



مجموعه کتاب‌های علامه حلی

# ریاضی هشتم

ویژه استعدادهای درخشان

مؤلف: فرخنده ترابی  
با همکاری مرتضی سلیمی





شناسنامه  
کتاب

سرشناسه : ترابی، فرخنده، ۱۳۶۰  
عنوان و نام پدیدآور : ریاضی هشتم، ویژه استعدادهای درخشان  
مشخصات نشر : تهران: انتشارات حلی، ۱۳۹۴  
مشخصات ظاهری : ۲۹×۲۲ س م. ۱: مصور (رنگی)، جدول (رنگی)، نمودار (رنگی)؛ ص ۱۸۴  
فروست : مجموعه کتاب علامه حلی  
شابک : 978-600-7755-20-4  
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر  
یادداشت : (فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است)  
یادداشت : واژه نامه  
شناسه افزوده : سلیمی، مرتضی، ۱۳۶۵  
شماره کتابشناسی ملی : ۳۹۳۱۳۴۶



عنوان کتاب : ریاضی هشتم، ویژه استعدادهای درخشان  
ناشر : انتشارات حلی  
مؤلف : فرخنده ترابی  
ویراستار علمی : زهره پندی  
مسئول هماهنگی : شیوا دلوچی  
حروف نگار : آزاده مهری  
صفحه آرا : راضیه سادات فرهانیان  
طراح جلد : الهه شرفی  
تصویرسازان : محمد حسن فاضلی، محمد حسین صفدریان  
سال چاپ : ۱۳۹۵  
نوبت چاپ : چهارم  
شمارگان : ۴۰۰۰ جلد  
قیمت : ۱۴۹۰۰ تومان  
شماره شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۵۵-۲۰-۴



تهران، نیایان انقلاب، میدان فردوسی، (بتاری کوچه براتی، پلاک ۱۶ و ۱۴)  
تلفن دفتر مرکزی: ۰۲۱-۶۶۷۴۴۳۸۴

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی و جزوه ندارد.  
متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرد.



چاپ است  
برزنی

	<p><b>فصل ۱</b> عددهای صحیح و گویا</p>	۹ درسنامه
		۱۶ تمرین
		۲۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

<p>۳۳ درسنامه</p> <p>۴۰ تمرین</p> <p>۴۵ پرسش‌های چهارگزینه‌ای</p>	<p><b>فصل ۲</b> عددهای اول</p>	
---	------------------------------------	---

	<p><b>فصل ۳</b> چندضلعی‌ها</p>	۴۹ درسنامه
		۵۷ تمرین
		۶۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

<p>۷۳ درسنامه</p> <p>۸۱ تمرین</p> <p>۹۴ پرسش‌های چهارگزینه‌ای</p>	<p><b>فصل ۴</b> جبر و معادله</p>	
---	--------------------------------------	---

	<p><b>فصل ۵</b> بردار و مختصات</p>	۹۷ درسنامه
		۱۰۸ تمرین
		۱۱۷ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



## به نام خدا

چند سال پیش، تعدادی از معلمان با دغدغه «آموزش استعداد‌های درخشان»، دور هم جمع شدند و موسسه علامه حلی را تأسیس کردند. این معلم‌ها - که خودشان از دانش‌آموختگان مدارس استعداد‌های درخشان شهر تهران می‌باشند - سال‌ها در مدارس سمپاد (سازمان ملی پرورش استعداد‌های درخشان)، به دنبال پیاده‌سازی روش‌های جدید و مؤثر آموزش بوده‌اند و در نهایت تصمیم گرفتند تا نتیجه این تجربیات را در موسسه علامه حلی در اختیار دیگر فعالان در عرصه آموزش بگذارند.

مجموعه کتاب‌های انتشارات علامه حلی، یکی از محصولات این تلاش جمعی است. در این کتاب‌ها تلاش شده است تا علاوه بر تأمین محتوای مناسب برای دانش‌آموزان برتر کشور، روش‌های جدیدتر و مؤثرتر آموزشی هم در انتقال این محتوا به کار گرفته شده و پیاده‌سازی شود. در پس این کتاب‌ها، ساعت‌ها کار فکری برای انتخاب ساختار و شیوه تدوین صرف شده است. فعال کردن دانش‌آموز در روند آموزش و ارجاع او به انجام مشاهدات، فعالیت‌ها و آزمایش‌های مناسب برای انتقال مفاهیم آموزشی و همچنین ترغیب دانش‌آموز برای مراجعه به منابع گسترده‌تر چون سایت‌های علمی اینترنتی و نرم‌افزارهای آموزشی، از ویژگی‌های این سیستم آموزشی است. علاوه بر این برای کمک به فرایند تدریس معلمان عزیز، محصولات جانبی چون متن راهنمای تدریس کتاب، محتوای الکترونیک و ... در کنار هر کتاب تولید شده است.

مجموعه کتاب‌های علامه حلی، با همکاری جمع زیادی از مؤلفین و معلمان باتجربه مدارس سمپاد - که به‌دقت انتخاب شده‌اند - تألیف و ویرایش گردیده است؛ اما آرزوی ما در این مؤسسه این است که از حضور تمامی معلمان دلسوز و باتجربه مدارس سمپاد و دیگر مراکز آموزشی برتر کشور عزیزمان، در تألیف کتاب‌ها و دیگر محصولات آموزشی، بهره ببریم؛ بنابراین از شما دبیران عزیز خواهشمندیم تجربه‌های خود را در زمینه استفاده از این کتاب و آموزش آن در کلاس، برای ما به آدرس الکترونیک: [book@mhelli.ir](mailto:book@mhelli.ir) ارسال فرمایید تا ما در چاپ‌های بعدی کتاب، از تجربیات، نظرات و حتی تصاویر ارسالی شما در انجام آزمایش‌ها، فعالیت‌ها، بازدهی‌ها و ... در کتاب - و البته با ذکر نام ارسال‌کننده - استفاده کنیم. البته دانش‌آموزان خوب و پرتلاش هم می‌توانند در این کار همکاری کنند و با معلمان خود در اجرای این طرح همراه شوند.

عابدی جعفری

مدیر انتشارات حلی

## مقدمه مؤلفان

### همکار گرمی، دوست عزیز:

کتابی که خدمتان تقدیم شده، کوششی است برای همراهی با شما در کلاس درس ریاضی پایه هشتم، کلاسی که دانش‌آموزان آن آماده‌اند تا از آن‌چه در کتاب درسی مطرح شده فراتر روند و مسئله‌های متنوع و بیشتری حل کنند. این کتاب همگام با تغییر نظام آموزش کشور و تألیف کتاب درسی جدید برای پایه هشتم و هم‌سو با اهداف محتوایی و فرآیندی آن کتاب تألیف شده است.

یکی از هدف‌های این کتاب، توجه به مخاطبان ویژه و حرکت در مسیرهای توسعه‌ی عرضی مفاهیم کتاب درسی و تعمیق این مفاهیم در قالب درس‌نامه‌های آن است. از این رو در همه جای کتاب، سعی شده است تا بدون ورود به مباحثی که دانش‌آموزان در طول تحصیل در سال‌های بعد با آن‌ها آشنا می‌شوند، زمینه‌هایی برای حل مسأله و تفکر ایجاد شود. (ساختار کتاب و فصل‌های آن در مقدمه‌ای برای دانش‌آموزان به تفصیل آمده است.)

