



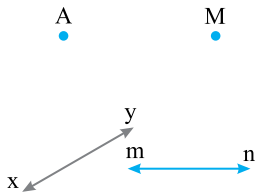
هندسه و استدلال

روابط بین پاره خطها

اندازه گیری و روش های آن از قدیم با زندگی انسان همراه بوده است. به احتمال زیاد بابلیان و مصریان کهن نخستین کسانی بودند که اصول هندسه را کشف کردند. علم هندسه باعث تقویت استدلال در انسان می شود. تکرار و به خاطر سپردن مفاهیم و مبانی علم هندسه از اصول پایه در یادگیری آن می باشد.

مفاهیم اولیه

نقطه: از مفاهیم تعریف نشده در علم هندسه است که می توان آن را کوچک ترین جزء تشکیل دهنده یک شکل دانست که از تماس نوک قلم با سطح کاغذ پدید می آید. نقطه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند.



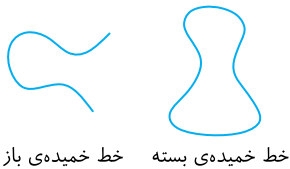
خط: از دیگر مفاهیم تعریف نشده در علم هندسه می باشد که می توان آن را دسته ای از نقاط دانست که در کنار هم قرار گرفته اند. خطها را با حروف کوچک انگلیسی نام گذاری می کنند.

انواع خط

۱- **خط راست:** خطی که تمام نقاط آن در یک امتداد مستقیم قرار گرفته باشند.



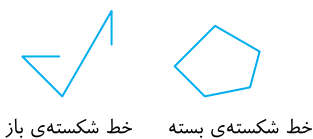
۲- **خط خمیده (منحنی):** خطی است که هیچ یک از قسمت هایش بخشی از یک خط راست نباشد و نتوان تغییرات آن را با وضعیت خط کش طی کرد. دو نوع خط خمیده داریم:



(۱) خمیده باز

(۲) خمیده بسته

۳- **خط شکسته:** خطی است که از چند قطعه خط راست متوالی که در یک امتداد نباشند تشکیل شده است. دو نوع خط شکسته داریم:



(۱) شکسته باز

(۲) شکسته بسته

طبق قرارداد از این به بعد، منظور از خط، همان خط راست است مگر آنکه از پسوند خاصی برای آن استفاده شود.

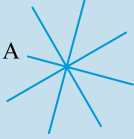


نکته

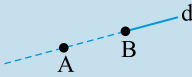
(۱) خط نامحدود است و دارای ابتدا و انتها نمی‌باشد.



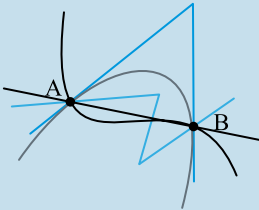
(۲) از یک نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد.



(۳) از دو نقطه فقط یک خط می‌گذرد.



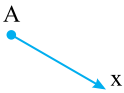
(۴) از دو نقطه بی‌شمار خط از انواع خط (خمیده، شکسته و راست) می‌گذرد.



(۵) می‌توان بی‌شمار نقطه روی یک خط پیدا کرد.

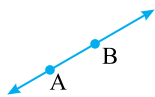
نیم‌خط

به قسمتی از یک خط که از یک طرف به یک نقطه محدود شده باشد، نیم‌خط می‌گوییم. برای نام‌گذاری نیم‌خط ابتدا نام نقطه و سپس نام سر آزاد خطش را می‌نویسیم. مانند: نیم‌خط Ax



پاره‌خط

به قسمتی از یک خط که از دو طرف به دو نقطه محدود شده باشد، پاره‌خط می‌گوییم. پاره‌خط‌ها غیرقابل امتداد و دارای اندازه (طول) مشخص می‌باشند. پاره‌خط را با حروف نقاط ابتدا و انتهایش نام‌گذاری می‌کنند. مانند پاره‌خط AB



مسئله ۱

در شکل روبه‌رو نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بنویسید.

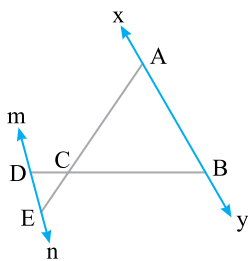
راه‌حل: با توجه به تعریف خط، نیم‌خط و پاره‌خط و نقاط برخورد خط‌ها با یک‌دیگر نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها عبارتند از:

خط‌ها: mn, xy

نیم‌خط‌ها: $Ax, Ay, Bx, By, En, Em, Dn, Dm$

پاره‌خط‌ها: $EC, DC, DE, BD, BC, AE, AC, AB$

(در این سؤال می‌توانید از راهبرد الگوسازی نیز استفاده کنید.)



نکته

(۱) هر نقطه روی یک خط آن را به دو نیم‌خط تبدیل می‌کند.

(۲) اگر n نقطه روی خطی قرار داشته باشد و دو سر خط محدود نشود، تعداد $2n$ نیم‌خط بر روی آن ایجاد می‌شود و در غیر این صورت n نیم‌خط به‌وجود می‌آید.

(۳) اگر بر روی خطی n نقطه قرار دهیم، تعداد پاره‌خط‌های حاصل برابر است با: $\frac{n \times (n-1)}{2}$

(۴) پاره‌خط کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه است که با به‌دست آوردن اندازه‌ی آن می‌توان فاصله‌ی بین آن دو نقطه را پیدا کرد. به‌طور مثال:

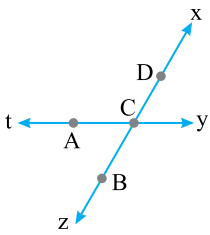


تعداد نیم‌خط‌ها = $2 \times 5 = 10$



تعداد نیم‌خط‌ها = 5

مسئله ۲ با توجه به شکل روبه‌رو تعداد نیم‌خطها و پاره‌خطها را به‌دست آورید.



راه‌حل: برای به‌دست آوردن تعداد نیم‌خطها و پاره‌خطها، بهتر است ابتدا خطی را در نظر گرفته و سپس تعداد نیم‌خط و پاره‌خطهای آن را به‌دست آوریم، بعد از آن خط دیگری را در نظر گرفته و تعداد نیم‌خطها و پاره‌خطهای آن را به‌دست آورده و این کار را تا جایی ادامه دهیم که دیگر هیچ خطی باقی نماند. در آخر تعداد نیم‌خطها و پاره‌خطهای به‌دست آمده از هر خط را با هم جمع می‌کنیم.

خط $xz \leftarrow$ نیم‌خطها $3 \times 2 = 6$ ، پاره‌خطها $3 \times 2 = 3$

خط $tz \leftarrow$ نیم‌خطها $2 \times 2 = 4$ ، پاره‌خطها $2 \times 2 = 2$

تعداد کل نیم‌خطها: $6 + 4 = 10$ ، تعداد کل پاره‌خطها $3 + 2 = 5$

مقایسه‌ی پاره‌خطها

برای مقایسه‌ی دو پاره‌خط، باید اندازه‌های آن‌ها را به‌دست آورد و برای این کار می‌توان از **خط‌کش** یا **پرگار** استفاده کرد.

جمع و تفریق پاره‌خطها

اگر دو یا چند پاره‌خط در امتداد یک‌دیگر قرار داشته باشند، می‌توان با توجه به نوع قرارگیری و اندازه‌ی هریک، آن‌ها را با هم جمع و تفریق کرد.

مسئله ۳ با توجه به شکل روبه‌رو، به جای مربع‌ها عبارت مناسب قرار دهید.



