^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۲}\,\text{km} = ۱/۴\,\text{km}$$

۲- گزینهٔ ۴ در صورت سؤال صرفاً بیان شده است که ابتدا متحرک در ۲ متری مبدأ قرار دارد اما مکان دقیق آن تعیین نشده است، لذا در این لحظه متحرک می‌تواند روی هر کدام از نقاط محیط دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و به شعاع ۲ متر واقع باشد و با توجه به این‌که موقعیت اولیهٔ گلوله، موقعیت نهایی آن را نیز تغییر می‌دهد، لذا فاصلهٔ نهایی متحرک از مبدأ با این اطلاعات قابل محاسبه نمی‌باشد.

۳- گزینهٔ ۱ اگر زمین را مبدأ بگیریم، جهت محور به سمت بالا مثبت و به سمت پایین منفی است. مکان و سرعت هر دو بردارند. در این وضعیت مکان مثبت و سرعت نیز مثبت است. فراموش نکنید که سرعت با جهت حرکت جسم هم‌جهت است.

۴- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار، تندی حرکت جسم در حال کند شدن است. از این رو بهترین گزینه، گزینهٔ (۲) است، یعنی دوچرخه‌سواری که ترمز می‌کند.

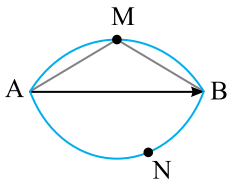
۵- گزینهٔ ۳ در نمودار صورت سؤال، تندی حرکت جسم افزایش می‌یابد. از این رو بهترین گزینه، گزینهٔ (۳) است، یعنی اتومبیلی که از چراغ قرمز شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را افزایش می‌دهد.

۶- گزینهٔ ۴ شیب منحنی مکان ـ زمان، تندی متحرک را نشان می‌دهد. منحنی (۴) تقریباً افقی شروع می‌شود چون فاصلهٔ نقطه‌ها در ابتدا خیلی کم است، سپس به آرامی خم می‌شود، یعنی تندی حرکت حامد زیاد شده و می‌بینیم که فاصلهٔ بین نقاط هم رفته‌رفته بیش‌تر می‌شود. دست آخر منحنی به خط راست تبدیل می‌شود، یعنی تندی حامد سرانجام ثابت شده و دیگر تغییر نمی‌کند.

۷- گزینهٔ ۳ اگر جسم با سرعت یکنواخت حرکت کند، تنها جابه‌جایی آن با زمان افزایش می‌یابد.

۸- گزینهٔ ۴ سرعت متوسط اطلاعات دقیقی از حرکت متحرک به ما نمی‌دهد. این اتومبیل می‌تواند در طول مسیرش توقف داشته باشد، و یا قسمتی از مسیر حرکت را با سرعت بیش‌تر و یا کم‌تر از $۶۰\frac{km}{h}$ طی کند ولی سرعت متوسط اتومبیل $۶۰\frac{km}{h}$ باشد. همچنین اگر اتومبیل کل مسیر حرکتش را با سرعت ثابت $۶۰\frac{km}{h}$ طی کند، سرعت متوسط برابر با $۶۰\frac{km}{h}$ است، ولی این حرکت تنها حالت موجود نیست. اگر سرعت اتومبیل در قسمتی از حرکت از $۶۰\frac{km}{h}$ کم‌تر باشد، قطعاً اندازهٔ سرعت اتومبیل در قسمتی از مسیر باید از $۶۰\frac{km}{h}$ بیش‌تر شود.

۹- گزینهٔ ۴



$$|\vec{v}| = \frac{|\Delta\vec{x}|}{t}$$

اندازهٔ سرعت متوسط، اندازهٔ جابه‌جایی جسم تقسیم بر زمان انجام جابه‌جایی است. جابه‌جایی یک جسم نیز تنها به مکان نهایی و اولیهٔ آن وابسته است و ربطی به مسیر ندارد. پس در شکل داده شده، جابه‌جایی متحرک از تمام مسیرها برابر با بردار $\overrightarrow{AB}$ است. از آن‌جایی که زمان انجام این جابه‌جایی برای تمام مسیرها ۱۰ دقیقه است، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط متحرک در تمام مسیرها برابر است.