انتظار می‌رود اگر دانش‌آموزان در کلاس و پس از هر مبحث کتاب درسی، به مطالعه درس‌نامه و حل مثال‌ها و بخش «پاسخگو باش» آن مبحث در کتاب حاضر بپردازند، آمادگی حل تمرین‌های ارائه شده در آن داشته باشند. با توجه به تمرینات متنوع از سطح ساده تا ترکیبی و پیچیده، می‌توان به دانش‌آموزان متفاوت، با توجه به مسیر پیشرفتشان، تمرینات متفاوتی به عنوان تکلیف ارائه داد.

یکی دو مسأله آخر هر زیر فصل از تمرینات با عنوان «سفر بسوزان» معمولاً مسأله‌های پرچالشی هستند با مخاطبان خاص و حل آن‌ها به همه دانش‌آموزان، توصیه نمی‌شود.

به تجربه ثابت شده است مباحث ریاضی که با یک بازی، سرگرمی و یا دانش کاربردی دیگر مرتبط، ارائه شده‌اند، تعداد بیشتری از دانش‌آموزان را به خود جذب نمایند؛ لذا معرفی بخش‌های «نوبت بازی»، «لغت‌نامه» و «دست به کد شو» می‌تواند به شادابی کلاس شما بیفزاید.

در ادامه از همه شما عزیزان دعوت می‌کنیم تا با ارائه نظرات خود، در آماده کردن محتوایی غنی‌تر برای دانش‌آموزان پیشرو در این دوره تحصیلی سهیم شوید.

در پایان، وظیفه خود می‌دانم که از همکاران انتشارات که نهایت همکاری با تیم تألیف کتاب را داشته‌اند تشکر نمایم. به ویژه مدیر انتشارات آقای عابدی و سرپرست تیم تألیف کتاب‌های ریاضی، سرکار خانم پندی که در تمام مسیر با اینجانب همراهی کامل داشتند.

همچنین از خانم دادخواه، که در ویرایش کتاب، من را یاری نمودند و خانم‌ها دلچپی، فرهانیان، شرفی، معصومی، عرفانی، مهری و آقای فاضلی که برای تایپ، صفحه‌آرایی، تصویرسازی، هماهنگی چاپ و دیگر مراحل تولید این اثر، تلاش کردند، تشکر می‌کنم.

در پایان نیز از تمامی همکاران و دوستانی که در بخش‌های مختلف موسسه علامه حلی در تألیف و تولید این کتاب نهایت یاری را نمودند، به‌ویژه آقایان حسینی و انصاری که با ایجاد بستری مناسب، زمینه تولید این کتاب را فراهم نمودند، تقدیر و تشکر می‌کنم.

امیدوارم این قدم کوچک، گامی به سوی سرفرازای و پیشرفت روز افزون میهن عزیزمان باشد.

### فرخنده توابی

## قبل از شروع به مطالعه کتاب این قسمت را بخوانید:

وقتی شروع به خواندن این کتاب کنید با بخش‌های مختلفی مواجه می‌شوید که غالباً یک لاک‌پشت متفاوت در اول هر کدام وجود دارد. برای هر کدام از این بخش‌ها از شما انتظار داریم کار متفاوتی انجام دهید. این قسمت‌ها بر اساس تئوری‌های نوین آموزش و تجارب موفق تدریس برای آموزش دانش‌آموزان مستعد طراحی شده است. این بخش‌ها شامل:

**درخت دانش:** در صفحه دوم هر فصل، نمودار دایره‌ای شکلی کشیده شده که به ما کمک می‌کند بفهمیم در آن فصل مطالب علمی چطوری تقسیم‌بندی شده و ارتباط آن‌ها با هم چیست. در واقع این بخش نقشه‌ای است برای گم نشدن در موضوعات علمی.



**اهداف رفتاری:** زیر هر درخت دانش، چند جمله نوشته شده که از اول کار معلوم کند که این فصل را می‌خوانیم که چه بشود. خوب است در آخر فصل هم برگردیم و ببینیم که می‌توانیم کارهایی را که در این بخش گفته انجام دهیم یا نه.



**پاسخگو باش:** در این قسمت باید پاسخگو باشیم. پاسخگوی سؤالی که پرسیده شده و انتظار می‌رود بعد از خواندن درس تا آن قسمت، بتوانیم با کمی فکر کردن به آن جواب دهیم.



**فسفر بسوزان:** شاید لازم باشد مقدار بیشتری از مغز خودمان استفاده کنیم و قدری از فسفرهای ذخیره شده را بسوزانیم! سؤالاتی که در بخش فسفر بسوزان مطرح می‌شود فقط با خواندن مطالب درسی قابل پاسخگویی نیست و باید کمی بیش از معمول درباره آن‌ها فکر کنیم.



**سفر مجازی:** همه چیز که کتاب و کلاس نیست. تقریباً همه ما ساعت‌هایی از روز را در اینترنت سر می‌کنیم و می‌شود علاوه بر سایر کارها، به سایت‌های علمی و جذاب هم سر زد. در بخش شهر فرنگ سایتی مربوط به موضوع فصل معرفی شده که توصیه مؤلفان بازدید از آن سایت است.



**نوبت بازی:** یک یا چند بازی مرتبط با آن مبحث که با اجرای آن‌ها به جذابیتشان پی خواهید برد.



**لغت‌نامه:** ما دانش‌آموزان مستعد و متفاوت (!) دوست داریم بتوانیم علاوه بر مطالب درسی، جستجویی هم بکنیم و ببینیم در دنیا درباره موضوع درسی ما چه چیزی وجود دارد. برای همین در پایان هر فصل لغات مهم فصل با معادل انگلیسی آن آورده شده است.



**تمرین‌ها:** در آخر هر فصل تمرین‌های مرتبط با آن آورده شده است. از آنجایی که مؤلفان کتاب از دبیران با سابقه هستند پس تعداد تمرین‌ها، وقت لازم برای انجام آن‌ها، تعداد سؤالات سخت و آسان و نوع سؤالات با برنامه و محاسبه تعیین شده است. پس خیالتان راحت باشد که همه تمرین‌ها را در طول سال می‌شود انجام داد. تمرین‌ها بر اساس موضوعات هر فصل بخش‌بندی شده، بنابراین لازم نیست برای تمرین منتظر پایان فصل باشید؛ در پایان هر مبحث می‌توانید به بخش تمرین‌ها مراجعه کنید و تمرین‌های همان مبحث را حل کنید.



**پرسش‌های چهارگزینه‌ای:** سؤالات چهارگزینه‌ای یا همان تست نیز در این ویرایش از کتاب گنجانده شده است. سؤالات چهارگزینه‌ای با این پیش‌فرض طراحی شده است که شما اگر نکات مربوط به سؤال را بلد باشید حداکثر در ۲ دقیقه می‌توانید به آن جواب دهید.