الف) $\overline{AB} + \overline{BD} = \square$

ب) $\overline{AC} + \square = \overline{AE}$

پ) $\overline{AE} - \overline{AB} = \square$

ت) $\square - \overline{CD} = \overline{DE}$

ث) $\overline{AD} - \overline{BC} = \overline{AB} + \square$

ج) $(\overline{AB} + \overline{BD}) - \overline{DC} = \square$

راه‌حل: با توجه به شکل و نوع قرارگیری نقطه‌ها بر روی خط خواهیم داشت:

الف) $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AD}$

ب) $\overline{AC} + \overline{CE} = \overline{AE}$

پ) $\overline{AE} - \overline{AB} = \overline{EB}$

ت) $\overline{CE} - \overline{CD} = \overline{DE}$

ث) $\overline{AD} - \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$

ج) $(\overline{AB} + \overline{BD}) - \overline{DC} = \overline{AC}$

نسبت بین پاره‌خطها

اگر نقاطی را روی یک خط قرار دهیم به طوری که طول پاره‌خطهای حاصل، متناسب یا برابر یک‌دیگر باشند، آن‌گاه هر یک از پاره‌خطها را می‌توان به صورت نسبتی از پاره‌خطی دیگر به‌دست آورد.

مسئله ۴ در شکل روبه‌رو $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$. در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.



الف) $\overline{AC} = \dots \overline{AB}$

ب) $\overline{AE} = \dots \overline{AC}$

پ) $\overline{AD} = \dots \overline{AE}$

ت) $\dots \overline{CE} = \overline{AD}$

ث) $\dots \overline{BD} = \overline{CE}$

ج) $\overline{AD} - \overline{DB} = \dots \overline{BE}$



راه حل: با توجه به شکل و فاصله‌ی برابر بین نقطه‌های متوالی روی آن خواهیم داشت:

الف) $\overline{AC} = \frac{2}{2} \overline{AB}$

ب) $\overline{AE} = \frac{4}{2} \overline{AC}$ یا $\overline{AE} = 2\overline{AC}$

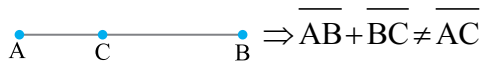
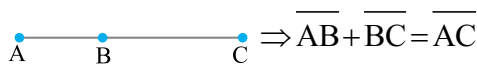
پ) $\overline{AD} = \frac{3}{4} \overline{AE}$

ت) $\frac{3}{2} \overline{CE} = \overline{AD}$

ث) $\frac{2}{2} \overline{BD} = \overline{CE}$ یا $\overline{BD} = \overline{CE}$

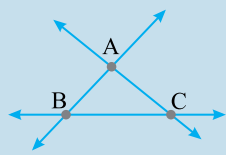
ج) $\frac{\overline{AD} - \overline{DB}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \overline{BE}$

نوشتن جمع و تفریق بین پاره‌خط‌های روی یک خط راست، فقط با داشتن تصویر آن پاره‌خط امکان‌پذیر است و عبارت $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ برای همه‌ی پاره‌خط‌ها درست نیست. به‌طور مثال:



نکته

۱) اگر سه خط یک‌دیگر را در سه نقطه‌ی A، B و C قطع کنند آن‌گاه این سه نقطه روی یک خط قرار ندارند. این نقطه‌ها تشکیل

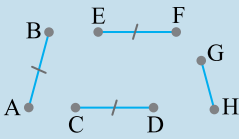


یک مثلث می‌دهند که آن را با ΔABC یا ABC نمایش می‌دهند و رابطه بین اضلاع آن به صورت زیر است:

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

$$\overline{AC} + \overline{CB} > \overline{AB}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$$

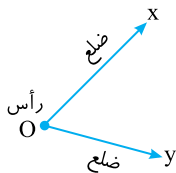


۲) در شکل‌های زیر اگر $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} > \overline{GH}$ ، آن‌گاه می‌توان نوشت: (علامت \Rightarrow به معنای نتیجه گرفتن است و وقتی به آن می‌رسیم، می‌خوانیم: نتیجه می‌گیریم ...)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}, \quad \left. \begin{array}{l} \overline{EF} > \overline{GH} \\ \overline{EF} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{GH} < \overline{CD}$$

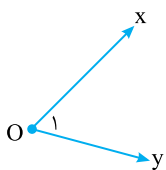
روابط بین زاویه‌ها

زاویه قسمتی از یک صفحه است که به وسیله دو نیم‌خط با یک نقطه‌ی مشترک، محدود شده باشد. به هر یک از نیم‌خط‌های زاویه، ضلع زاویه و به محل برخورد دو ضلع زاویه، رأس زاویه می‌گویند.



یک زاویه را می‌توان به چند صورت نام‌گذاری کرد.

۱) از سه حرف استفاده کرد که نقطه رأس زاویه باید بین دو حرف دیگر قرار گیرد. مانند $\hat{y}Ox$ یا $\hat{z}Oy$



۲) از رأس زاویه به تنهایی استفاده کرد. مانند \hat{O}

۳) اگر رأس زاویه به چند قسمت تقسیم شده باشد، با شماره‌گذاری زاویه‌ی هر قسمت، رأس را به همراه شماره‌ی آن زاویه می‌خوانیم. مانند $\hat{O}_1 = \hat{1}$

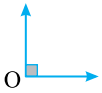
واحد اندازه‌گیری زاویه «درجه» می‌باشد و وسیله اندازه‌گیری زاویه «نقاله» نام دارد.

انواع زاویه

۱- زاویه تند (حاده): زاویه‌ای که اندازه آن از 90° کم‌تر است. $\hat{O} < 90^\circ$



۲- زاویه راست (قائمه): زاویه‌ای که اندازه آن برابر 90° است. $\hat{O} = 90^\circ$



۳- زاویه باز (منفرجه): زاویه‌ای که اندازه آن از 90° بیش‌تر و از 180° کوچک‌تر است. $180^\circ > \hat{O} > 90^\circ$



۴- زاویه نیم‌صفحه: زاویه‌ای که اندازه آن برابر 180° می‌باشد. $\hat{O} = 180^\circ$

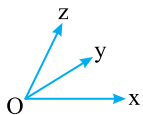


وضعیت دو زاویه نسبت به هم

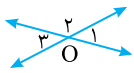
۱- دو زاویه متمم: دو زاویه که مجموع اندازه آن‌ها برابر 90° باشد. مانند $\hat{A} = 40^\circ$ و $\hat{B} = 50^\circ$

۲- دو زاویه مکمل: دو زاویه که مجموع اندازه آن‌ها برابر 180° باشد. مانند: $\hat{A} = 110^\circ$ و $\hat{B} = 70^\circ$

۳- دو زاویه مجاور: دو زاویه را که در رأس و یک ضلع مشترک هستند را دو زاویه مجاور می‌نامیم. مانند دو زاویه $x\hat{O}y$ و $z\hat{O}y$



۴- دو زاویه متقابل به رأس: دو زاویه را که اضلاع آن‌ها در یک امتداد باشند و یک رأس مشترک داشته باشند، دو زاویه‌ی متقابل به رأس می‌نامیم. مانند:

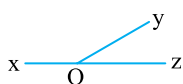


$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

«دو زاویه متقابل به رأس همواره با هم برابرند.»

