

آموزش و آزمون
ریاضیات
هفتم
برای دانش آموزان تیزهوش



خواهی بشوی قبول آسان
با رتبه‌ عالی و درخشان
برخیز و کنون ریاضی آموز
از دست مده فرصت امروز
همراه توایم با رشادت
تا باز کنی در سعادت

از مجموعه رشادت

رمز شکوفایی استعدادهای دانش آموزان تیزهوش

محمد بُرجی اصفهانی - هادی عزیززاده
مریم بُرجی اصفهانی



به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱، کتاب «ریاضیات ششم ابتدایی برای دانش‌آموزان تیزهوش» را تألیف کردیم. این کتاب که به کتاب «ریاضی رشادت» مشهور شد، با استقبال گسترده دانش‌آموزان، خانواده‌های آن‌ها و معلمان گرامی روبه‌رو گردید. این اقبال عمومی ما را بر آن داشت که به تألیف کتاب هفتم (یا اول دبیرستان - دوره اول) با همان سبک و سیاق و با تغییراتی اقدام کنیم.

کتاب «ریاضیات هفتم برای دانش‌آموزان تیزهوش» کتابی است که کلیه مطالب ریاضی اول دبیرستان (دوره اول) را در سطح پیشرفته ارائه می‌دهد. دانش‌آموز، ابتدا با خلاصه مباحث و نکته‌های مهم هر فصل آشنا می‌شود و با مثال‌هایی بر حل آن‌ها اشراف پیدا می‌کند. سپس برای هر فصل، تعدادی سؤال چهارگزینه‌ای و مسائل تشریحی را حل می‌کند تا بر موضوع تسلط یابد. سؤالات چهارگزینه‌ای و مسائل تشریحی این کتاب به سه گروه آغازین (ساده)، میانی (متوسط) و پایانی (دشوار) تقسیم شده‌اند که ترتیب مطالعه و حل آن‌ها باید رعایت شود. انتظار می‌رود کتاب حاضر، همه نیازهای دانش‌آموزان اول دبیرستان مدارس خاص و تیزهوش را پاسخ‌گو باشد.

گفتنی است از ویرایش دوم به بعد، پنج آزمون تستی و پنج آزمون تشریحی نیز به کتاب اضافه شده است که دو آزمون اول تستی و تشریحی مربوط به پنج فصل اول (ترم اول) و سه آزمون بعدی تستی و تشریحی مربوط به کل کتاب (ترم دوم) است.

در این جا لازم می‌دانیم از جناب آقای یحیی دهقانی مدیرعامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات لازم را برای چاپ این کتاب فراهم آوردند، تشکر کنیم. هم‌چنین از خانم‌ها ناهید صبائی (حروفچین و صفحه‌آرا)، ملیحه محمدی، سمانه ایمان‌فرد، بهاره خدای و مینا هرمزی (گرافیک‌سازها) و مدیران و همکاران واحدهای حروفچینی، تولید و فروش سپاسگزاریم. امیدواریم دبیران محترم ریاضی و دانش‌آموزان و خانواده‌های عزیز آن‌ها ما را با اعلام نظرات، پیشنهادها و انتقادهای خود درباره این کتاب یاری فرمایند.

