

مساحت دایره

محیط و مساحت دایره از تساوی‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\text{عدد پی} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times ۲ = \text{محیط دایره}$$

$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

قطر دایره دو برابر شعاع دایره است:

$$۲ \div \text{قطر دایره} = \text{شعاع دایره}$$

$$\text{شعاع دایره} \times ۲ = \text{قطر دایره}$$

مقدار عدد پی تقریباً $۳/۱۴$ است.

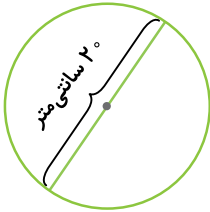
مسئله: قطر دایره‌ای برابر با ۲۰ سانتی‌متر است. محیط دایره و مساحت دایره را به دست آورید.

راه‌حل: در دایره‌ی شکل روبه‌رو،

$$\text{محیط دایره} = \text{عدد پی} \times \text{قطر} = ۳/۱۴ \times ۲۰ = ۶۲/۸ \text{ سانتی‌متر}$$

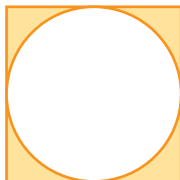
$$\text{شعاع دایره} = \text{قطر} \div ۲ = ۲۰ \div ۲ = ۱۰ \text{ سانتی‌متر}$$

$$\begin{aligned} \text{مساحت دایره} &= \text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} \\ &= ۳/۱۴ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۳۱۴ \text{ سانتی‌متر مربع} \end{aligned}$$



۱۶۷

۴ سانتی‌متر



۴ سانتی‌متر

۴ سانتی‌متر



۴ سانتی‌متر

مثال: می‌خواهیم مساحت ناحیه‌ی رنگی در شکل روبه‌رو را حساب کنیم (عدد پی را ۳ در نظر می‌گیریم).

توجه کنید که مساحت ناحیه‌ی رنگی برابر است با مساحت مربع به ضلع ۴، منهای مساحت دایره‌ی سفید درون آن. مساحت مربع به ضلع ۴ برابر با ۱۶ است.

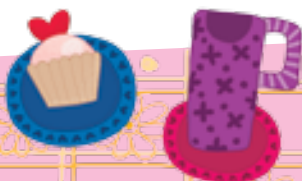
برای این که مساحت دایره‌ی سفید را حساب کنیم، ابتدا باید شعاع آن را پیدا کنیم. توجه کنید که قطر دایره‌ی سفید با طول ضلع مربع برابر است (شکل روبه‌رو را ببینید). چون شعاع دایره نصف قطر است، پس شعاع دایره‌ی سفید ۲ است. به این ترتیب،

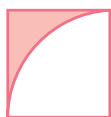
$$\text{مساحت مربع} = ۴ \times ۴ = ۱۶ \text{ سانتی‌متر مربع}$$

$$\text{مساحت دایره‌ی سفید} = \text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = ۳ \times ۲ \times ۲ = ۱۲ \text{ سانتی‌متر مربع}$$

$$\text{مساحت ناحیه‌ی رنگی} = \text{مساحت مربع} - \text{مساحت دایره‌ی سفید} = ۱۶ - ۱۲ = ۴ \text{ سانتی‌متر مربع}$$

بنابراین،





۲ سانتی متر

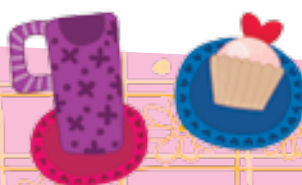
مثال: می‌خواهیم مساحت ناحیه‌ی رنگی در شکل روبه‌رو را حساب کنیم (عدد پی را ۳ در نظر می‌گیریم).

ابتدا توجه کنید که مساحت ناحیه‌ی رنگی، برابر است با مساحت مربع، منهای مساحت ربع دایره‌ای به شعاع ۲. چون طول ضلع مربع ۲ است، پس مساحت آن $۲ \times ۲ = ۴$ است. اکنون توجه کنید که مساحت ربع دایره‌ای به شعاع ۲ برابر است با مساحت دایره‌ی به شعاع ۲ تقسیم بر ۴. بنابراین،

$$\text{مساحت ربع دایره‌ی سفید} = \frac{\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}}{۴} = \frac{۳ \times ۲ \times ۲}{۴} = ۳$$

به این ترتیب،

$$۱ = ۴ - ۳ = \text{مساحت ربع دایره‌ی سفید} - \text{مساحت مربع} = \text{مساحت ناحیه‌ی رنگی}$$



تمرین‌های درس سوم

گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.