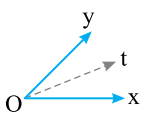
۵- دو زاویه مجانب: دو زاویه را که هم مجاور و هم مکمل باشند، دو زاویه‌ی مجانب می‌گویند.

$$\text{مانند: } x\hat{O}y + y\hat{O}z = 180^\circ$$



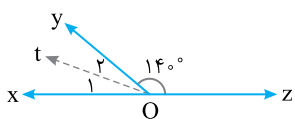
نیمساز

به نیم‌خطی که از رأس زاویه رسم می‌شود و آن زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، نیمساز می‌گویند.



$$\text{مانند: } (Ot) \text{ نیمساز است یعنی: } x\hat{O}t = t\hat{O}y$$

مسئله ۵ در شکل مقابل Ot نیمساز زاویه $x\hat{O}y$ می‌باشد اندازه زاویه \hat{O}_1 چقدر است؟



راه‌حل: با توجه به شکل زاویه‌های $x\hat{O}y$ و $y\hat{O}z$ مکمل هم هستند، بنابراین داریم:

$$x\hat{O}y + y\hat{O}z = 180^\circ \Rightarrow x\hat{O}y + 14^\circ = 180^\circ \Rightarrow x\hat{O}y = 180^\circ - 14^\circ = 166^\circ$$

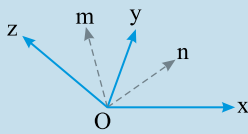
حال از آن جایی که Ot نیمساز زاویه $x\hat{O}y$ می‌باشد، پس خواهیم داشت:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \frac{x\hat{O}y}{2} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \frac{166^\circ}{2} = 83^\circ$$



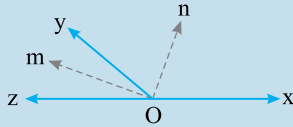
نکته

۱) زاویه بین نیمسازهای دو زاویه مجاور همواره برابر نصف مجموع آن دو زاویه می‌باشد.



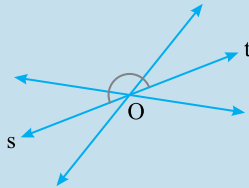
$$\widehat{nOm} = \frac{x\widehat{Oy} + y\widehat{Oz}}{2}$$

۲) نیمسازهای دو زاویه مجانب بر هم عمود هستند.



$$\widehat{nOm} = \frac{x\widehat{Oy} + y\widehat{Oz}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

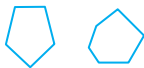
۳) نیمسازهای دو زاویه متقابل به رأس در یک امتداد هستند.



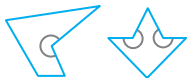
$$\widehat{tOs} = 180^\circ$$

انواع چند ضلعی

۱- چندضلعی محدب: یک چندضلعی که هیچ زاویه‌ای بزرگ‌تر از 180° ندارد، چندضلعی محدب نامیده می‌شود. مانند:



۲- چندضلعی مقعر: یک چندضلعی که دست کم یک زاویه‌ی بزرگ‌تر از 180° داشته باشد، چندضلعی مقعر نامیده می‌شود. مانند:



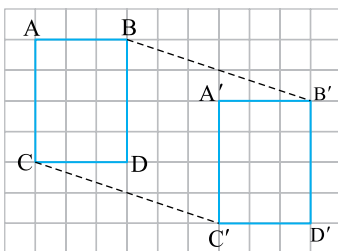
۳- چندضلعی‌های منتظم: یک چندضلعی که همه‌ی ضلع‌های آن با هم و همه‌ی زاویه‌های آن با هم مساوی هستند، چندضلعی منتظم نامیده می‌شود. مانند: مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و ...

در چندضلعی‌های منتظم با افزایش تعداد ضلع‌ها، اندازه زاویه‌ها بیشتر می‌شود.

مثال: در سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع)، اندازه هر زاویه 60° و در چهارضلعی منتظم (مربع)، اندازه هر زاویه 90° می‌باشد.

تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن و دوران)

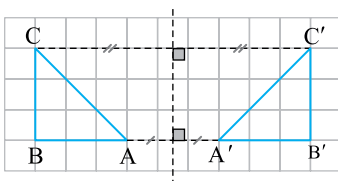
انتقال: اگر یک کاغذ شفاف را روی شکلی گذاشته و آن شکل را رسم کنیم و سپس بدون تغییر جهت کاغذ شفاف را روی صفحه حرکت دهیم، هر مکانی که کاغذ شفاف قرار بگیرد شکل حاصل انتقال یافته شکل اصلی می‌باشد.



نکته وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می‌دهیم، تصویر به دست آمده مساوی و هم‌جهت شکل اولیه است.

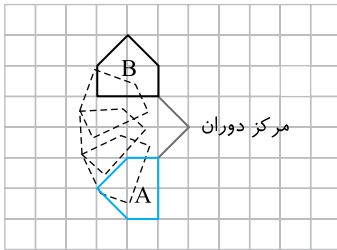
تقارن

اگر خطی دلخواه خارج یک شکل رسم کنیم و سپس کاغذ را از روی آن خط تا کنیم، تصویری که از شکل اصلی در طرف دیگر خط پدید می‌آید، قرینه‌ی شکل اصلی می‌باشد و به آن خط، «خط تقارن» می‌گویند.



نکته وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می‌کنیم، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است، اما جهت آن تغییر می‌کند.

دوران



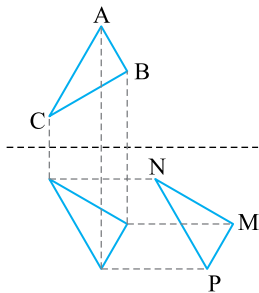
اگر تصویر شکلی را روی کاغذی شفاف (پوستی) کشیده و سپس کاغذ شفاف را روی نقطه‌ای دلخواه ثابت کرده و به آرامی بچرخانیم، شکل حاصل در هر قسمت از صفحه، دوران یافته‌ی شکل اصلی نسبت به نقطه‌ای است که آن را ثابت کرده‌ایم (مرکز دوران).

نکته

- ۱) برای دوران دادن یک شکل با زاویه‌ای بین 0° تا 180° لازم است که جهت دوران مشخص شود. اما در دوران به اندازه‌ی 180° نیازی به مشخص کردن جهت دوران نمی‌باشد.
- ۲) دوران شکلی حول یک نقطه به اندازه 180° را «تقارن مرکزی» می‌نامند.

شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دروان) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل با هم هم‌نهشت (مساوی)‌اند. دو شکل روبه‌رو هم‌نهشت هستند زیرا به وسیله دو تبدیل تقارن و انتقال می‌توان دو شکل را بر هم منطبق کرد. پس:



$$\triangle ABC \cong \triangle MNP \quad (\cong: \text{علامت هم‌نهشت بودن})$$

اگر دو شکل هم‌نهشت باشند آن‌گاه اجزای آن‌ها مثل زاویه‌ها و ضلع‌ها دوه‌دو با هم مساوی می‌باشند. در مثال قبل اجزای متناظر عبارتند از:







$$\begin{array}{l} \hat{A} = \hat{P} \qquad \overline{AB} = \overline{MP} \\ \hat{B} = \hat{M} \qquad \overline{AC} = \overline{NP} \\ \hat{C} = \hat{N} \qquad \overline{BC} = \overline{MN} \end{array}$$




کار در مدرسه

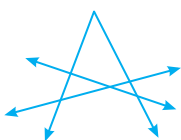
روابط بین پاره خطها

در هر قسمت گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.

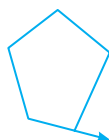
- ۱- نام گذاری کدام نقطه مناسب است؟
 الف) a • ب) A •
- ۲- نام گذاری کدام نیم خط مناسب است؟
 الف)  (الف) ب)  (ب)
- ۳- نام گذاری کدام پاره خط مناسب است؟
 الف)  (الف) ب)  (ب)
- ۴- نام گذاری کدام خط مناسب است؟
 الف)  (الف) ب)  (ب)
- ۵- درستی یا نادرستی هر عبارت را تعیین کنید.