۱۰- گزینهٔ ۱ فاصلهٔ رعد و برق از ما را با s نشان می‌دهیم. با توجه به ثابت بودن سرعت صوت (v) می‌توان نوشت: $v = \frac{s}{\Delta t}$

در رابطهٔ بالا، Δt مدت زمان رسیدن صدای رعد و برق از لحظهٔ وقوع آن، تا رسیدن به گوش شنونده است. اگر مقادیر سرعت صوت $v = ۳۴۰\frac{m}{s}$ و مدت زمان رسیدن صدای رعد به گوش شنونده $\Delta t = ۱۵s$ را در رابطهٔ بالا قرار دهیم، فاصلهٔ محل رعد و برق تا ما (برحسب متر) برابر است با: $s = v \times \Delta t = ۳۴۰ \times ۱۵ = ۵۱۰۰\,m$

پس فاصلهٔ ما از مکان رعد و برق برابر با ۵/۱ کیلومتر می‌باشد. (توجه شود چون سرعت نور خیلی زیاد است ما سرعت رسیدن صدای رعد را در نظر می‌گیریم)

۱۱- گزینهٔ ۲ در شکل ۶ لکه نشان داده شده است که فاصلهٔ هر کدام با لکهٔ بعدی ۵ ثانیه است. پس در کل ۲۵ ثانیه گذشته است. درنتیجه:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{۶۰۰\text{m}}{۲۵\text{s}} = ۲۴\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۲- گزینهٔ ۲ چون تندی اتومبیل از ۰ به v رسید، پس تندی در حال تغییر بوده و حرکت شتاب‌دار است. در حرکت شتاب‌دار داریم:

$$x = \bar{v}t$$

و تندی متوسط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{v} = \frac{۰+v}{۲} = \frac{v}{۲}$$

۱۳- گزینهٔ ۲ اگر سرعت باد را با v و سرعت هواپیما نسبت به هوا را با u نشان دهیم، سرعت هواپیما در مسیر رفت و برگشت به‌ترتیب برابر با $v_۱ = u+v$ و $v_۲ = u-v$ می‌باشد. فاصلهٔ دو شهر A و B را با s نشان می‌دهیم. مدت زمان مسیر رفت $T_۱$ و مدت زمان مسیر برگشت $T_۲$ برابر می‌شوند با:

$$T_۱ = \frac{s}{v_۱} = \frac{s}{u+v} \quad , \quad T_۲ = \frac{s}{v_۲} = \frac{s}{u-v}$$

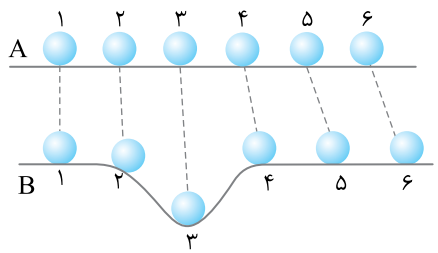
به این ترتیب، کل زمان حرکت T برابر است با:

$$T = T_۱ + T_۲ = \frac{s}{u+v} + \frac{s}{u-v} = \frac{۲su}{u^۲ - v^۲} = \frac{۲s}{u - \frac{v^۲}{u}}$$

در صورت نبود وزش باد، هواپیما در مسیر رفت و برگشت مسافت $۲s$ را با سرعت ثابت u طی می‌کند. در این حالت، کل زمان حرکت برابر با $T_۰ = \frac{۲s}{u}$ است. برای مقایسهٔ T با $T_۰$ می‌توان نوشت:

$$u > u - \frac{v^۲}{u} \Rightarrow \frac{۲s}{u} < \frac{۲s}{u - \frac{v^۲}{u}} \Rightarrow T_۰ < T$$