**دست به کد شو:** در اکثر مدارس خوب کشور از پایه هفتم، آموزش برنامه‌نویسی شروع می‌شود. نوشتن برنامه برای حل یک مسئله علاوه بر کمک به یادگیری بهتر برنامه‌نویسی، به فهم عمیق مسئله و نحوه حل آن کمک زیادی می‌کند. در پایان هر فصل بخشی به نام دست به کد شو وجود دارد که با توجه به موضوعات فصل و مهارت‌های برنامه‌نویسی طراحی شده است. اگر برنامه‌نویسی بلد نیستید می‌توانید به کتاب برنامه‌نویسی انتشارات ما رجوع کنید و هرچه سریع‌تر برنامه‌نویسی را یاد بگیرید.



در ضمن شما هم می‌توانید برای ما مطالب و مسئله ارسال کنید! مطالب و مسئله‌هایی که خودتان از آن‌ها لذت برده‌اید به آدرس: [book@mhelli.ir](mailto:book@mhelli.ir)

به جمع ریاضی دوستان خوش آمدید!



# عده‌های صبیح و گویا



◀ درصد تفهیف اجناس، مناسبه کسری از روز که به مطالعه درستان می‌پردازید، کسری از کیک تولد در یک مهمانی که سهم شماست و ... بخشی از استفاده‌های متعدد اعداد در زندگی روزمره ماست.



## عددهای صحیح

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 2 - 4 + 6 - 8 + \dots - 100 =$$

لاکی، لاک پشت با تلاش و کنجکاوی است که تا پایان کتاب همراه ما خواهد بود. او نمی تواند حاصل عبارت زیر را به سادگی و سرعت عبارت الف محاسبه نماید.

$$\text{ب) } -1 - 7 + 13 + 19 - 25 - 31 + \dots - 121 - 127 + 133 + 139 =$$

شما چطور؟

با انجام فعالیت زیر به او کمک کنید تا از پیچیدگی و درازای محاسبه بکاهد.

برای به دست آوردن حاصل عبارت (ب)، ابتدا همه عملگرها را به جمع تبدیل کنید. (یافتن ریزمحاسبات ساده تر)

$$A = -1 + (-7) + 13 + 19 + \dots$$

آیا مانند عبارت (الف) الگویی برای جمع هر دو عدد متوالی مشاهده می کنید؟

$$\text{لاکی الگوی مقابل را با توجه به خاصیت جابه جایی جمع پیشنهاد می کند: } (-1) + (-7) + 13 + 19 + \dots$$

از این جفت اعداد چه تعداد وجود دارد؟ و چه رابطه ای با تعداد اعداد موجود در عبارت دارد؟ (به دست آوردن تعداد ریزمحاسبات!)

مقدار A چقدر است؟

به نظر می رسد برای به دست آوردن حاصل عبارتهایی با تعداد جملات متناهی همانند بالا، پس از یافتن ریزمحاسبات ساده تر، به دست آوردن تعداد ریزمحاسبات نیز ضروری است!



پاسخگوباش

حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 2 + 4 - 6 - 8 + 10 + 12 - \dots - 144 =$$

$$\text{ب) } -1000 + 1100 - 1200 + \dots - 2600 =$$

## عددهای گویا و جمع و تفریق

همان طور که می دانید بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد. الف) روی محور بین دو عدد  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{6}{5}$  چهار عدد گویا را با مقدارشان نشان دهید.



ب) بر روی محور زیر بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{2}{3}$  چهار عدد گویا را با مقدارشان نشان دهید.



همان طور که مشاهده می کنید تقسیم بندی های متفاوت مقدار واحد در هر یک از دو عدد گویا، کار را سخت می کند.

چه الگویی پیشنهاد می کنید؟

ج) حال بر روی محور با یافتن سه عدد گویا بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{2}{5}$  الگوی خود را امتحان کنید. در مورد این گونه اعداد گویا

چه پیشنهادی دارید؟



ده عدد گویا بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{2}{5}$  نام ببرید.



یاسنگوباش

راه های متعددی برای یافتن یک عدد گویا بین دو عدد گویا وجود دارد.

مثال: میانگین دو عدد گویا:

$$\frac{2}{7} < \frac{\frac{2}{7} + \frac{3}{7}}{2} < \frac{3}{7}$$

با توجه به مفهوم میانگین چرا این رابطه همواره درست است؟



جاهای خالی را پر کنید.

۱)  $2\frac{3}{5} + 5\frac{1}{5} = 2 + \dots + \dots + \dots =$

۲)  $4\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6} = \frac{13}{3} + \dots =$

۳)  $-4\frac{1}{5} = -\frac{\dots}{5} = -4 + (\dots) = -4 - (\dots)$

۴)  $-1\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = -1 - \dots + \dots =$

۵)  $-3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} = -\frac{7}{2} + \dots =$

۶)  $-2\frac{1}{3} - 4\frac{1}{4} = -2 - \dots - \dots =$

۷)  $-1\frac{1}{6} - 2\frac{2}{5} = -\frac{7}{6} - \dots =$

در محاسبات مربوط به عدد مخلوط، علامت پشت عدد، هم برای قسمت ..... و هم برای قسمت ..... آن است.

در قسمت ۱ و ۲ دو روش مختلف برای جمع عددهای گویا پیشنهاد شده است. کدام یک از روش‌های محاسبه در فعالیت برای شما ساده‌تر است؟ آیا یک روش در همه موارد، ساده‌ترین راه است؟



پاسخگو باش

$$۱) -\frac{۱}{۵} - \frac{۲}{۵} - \frac{۳}{۵} - \dots - \frac{۱۲}{۵} =$$

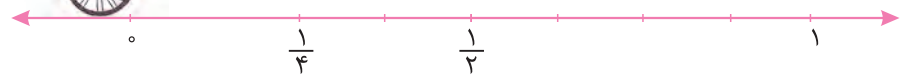
$$۲) -۱\frac{۱}{۵} + ۲\frac{۲}{۵} - ۳\frac{۳}{۵} + ۴\frac{۴}{۵} =$$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

لاکی می‌خواهد در نقطه‌ای قرار بگیرد که حاصل عبارت زیر را نشان می‌دهد.



$$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۱۶} + \dots - \frac{۱}{۲^{۱۰}}$$



او چگونه می‌تواند جای خودش را پیدا کند؟

برای کمک به لاکی عبارت‌های زیر را نوشته‌ایم؛ حاصل عبارت‌ها را بنویسید.

$$\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}$$

$$\frac{۱}{۸} - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۱}{۱۶}$$

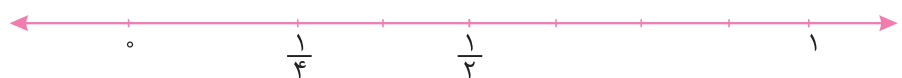
$$\frac{۱}{۳۲} - \frac{۱}{۶۴} = \frac{۱}{۶۴}$$

$$\frac{۱}{۲^۷} - \frac{۱}{۲^۸} = \dots$$

$$\frac{۱}{۲^۹} - \frac{۱}{۲^{۱۰}} = \dots$$

حالا جای لاکی را با یک حاصل جمع نشان دهید و روی محور زیر مشخص کنید.