نادرست	درست	
..	..	الف) خط d از دو نقطه تشکیل شده است. 
..	..	ب) مجموع $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ همیشه درست است.
..	..	پ) در هر مثلث همواره مجموع طول دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگتر است.
..	..	ت) محسن از زهرا بزرگتر است. رضا از نوید بزرگتر است و از محسن کوچکتر، پس نوید کوچکتر از محسن است.
..	..	ث) هر خط را می توان به هر اندازه‌ی دلخواه ادامه داد.
..	..	ج) نیم خط Ax به طول ۱۰ cm را می توان رسم کرد.
..	..	چ) اگر $\overline{CA} = \overline{AT}$ ، همواره نقطه‌ی A وسط CT است.

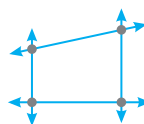
۶- در هر مورد شکلها را با حروف مناسب نام گذاری کنید.



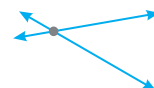
(ت)



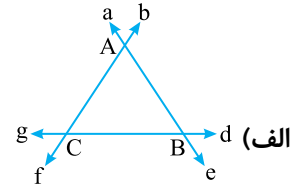
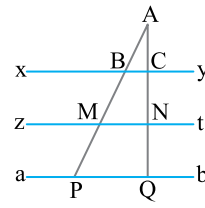
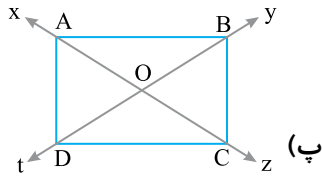
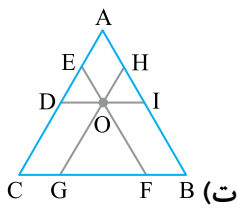
(پ)



(ب)



(الف)



۷- در هر مورد نام خطها، نیم خطها و پاره خطها را بنویسید.

۸- روی خط xy ، نقطه A, B, C, D و E قرار دارند.

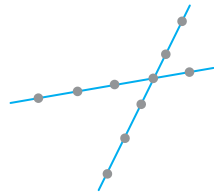
الف) خط xy و نقطه‌ها را رسم و سپس جدول زیر را کامل کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نقطه شروع از	A	B	C	D	E
نیم خطها					

ب) اگر روی همین خط ۱۰ نقطه قرار داشت، تعداد نیم خطها چند تا بود؟

پ) اگر تعداد نقطه‌ها n تا بود، چند نیم خط درست می‌شد؟

۹- در هر مورد تعداد پاره خطها را به دست آورید.



ب)



الف)

۱۰- الف) خط را طوری رسم کنید که هیچ دو خطی با هم موازی نباشند. بیشترین تعداد نقطه‌های برخوردی که از رسم این خطها ایجاد می‌شود چند تا است؟

ب) تعداد نقطه‌های برخورد هر خط با خطهای دیگر چند تا است؟

۱۱- در شکل روبه‌رو نقطه‌های A, B, C و D روی یک خط قرار دارند. رابطه‌های زیر را کامل کنید.

الف) $\overline{AB} + \overline{BC} = \dots$

ب) $\overline{CB} + \dots = \overline{DB}$

پ) $\overline{AD} - \dots = \overline{BC} + \overline{CD}$

ت) $\dots - \overline{AB} = \overline{AD} - (\overline{AB} + \overline{CD}) = \overline{BD} - \dots$

ث) $\overline{BC} + \overline{AB} + \overline{CD} = \dots$

ج) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} = \dots$



۱۲- با توجه به شکل روبه‌رو، برای به دست آوردن \overline{BE} سه جمع و سه تفریق بنویسید.



الف) $\overline{BE} = \dots + \dots$

ب) $\overline{BE} = \dots + \dots$

پ) $\overline{BE} = \dots + \dots + \dots$

ت) $\overline{BE} = \dots - \dots$

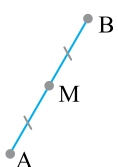
ث) $\overline{BE} = \dots - \dots$

ج) $\overline{BE} = \dots - \dots - \dots$

۱۳- در شکل روبه‌رو نقطه‌ی M وسط پاره خط AB است.

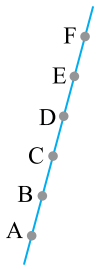
الف) اندازه کدام پاره خطها با هم برابر است؟

ب) تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$\overline{AB} = \dots \overline{MB}$

$\overline{MA} = \dots \overline{AB}$



۱۴- پاره‌های \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} و \overline{EF} با هم برابر هستند. تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

الف) $\overline{AC} = \dots \overline{AB}$

ب) $\overline{BC} = \dots \overline{BD}$

پ) $\overline{AD} = \dots \overline{DE}$

ت) $\overline{AE} = \dots \overline{AC}$

ث) $\overline{AB} = \dots \overline{AC}$

ج) $\overline{AC} = \dots \overline{AD}$

چ) $\overline{AD} = \dots \overline{AF}$

ح) $\overline{AE} = \dots \overline{AF}$



۱۵- در شکل روبه‌رو فاصله هر دو نقطه کنار هم، با هم برابر است. رابطه‌های زیر را کامل کنید.

الف) $\overline{AB} = \dots \overline{AC}$

ب) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CD} + \dots$

پ) $\overline{AC} = \dots \overline{CD}$

ت) $\overline{AD} = \dots \overline{BC}$

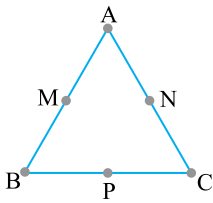
ث) $\overline{AC} = \dots \overline{BD}$

ج) $\overline{AD} + \dots = \overline{AE}$

چ) $\overline{AD} - \dots = \overline{DE}$

ح) $2\overline{AC} + 2\overline{AB} = \dots \overline{DE}$

۱۶- مثلث \overline{ABC} متساوی‌الاضلاع است. یعنی طول سه ضلع آن با هم برابر است. نقطه M وسط \overline{AB} ، N وسط \overline{AC} و P وسط \overline{BC} است.



الف) چرا $\overline{AM} = \overline{AN}$ ؟

ب) چرا $\overline{AM} = \overline{NC}$ ؟

پ) چرا $\overline{BP} = \overline{AM}$ ؟

Δ

ت) چرا \overline{AMN} متساوی‌الاضلاع است ؟



۱۷- در شکل مقابل نقاط A ، B ، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند و می‌دانیم $\overline{AB} = \overline{CD}$.

الف) دو تفریق برای بدست آوردن \overline{BC} بنویسید.

ب) با استفاده از دو تفریق بخش (الف) پاره‌خطی مساوی با \overline{AC} پیدا کنید.

۱۸- در شکل روبه‌رو نقاط A ، B ، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.

الف) دو جمع زیر را کامل کنید.



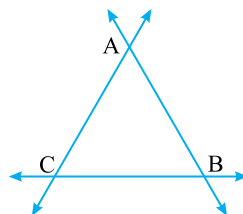
$\overline{AC} = \dots + \dots$

$\overline{BD} = \dots + \dots$

$\overline{BD} - \overline{AC} = \dots$

ب) حاصل تفریق زیر را پیدا کنید.

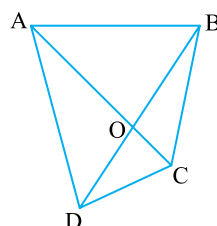
۱۹- با توجه به شکل رابطه‌های داده شده را کامل کنید.