۱۴- گزینهٔ ۲ در قسمت‌هایی از مسیر که افقی هستند، سرعت هر دو جسم یکسان و برابر با سرعت اولیه $v_۰$ می‌باشند، ولی هنگامی که جسم B وارد قسمت فرو رفتهٔ مسیرش می‌شود، سرعتش از $v_۰$ (که سرعت جسم A در کل مسیرش می‌باشد) بیش‌تر است. با توجه به یکسان بودن طول مسیر اجسام، جسم B زودتر از A مسیرش را طی می‌کند. شکل زیر، مکان هر دو جسم را در زمان‌های یکسان نشان می‌دهد و بیانگر این است که جسم B زودتر از A به نقطهٔ پایان مسیر می‌رسد.



۱۵- گزینهٔ ۴ می‌دانیم سرعت متوسط برابر جابه‌جایی متحرک تقسیم بر مدت زمان طی شده آن جابه‌جایی می‌باشد. حال اگر جابه‌جایی متحرک را برابر d و کل زمان حرکت متحرک را برابر T در نظر بگیریم، مطابق صورت مسأله متحرک فاصلهٔ $\frac{d}{۲}$ را با سرعت v و درنتیجه در مدت زمان $t_۱ = \frac{\frac{d}{۲}}{v} = \frac{d}{۲v}$ و فاصلهٔ $\frac{d}{۴}$ را با سرعت $\frac{v}{۲}$ و درنتیجه در مدت زمان $t_۲ = \frac{\frac{d}{۴}}{\frac{v}{۲}} = \frac{d}{۲v}$ و فاصلهٔ $\frac{d}{۸}$ را با سرعت $\frac{v}{۴}$ و درنتیجه در مدت زمان $t_۳ = \frac{\frac{d}{۸}}{\frac{v}{۴}} = \frac{d}{۲v}$ و ... طی خواهد کرد. لذا می‌توان گفت متحرک تمامی این فاصله‌ها را در مدت زمان‌های برابر طی کرده است و درنتیجه برای محاسبهٔ سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$d = \text{جابه‌جایی متحرک}$$

$$\text{کل زمان حرکت} = T = t_۱ + t_۲ + t_۳ + \cdots = \frac{d}{۲v} + \frac{d}{۲v} + \frac{d}{۲v} + \cdots$$

$$v = \frac{d}{\frac{d}{۲v} + \frac{d}{۲v} + \frac{d}{۲v} + \cdots} = \frac{d}{\frac{d}{۲v}(۱+۱+۱+\cdots)} = \frac{۲v}{۱+۱+۱+\cdots}$$

حاصل عبارت فوق به علت این‌که تعداد جملات مخرج بی‌نهایت می‌باشد، برابر صفر است.

۱۶- گزینهٔ ۲ در مسیر رفت، سرعت برابر $\frac{۱۰۸}{۳/۶} = ۳۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. بنابراین زمان صرف شده برابر است با:

$$t_۱ = \frac{۸۰۰\text{m}}{۳۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = ۲۶/۷\text{s}$$

و زمان برگشت برابر است با:

$$t_۲ = \frac{۸۰۰\text{m}}{۲۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = ۴۰\text{s}$$

در نتیجه کل زمان سفر $t = t_۱ + t_۲ = ۶۶/۷\text{s}$ است. تندی متوسط در کل سفر برابر است با:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{۸۰۰+۸۰۰}{۶۶/۷} = ۲۴\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷- گزینهٔ ۱ سرعت متوسط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{قطر دایره}}{\text{زمان}} = \frac{۲۰\text{m}}{۵\text{s}} = ۴\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی متوسط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\text{نصف محیط دایره}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}\times\pi\times\text{قطر}}{\text{زمان}} = \frac{۳\times۱۰}{۵} = ۶\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۸- گزینهٔ ۳ سرعت متوسط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{AC}}{۲۰\text{s}}$$

