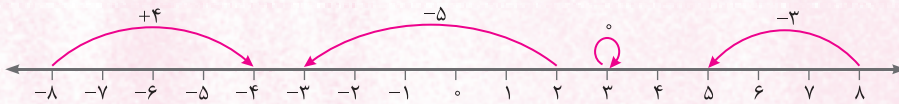


عددهای صحیح و گویا

فصل اول

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

در سال‌های گذشته با عددهای $..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...$ که اعداد صحیح هستند و همچنین محور اعداد صحیح و حرکت روی محور آشنا شدید و آموختید که برای نشان دادن هر حرکت، تعداد واحدهای طی شده را به همراه علامت جهت حرکت می‌نویسیم. به مثال‌های زیر توجه کنید.



❖ **قرینه‌ی اعداد صحیح:** برای قرینه کردن هر عدد کافی است فقط علامت آن را تغییر دهیم. مانند:

$$(-7) \text{ قرینه‌ی } (+7) = -(-7) = +7$$

$$(+6) \text{ قرینه‌ی } (-6) = -(+6) = -6$$



① قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد، با خود آن عدد برابر است.

$$-(-(+4)) = +4$$

(می‌خوانیم؛ قرینه‌ی قرینه‌ی $(+4)$)

$$-(-(-7)) = -7$$

(می‌خوانیم؛ قرینه‌ی قرینه‌ی (-7))

② اگر تعداد علامت‌های قرینه در پشت یک عدد، فرد باشد، آن عدد قرینه می‌شود. اما اگر تعداد علامت‌های قرینه در پشت یک

$$-(-(-(+6))) = -6$$

(می‌خوانیم؛ قرینه‌ی قرینه‌ی قرینه‌ی $(+6)$)

عدد، زوج باشد، عدد تغییر نمی‌کند.

چون تعداد علامت‌های قرینه در پشت $(+6)$ ، ۳ تا (یعنی فرد) است، پس عدد قرینه می‌شود.

$$-(-(-(-(+8)))) = +8$$

چون تعداد علامت‌های قرینه در پشت $(+8)$ ، ۴ تا (یعنی زوج) است، پس عدد تغییر نمی‌کند.

❖ **جمع عددهای صحیح:** در جمع دو عدد هم علامت (جور)، عددها را بدون در نظر گرفتن علامت‌ها با هم جمع نموده و

پشت جواب، یکی از علامت‌ها را می‌نویسیم. مانند:

$$(+5) + (+7) = +(5+7) = +12$$

$$(-5) + (-7) = -(5+7) = -12$$

در جمع دو عدد غیر هم علامت (ناجور)، ابتدا بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، دو عدد را از هم کم کرده و پشت جواب، علامت عددی را قرار می‌دهیم که ظاهر بزرگ‌تری دارد. مثل:

$$\begin{cases} (-5) + (+7) = +(7-5) = +2 \\ (+5) + (-7) = -(7-5) = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} (-34) + (+20) = -(34-20) = -14 \\ (+34) + (-20) = +(34-20) = +14 \end{cases}$$

به عبارت ساده‌تر در جمع دو عدد صحیح، اعداد جور با هم جمع شده، اعداد ناجور از هم کم می‌شوند و همواره پشت عدد حاصل، علامت عددی را که ظاهر بزرگ‌تری دارد، قرار می‌دهیم.

■ **تفریق اعداد صحیح:** برای انجام تفریق دو عدد صحیح کافی است اولین عدد را با قرینه‌ی دومین عدد جمع کنیم و مثل قسمت قبل حاصل جمع را به دست آوریم. مانند:

$$\begin{aligned} (-7) - (-10) &= (-7) + (+10) = +(10-7) = +3 \\ (-7) - (+10) &= (-7) + (-10) = -(10+7) = -17 \end{aligned}$$

همچنین برای انجام جمع و تفریق‌های مختصر که پرانتزهای آن‌ها را حذف کرده‌ایم، به همان ترتیب جمع عمل می‌کنیم. یعنی اعداد جور را با هم جمع و اعداد ناجور را از هم کم می‌کنیم. مانند:

$$\begin{aligned} \underbrace{-6 + 10}_{\text{ناجور}} &= +(10-6) = +4 & \underbrace{+6 - 10}_{\text{ناجور}} &= -(10-6) = -4 \\ \underbrace{-6 - 10}_{\text{جور}} &= -(10+6) = -16 & \underbrace{-8 - 8}_{\text{جور}} &= -(8+8) = -16 \end{aligned}$$