$\overline{AB} + \dots > \overline{BC}$

$\dots + \dots > \overline{AC}$

$\dots + \dots > \overline{AB}$



الف) $\overline{AB} + \overline{BC} > \dots$

ب) $\overline{BC} + \dots > \overline{BD}$

پ) $\overline{OB} + \overline{OA} > \dots$

ت) $\dots + \dots > \overline{CD}$

ث) از کنار هم قرار دادن رابطه‌های (پ) و (ت) چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت ؟

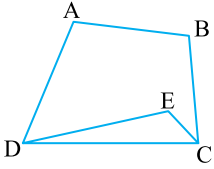
۲۱- سه نقطه A، M و B طوری روی یک خط قرار گرفته‌اند که نقطه M وسط پاره خط AB است.



الف) نقطه C را کجا قرار دهیم تا AC از AB بزرگ‌تر باشد؟

ب) نقطه C را کجا قرار دهیم تا AB برابر BC باشد؟

۲۲- با توجه به شکل روبه‌رو، چرا محیط پنج ضلعی ABCED بیش‌تر از محیط چهارضلعی ABCD است؟



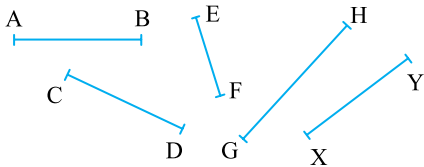
۲۳- می‌دانیم $\overline{AB} = 2\text{cm}$ ، $\overline{BC} = 3\text{cm}$ ، $\overline{AB} = \overline{DE}$ و $\overline{AE} = 12\text{cm}$.



یک رابطه جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها طول پاره خط CD را به دست آورید.

۲۴- وزن یک خرگوش با وزن یک گربه برابر است. وزن یک بره دو برابر وزن خرگوش است. اختلاف وزن گربه و بره چند برابر وزن خرگوش است؟

۲۵- در شکل مقابل می‌دانیم: $\overline{AB} < \overline{GH}$ ، $\overline{EF} < \overline{XY}$ ، $\overline{XY} = \overline{CD}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD}$



الف) چرا $\overline{AB} = \overline{XY}$ ؟

ب) چرا $\overline{EF} < \overline{CD} < \overline{GH}$ ؟

۲۶- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

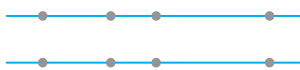
الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟

ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

پ) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟

ت) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

۲۷- می‌خواهیم روی یک خط چهار نقطه را طبق شرط‌های زیر قرار دهیم. در هر قسمت نقطه‌ها را نام‌گذاری کنید. (همه حالت‌های ممکن را در نظر بگیرید).



الف) A بین B و C قرار دارد. D کنار B و A نیست.

ب) A کنار C است اما بین B و D نیست. C کنار D است.

۲۸- یک خط رسم کنید. روی آن ۴ نقطه قرار دهید. این نقاط را با حروف A، B، C و D طوری نام‌گذاری کنید که رابطه‌های زیر بین

پاره‌خط‌ها درست باشد.

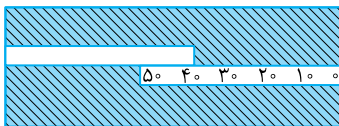
ب) $\overline{AD} - \overline{BC} = \overline{DC} + \overline{AB}$

الف) $\overline{AD} - \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CA}$

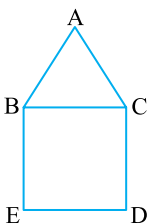
۲۹- شکل روبه‌رو را طوری نام‌گذاری کنید که $\overline{OB} + \overline{OA} > \overline{BA}$ و $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$.



۳۰- مانند شکل روبه‌رو دو خط کش ۵۰ سانتی‌متری را روی میز قرار داده‌ایم. طول میز چقدر است؟



۳۱- شکل روبه‌رو از یک مربع و یک مثلث + متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. چرا $\overline{BE} = \overline{AC}$ ؟





۳۲- در شکل روبه‌رو، نقطه C وسط AB، نقطه D وسط AC، نقطه E وسط AD، نقطه F وسط AE و نقطه G وسط AF است.

الف) جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

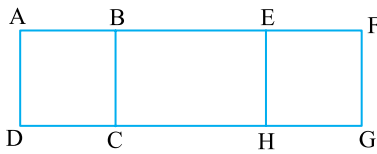
الف) $\overline{AC} = \dots \overline{AB}$ ب) $\overline{AD} = \dots \overline{AC}$ پ) $\overline{AE} = \dots \overline{AD}$

ت) $\overline{AF} = \dots \overline{AE}$ ث) $\overline{AG} = \dots \overline{AF}$

ب) با استفاده از اعداد قرار داده شده در بخش الف) بگویید \overline{AB} چند برابر \overline{AG} است؟

پ) \overline{BD} چند برابر \overline{AD} است؟

۳۳- در شکل روبه‌رو چهارضلعی‌های «ABCD» و «EFGH» مربع هستند. چهارضلعی «BEHC» هم مستطیل است. چرا $\overline{AB} = \overline{FG}$ ؟



۳۴- جاهای خالی را با نوشتن اعداد و پاره‌خط‌های مناسب پر کنید.

الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{CD} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots = \dots$

ب) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{MN} \\ \overline{MN} > \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots < \dots$

پ) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 2\overline{AC} \\ \overline{AC} = 3\overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \dots \overline{MN}$

ت) $\left. \begin{array}{l} \overline{CD} = 3\overline{PQ} \\ \overline{CD} = 5\overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots > \dots$

ث) $\left. \begin{array}{l} \overline{MN} = 2\overline{AD} \\ \overline{BC} = 5\overline{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{MN} = \dots \overline{BC}$

روابط بین زاویه‌ها

در هر قسمت گزینه درست را انتخاب کنید.

۳۵- همه زاویه‌های تند از همه زاویه‌های باز هستند.

الف) بزرگ‌تر ب) کوچک‌تر

۳۶- برای شکل روبه‌رو کدام رابطه درست است؟

الف) $\hat{O}_1 = x\hat{O}_z$

ب) $x\hat{O}_z - x\hat{O}_y = \hat{O}_p$

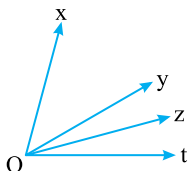
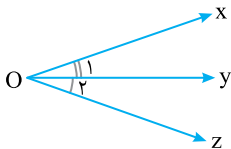
۳۷- زاویه‌های متقابل به رأس، هستند.

الف) با هم برابر ب) متمم یکدیگر

۳۸- در شکل روبه‌رو چند زاویه وجود دارد؟

الف) ۳

ب) ۶





پاسخ ۱

گزینه (ب) درست است. معمولاً نقاط را با حروف بزرگ نام گذاری می کنند.

پاسخ ۲

گزینه (الف) درست است. معمولاً مسیر آزاد خط را با حروف کوچک نام گذاری می کنند.

پاسخ ۳

گزینه (ب) درست است. معمولاً نقاط را با حروف بزرگ نام گذاری می کنند.

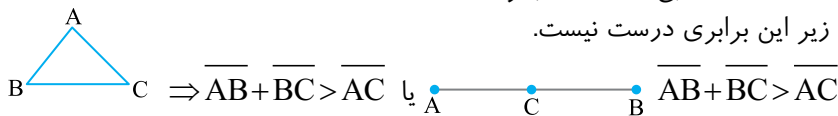
پاسخ ۴

گزینه (ب) درست است. سر آزاد خط را با حروف کوچک نام گذاری می کنند.

پاسخ ۵

(الف) نادرست است. روی یک خط مانند خط d بی شمار نقطه وجود دارد.

(ب) نادرست است. در مثلث ABC و پاره خط زیر این برابری درست نیست.



(پ) درست است. به مثلث قسمت (ب) نگاه کنید.

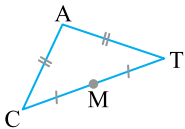
(ت) درست است.