$$\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۶} + \dots + \dots + \dots$$



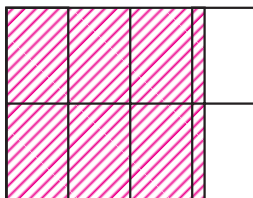


حاصل هر عبارت در کدام محدوده است؟ (بین ۰ و  $\frac{1}{4}$ ، بین  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$ ، بین  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{3}{4}$  یا بین  $\frac{3}{4}$  و ۱)

$$۱) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$$

$$۲) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots - \frac{1}{2^{100}}$$

### ضرب و تقسیم عددهای گویا



الف) به کمک یافتن مساحت قسمت هاشورخورده شکل، جاهای خالی را با عدد مناسب پر نمایید و حاصل ضرب را پیدا کنید.

$$۳\frac{1}{5} \times ۲ = (۳ + \dots) \times ۲ = \dots + \dots =$$

ب) حال با یافتن کسری معادل عدد مخلوط، حاصل ضرب را بیابید.

$$-۲\frac{1}{5} \times -۵ = \frac{\dots}{5} \times \dots =$$

کدام روش محاسبه برای شما ساده‌تر است؟ الف یا ب؟

پ) در عبارت زیر نیز از مساحت شکل برای یافتن حاصل ضرب کمک بگیرید.

$$۱\frac{3}{5} \times ۲\frac{2}{3} = (\dots + \dots) \times (\dots + \dots)$$

$$= (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots)$$

به رابطه بالا خاصیت پخشی می‌گویند.

پ) مشابه قسمت (ب) با تبدیل عددهای مخلوط به کسر، حاصل ضرب را پیدا کنید.

$$-۲\frac{1}{4} \times ۳\frac{2}{5} = \frac{\dots}{4} \times \frac{\dots}{5} =$$

- بین روش پ و ت کدام روش برای شما ساده‌تر است؟



$$۱) ۱\frac{1}{7} \times ۱\frac{1}{6} \times ۱\frac{1}{5} =$$

$$۲) -\frac{1}{2} \times -\frac{2}{4} \times -\frac{4}{8} \times \dots \times -\frac{۱۰۲۴}{۲۰۴۸} =$$

## نوبت بازی



### بازی دو نفره

وسایل لازم: یک ماشین حساب، کاغذ و مداد

ابزار لازم برای این بازی یک ماشین حساب است. البته باید دکمه یکی از عددهای آن خراب باشد! یعنی فرض کنید، نمی توانید از یکی از عددهای آن (مثلا ۴) استفاده کنید. با دوستانتان به نوبت بازی کنید و در هر نوبت یک عدد دو رقمی صحیح بگویید که حتما رقم ۴ را داشته باشد (مثلا ۴۳-). دیگری باید با استفاده از بقیه دکمه‌ها آن عدد را در نمایشگر ماشین حساب نمایش دهد.

تعداد دکمه‌هایی که برای نمایش دادن آن عدد استفاده می‌شود، امتیازی است که برای بازیکنی که عدد را انتخاب کرده است منظور می‌شود.

مثلا شما عدد ۴۳- را انتخاب می‌کنید. اگر دوستانتان با استفاده از رابطه زیر به این عدد برسند، باید ۶ دکمه را به ترتیب نشان داده شده به کار برد. پس ۶ امتیاز نصیب شما می‌شود.

$$- \quad 7 \quad \times \quad 6 \quad - \quad 1$$

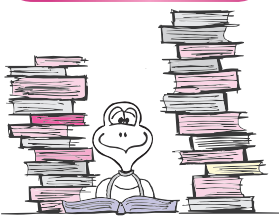
اما اگر از رابطه ی زیر به عدد مورد نظر برسند، ۴ امتیاز برای شما منظور می‌شود.

$$7 \quad - \quad 5 \quad 0$$

البته می‌توانید پس از چند دور بازی، بازی را مشکل‌تر کنید. مثلا با اعداد سه رقمی بازی کنید یا قرار بگذارید که از دو یا سه دکمه استفاده نکنید.

بازی کنید و لذت ببرید. این بازی علاوه بر آن که تمرینی برای به کارگیری ماشین حساب است، به تقویت مهارت‌های محاسبه و حل مسئله نیز کمک می‌کند. در حین بازی می‌توانید درباره استراتژی‌هایی که برای کم کردن تعداد دکمه‌ها به کار می‌برید هم صحبت کنید.

## لغت‌نامه



واژه علمی	ترجمه
Figurate number	عدد شکل‌پذیر
Fraction	کسر
Integer numbers	اعداد صحیح
Polygonal number	عدد چندضلعی
Rational numbers	اعداد گویا



## تمرین‌های عدد صحیح

۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (52 + 54 + \dots + 150) =$  .....

.....

ب)  $-30 - 28 - 26 \dots \dots + 66 + 68 =$  .....

.....

پ)  $2 - 3 + 4 - 6 + 6 - 9 + 8 - 12 + 10 - 15 + \dots - 225 =$  .....

.....

ت)  $(5 - 6)(7 - 8)(9 - 10) \dots (171 - 172) =$  .....

.....

ث)  $(1379 - 1393)(1380 - 1392)(1381 - 1391) \dots (1393 - 1379) =$  .....

.....

×	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	۶		۳	
<input type="text"/>		-۱۲		-۸
<input type="text"/>			۰	
<input type="text"/>	-۲			۲

۲. جدول ضرب مقابل را طوری با اعداد ۴, ۳, ۲, ۱, ۰, -۱, -۲, -۳, -۴ پر کنید که

اعداد به دست آمده، صحیح باشند. از اعداد تکراری استفاده نکنید. آیا این مسأله یک جواب دارد؟

.....

.....

.....



۳. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{99} = \dots$

.....

ب)  $-2 - 3(-2^2 + 4)^5 + 2^3(3 - 4) = \dots$

.....

پ)  $2 - 2 \times (-3 + 3 \times 4 - 2^2) + 2^{2^3} = \dots$

.....

۴. میانگین سه عدد صحیح  $-1$  است. اگر کوچک‌ترین عدد  $-7$  و یکی از اعداد  $2$  واحد بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد باشد، بزرگ‌ترین عدد چقدر بیش‌تر از کوچک‌ترین عدد است؟

.....

.....

۵. میانگین  $5$  عدد صحیح برابر با  $-19$  و میانگین  $15$  عدد دیگر برابر  $+5$  است. میانگین همه این عددها چقدر است؟

.....

.....

۶. چند عدد صحیح سه رقمی داریم که تمام ارقام آن‌ها فرد باشد؟

.....

.....

۷. کدام یک از اعداد زیر حاصل جمع چهار عدد منفی متوالی است؟

الف)  $-15$       ب)  $-2000$       پ)  $-2002$       ت)  $-2004$       ث)  $-2005$

.....

.....

۸. چند عدد صحیح نامنفی کوچک‌تر از  $100$  وجود دارد که مجموع  $9$  عدد صحیح متوالی باشد؟

.....