محمد بُرجی اصفهانی

هادی عزیززاده

مریم بُرجی اصفهانی

فهرست مطالب

عنوان

صفحه

| | | |
|-----|-------------------------|-----------|
| ۶ | راهنمای استفاده از کتاب | |
| ۷ | راهبردهای حل مسئله | فصل اول |
| ۲۳ | اعداد صحیح | فصل دوم |
| ۳۷ | جبر و معادله | فصل سوم |
| ۵۳ | هندسه و استدلال | فصل چهارم |
| ۷۷ | شمارنده‌ها و اعداد اول | فصل پنجم |
| ۹۱ | آزمون چهارگزینه‌ای (۱) | |
| ۹۴ | آزمون تشریحی (۱) | |
| ۹۷ | آزمون چهارگزینه‌ای (۲) | |
| ۱۰۰ | آزمون تشریحی (۲) | |
| ۱۰۳ | سطح و حجم | فصل ششم |
| ۱۲۰ | توان | فصل هفتم |
| ۱۴۰ | جذر | |
| ۱۵۳ | بردار و مختصات | فصل هشتم |
| ۱۷۵ | آمار و احتمال | فصل نهم |
| ۱۹۱ | آزمون چهارگزینه‌ای (۳) | |
| ۱۹۴ | آزمون تشریحی (۳) | |
| ۱۹۸ | آزمون چهارگزینه‌ای (۴) | |
| ۲۰۱ | آزمون تشریحی (۴) | |
| ۲۰۶ | آزمون چهارگزینه‌ای (۵) | |
| ۲۰۹ | آزمون تشریحی (۵) | |

راهنمای استفاده از کتاب

دانش آموز گرامی / ولی محترم

قبل از آغاز مطالعه این کتاب به توصیه‌ها و موارد زیر توجه فرمایید:

۱- ابتدا خلاصه درس و مثال‌های فصل موردنظر را مطالعه کنید.

۲- سؤالات چهار گزینه‌ای و تشریحی هر فصل را پاسخ دهید. سؤالات از ساده به سخت تنظیم و به سه گروه آغازین (ساده)، میانی (متوسط) و پایانی (مشکل) تقسیم شده‌اند. پس از آن که به همه سؤالات چهار گزینه‌ای و تشریحی یک گروه پاسخ دادید، به کتاب پاسخ‌نامه مراجعه کنید و پاسخ‌های خود را با پاسخ‌های درست سؤالات مقایسه کنید. حتماً پاسخ‌نامه را دقیق بخوانید حتی اگر پاسخ شما به سؤالی درست باشد. ممکن است ما راه حل ساده‌تری را پیشنهاد کرده باشیم. ۳- تا زمانی که به سؤالات یک گروه پاسخ نداده‌اید، سراغ سؤالات گروه بالاتر نروید. سؤالات گروه پایانی باید در آخرین مرحله پاسخ داده شوند.

۴- برای آن که بدانید سطح علمی شما در درس ریاضی چیست، پس از پاسخ دادن به سؤالات چهار گزینه‌ای پایانی، تعداد انتخاب‌های درست و تعداد انتخاب‌های غلط خود را بشمارید و نمره خودتان را با رابطه زیر محاسبه کنید:

$$\text{نمره} = \frac{\text{تعداد پاسخ‌های غلط}}{۳} - \text{تعداد پاسخ‌های درست}$$

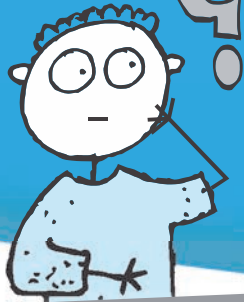
(یعنی هر سه انتخاب غلط، یک انتخاب درست را خنثی می‌کند). سپس نمره خود را از ۲۰ محاسبه کرده و با مراجعه به جدول زیر، سطح علمی خود را مشخص کنید.

| سطح علمی | نمره |
|----------|---------|
| متوسط | ۱ - ۵ |
| خوب | ۶ - ۱۰ |
| خیلی خوب | ۱۱ - ۱۵ |
| عالی | ۱۶ - ۱۹ |
| نابغه | ۲۰ |

ضمناً سطح علمی خود را می‌توانید با پاسخ به آزمون‌های تستی پایان کتاب نیز ارزیابی کنید (دو آزمون اول مربوط به پنج فصل اول کتاب است و مناسب ترم اول می‌باشد و سه آزمون بعدی کل کتاب را شامل می‌شود که مناسب ترم دوم است). ۵- برای آن که با روش درست مطالعه و روش درست تست زدن آشنا شوید و از خدمات مشاوره‌ای آموزشی بهره‌مند گردید، به شما توصیه می‌شود که با آرمان و آیدا در سفر مطالعه این کتاب همراه شوید و نکات مهمی را که همراه با تصویر آن‌ها، در قالب شعر یا نثر بیان شده است به دقت مطالعه و به آن‌ها عمل کنید.