سن زهرا > سن محسن
سن نوید > سن رضا
سن رضا > سن محسن
} سن نوید > سن محسن

(ث) درست است.

(ج) نادرست است. خط و نیم خط طول مشخصی ندارد و پاره خط که توسط دو نقطه محدود می شود، طول مشخص دارد.

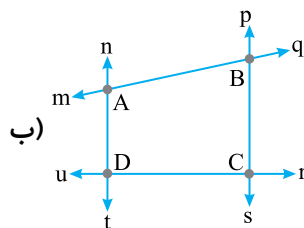
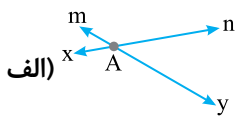
(چ) نادرست است. به شکل زیر دقت کنید.



نقطه A وسط CT نیست.

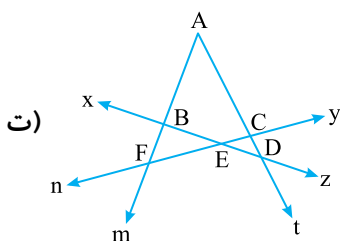
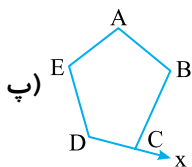
به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ و امتداد خط را با حروف کوچک انگلیسی نشان می دهیم.

پاسخ ۶



«از برخورد دو خط راست، یک نقطه به وجود می آید.»

پس نیازی به پررنگ کردن نقطه ها نیست.



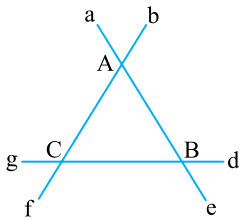


پاسخ ۷

هر خط از دو طرف امتداد دارد و با حروف کوچک نشان داده می‌شود. هر نیم‌خط از یک نقطه شروع و با یک خط امتداد می‌یابد. پاره‌خط بخشی از خط است که توسط دو نقطه محدود شده است.

الف) خط‌ها: gd, bf, ae

نیم‌خط‌ها: ابتدا همه‌ی نیم‌خط‌های یک نقطه را می‌نویسیم.



$\Rightarrow Aa, Ae, Af, Ab$

$\Rightarrow Be, Ba, Bd, Bg$

$\Rightarrow Cf, Cb, Cd, Cg$

هر نقطه روی دو خط قرار دارد، پس هر نقطه ۴ نیم‌خط دارد.

پاره‌خط‌ها: AB, AC, BC

ب) خط‌ها: xy, zt, ab

نیم‌خط‌ها: $Bx, By, Cx, Cy, Mz, Mt, Nz, Nt, Pa, Pb, Qa, Qb$

سعی کنید ابتدا همه نیم‌خط‌های یک نقطه را بنویسید.

پاره‌خط‌ها: $PQ, MN, BC, AB, AM, AP, BM, BP, MP, AC, AN, AQ, CN, CQ, NQ$

پ) خط‌ها: xz و yt

نیم‌خط‌ها: $Ax, Az, Ox, Oz, Cx, Cz, By, Bt, Oy, Ot, Dy, Dt$

پاره‌خط‌ها:

پاره‌خط‌های ضلع‌های مستطیل $= AB, BC, CD, AD$

پاره‌خط‌های روی قطرهای مستطیل $= AO, OB, OD, BD, OC, AC$

ت) خط‌ها و نیم‌خط‌ها: هیچ امتداد خطی وجود ندارد پس هیچ نیم‌خطی وجود ندارد.

پاره‌خط‌ها: دسته‌بندی کردن پاره‌خط‌ها در نوشتن و شمردن آن‌ها همواره کار را ساده می‌کند.

پاره‌خط‌های روی ضلع $AB \Rightarrow AH, AI, AB, HI, HB, IB$

پاره‌خط‌های روی ضلع $AC \Rightarrow AE, AD, AC, ED, EC, DC$

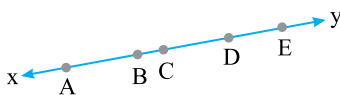
پاره‌خط‌های روی ضلع $BC \Rightarrow BF, BG, BC, FG, FC, GC$

پاره‌خط‌هایی که یک سر آن‌ها O است. $\Rightarrow OE, OH, OI, OF, OG, OD$

پاره‌خط‌هایی که از O می‌گذرند. $\Rightarrow EF, HG, DI$

الف) خط xy را رسم و ۵ نقطه دلخواه روی آن می‌گذاریم:

پاسخ ۸



نقطه	از A شروع می‌شود.	از B شروع می‌شود.	از C شروع می‌شود.	از D شروع می‌شود.	از E شروع می‌شود.
نیم‌خط‌ها	Ax	Bx	Cx	Dx	Ex
	Ay	By	Cy	Dy	Ey

نتیجه می‌گیریم که چون خط xy دو امتداد باز دارد برای هر نقطه ۲ نیم‌خط می‌توان نام برد.

ب) اگر ۱۰ نقطه روی همین خط بود، برای هر نقطه می‌توانستیم دو نیم‌خط نام‌گذاری کنیم و در نتیجه تعداد نیم‌خط‌ها برابر $20 = 2 \times 10$ می‌شد.

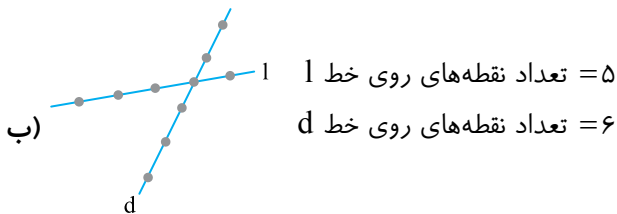
پ) چون برای هر نقطه روی خط xy دو نیم‌خط می‌توان نام‌گذاری کرد تعداد نیم‌خط‌ها برابر $2n = 2 \times n$ می‌شد.

پاسخ ۹

با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان تعداد پاره‌خط‌ها در هر خط را به دست آورد:

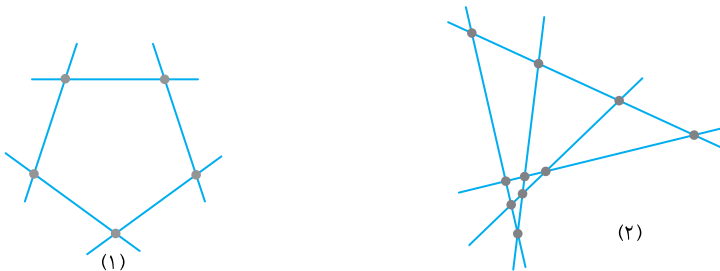
$$\text{تعداد پاره‌خط‌های روی خط} = \frac{(1 - \text{تعداد نقطه‌ها}) \times (\text{تعداد نقطه‌ها})}{2}$$

$$\text{تعداد پاره‌خط‌ها} \Rightarrow 5 = \text{تعداد نقطه‌ها (الف)} \Rightarrow \text{تعداد پاره‌خط‌ها} = \frac{5 \times (5-1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$



$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد پاره‌خط‌های روی خط l} &= \frac{5 \times (5-1)}{2} = 10 \\ \text{تعداد پاره‌خط‌های روی خط d} &= \frac{6 \times (6-1)}{2} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تعداد کل پاره‌خط‌ها} = 10 + 15 = 25$$

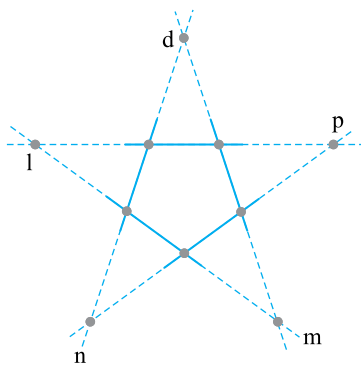
پاسخ ۱۰ (الف)



دو شکل بالا را می‌توان رسم کرد. اما تعداد نقاط در دو شکل متفاوت است. چرا؟ چون در شکل (۱) هنوز همه خط‌ها یک‌دیگر را قطع نکرده‌اند. خط‌ها را امتداد می‌دهیم.