از رابطهٔ فیثاغورس:

$$\text{AC} = \sqrt{۵۰۰^۲ - ۳۰۰^۲} = ۴۰۰$$

در نتیجه:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{۴۰۰\text{m}}{۲۰\text{s}} = ۲۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی متوسط از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\text{AB}+\text{BC}}{۲۰\text{s}}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{۸۰۰\text{m}}{۲۰\text{s}} = ۴۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۹- گزینهٔ ۴ اتومبیل A پس از ۲۰ ثانیه مسافت زیر را طی می‌کند:

$$x_A = v_A t = ۲۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times ۲۰\text{s} = ۴۰۰\text{m}$$

از آن‌جا که فاصلهٔ دو اتومبیل ۱۲۰۰ متر است، بنابراین اتومبیل B باید ۸۰۰ متر باقی‌مانده را طی کند. پس داریم:

$$x_B = v_B t = v_B(۲۰\text{s}) = ۸۰۰\text{m} \Rightarrow v_B = ۴۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲۰- گزینهٔ ۲ فرض کنید اتومبیل فاصلهٔ بین A و B را در t ثانیه طی کند. اگر با سرعت $۲۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ حرکت کند، ۲۰۰ ثانیه دیرتر می‌رسد، یعنی زمان کل سفر $t+۲۰۰$ است. اگر با سرعت $۴۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ حرکت کند، ۳۰۰ ثانیه زودتر می‌رسد یعنی زمان کل سفر $t-۳۰۰$ است. در نتیجه داریم:

$$x_{AB} = ۲۰(t+۲۰۰) = ۴۰(t-۳۰۰)$$

از این‌جا $t = ۸۰۰\text{s}$ به‌دست می‌آید و با جایگذاری در یکی از روابط داریم:

$$x_{AB} = ۲۰(۸۰۰+۲۰۰) = ۲۰۰۰۰\text{m}$$

۲۱- گزینهٔ ۴ فرض کنید زمان بالا رفتن $t_۱$ و زمان پایین آمدن $t_۲$ باشد. چون با حرکت یکنواخت با سرعت ثابت سروکار داریم و مسافت بالا رفتن با مسافت پایین آمدن برابر است، داریم:

$$x = v_۱ t_۱ = v_۲ t_۲$$ مسافت تا بالای تپه

$$\Rightarrow ۱/۵ t_۱ = ۴/۵ t_۲ \Rightarrow t_۱ = ۳t_۲ \quad (۱)$$

از طرف دیگر کل سفر ۶ ساعت طول کشیده است پس:

$$t_۱ + t_۲ = ۶ \quad (۲)$$

با حل معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$t_۱ = ۴/۵\text{h}\ ,\ t_۲ = ۱/۵\text{h}$$

$$\Rightarrow x = ۱/۵ \times ۴/۵ = ۶/۷۵\text{km}$$

۲۲- گزینهٔ ۳ در ناحیهٔ ۳، اسکیت‌باز در حال بالا رفتن از سراشیبی است. بنابراین تندی او کاهش می‌یابد.

۲۳- گزینهٔ ۳ خودرو مسافت ۸۰km را در مدت $t = \frac{x}{v} = \frac{۸۰}{۴۰} = ۲\text{h}$ طی می‌کند. کل زمان سفر ۵h است. اگر تندی متوسط $۳۰\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، داریم:

$$x = vt = ۳۰ \times ۵ = ۱۵۰\text{km}$$

۲۴- گزینهٔ ۲ تندی متوسط حاصل تقسیم مسافت بر زمان است. کل مسافتی که خودرو از نقطهٔ A تا B طی کرده، برابر است با $۵+۱۰+۱۵+۱۰+۱۰=۵۰\text{m}$.