موفق باشید.

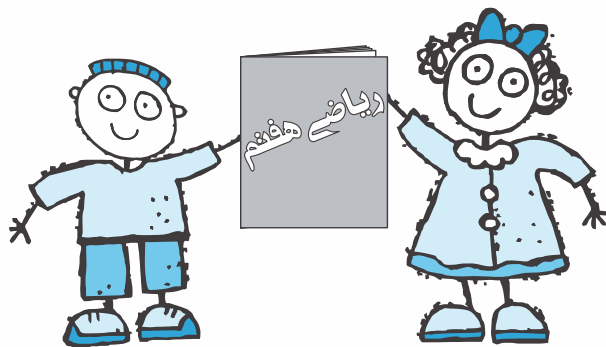
راهبردهای حل مسئله

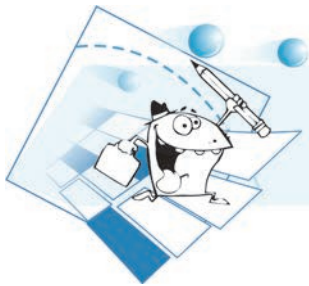


فصل

سلام سلام آی بیّه‌ها
هر دو تاشون هفتمی‌ان
ریاضی‌شون قوی نیست
با فوندن کتاب ما
آیدا به آرمان می‌که
درسو اول بفونیم
غوب که اونو فهمیدیم
اول سؤال آسون
بعد از اونا میانی

دوقلو هستن این دو تا
اونا به فکر چی‌چی‌ان؟
می‌فوان بشن هر دو بیست
قوی می‌شن این بیّه‌ها
شروع کنیم ما دیگه
نکته‌ها رو بدونیم
سؤال رو پاسخ می‌دیم
آغازین رو داداش جون
آفر سر پایانی





راهبردهای حل مسئله

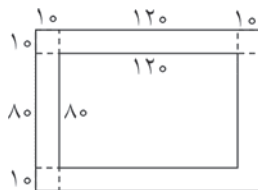
خلاصه درس

حل مسئله یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مباحث ریاضی است که همواره دانش‌آموزان مشکلات فراوانی در ارتباط با آن دارند. در این فصل سعی کرده‌ایم تا راهبردهای حل مسئله را با مثال برای شما توضیح دهیم، البته از گفتن مباحث تکراری که در کتاب عنوان شده است خودداری کرده‌ایم.

راهبرد اول: رسم شکل

در برخی از مسائل با کشیدن یک شکل ساده می‌توانیم درک بهتری از مسئله داشته باشیم و آن را به راحتی حل کنیم.

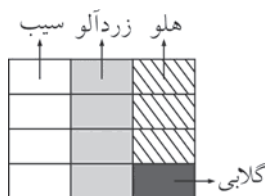
مثال ۱: شب‌نم می‌خواهد برای میزش یک رومیزی بدوزد به طوری که آن رومیزی از هر طرف ۱۰ سانتی‌متر آویزان باشد. اگر طول رومیزی ۱۲۰ سانتی‌متر و عرض آن ۸۰ سانتی‌متر باشد، او چه قدر پارچه لازم دارد؟



حل: با توجه به شکل مقابل داریم:

$$\begin{aligned} \text{سانتی‌متر طول رومیزی} &= 120 + 10 + 10 = 140 \\ \text{سانتی‌متر عرض رومیزی} &= 80 + 10 + 10 = 100 \\ \text{مترمربع } 1/4 &= 140 \times 100 = 14000 \\ \text{شب‌نم } 1/4 \text{ مترمربع پارچه لازم دارد.} \end{aligned}$$

مثال ۲: کشاورزی در $\frac{1}{3}$ زمین خود درخت سیب، در $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده درخت زردآلو، در $\frac{3}{4}$ باقی‌مانده درخت هلو و در قسمت باقی‌مانده درخت گلابی کاشته است. او در چه کسری از زمینش درخت گلابی کاشته است؟



حل: با توجه به شکل، کشاورز در $\frac{1}{3}$ زمین خود گلابی کاشته است.