.....

۹. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $(1-1395)(2-1395)(3-1395)\dots(2016-1395)$

ب)  $(100-102)(102-104)(104-106)\dots(498-500)$

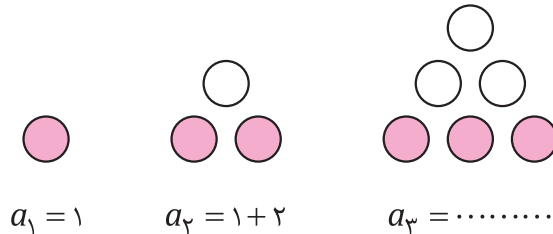
۱۰. چند عدد صحیح وجود دارد که مربع آن‌ها کوچک‌تر یا مساوی  $+100$  باشد؟

۱۱. اگر  $a + (-1) = b - (-2) = c - 6 = d + 17 = e - 8$  باشد، آن‌گاه  $a, b, c$  و  $d$  و  $e$  را از بزرگ به کوچک مرتب نمایید.

۱۲. یک روبات طوری برنامه‌ریزی شده است که روی محور اعداد صحیح از

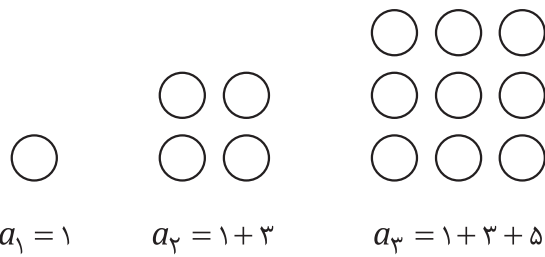
نقطه  $+2, +1$  واحد به سمت راست حرکت می‌کند، سپس تغییر جهت می‌دهد و  $2$  واحد به سمت چپ حرکت می‌کند و به همین ترتیب، به راست و چپ می‌رود و هربار یک واحد به مقدار حرکتش اضافه می‌کند. روبات از لحظه‌ی شروع چند حرکت باید انجام دهد تا به نقطه  $-19$  برسد؟

۱۳. تعداد دایره‌های هر مرحله از شکل زیر اعدادی را می‌سازند که به اعداد مثلثی معروفند.



حاصل عبارت  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots - a_n$  را به دست آورید.

۱۴. همانند سؤال قبل این بار تعداد دایره‌های موجود در هر مرحله اعدادی را می‌سازند که به اعداد مربعی معروفند.



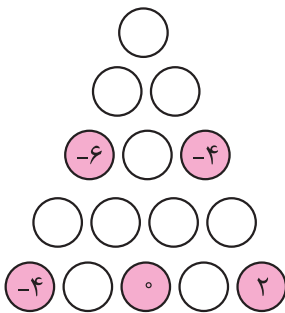
حاصل عبارت  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  را به دست آورید.

.....

.....

.....

۱۵. در شکل زیر هر دایره مقدار خود را از جمع دو دایره زیرینش می‌گیرد، جاهای خالی را پر کنید.



.....

.....

.....

.....

فوسفور  
بسموزان



در یک سطر از یک کاغذ اعداد ۱ تا ۲۰ را بنویسید و دو نفری بازی کنید:

بازیکن اول باید یکی از اعداد را انتخاب کند، آن را خط بزند و در ابتدای سطر بعد بنویسید و جلوی آن علامت + یا - بگذارد.  
بازیکن دوم باید یکی از اعداد باقی‌مانده در سطر اول را انتخاب کند، خط بزند و در ادامه عبارت سطر بعد بنویسد و جلوی آن علامت + یا - بگذارد.

بازیکنان به نوبت بازی می‌کنند و به همین ترتیب بازی را تا خط خوردن همه عددهای سطر اول ادامه می‌دهند.  
در پایان حاصل عبارت محاسبه می‌شود، اگر حاصل عددی فرد بود، بازیکن اول و اگر حاصل عددی زوج بود، بازیکن دوم برنده است.  
(عددهای زوج و فرد در مجموعه اعداد طبیعی را می‌شناسید، ۵ فرد است، ۴ زوج است، ۳ فرد است، ۲ زوج و یک فرد است، و در مجموعه اعداد صحیح وقتی به سمت چپ محور اعداد حرکت می‌کنیم، باز هم اعداد یکی در میان، زوج و فردند؛ یعنی ۰ زوج است، ۱- فرد، ۲- زوج و...)

به بازی بالا خوب توجه کنید. این بازی اصطلاحاً سرکاری است! چون در این بازی همیشه یکی از بازیکنان برنده است! کدام بازیکن؟ توضیح دهید.



اعداد مثلثی، مربعی، پنج‌ضلعی و .... متعلق به دسته بزرگی از اعداد به نام اعداد شکل‌پذیر یا اعداد چندضلعی می‌باشند. در تارنمای زیر تصاویر و نکات زیبایی در مورد آن‌ها خواهید یافت:

[en.wikipedia.org/wiki/polygonal\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/polygonal_number)

The screenshot shows the Wikipedia page for 'Polygonal number'. The page content includes:

- A heading: "The number 10, for example, can be arranged as a triangle (see triangular number):" followed by a diagram of 10 dots arranged in a triangle (1+2+3+4).
- A heading: "But 10 cannot be arranged as a square. The number 9, on the other hand, can be (see square number):" followed by a diagram of 9 dots arranged in a 3x3 square.
- A heading: "Some numbers, like 36, can be arranged both as a square and as a triangle (see square triangular number):" followed by a diagram of 36 dots arranged in both a 6x6 square and a triangle (1+2+3+4+5+6).
- A paragraph: "By convention, 1 is the first polygonal number for any number of sides. The rule for enlarging the polygon to the next size is to extend two adjacent arms by one point and to then add the required extra sides between those points. In the following diagrams, each extra layer is shown as in red." followed by diagrams for triangular, square, and pentagonal numbers.
- A heading: "Triangular numbers [edit]" followed by diagrams for 1, 3, 6, 10, and 15 dots.
- A heading: "Square numbers [edit]" followed by diagrams for 1, 4, 9, 16, and 25 dots.
- A paragraph: "Polygons with higher numbers of sides, such as pentagons and hexagons, can also be constructed according to this rule, although the dots will no longer form a perfectly regular lattice like above." followed by a heading: "Pentagonal numbers [edit]"

تمرین‌های عددهای گویا و جمع و تفریق

۱۶. حاصل عبارتهای زیر را پیدا کنید.

۱)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} =$  .....

۲)  $-1\frac{1}{7} + 1\frac{1}{4} =$  .....

۳)  $-2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} =$  .....

۴)  $-\frac{1}{10} - \frac{2}{10} - \frac{3}{10} - \dots - \frac{10}{10} =$  .....

۵)  $-1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{4} - 5\frac{1}{4} =$  .....

۶)  $-1395\frac{1}{7} + 1394\frac{1}{6} - 1393\frac{1}{5} + 1392\frac{1}{4} =$  .....

۱۷. حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

۱)  $(1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{99} - \frac{1}{100}) =$  .....