در نتیجه داریم:

$$\overline{v} = \frac{x}{t} = \frac{۵۰\text{m}}{۵۰\text{s}} = ۱\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲۵- گزینهٔ ۳ جابه‌جایی از A تا B برابر است با:

$$x_{AB} = v_{AB} t = ۵\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times (۲\times۶۰\text{s}) = ۶۰۰\,\text{m}$$

جابه‌جایی از B تا C برابر است با:

$$x_{BC} = v_{BC} t = ۸\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times ۴۰\text{s} = ۳۲۰\text{m}$$

در نتیجه جابه‌جایی کل برابر است با: $x = ۶۰۰+۳۲۰ = ۹۲۰\text{m}$

۲۶- گزینهٔ ۳ هواپیما ابتدا با سرعت ثابت روی باند فرودگاه حرکت می‌کند. با توجه به سرعت کم روی باند فرودگاه، نقطه‌ها به هم نزدیکند، سپس با شتاب گرفتن هواپیما هنگام برخاستن از باند فرودگاه و افزایش سرعت، فاصلهٔ نقطه‌ها از هم زیاد می‌شود و سرانجام وقتی هواپیما با سرعت ثابت در آسمان حرکت می‌کند، فاصلهٔ نقطه‌ها ثابت می‌ماند.

۲۷- گزینهٔ ۳ شتاب، شیب نمودار سرعت - زمان است. در شکل صورت سوال، شیب خط gi از همه بیش‌تر است.

۲۸- گزینهٔ ۴ با توجه به نمودار، مقدار تندی در نقطهٔ i از همه بیش‌تر است.

۲۹- گزینهٔ ۱ سرعت لحظه‌ای عبارت است از شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان در آن لحظه. جهت خط مماس در نقاط ۱ و ۲ منفی است.

۳۰- گزینهٔ ۲ مسافت طی شده، مساحت زیر نمودار سرعت- زمان است. با توجّه به نمودارها، مساحت زیر نمودار B از همه بیش‌تر است.

۳۱- گزینهٔ ۲ یکای k با توجه به رابطهٔ $d=kt$، متر بر ثانیه است و با توجه به جدول $k=2$.

۳۲- گزینهٔ ۱ چون نیرو ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. شتاب، شیب نمودار سرعت - زمان است. بنابراین نمودار حاصل، یک خط راست با شیب ثابت است.

۳۳- گزینهٔ ۲ شتاب وارد بر سنگ همان شتاب گرانشی زمین با مقدار ثابت g است.

۳۴- گزینهٔ ۳ از آن‌جا که شیب (مماس بر منحنی) در نقطهٔ C تندتر است، سرعت در آن‌جا از نقاط دیگر بیش‌تر است.

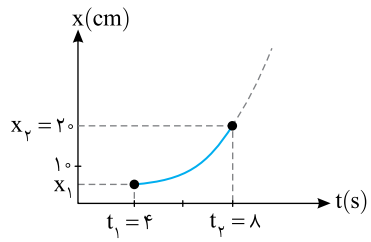
۳۵- گزینهٔ ۴ شتاب متوسط $\bar{a}$ در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$\bar{a}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

همچنین با توجه به این‌که سرعت لحظه‌ای، شیب نمودار جابه‌جایی برحسب زمان است. از روی نمودار داده شده می‌توان گفت که سرعت در ابتدا (در لحظهٔ $t_1=0$) و انتهای حرکت $(t_2=10s)$ برابر با صفر است. پس در این مدت، تغییرات سرعت برابر با صفر و درنتیجه شتاب متوسط نیز صفر می‌شود.

۳۶- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار داده شده در مسأله، مکان متحرک در زمان $t_1=4s$ به‌صورت تقریبی برابر با $x_1=5cm$ و در زمان $t_2=8s$ برابر با $x_2=20cm$ می‌باشد. بنابراین سرعت متوسط متحرک در این دورهٔ زمانی برابر می‌شود با:

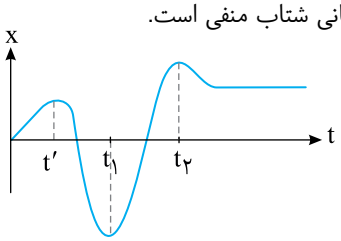
$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{20-5}{8-4}=3/75\,\frac{cm}{s}$$



۳۷- گزینهٔ ۳ همان‌طور که از نمودار می‌بینیم، شیب نمودار یک خط راست است پس تغییر نمی‌کند و ثابت است. شیب نمودار مکان- زمان، سرعت را می‌دهد. در نتیجه با حرکت با سرعت ثابت سروکار داریم. تنها گزینه‌ای که در آن سرعت حرکت ثابت است، گزینهٔ (۳) است.