راهبرد دوم: الگوسازی

در برخی از مسائل لازم است همه حالت‌های ممکن را با نظم و ترتیب مشخصی نوشته و از بین آن‌ها حالت موردنظر را انتخاب کنیم.

مثال ۱: سن مهدی پارسال مضرب ۷ و سه سال پیش مضرب ۱۱ بوده است. اکنون مهدی چند سال دارد؟ (می‌دانیم سن مهدی از ۶۰ سال کمتر است.)

حل: همه مضرب‌های ۷ کوچک‌تر از ۶۰ را در نظر می‌گیریم و با توجه به جدول زیر می‌فهمیم که سن کنونی مهدی ۳۶ سال است.

| | | | | | | | | |
|-------------------|---|----|----|----|----|----|----|----|
| سن پارسال مهدی | ۷ | ۱۴ | ۲۱ | ۲۸ | ۳۵ | ۴۲ | ۴۹ | ۵۶ |
| سن ۳ سال پیش مهدی | ۵ | ۱۲ | ۱۹ | ۲۶ | ۳۳ | ۴۰ | ۴۷ | ۵۴ |
| سن کنونی مهدی | | | | | ۳۶ | | | |

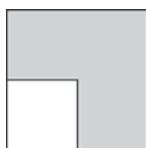
مثال ۲: مساحت مستطیلی ۶۰ سانتی‌متر مربع است. محیط آن حداکثر چند سانتی‌متر می‌تواند باشد؟ (طول و عرض مستطیل، اعداد طبیعی هستند.)

| عرض | طول | محیط |
|-----|-----|-------------------------|
| ۱ | ۶۰ | $(1+60) \times 2 = 122$ |
| ۲ | ۳۰ | $(2+30) \times 2 = 64$ |
| ۳ | ۲۰ | $(3+20) \times 2 = 46$ |
| ۴ | ۱۵ | $(4+15) \times 2 = 38$ |
| ۵ | ۱۲ | $(5+12) \times 2 = 34$ |
| ۶ | ۱۰ | $(6+10) \times 2 = 32$ |

حل: همه مستطیل‌هایی که مساحتشان ۶۰ سانتی‌متر مربع است را در نظر می‌گیریم و محیط آن‌ها را حساب می‌کنیم. با توجه به جدول مقابل، محیط مستطیل حداکثر می‌تواند ۱۲۲ سانتی‌متر باشد.

راهبرد سوم: حذف حالت‌های نامطلوب

در این روش ابتدا همه حالت‌های ممکن را در نظر می‌گیریم و سپس با حذف حالت‌های نامطلوب، جواب مسئله را پیدا می‌کنیم. در این روش می‌توانیم از الگوسازی هم استفاده کنیم.



مثال ۱: در شکل مقابل، اندازه اضلاع هر دو مربع، اعداد طبیعی است. مساحت ناحیه هاشورخورده ۵۶ سانتی‌متر مربع است. مساحت مربع بزرگ حداقل چند سانتی‌متر مربع است؟

حل: برای ضلع مربع کوچک، اعداد طبیعی مختلف را در نظر می‌گیریم و مساحت مربع کوچک را حساب می‌کنیم. سپس به هر کدام ۵۶ تا اضافه می‌کنیم تا مساحت مربع بزرگ به دست آید. سپس با حذف حالت‌های نامطلوب جواب مسئله را به دست می‌آوریم (هر کدام از جواب‌ها که از حاصل ضرب یک عدد طبیعی در خودش به دست آمده باشد می‌تواند جواب مسئله باشد).

| | | | | | |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| ضلع مربع کوچک | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
| مساحت مربع کوچک | ۱ | ۴ | ۹ | ۱۶ | ۲۵ |
| مساحت مربع کوچک به‌علاوه ۵۶ | ۵۷ | ۶۰ | ۶۵ | ۷۲ | ۸۱ |
| آیا عدد به دست آمده جواب مسئله است؟ | خیر | خیر | خیر | خیر | بله |

تذکره: ۱۳ و ۱۵ هم می‌توانند اضلاع مربع باشند.