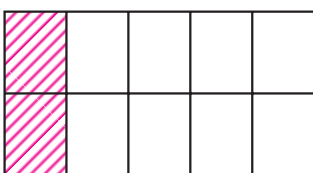
۲)  $-\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} - \dots - 100\frac{1}{2} =$  .....

۳)  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}) =$  .....

۴)  $\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{99}{100} + 1 =$  .....

۵)  $1\frac{1}{100} + 2\frac{2}{100} + 3\frac{3}{100} + \dots + 99\frac{99}{100} + 100 =$  .....

۱۸.  $\frac{1}{5}$  از شکل زیر هاشورخورده است. چند مستطیل کوچک سفید باید حذف شود تا قسمت هاشورخورده  $\frac{1}{3}$  شکل را تشکیل دهد؟

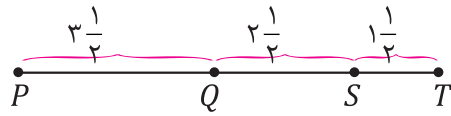


.....

.....

.....

۱۹. نقطه  $x$  وسط  $QS$  و  $y$  وسط  $PT$  است. اندازه پاره خط  $xy$  را حساب کنید.




---

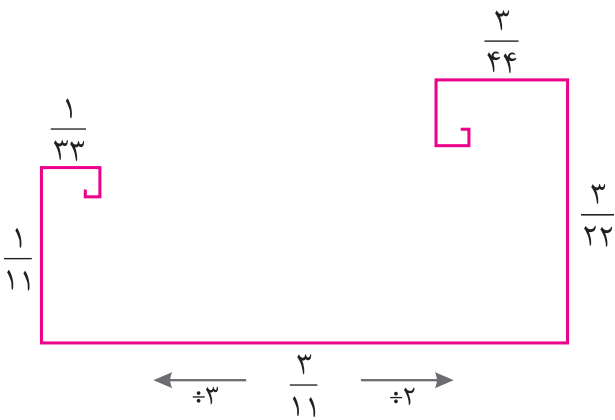


---



---

۲۰. با یک تکه طناب شکل زیر را ساخته‌ایم. با الگویابی اندازه طناب را حساب کنید.




---



---



---



---

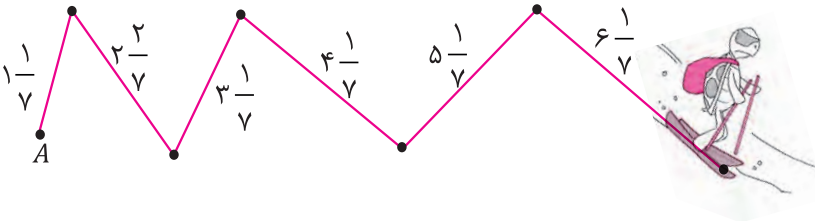


---



---

۲۱. کوهنوردی از نقطه  $A$  شروع به حرکت کرد. او مسیرهایی که رو به بالا حرکت می‌کند را عددی مثبت و مسیرهای رو به پایین را عددی منفی در نظر گرفت. با توجه به شکل و ادامه دادن الگوی عددی، حساب کنید او پس از فتح پنج قله و جمع عددهای مربوط به مسیرش، در نهایت به چه عددی می‌رسد؟




---



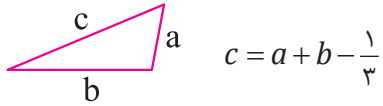
---



---

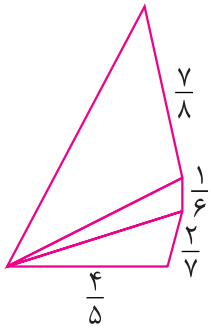


---



$$c = a + b - \frac{1}{3}$$

۲۲. در هر مثلث زیر الگوی روبه‌رو برقرار است:



با توجه به الگوی داده شده، محیط پنج‌ضلعی را حساب کنید.

---



---



---



---

۲۳. به تساوی‌های زیر دقت کنید.

(الف) عبارتهای بعد را به‌همین ترتیب بنویسید.

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{1 \times 2} = \frac{1}{1 \times 2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \dots = \dots$$

$$\dots = \dots = \dots$$

(ب) به کمک الگویی که در قسمت (الف) دیده‌اید، حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} = \dots$$

---



---

(ج) چه ارتباطی میان عبارت زیر و عبارت قسمت قبل مشاهده می‌کنید؟ از این ارتباط استفاده کنید و حاصل عبارت را بیابید.

$$\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100} = \dots$$

---



---

د) ارتباط میان عبارت زیر و عبارت قسمت (ب) را هم پیدا کنید و حاصل عبارت را بنویسید.

$$\frac{8}{1 \times 4} + \frac{8}{4 \times 7} + \frac{8}{7 \times 10} + \dots + \frac{8}{97 \times 100} = \dots$$

---



---



---

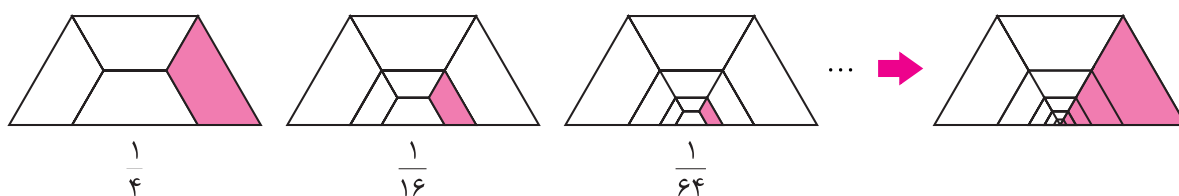


---



---

۲۴. با استفاده از شکل‌های زیر حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.



الف)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots = \dots$

ب)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = \dots$

۲۵. اگر  $A = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$  و  $B = \frac{1}{12 \times 13} + \frac{1}{13 \times 14} + \dots + \frac{1}{19 \times 20}$  حاصل  $AB$  را به دست آورید.

---



---



---



---



---



---



---





۱- در یک مسابقه دوچرخه سواری، دو دوچرخه سوار دارای سرعت متوسط  $20 \frac{km}{h}$  و  $25 \frac{km}{h}$  بودند. دوچرخه سواری که سرعت بیشتری داشت ۶ دقیقه زودتر از دیگری به خط پایان رسید.

الف) اگر آن‌ها  $d$  کیلومتر دوچرخه سواری کرده باشند، توضیح دهید چرا  $\frac{d}{20} - \frac{d}{25} = \frac{1}{10}$ .

ب) به کمک معادله بالا طول مسیر مسابقه را به دست آورید.

۲- حسین حاصل عبارت  $\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2011+2012}{2013}$  را حساب کرد و مجید نیز حاصل عبارت  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{671}$  را

(مسابقات IMC - ۲۰۱۱)

حساب کرد. حاصل جمع عددهایی که این دو به دست آورده اند چند است؟

۳- اعداد زیر را طوری در جدول زیر قرار دهید که حاصل جمع اعداد هر سطر و ستون با هم برابر باشند.

$$\begin{array}{cccc} -\frac{8}{3} & -\frac{11}{6} & -1 & -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & \frac{3}{2} & \frac{7}{3} & \frac{19}{6} & 4 \end{array}$$


۴- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{2+4}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4+6}{4 \times 5 \times 6} + \frac{6+8}{6 \times 7 \times 8} + \dots + \frac{24+26}{24 \times 25 \times 26} =$$

تمرین‌های ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۲۶. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $-\frac{7}{5}(\frac{2}{5} \div \frac{-7}{5}) \div (\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \times (\frac{2}{3})^2) =$  .....