■ **ضرب و تقسیم اعداد صحیح:** در ضرب و تقسیم اعداد صحیح ابتدا تعیین علامت نموده و سپس عددها را بدون در نظر گرفتن علامت‌ها در هم ضرب و یا بر هم تقسیم می‌کنیم. برای تعیین علامت ضرب به جدول زیر توجه کنید. دقت داشته باشید که تقسیم هم مانند ضرب تعیین علامت می‌شود. مانند:

ضرب دو هم علامت = مثبت	ضرب منفی در مثبت = منفی	$(-8) \times (-4) = +(8 \times 4) = +32$
مثبت \times مثبت = مثبت	مثبت \times منفی = منفی	$(-15) \div (-3) = +(15 \div 3) = +5$
منفی \times منفی = مثبت	منفی \times مثبت = منفی	$(-5) \times (+6) = -(5 \times 6) = -30$
		$(+30) \div (-15) = -(30 \div 15) = -2$



ترتیب انجام عملیات ریاضی: برای انجام محاسبات ریاضی به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

- ۱ محاسبه‌ی عبارت داخل پرانتزها.
- ۲ محاسبه‌ی ضرب یا تقسیم از چپ به راست عبارت. (هر کدام که زودتر دیده شد).
- ۳ محاسبه‌ی جمع یا تفریق از چپ به راست عبارت. (هر کدام که زودتر دیده شد).

به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\text{الف) } 13 - 4 \times 5 = 13 - 20 = -7$$

$$\text{ب) } -18 \div 9 \times 2 - 2 = -2 \times 2 - 2 = -4 - 2 = -6$$

$$\text{ج) } 13 - 5(4 - 3 \times 2) = 13 - 5(\cancel{4} - 6) = 13 - 5 \times (-2) = 13 + 10 = 23$$

$$\text{د) } -9 \div 9 - 9 \times 3 = -1 - 27 = -28$$

محاسبات پیشرفته: برای محاسبه‌ی جمع زیر که مجموع اعداد طبیعی متوالی کوچک‌تر از ۱۰۱ می‌باشد، به

ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا حاصل جمع اولین و آخرین عدد را حساب می‌کنیم که مساوی ۱۰۱ می‌شود، سپس حاصل جمع دومین و نود و نهمین عدد را حساب می‌کنیم که آن هم ۱۰۱ می‌شود. اگر به همین ترتیب عمل کنیم،

حاصل جمع هر دو عدد ۱۰۱ خواهد شد. از طرفی چون تعداد کل عددهای جمع، صد تا بود و مجموع هر دوتای آن‌ها ۱۰۱ شد، پس کلاً ۵۰ تا ۱۰۱ به وجود می‌آید.

برای محاسبه‌ی حاصل عبارت‌هایی مانند $((1-20)(2-20)(3-20)\dots(30-20))$ کافی است که خوب به عبارت دقت کنیم. معمولاً حاصل یکی از پرانتزها صفر خواهد شد که حاصل ضرب آن در بقیه‌ی پرانتزها نیز صفر می‌شود.

$$(1-20) \times (2-20) \times (3-20) \times \dots \times (\cancel{20-20}) \times \dots \times (30-20) = 0$$

برای محاسبه‌ی حاصل عبارت‌هایی مانند عبارت زیر که یکی از عددها مثبت و دیگری منفی می‌باشد، به ترتیب

زیر عمل می‌کنیم:

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 29 - 30 = (\cancel{1-2}) + (\cancel{3-4}) + (\cancel{5-6}) + \dots + (\cancel{29-30}) = 15 \times (-1) = -15$$

ابتدا عددها را دوتا دوتا با هم حساب می‌کنیم، سپس با توجه به این که در این جمع کلاً ۳۰ عدد وجود دارد، پس ۱۵ تا (-۱) به دست می‌آید. بنابراین حاصل کل عبارت ۱۵- می‌شود.