با توجه به شکل روبه‌رو، ۵ نقطه‌ی جدید به دست می‌آید. پس در هر حالت از برخورد خط‌ها ۱۰ نقطه ایجاد می‌شود.

در هر دو شکل روی هر خط ۴ نقطه وجود دارد. به طور مثال به خط‌های l, d, m و n نگاه کنید. پس روی هر خط ۴ نقطه و در کل $20 = 5 \times 4$ نقطه به دست می‌آید. اما تعداد نقطه‌ها ۱۰ است!! چون هر دو خط یک نقطه مشترک دارند و در نتیجه تعداد نقطه‌ها می‌شود:



$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

پاسخ ۱۱

الف) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

پ) $\overline{AD} - \overline{AB} = \underbrace{\overline{BC} + \overline{CD}}_{\overline{BD}}$

ث) $\overline{BC} + \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD}$

ب) $\overline{CB} + \overline{CD} = \overline{DB}$

ت) $\overline{AC} - \overline{AB} = \underbrace{\overline{AD} - (\overline{AB} + \overline{CD})}_{\overline{BC}} = \overline{BD} - \overline{CD}$

ج) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC}} = 1$

پاسخ ۱۲

الف) $\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE}$

ب) $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE}$

پ) $\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE}$

ت) $\overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AB}$

ث) $\overline{BE} = \overline{BF} - \overline{EF}$

ج) $\overline{BE} = \overline{AF} - \overline{AB} - \overline{EF}$



پاسخ ۱۳

الف) نقطه M وسط پاره خط AB است یعنی AB را نصف کرده است. پس: $\overline{AM} = \overline{MB}$

ب) از کنار هم قرار گرفتن AM و MB و AB ساخته می‌شود. AM هم برابر MB است پس می‌توان گفت که AB از دو تا AM یا ۲ تا MB ساخته شده است. پس:

$$\overline{AB} = 2\overline{MB} \quad , \quad \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

پاسخ ۱۴

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$$

الف) $\overline{AC} = 2\overline{AB}$ ب) $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ پ) $\overline{AD} = 3\overline{DE}$ ت) $\overline{AE} = 2\overline{AC}$

ث) $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ ج) $\overline{AC} = \frac{2}{3}\overline{AD}$ چ) $\overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AF}$ ح) $\overline{AE} = \frac{4}{5}\overline{AF}$

فاصله نقطه‌های کنار هم با هم برابر است پس: پاسخ ۱۵

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$$

الف) $\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ ب) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CD} + \overline{DE}$ یا $\overline{CD} + \overline{AB}$ یا $\overline{CD} + \overline{BC}$

پ) $\overline{AC} = 2\overline{CD}$ ت) $\overline{AD} = 3\overline{BC}$

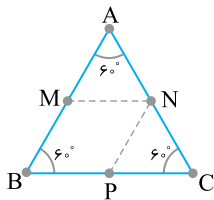
ث) $\overline{AC} = 1\overline{BD}$ ج) $\overline{AD} + \overline{DE} = \overline{AE}$

چ) $\overline{AD} - \overline{BD} = \overline{DE} = \overline{AB}$ یا $\overline{AD} - \overline{CE} = \overline{DE}$

دقت کنید که DE همان طول پاره خط DE است. پس می‌توان به جای AB، DE گذاشت.

ح)
$$\left. \begin{array}{l} \overline{2AC} + \overline{2AB} = \dots \overline{DE} \\ \downarrow \\ \overline{2 \times (2AB)} = \overline{4AB} \quad , \quad \overline{AB} = \overline{DE} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{6AB} = \overline{6DE}$$

پاسخ ۱۶ الف و ب)



M وسط AB است. $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

N وسط AC است. $\Rightarrow \overline{AN} = \overline{NC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\Delta ABC \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB} = \overline{AN} = \overline{NC} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AM} = \overline{AN} \\ \overline{AM} = \overline{NC} \end{cases}$

$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} \quad , \quad \overline{BP} = \frac{1}{2}\overline{BC} \\ \overline{AB} = \overline{BC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{BP}$

پ)

ت) مثلث ABC متساوی الاضلاع است. پس همه زاویه‌های آن ۶۰° هستند.

$\Rightarrow \widehat{MAN} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AMN} + \widehat{ANM} = 120^\circ$

$\Delta AMN \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM}$ متساوی الساقین است. $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = 60^\circ$

هر سه زاویه‌ی مثلث AMN، ۶۰° است، پس این مثلث متساوی الاضلاع می‌باشد.

۱) $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$

پاسخ ۱۷ الف

۲) $\overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD}$

ب) طبق تفریق (۱) اگر از \overline{AC} به اندازه \overline{AB} کم کنیم، \overline{BC} به دست می‌آید. طبق تفریق (۲) اگر از \overline{BD} به اندازه \overline{CD} کم کنیم، باز هم \overline{BC} به دست می‌آید. چون \overline{AB} با \overline{CD} برابر است پس \overline{AC} با \overline{BD} برابر می‌باشد. چون از هر دو به مقدار مساوی کم شده است و حاصل تفریق نیز با هم برابر است.

$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$

پاسخ ۱۸ الف

$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD}$

$\overline{BD} - \overline{AC} = (\overline{BC} + \overline{CD}) - (\overline{AB} + \overline{BC}) = \overline{BC} + \overline{CD} - \overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CD} - \overline{AB} = 3 - 2 = 1 \text{ cm}$ (ب)

دقت کنید از بخش (ب) می‌توان نتیجه گرفت که در تفریق دو پاره‌خط که با هم بخشی مشترک دارند، اندازه‌ی بخش مشترک مهم نیست و جواب تفریق دو پاره‌خط با اختلاف بخش‌های غیرمشترک برابر است.

$\overline{BD} - \overline{AC} = \overline{CD} - \overline{AB}$ ⇒ بخش مشترک دو پاره‌خط (\overline{BD} و \overline{AC})

«مجموع اندازه‌ی دو ضلع در یک مثلث، همیشه از اندازه ضلع سوم بزرگ‌تر است.»

پاسخ ۱۹

$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$, $\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$, $\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$

پاسخ ۲۰

$\triangle ABC \Rightarrow \overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$ (الف)

$\triangle BCD \Rightarrow \overline{BC} + \overline{CD} > \overline{BD}$ (ب)

$\triangle OAB \Rightarrow \overline{OB} + \overline{OA} > \overline{AB}$ (پ)

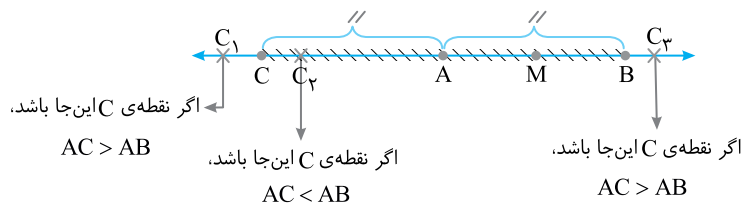
$\triangle OCD \Rightarrow \overline{OC} + \overline{OD} > \overline{CD}$ (ت)

(ث)

$\left. \begin{array}{l} \overline{OB} + \overline{OA} > \overline{AB} \\ \overline{OC} + \overline{OD} > \overline{CD} \\ \overline{OB} + \overline{OA} + \overline{OC} + \overline{OD} = \overline{AC} + \overline{BD} \\ (\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{AC}, \overline{OB} + \overline{OD} = \overline{BD}) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AC} + \overline{BD} > \overline{AB} + \overline{CD}$

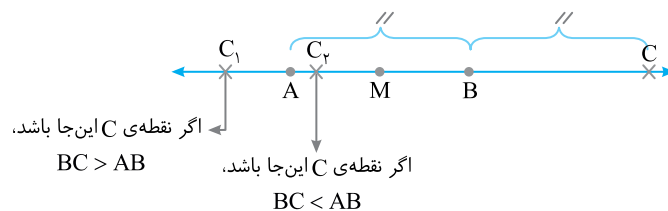
الف) ابتدا نقطه C را جایی قرار می‌دهیم که $AC = AB$ ، حالا نقطه C را روی خط حرکت می‌دهیم.