.....

ب)  $\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{3}} =$  .....

.....

پ)  $\frac{\frac{2}{5} + \frac{7}{5}}{\frac{3}{4} - \frac{7}{12}} \div \frac{27}{10} =$  .....

.....

ت)  $\frac{3}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}} =$  .....

.....

ث)  $3 \div \frac{3 + \frac{3}{2}}{3 - \frac{3}{2}} =$  .....

.....

ج)  $\frac{-\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \div \frac{2}{3} - \frac{4}{3}}{-\frac{2}{3} \times \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}} =$  .....

.....

۲۷. نصف ثلث ربع خمس یک روز چند دقیقه است؟

.....

۲۸. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{2} \times \frac{-2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{-6}{8} \times \dots \times \frac{-102}{104} =$  .....

.....

ب)  $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} =$  .....

پ)  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})$  .....

راهنمایی:  $(1 - \frac{1}{2^2}) = (1 - \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{2})$ ، در فصل چهارم با این مطلب بیشتر آشنا خواهید شد.

ت)  $\frac{3}{5} \div \frac{3^2}{5^2} \times \frac{-3^3}{5^3} \div \frac{3^4}{5^4} \times \frac{3^5}{5^5} \div \frac{-3^6}{5^6} \dots \div \frac{-3^{120}}{5^{120}} =$  .....

۲۹. اگر  $\frac{6}{10}$  از نوعی زردآلوی تازه آب باشد. برای به دست آوردن یک کیلوگرم زردآلوی خشک که  $\frac{3}{25}$  آن آب باشد، چند کیلوگرم زردآلوی تازه لازم است؟ .....

۳۰. وزن یک کامیون بدون بار ۲۰۰۰ کیلوگرم است. بعد از بار زدن، وزن بار ۸۰٪ وزن کامیون پر از بار است. در اولین توقف، یک چهارم بار تخلیه می‌شود. بعد از این، وزن بار چند درصد وزن کل کامیون است؟  
(مسابقات کانگورو - ۲۰۰۳)

۳۱. مقدار  $n$  چقدر باشد تا تساوی روبه‌رو برقرار باشد؟  
 $(1 + \frac{1}{3})(1 + \frac{1}{4})(1 + \frac{1}{5}) \dots (1 + \frac{1}{n}) = 100$

۳۲. ۵ مکعب با اندازه‌های مختلف را روی هم چیده‌ایم. حجم هریک از مکعب‌ها  $\frac{15}{100}$  حجم مکعب زیری خود است. اگر حجم مکعب وسط  $\frac{4}{7}$  مترمکعب باشد، حجم کل مکعب‌ها را حساب کنید.

۳۳. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $A = (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3}) \dots (1 - \frac{1}{1393}) =$  .....

ب)  $C = (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n}) =$  .....

پ)  $D = (1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{3}) \dots (1 + \frac{1}{n}) =$  .....

⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	...
$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	...
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	...
$\frac{0}{1}$	$\frac{0}{2}$	$\frac{0}{3}$	$\frac{0}{4}$	$\frac{0}{5}$	...
$\frac{-1}{1}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{4}$	$\frac{-1}{5}$	...
$\frac{-2}{1}$	$\frac{-2}{2}$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{-2}{4}$	$\frac{-2}{5}$	...
$\frac{-3}{1}$	$\frac{-3}{2}$	$\frac{-3}{3}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{5}$	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

۳۴. در جدول زیر، همه عددهای گویا را چیده‌ایم: ۱۰۰ ستون سمت چپ جدول را در نظر بگیرید!

الف) حاصل جمع ۱۰۰ عدد در سطری که با  $\frac{7}{1}$  شروع می‌شود را برحسب حاصل جمع ۱۰۰ عدد در سطری که با  $\frac{-1}{1}$  شروع می‌شود بنویسید.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب) حاصل جمع همه عددهای این ۱۰۰ ستون را به دست آورید.

فلسفر  
بسوزان



مقدار هر خانه از جدول مقابل، از ضرب عدد کنار سطر و بالای ستونش به دست می‌آید.

مانند خانه‌ای که نشان داده شده است.

حاصل جمع مقادیر همه خانه‌های جدول را بیابید.

	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{-5}{100}$						
۱									
-۲									
۳									
-۴			$\frac{20}{100}$						
-۴۸									
۴۹									
-۵۰									

## پرستش‌های پهارگزینه‌ای



۱. کسرهای بین ۰ و ۱ را با الگوی زیر چیده‌ایم. حاصل جمع کسرهای ستون صدم برابر کدام گزینه است؟

(المپیاد نوجوانان ایران، دوره ۴)

ستون ۱	ستون ۲	ستون ۳	ستون ۴	...	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	...	۵۰ (۱)
	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	...	۵۰/۵ (۲)
		$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	...	۵۱ (۳)
		$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{5}$	...	۵۱/۵ (۴)
			$\frac{4}{5}$	...	
			$\frac{4}{5}$	...	

۲. حاصل عبارت  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100})$  برابر است با:

۹۹ (۱)	۱۰۰ (۲)	۸۰ (۳)	$\frac{99}{100}$ (۴)
--------	---------	--------	----------------------

۳. مجموع همه اعداد صحیح بین ۵۰ تا ۲۵۰ که رقم یکانشان ۴ باشد، کدام گزینه است؟

۲۹۰۰ (۱)	۲۹۸۰ (۲)	۲۸۳۱ (۳)	۲۸۴۱ (۴)
----------	----------	----------	----------

۴. حاصل عبارت  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{21 \times 23}$  برابر است با:

$\frac{22}{23}$ (۱)	$\frac{20}{21}$ (۲)	$\frac{11}{23}$ (۳)	$\frac{10}{21}$ (۴)
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

۵. حاصل عبارت  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} \div \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$  برابر است با:

$\frac{7}{3}$ (۱)	$\frac{7}{12}$ (۲)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$\frac{31}{12}$ (۴)
-------------------	--------------------	-------------------	---------------------

۶. مهران اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۱ را روی کاغذ نوشت و بین آن‌ها منفی و مثبت قرار داد. حاصل این محاسبات مهران کدام نمی‌تواند باشد؟

(آزمون مؤسسه علامه فلی)

۱۵ (۱)	۷ (۲)	-۵ (۳)	صفر (۴)
--------	-------	--------	---------

۷. حاصل  $A = \frac{2}{1} \div -\frac{3}{2} \div \frac{4}{3} \div -\frac{5}{4} \dots \div -\frac{101}{100}$  برابر است با:

$-\frac{1}{100}$ (۱)	$\frac{1}{101}$ (۲)	$\frac{4}{101}$ (۳)	$-\frac{1}{25}$ (۴)
----------------------	---------------------	---------------------	---------------------

۸. حاصل عبارت روبه‌رو برابر کدام گزینه است؟ (آزمون مؤسسه علامه هلی)

$$(10 + (-20 + 20))(10 + (-20 + 19))(10 + (-20 + 18)) \cdots (10 + (-20 + 1)) = ?$$

- (۱) صفر  
(۲) ۹۱۲۳۱۰  
(۳) ۱۸۲۲۸۷۰  
(۴) -۱۸۲۲۸۷۰

۹. حاصل عبارت روبه‌رو چیست؟ (آزمون مؤسسه علامه هلی)

$$1 \times (-1)^1 + 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1)^3 + \dots + 100 \times (-1)^{100} = ?$$

- (۱) -۵۰  
(۲) +۵۰  
(۳) ۱۰۰  
(۴) -۱۰۰

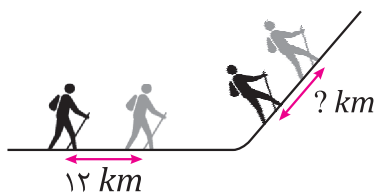
۱۰. اگر  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 0.7$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{c}{a}$  کدام است؟ (آزمون مؤسسه علامه هلی)

- (۱)  $\frac{49}{100}$   
(۲)  $\frac{100}{49}$   
(۳)  $\frac{7}{10}$   
(۴) ۱

۱۱. پنج عدد صحیح متفاوت را از بین اعداد ۱ تا ۳۰ طوری انتخاب کرده‌ایم که مجموع آن‌ها ۳۰ شده است. کدام گزینه بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای بزرگ‌ترین عدد از این پنج عدد است؟ (مسابقات استرالیا - ۲۰۱۴)

- (۱) ۶  
(۲) ۱۰  
(۳) ۲۰  
(۴) ۲۶

۱۲. دو گردشگر با فاصله ۱۲ کیلومتر روی زمین صاف با سرعت ثابت ۴ کیلومتر بر ساعت، حرکت می‌کنند. به محض آن‌که هر کدام به دامنه کوه می‌رسند، سرعت خود را کاهش داده و با سرعت ۳ کیلومتر بر ساعت از کوه بالا می‌روند. فاصله این دو گردشگر هنگامی که در دامنه کوه حرکت می‌کنند چند کیلومتر است؟ (مسابقات استرالیا - ۲۰۱۲)



- (۱) ۸  
(۲) ۹  
(۳) ۱۰  
(۴) ۱۲

۱۳. جفت‌هایی از اعداد صحیح مثبت را در نظر بگیرید که مجموعشان از ۱۰۳ بزرگ‌تر نباشد و حاصل تقسیم‌شان کوچک‌تر از  $\frac{1}{3}$  باشد.

بزرگ‌ترین حاصل تقسیم چنین جفتی از اعداد برابر است با: (مسابقات کانگورو - ۲۰۰۹)

- (۱)  $\frac{26}{77}$   
(۲)  $\frac{25}{76}$   
(۳)  $\frac{25}{77}$   
(۴)  $\frac{26}{75}$

۱۴. مریم می‌خواهد چند عدد طبیعی متوالی را بنویسد. کدام عدد نمی‌تواند درصد تعداد عددهای فردی که او می‌نویسد به تعداد عددهای نوشته شده باشد؟ (مسابقات کانگورو، ۲۰۱۴)

- (۱) ۴۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۴۸  
(۴) ۵۰

۱۵. حاصل عبارت روبه‌رو تقریباً برابر با کدام گزینه است؟

(آزمون مؤسسه علامه علی)

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3486784401}$$

(۲)  $\frac{1}{2}$   
(۴)  $\frac{3}{4}$

(۱) ۱

(۳)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

۱۶. کدام یک بزرگ‌تر است؟

(۴)  $\frac{10000001}{10000002}$

(۳)  $\frac{10000002}{10000003}$

(۲)  $\frac{100002}{100003}$

(۱)  $\frac{100001}{100002}$

۱۷. اگر  $A = (a-12)(a-11)(a-10)\dots(a+11)(a+12)$  باشد و  $a$  عددی صحیح و بین  $(-8)$  و  $+8$  باشد، کدام گزینه دربارهٔ مقدار  $A$  درست است؟

(آزمون مؤسسه علامه علی)

(۱)  $A$  همواره عددی مثبت است.

(۲)  $A$  همواره عددی منفی است.

(۳)  $A$  همواره برابر صفر است.

(۴)  $A$  عددی بین  $-36$  و  $+36$  است.

۱۸. مریم یک کالا را با ۱۰٪ تخفیف خریده است، فروشنده به او می‌گوید تنها ۱۰٪ پولی که دریافت کرده سود بوده است! در این صورت

فروشنده ابتدا چند درصد سود در نظر گرفته بوده است؟

(۲) ۱۹٪

(۱) ۱۰٪

(۴) ۲۱٪

(۳) ۲۰٪

۱۹. عددهای ۱، -۱، -۱، -۱ و ۱ و -۱ را می‌نویسیم. (۱ اولین عدد است.) بعد، حاصل ضرب دو جمله آخر را هم می‌نویسیم و همین کار

را ادامه می‌دهیم (مثلاً، عددهای چهارم و پنجم را در هم ضرب می‌کنیم تا عدد ششم به دست بیاید). حاصل جمع اولین عدد تا دو

هزار و سیزدهمین عدد کدام است؟ (مسابقات کاتگور، ۲۰۱۳)

(۲) -۶۷۱

(۱) -۱۰۰۶

(۴) ۱۰۰۷

(۳) صفر

۲۰. داریوش می‌خواست مسیری را با دوچرخه طی کند و سر ساعت ۱۵:۰۰ به مقصد برسد. او در  $\frac{2}{3}$  وقتی که داشته  $\frac{3}{4}$  مسیر را طی

کرد و بعد آهسته‌تر رفت و درست سر وقت رسید. نسبت سرعت او در اولین بخش مسیر به سرعت او در دومین بخش مسیر چقدر

است؟ (مسابقات کاتگور، ۲۰۱۴)

(۴) ۲ به ۱

(۳) ۳ به ۲

(۲) ۴ به ۳

(۱) ۵ به ۴

## دست به کار شو



۱. برنامه‌ای بنویسید که عدد  $n$  را از کاربر بگیرد و حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$$

۲. برنامه‌ای بنویسید که دو عدد طبیعی دلخواه از کاربر بگیرد و اعداد ما بین آن‌ها را ۴ تا درمیان جمع بزند. در صورتی که فاصله بین دو عدد مضرب ۴ نباشد، به کاربر اخطار دهد که عددهای درست ارائه نماید.

۳. برنامه‌ای بنویسید که فیسفر بسوزان صفحه ۲۸ را حل کند.

۴. برنامه‌ای بنویسید که حاصل تست شماره ۷ را برای عدد  $\frac{-(2n+1)}{2n}$  به دست آورد. ( $n$  به عنوان یک

عدد طبیعی از کاربر پرسیده می‌شود.)