۵ برای محاسبه‌ی حاصل عبارت‌هایی مانند عبارت زیر به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$7 - 14 + 21 - 28 + 35 - 42 + \dots + 133 - 140 = 10 \times (-7) = -70$$

با توجه به عبارت، حاصل جمع هر عدد با عدد جلویی خودش برابر ۷- می‌شود. از طرفی چون تمامی اعداد مضارب ۷ هستند، پس در کل $7 \div 140 = 20$ عدد وجود دارد. بنابراین ۱۰ تا (-۷) به وجود می‌آید. پس حاصل کل عبارت برابر $10 \times (-7) = -70$ می‌شود.

۱ جمله‌های درست را با علامت ✓ و جمله‌های نادرست را با علامت ✗ مشخص کنید.

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد (-۱) است.

ب) عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

ج) حاصل $(-(-۶))$ برابر ۶- است.

د) هر عدد طبیعی، یک عدد صحیح است.

ه) حاصل ضرب هر عدد منفی در هر عدد مثبت، عددی مثبت است.

و) حاصل دو عبارت $(-۴) + (-۹)$ و $(-۹) + (-۴)$ با هم برابر است.

ز) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد منفی، یک عدد مثبت است.

۲ هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه‌ی مناسب کامل کنید.

الف) کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی فرد، عدد _____ است.

ب) اگر عددی را از صفر کم کنیم، _____ آن عدد به دست می‌آید.

ج) قرینه‌ی هر عدد منفی، از خود آن عدد _____ است.

د) عدد صفر از تمامی اعداد صحیح _____ بزرگ‌تر است.

ه) حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش، برابر _____ است.

و) حاصل ضرب هر عدد در صفر، برابر _____ است.



۱۳ به هر یک از قسمت‌های زیر، پاسخ مناسب دهید.

الف) عددهای صحیح منفی یک‌رقمی فرد را بنویسید.

ب) عددهای صحیح بین -۴ و $+۵$ را بنویسید.

ج) عددهای صحیح منفی بزرگ‌تر از -۱۴ را بنویسید.

د) عددهای صحیح کوچک‌تر از $(+۷)-$ را بنویسید.

ه) مضرب‌های صحیح عدد ۳ را بنویسید.

و) عددهای صحیحی را که قرینه‌ی آن‌ها کوچک‌تر از -۵ می‌باشد، بنویسید.

ز) عددهای صحیحی را که قرینه‌ی آن‌ها از قرینه‌ی -۴ ، بزرگ‌تر می‌باشد، بنویسید.

۱۴ جدول زیر را مانند نمونه، کامل کنید.

عدد	$(۸, ۱۲) = ۴$	$+۹$	-۷	$(-۵)^۲$	$(-۵)^۳$	$\sqrt{۱۶}$	$-\sqrt{۱۶}$	$-(-۷)$	$\frac{-۱۸}{۳}$	$-(-(-۷))$	$[۸, ۱۲]$
طبیعی	✓										
صحیح	✓										

۱۵ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (-۱۵) + (-۲۰) - (-۳۰) =$$

$$\text{ب) } -۱۸ + ۲۵ - ۱۰ =$$

$$\text{ج) } (-۳۵) - (-۴۰) + (+۳۵) =$$

$$\text{د) } (-۱۷) + (-۱۷) - (+۱۷) =$$

$$\text{ه) } -۲۹ - ۱۱ - ۲۵ =$$

$$\text{و) } -۲۰ + ۲۰ - ۳۰ + ۳۰ =$$

$$\text{ز) } (-۴۵) + ۶۵ + ۳۵ - ۷۵ =$$

$$\text{ح) } -۱۸ + ۲۰ - ۲۲ + ۲۴ =$$

$$\text{ط) } ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ =$$

$$\text{ی) } -۴۰ - ۶۰ - ۸۰ + ۱۰۰ =$$

۱۶ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (-۱) \times (+۴) \times (-۵) =$$