۳۸- گزینهٔ ۴ در لحظهٔ $t=2s$ سرعت بالابر صفر است. در این لحظه، بالابر در یک لحظه ساکن شده و تغییر جهت سرعت صورت می‌گیرد. قبل از این لحظه، سرعت بالابر منفی و پس از آن مثبت است. بنابراین گزینه‌های (۱، ۲ و ۳) نادرست هستند. در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه، جابه‌جایی بالابر منفی و در مدت زمان ۲ تا ۴ ثانیه جابه‌جایی بالابر با همان اندازه، مثبت است. بدین ترتیب در مدت زمان حرکت (از صفر تا ۴ ثانیه) کل جابه‌جایی برابر با صفر است. پس می‌توان گفت که بالابر به نقطهٔ شروع حرکتش باز می‌گردد.

۳۹- گزینهٔ ۴ در چنین نموداری، شیب خط مماس بر منحنی برابر با سرعت است. بنابراین در لحظات t'، t_1 و t_2 که خط مماس بر منحنی افقی است، سرعت صفر می‌باشد یعنی متحرک ۳ بار متوقف کرده است که در هر توقف، متحرک تغییر جهت داده است. پس گزینه‌های (۱، ۲ و ۳) نادرست هستند. از شروع حرکت $(t=0)$ تا لحظهٔ t' سرعت متحرک مثبت است ولی اندازهٔ سرعت در حال کاهش می‌باشد تا در زمان t' سرعت صفر شود. بنابراین در این بازهٔ زمانی شتاب منفی است.



۴۰- گزینهٔ ۲ مکان اولیهٔ متحرک (در لحظهٔ $t=0$) برابر با صفر است. همچنین مکان متحرک در لحظهٔ $t=10s$، صفر می‌باشد. بنابراین، مقدار جابه‌جایی در این دورهٔ زمانی صفر بوده و درنتیجه سرعت متوسط نیز برابر با صفر خواهد بود.

۴۱- گزینهٔ ۳ با توجه به نمودار حرکت، تندی حرکت از ۰ تا ۹ کاهش می‌یابد. سپس از ۹ تا ۱۵ متحرک ساکن است و از ۱۶ تا ۲۳ جهت حرکت خود را عوض می‌کند (منفی) و تندی آن افزایش می‌یابد. پس نمودار ۳ درست است.

۴۲- گزینهٔ ۲ با توجه به نمودار حرکت، متحرک ابتدا با سرعت ثابت کم‌تر و سپس با سرعت ثابت بیش‌تر حرکت می‌کند.

۴۳- گزینهٔ ۱ سرعت توپ (۱) در حرکت رو به بالا کاهش می‌یابد، در نقطهٔ اوج صفر و در مسیر برگشت منفی می‌شود و افزایش می‌یابد. سرعت توپ (۲) به سمت پایین منفی است و افزایش می‌یابد. شیب هر دو خط مساوی g، شتاب گرانشی زمین است.

۴۴- گزینهٔ ۳ تا وقتی که شتاب حرکت مثبت است، سرعت در حال افزایش است. در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 با وجود کاهش اندازهٔ شتاب، سرعت زیاد می‌شود ولی از زمان t_3 به بعد، شتاب متحرک منفی شده و سرعت کاهش می‌یابد. بنابراین سرعت در لحظهٔ t_3 به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد. نمودار سرعت متحرک برحسب زمان نیز در شکل زیر به نمایش درآمده است.