مثال ۲: یک عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ داریم که بر ۷ بخش‌پذیر است و باقی‌مانده تقسیم آن بر ۳ و ۴ مساوی یک می‌باشد. این عدد چند است؟

حل: با توجه به این‌که باقی‌مانده تقسیم عدد مورد نظر بر ۳ و ۴ مساوی یک است باقی‌مانده تقسیم آن بر ۱۲ هم باید یک باشد، پس مضرب‌های کوچک‌تر از صد عدد ۱۲ را به‌علاوه یک می‌کنیم، هر کدام بر ۷ بخش‌پذیر شد، جواب مسئله است.

| | | | | | | | | |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| مضرب ۱۲ | ۱۲ | ۲۴ | ۳۶ | ۴۸ | ۶۰ | ۷۲ | ۸۴ | ۹۶ |
| مضرب ۱۲ به‌علاوه یک | ۱۳ | ۲۵ | ۳۷ | ۴۹ | ۶۱ | ۷۳ | ۸۵ | ۹۷ |
| آیا عدد به دست آمده جواب مسئله است؟ | خیر | خیر | خیر | بله | خیر | خیر | خیر | خیر |

بنابراین عدد مورد نظر ۴۹ است.

راهبرد چهارم: الگویابی

الگویابی مهارتی است که در حل بسیاری از مسائل به ما کمک می‌کند. الگوها می‌توانند عددی یا هندسی باشند.

مثال ۱: صدمین عدد در دنباله عددی مقابل چند است؟
۸، ۱۵، ۲۲، ۲۹، ۳۶، ...

حل: اگر دقت کنید هر عدد از عدد قبلی خود ۷ تا بیشتر است.

$$\begin{array}{ccccccc}
 8 & , & 15 & , & 22 & , & 29 & , & 36 \\
 \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \\
 +7 & & +7 & & +7 & & +7 & &
 \end{array}$$

بنابراین صدمین عدد به اندازه ۹۹ تا هفت از عدد اول بیشتر است (بین ۱۰۰ عدد، ۹۹ فاصله وجود دارد). پس صدمین عدد ۷۰۱ می‌باشد:

$$8 + (99 \times 7) = 701$$

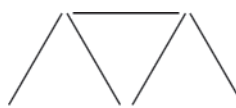
مثال ۲: در شکل بیستم از سری شکل‌های زیر، چند خلال دندان مصرف می‌شود؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

حل: در شکل اول ۳ خلال دندان و در هر کدام از شکل‌های بعدی، ۲ خلال دندان بیشتر مصرف شده است. بنابراین شکل بیستم، ۳۸ خلال دندان بیشتر از شکل اول دارد ($2 \times 19 = 38$). یعنی در شکل بیستم، ۴۱ خلال دندان مصرف شده است:

$$3 + 38 = 41$$

راهبرد پنجم: حدس و آزمایش

در برخی از مسائل ممکن است راهی به ذهنمان نرسد، در این صورت می‌توانیم با حدس زدن و آزمایش کردن پاسخ مسئله را پیدا کنیم.



مثال ۱: حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی ۱۱۲۲ شده است. آن دو عدد را پیدا کنید.

حل: با توجه به این که $۳۰ \times ۳۰ = ۹۰۰$ و $۴۰ \times ۴۰ = ۱۶۰۰$ می‌شود، این دو عدد بین ۳۰ و ۴۰ هستند. پس با آزمایش کردن حاصل ضرب این اعداد جواب را پیدا می‌کنیم:

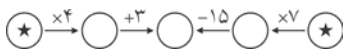
$$۳۱ \times ۳۲ = ۹۹۲$$

$$۳۲ \times ۳۳ = ۱۰۵۶$$

$$۳۳ \times ۳۴ = ۱۱۲۲$$

پس دو عدد مورد نظر ۳۳ و ۳۴ هستند.