$$\text{ب) } (-۲۰) \div (-۵) \times (+۴) =$$

$$\text{ج) } (-۱۸) \times (-۲) \div (+۳) =$$

$$\text{د) } (-۵) \times (-۷) \times (-۳) =$$

$$\text{ه) } -(-۹) \times (-۴) \div (-۱۲) =$$

$$\text{و) } (-۶) \div (-۶) \times (-۳) =$$

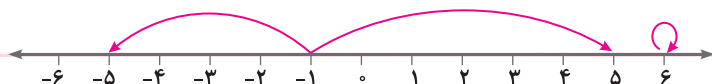
$$ز) (-80) \div 2 \div (-8) =$$

$$ح) -60 \div 3 \times 2 =$$

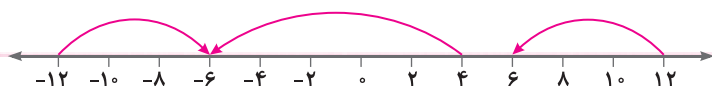
$$ط) -12 \div (-4) \times 5 \div (-1) =$$

$$ی) (-8) \times (-8) \div (-8) \times (-4) =$$

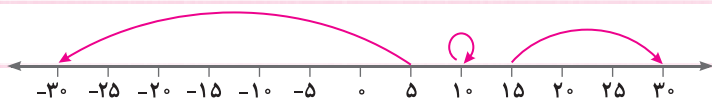
۷ برای هر حرکت روی محور، یک عدد بنویسید.



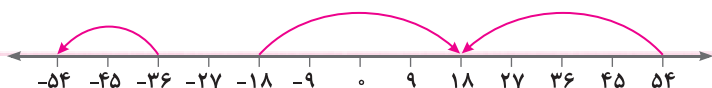
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

		-۹
-۷	-۳	
۳		

۸ جدول مقابل را طوری کامل کنید که حاصل جمع عددهای هر ردیف با

مجموع عددهای هر ستون و هر قطر، مساوی باشد.

۹ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$الف) 15 - 30 \div (-6) =$$

$$ب) -12 - 6 \div 3 =$$

$$ج) -18 \div (13 - 16) =$$

$$د) -30 \div 6 \times 2 =$$

$$ه) 4 - 7(3 - 5) =$$

$$و) 6 - 6(4 - 5) =$$

$$ز) 5^2 - 2^4 - 1^7 =$$

$$ح) (-7)^2 - 4^3 \div (-8)^1 =$$

$$ط) 5 - (7 - (8 - 10) - 1) =$$

$$ی) 5 - (6 - (7 - 8)) - 9 =$$



۱۰ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $(-29) - (+33) \div (-31) =$

ب) $[-13 \times 3] - [20 - 18 \times 2] =$

ج) $(-18) \div (+6) + (-7) \times (-3) =$

د) $(-5)[(-4) + 2 \times (-1)] =$

ه) $-(-2 - 3 - 4) \div (4 - 6 - 1) =$

و) $-5 + 6 \times (-7) - 42 \div (-6) =$

ز) $(-250 + 200) \times [-300 - (-250)] =$

ح) $1 + 2 + 3 + \dots + 100 =$

ط) $(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-20) =$

ی) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 83 - 84 =$

ک) $(13 - 40)(14 - 40)(15 - 40) \dots (50 - 40) =$

ل) $-5 + 10 - 15 + 20 - 25 + 30 - \dots - 95 + 100 =$

۱۱ الف) در جاهای خالی عبارت زیر، علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت، **بزرگ‌ترین**

عدد ممکن شود. $-8 \bigcirc (+11) \bigcirc (-9) \bigcirc (-5) =$

ب) در جاهای خالی عبارت زیر، علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت، **کوچک‌ترین** عدد

ممکن شود. $-8 \bigcirc (+11) \bigcirc (-9) \bigcirc (-5) =$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

در هر یک از پرسش‌های زیر، گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

۱ حاصل عبارت $2 \div 8 - 6$ برابر است با:

- الف) ۷- ب) ۱۴- ج) ۱۰- د) ۲۰-

۲ حاصل عبارت $10 - 19 - 12$ برابر است با:

- الف) ۲۱ ب) ۴۱- ج) ۳ د) ۲۳-

۳ حاصل عبارت $20 + \dots + 3 + 2 + 1$ برابر است با:

- الف) ۲۱ ب) ۴۰۰ ج) ۱۰۰ د) ۲۱۰

۴ حاصل عبارت $(-45 + 100) \div (-66 + 1 + 65)$ برابر است با:

- الف) ۱ ب) ۱- ج) ۲- د) صفر

۵ یک ماشین عددساز با دستور زیر کار می‌کند.