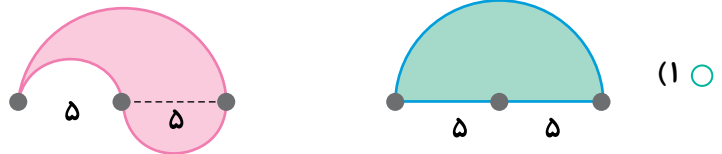
۱- مساحت دایره برابر است با

- (۱) محیط دایره \times شعاع
 (۲) عدد پی \times شعاع \times شعاع

۲- در شکل روبه‌رو، چند درصد از مربع رنگی شده است؟

- (۱) ۷۵ درصد
 (۲) $78/5$ درصد

۳- در کدام گزینه مساحت دو شکل رنگی برابر هستند؟



۴- مساحت دو نیم‌دایره با شعاع 10 ، با مساحت ربع دایره با شعاع 10 برابر است.

- (۱) چهار
 (۲) سه

۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با یا مشخص کنید.

- الف) شعاع هر دایره، دو برابر قطر آن دایره است.
 ب) اگر شعاع دایره، ۲ برابر شود مساحت دایره ۴ برابر می‌شود.
 پ) مساحت نیم‌دایره با مساحت دو تا ربع دایره برابر است.
 ت) محیط دایره‌ی به شعاع ۴ سانتی‌متر، چهار برابر محیط دایره‌ی به شعاع ۱ سانتی‌متر است.



۶- جاهای خالی را پر کنید.



مساحت مستطیل =
محیط مستطیل =



مساحت مربع =
محیط مربع =



شعاع \times قطر دایره =
محیط دایره =
مساحت دایره =

۷- رابطه‌ی مساحت ناحیه‌ی رنگی را برای چهار شکل زیر بنویسید.



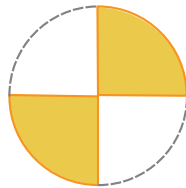
(ب)



(الف)

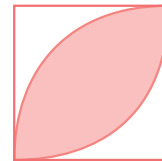
مساحت رنگی = مساحت ۴ ربع دایره -

مساحت رنگی = مساحت مربع +



(ت)

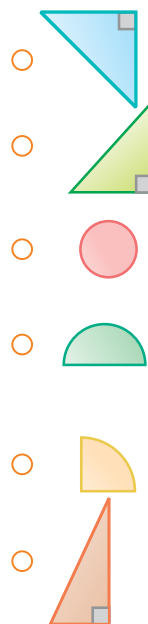
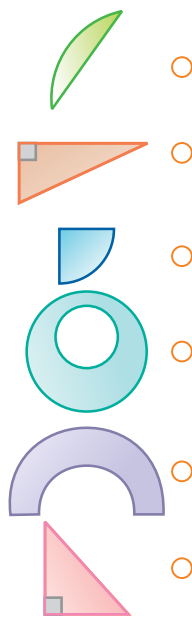
مساحت رنگی =



(پ)

مساحت رنگی =

۸- تکه‌هایی را که در کنار هم یک ربع دایره، نیم دایره، دایره، مربع یا مستطیل می‌سازند، به هم وصل کنید.



۹- محیط دایره‌ای $6/28$ سانتی‌متر است. مساحت این دایره چقدر است؟

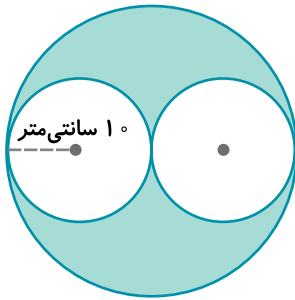
.....

.....

۱۰- دو سر سیمی به طول 27 سانتی‌متر را به هم چسبانده‌ایم و یک دایره درست کرده‌ایم. شعاع این دایره چقدر است؟ (عدد پی را 3 بگیرد.)

.....

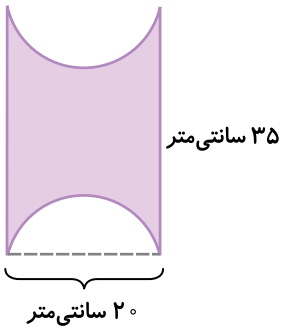
۱۱- ابتدا روش محاسبه‌ی مساحت قسمت‌های رنگی را توضیح دهید و سپس مقدار آن را به دست آورید.