پاسخ ۲۱



پس نقطه C هر جایی بیرون از ناحیه هاشورخورده قرار بگیرد، $AC > AB$ می‌شود.

ب) نقطه C را از سمت چپ خط xy به سمت راست خط xy ، جابه‌جا کرده و AB و BC را مقایسه می‌کنیم:



حالا از نقطه B به اندازه \overline{AB} به سمت راست می‌رویم و نقطه C را آنجا قرار می‌دهیم. فقط در این نقطه $\overline{AB} = \overline{BC}$ می‌شود.



پاسخ ۲۲ • ابتدا محیط پنج ضلعی و چهارضلعی را می‌نویسیم:

محیط پنج ضلعی: $\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{EC} + \overline{ED}$

محیط چهارضلعی: $\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}$

پاره‌خط‌های \overline{AD} ، \overline{AB} و \overline{BC} در هر دو محیط وجود دارند، پس باید اندازه‌ی $(\overline{EC} + \overline{ED})$ و \overline{CD} را با هم مقایسه کنیم. به مثلث EDC توجه کنید. می‌توانیم بنویسیم: $\overline{EC} + \overline{ED} > \overline{CD}$ پس محیط پنج ضلعی از محیط چهارضلعی بیش‌تر است.

پاسخ ۲۳ • با نوشتن تفریق‌های مختلف می‌توان \overline{CD} را به دست آورد. (با نوشتن یک عبارت جبری)

۱) $\overline{CD} = \overline{BD} - \overline{BC}$

۲) $\overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE}$

۴) $\overline{CD} = \overline{AE} - \overline{AB} - \overline{BC} - \overline{DE}$, $\overline{DE} = \overline{AB} = 2\text{cm}$

۳) $\overline{CD} = \overline{AD} - \overline{AC}$

در تفریق‌های (۱)، (۲)، (۳) مقدار \overline{BD} ، \overline{CE} ، \overline{AD} و \overline{AC} را نداریم. (البته می‌توان با مقدارهای داده شده آن‌ها را به دست آورد.)
در تفریق (۴) همه مقادیر \overline{AE} ، \overline{AB} ، \overline{BC} و \overline{DE} را داریم:

$\overline{CD} = 12 - 2 - 3 - 2 = 12 - 7 = 5\text{cm}$

پاسخ ۲۴ •

$R =$ وزن خرگوش

$G =$ وزن گربه

$B =$ وزن بزّه

$$\left. \begin{array}{l} R = G \Rightarrow \text{وزن خرگوش با وزن گربه برابر است.} \\ B = 2R \Rightarrow \text{وزن بزّه دو برابر وزن خرگوش است.} \end{array} \right\} \Rightarrow B = 2R = 2G$$

وزن خرگوش = وزن گربه = $B - G = 2G - G = G$ = اختلاف وزن گربه و بزّه

پاسخ ۲۵ • الف

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{XY} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{XY} = \overline{CD}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{EF} < \overline{XY} \\ \overline{AB} = \overline{XY} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{CD}$$

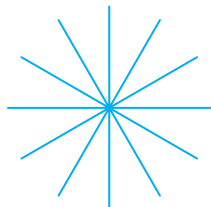
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} < \overline{GH} \\ \overline{AB} = \overline{XY} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} < \overline{GH}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{EF} < \overline{CD} \\ \overline{CD} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{EF} < \overline{CD} < \overline{GH}$$

ب

پاسخ ۲۶ •

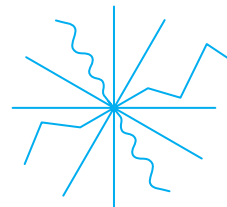
ب) از یک نقطه بی‌شمار خط راست می‌گذرد.



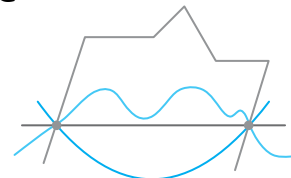
ت) از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.



الف) از یک نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد.



پ) از دو نقطه بی‌شمار خط از انواع مختلف می‌گذرد.





$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = 2\overline{AC} = 2\overline{BC}$ \Rightarrow نقطه C وسط AB است.

$\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AC} = 2\overline{AD} = 2\overline{CD}$ \Rightarrow نقطه D وسط AC است.

$\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{AD} = 2\overline{AE} = 2\overline{ED}$ \Rightarrow نقطه E وسط AD است.

$\overline{AF} = \overline{FE}$, $\overline{AE} = 2\overline{AF} = 2\overline{FE}$ \Rightarrow نقطه F وسط AE است.

$\overline{AG} = \overline{GF}$, $\overline{AF} = 2\overline{AG} = 2\overline{GF}$ \Rightarrow نقطه G وسط AF است.

(الف)

الف) $\overline{AB} = 2\overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

ب) $\overline{AC} = 2\overline{AD} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

پ) $\overline{AD} = 2\overline{AE} \Rightarrow \overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

ت) $\overline{AE} = 2\overline{AF} \Rightarrow \overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AE}$

ث) $\overline{AF} = 2\overline{AG} \Rightarrow \overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{AF}$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 2\overline{AC} \\ \overline{AC} = 2\overline{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 4\overline{AD} \\ \overline{AD} = 2\overline{AE} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 8\overline{AE} \\ \overline{AE} = 2\overline{AF} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 16\overline{AF} \\ \overline{AF} = 2\overline{AG} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = 32\overline{AG}$$

(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AB} = \frac{3}{4}\overline{AB} \\ \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right) = \frac{1}{4}\overline{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{BD} = 3\overline{AD}$$

(پ)

\Rightarrow در هر مربع همه ضلع‌ها با هم برابرند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} \\ \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH} \end{array} \right.$$

\Rightarrow در هر مستطیل ضلع‌های روبه‌رو با هم برابرند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{BE} = \overline{CH} \\ \overline{BC} = \overline{EH} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{BC} \\ \overline{BC} = \overline{EH} \\ \overline{EH} = \overline{FG} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{FG}$$

الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \\ \overline{CD} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$

ب) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{MN} \\ \overline{MN} > \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CD} < \overline{AB}$

پ) $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 2\overline{AC} \\ \overline{AC} = 3\overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = 2 \times (3\overline{MN}) \Rightarrow \overline{AB} = 6\overline{MN}$

ت) $\left. \begin{array}{l} \overline{CD} = 3\overline{PQ} \\ \overline{CD} = 5\overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{CD} \\ \overline{MN} = \frac{1}{5}\overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{PQ} > \overline{MN}$

ث) $\left. \begin{array}{l} \overline{MN} = 2\overline{AD} \\ \overline{BC} = 5\overline{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{MN} \\ \overline{AD} = \frac{1}{5}\overline{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{MN} = \frac{1}{5}\overline{BC}$