«عدد ورودی را در (۵-) ضرب کن و از عدد حاصل (۳-) تا کم کن»

با ورود عدد ۶- به این دستگاه، چه عددی خارج می‌شود؟

- الف) ۲۷ ب) ۳۳ ج) ۲۷- د) ۳۳-

۶ حاصل عبارت $6 \times 3 - 18$ برابر است با:

- الف) ۱ ب) ۳۶ ج) ۱- د) ۳۶-

۷ حاصل عبارت $40 - 39 + \dots - 6 - 5 - 4 + 3 - 2 - 1$ برابر است با:

- الف) ۲۰- ب) ۲۰+ ج) ۴۰- د) ۴۰+

۸ حاصل عبارت $(-1 - 2 - 3 - 4 - 5) \div (5 - 4 - 3 - 2 - 1)$ برابر است با:

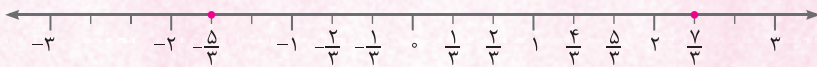
- الف) ۵ ب) ۵- ج) ۳ د) ۳-



درس دوم: معرفی عددهای گویا

■ **عدد گویا:** به هر عددی که از تقسیم دو عدد صحیح بر هم به وجود می‌آید، عدد گویا گفته می‌شود. (دقت داشته باشید که مخرج هیچ عدد گویایی نمی‌تواند صفر باشد.) به عبارت دیگر هر عدد کسری و یا اعشاری که دارای علامت مثبت یا منفی باشد، عددی گویا است. هر یک از عددهای $-\frac{3}{5}$ ، $+\frac{14}{5}$ ، $-\frac{1}{2}$ ، -3 ، -6 ، $+5$ ، $4 = \sqrt{16}$ و $-\frac{7}{4}$ ، عددی گویا هستند، اما عددهای $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ عدد گویا نیستند.

■ **نمایش عدد گویا روی محور:** برای نمایش هر عدد گویا روی محور، ابتدا با توجه به مخرج آن عدد، واحدها را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم. به طور مثال برای نمایش $-\frac{5}{3}$ ، ابتدا هر واحد محور را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. به این ترتیب هر قسمت نشان‌دهنده‌ی $\frac{1}{3}$ واحد می‌باشد، پس اگر از صفر، ۵ تا $\frac{1}{3}$ به سمت منفی‌ها حرکت کنیم، به نقطه‌ی $-\frac{5}{3}$ می‌رسیم. همچنین برای نمایش $+\frac{7}{3}$ روی محور کافی است که از صفر، ۷ تا $\frac{1}{3}$ به سمت مثبت‌ها حرکت کنیم تا به نقطه‌ی $+\frac{7}{3}$ برسیم.



همان‌طور که در محور بالا ملاحظه می‌کنید، عدد $-\frac{5}{3}$ با عدد مخلوط $-1\frac{2}{3}$ برابر است. همچنین عدد $+\frac{7}{3}$ با عدد مخلوط $+2\frac{1}{3}$ برابر می‌باشد. به نمونه‌های زیر توجه کنید.



(الف)

$$E = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}, D = -2 = -\frac{4}{2}, C = +\frac{5}{2} = +2\frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}, A = +1 = +\frac{2}{2}$$



(ب)

$$E = +\frac{11}{5} = +2\frac{1}{5}, D = -\frac{6}{5} = -1\frac{1}{5}, C = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}, B = -\frac{3}{5}, A = +\frac{4}{5}$$

با دقت در محورهای قبل ملاحظه می‌کنید که: $-\frac{4}{5} = -\frac{4}{5}$ و $-2 = -\frac{10}{5}$ ، $+1 = +\frac{5}{5}$ ، $+1 = +\frac{2}{2}$ ، $+3 = +\frac{6}{2}$



۱ هر عدد صحیح، یک عدد گویا می‌باشد.