.....

.....

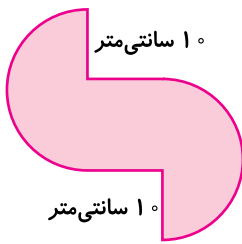
.....



.....

.....

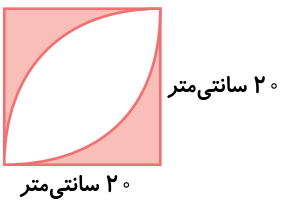
.....



.....

.....

.....



.....

.....

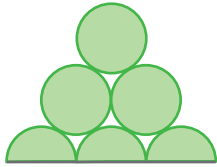
.....

مساحت دایره

۱۷۱



۱۲- در شکل زیر، شعاع دایره‌ها و نیم‌دایره‌ها همگی ۱ سانتی‌متر است. مساحت ناحیه‌ی رنگی را پیدا کنید.



.....

.....

.....

.....

۱۳- مساحت قسمت‌های رنگی هر شکل را به دست آورید.



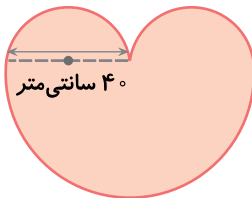
۱۰۰ سانتی‌متر

.....

.....

.....

.....



۴۰ سانتی‌متر

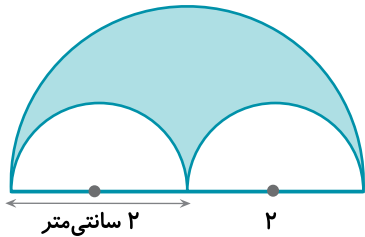
.....

.....

.....

.....

۱۴- مساحت ناحیه‌ی رنگی را پیدا کنید.



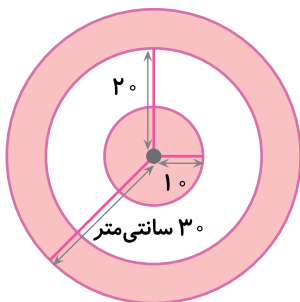
۲ سانتی‌متر ۲

.....

.....

.....

.....



۳۰ سانتی‌متر ۲۰

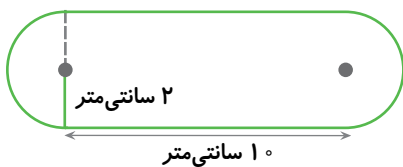
.....

.....

.....

.....

۱۵- محیط و مساحت شکل زیر را به دست آورید.



۲ سانتی‌متر ۱۰ سانتی‌متر

.....

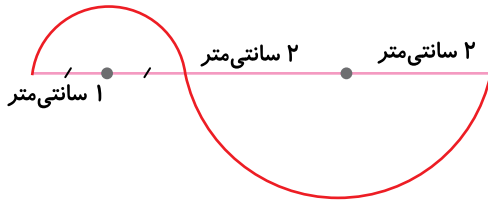
.....

.....

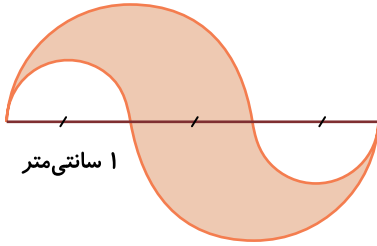
.....



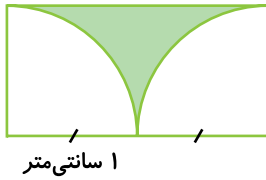
۱۶- نخ قرمز در شکل زیر از دو تکه‌ی نیم‌دایره‌ای درست شده است. طول این نخ چقدر است؟



۱۷- مساحت ناحیه‌ی رنگی را پیدا کنید.



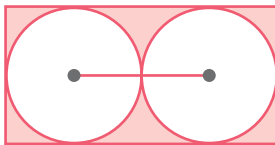
۱۸- مساحت ناحیه‌ی رنگی را پیدا کنید.



۱۹- مساحت ناحیه‌ی رنگی را پیدا کنید.



۲۰- مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. (فاصله‌ی مرکز دو دایره ۲۰ سانتی‌متر است.)



۲۱- در شکل زیر فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی کنار هم یک سانتی‌متر است. محیط و مساحت ناحیه‌ی نارنجی چقدر است؟