۲ دقت داشته باشید که هر عدد گویا، همواره یک عدد صحیح نیست. به طور مثال عددهای $-\frac{۳}{۵}$ یا $+\frac{۸}{۵}$ با هیچ عدد صحیحی برابر نیستند.

۳ بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد.

❖ **قرینه‌ی اعداد گویا:** در سال قبل آموختید که قرینه‌ی عدد $(+۷)$ ، برابر -۷ و قرینه‌ی عدد (-۳) ، برابر $+۳$ است.

در عددهای گویا نیز مانند عددهای صحیح برای تعیین قرینه‌ی هر عددی، فقط علامت آن را تغییر می‌دهند. مانند:

$$-\frac{۳}{۵} \text{ قرینه‌ی } \frac{۳}{۵} = -\left(-\frac{۳}{۵}\right) = +\frac{۳}{۵} \qquad \left(-۲\frac{۱}{۵}\right) \text{ قرینه‌ی } \left(-۲\frac{۱}{۵}\right) = +۲\frac{۱}{۵}$$

$$+\frac{۶}{۱۳} \text{ قرینه‌ی } \frac{۶}{۱۳} = -\left(+\frac{۶}{۱۳}\right) = -\frac{۶}{۱۳} \qquad +۸\frac{۵}{۷} \text{ قرینه‌ی } \left(+۸\frac{۵}{۷}\right) = -۸\frac{۵}{۷}$$



۱ قرینه‌ی، قرینه‌ی هر عدد گویا با خود آن عدد برابر است.

$$\underbrace{-\left(-\left(-\frac{۳}{۴}\right)\right)} = -\frac{۳}{۴}$$

می‌خوانیم؛ قرینه‌ی قرینه‌ی $\left(-\frac{۳}{۴}\right)$

$$\underbrace{-\left(-\left(+\frac{۶}{۵}\right)\right)} = +\frac{۶}{۵}$$

می‌خوانیم؛ قرینه‌ی قرینه‌ی $\left(+\frac{۶}{۵}\right)$

۲ اگر تعراد علامت‌های قرینه، پشت یک عدد گویا، فرد باشد، آن عدد قرینه می‌شود، اما اگر تعراد علامت‌های قرینه، پشت یک

عدد گویا، زوج باشد، آن عدد تغییر نمی‌کند.

$$\underbrace{-\left(-\left(-\left(-\frac{۷}{۳}\right)\right)\right)} = +\frac{۷}{۳}$$

تعراد علامت‌های قرینه، فرد است.

$$\underbrace{-\left(-\left(-\left(-\left(-\frac{۷}{۳}\right)\right)\right)\right)} = -\frac{۷}{۳}$$

تعراد علامت‌های قرینه، زوج است.

❖ **تبدیل اعداد گویای مخلوط به اعداد گویای کسری:** برای تبدیل هر عدد گویای مخلوط به یک عدد گویای کسری

کافی است ابتدا علامت عدد را بنویسیم، سپس مانند دوره‌ی دبستان عدد را بدون علامت آن به شکل کسری تبدیل

کنیم. به طور مثال برای تبدیل عدد $۵\frac{۱}{۳}$ به کسر، ابتدا علامت آن را می‌نویسیم، سپس $۵\frac{۱}{۳}$ را به کسر تبدیل

می‌کنیم که مساوی $\frac{۱۶}{۳} = \frac{(۵ \times ۳) + ۱}{۳}$ خواهد شد. پس $۵\frac{۱}{۳}$ با $-\frac{۱۶}{۳}$ برابر است. همچنین عدد $۵\frac{۳}{۷}$ با عدد

$$+\frac{۳۸}{۷} = \frac{(۵ \times ۷) + ۳}{۷} \text{ برابر است.}$$

❖ **تبدیل اعداد گویا به اعداد مخلوط:** در این قسمت نیز ابتدا علامت عدد را نوشته، سپس مانند دوره‌ی دبستان کسر را

به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم. به طور مثال عدد $-\frac{۱۹}{۵}$ با عدد $۳\frac{۴}{۵}$ برابر است.