مثال ۲: در نمودار زیر، به جای \star چه عددی می‌تواند قرار گیرد؟



حل: به جای \star باید عددی قرار دهیم تا عددی که در دایره وسط قرار می‌گیرد از هر دو سمت یکی باشد.

| نتیجه‌گیری | حاصل عبارت از سمت راست | حاصل عبارت از سمت چپ | عددی که به جای \star قرار می‌گیرد |
|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| عدد مورد نظر باید بزرگتر باشد. | $(۴ \times ۷) - ۱۵ = ۱۳$ | $(۴ \times ۴) + ۳ = ۱۹$ | ۴ |
| عدد مورد نظر باید بزرگتر باشد. | $(۵ \times ۷) - ۱۵ = ۲۰$ | $(۵ \times ۴) + ۳ = ۲۳$ | ۵ |
| عدد مورد نظر ۶ است. | $(۶ \times ۷) - ۱۵ = ۲۷$ | $(۶ \times ۴) + ۳ = ۲۷$ | ۶ |

راهبرد ششم: زیر مسئله

در این روش یک مسئله پیچیده را به چند مسئله ساده تبدیل می‌کنیم و با حل مرحله به مرحله این مسائل ساده پاسخ نهایی را به دست می‌آوریم.

مثال ۱: میانگین ۴ عدد ۱۹ شده است. اگر به عدد اول یک واحد، به عدد دوم ۲ واحد، به عدد سوم ۳ واحد و به عدد چهارم ۴ واحد اضافه کنیم، میانگین ۴ عدد جدید چند می‌شود؟

حل: مسئله را به زیرمسئله‌های زیر تبدیل می‌کنیم و پاسخ هر کدام را به دست می‌آوریم.

$$۴ \times ۱۹ = ۷۶$$

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰$$

$$۷۶ + ۱۰ = ۸۶$$

$$۸۶ \div ۴ = ۲۱ \frac{۲}{۵}$$

زیرمسئله ۱: مجموع ۴ عدد اولیه چند است؟

زیرمسئله ۲: مجموع اعداد اضافه شده چه قدر است؟

زیرمسئله ۳: مجموع ۴ عدد جدید چند است؟

زیرمسئله ۴: میانگین ۴ عدد جدید چند است؟

مثال ۲: محمد به خرید می‌رود. او در مغازه اول $\frac{1}{3}$ پولش را و در مغازه دوم $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده پولش را خرج می‌کند و ۲۴۰ تومان برایش باقی می‌ماند. او در ابتدا چند تومان داشته است؟

حل: مسئله را به چند زیرمسئله تبدیل می‌کنیم و پاسخ هر کدام را به دست می‌آوریم.

زیرمسئله ۱: چه کسری از پول محمد پس از خرید از مغازه اول باقی می‌ماند؟

$$\frac{۳}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$



زیرمسئله ۲: محمد چه کسری از پولش را در مغازه دوم خرج می‌کند؟

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

زیرمسئله ۳: چه کسری از پول محمد در آخر برایش باقی می‌ماند؟

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

زیرمسئله ۴: محمد در ابتدا چند تومان داشته است؟

| | | |
|----------------|---|-----|
| باقی‌مانده پول | ۴ | ۲۴۰ |
| کل پول | ۹ | ۵۴۰ |

پس محمد در ابتدا ۵۴۰ تومان داشته است.

راهبرد هفتم: حل مسئله ساده‌تر

برای حل بعضی از مسائل به ظاهر پیچیده یا مسائلی که اعداد بزرگی دارند می‌توانیم مشابه آن‌ها را با اعداد ساده‌تر حل کرده و با استفاده از روش الگویابی مسئله اصلی را حل کنیم.

مثال ۱: چه عددی از $\frac{8}{3}$ برابر $\frac{1}{4}$ ، چهار و سی و شش صدم بیشتر است؟

حل مسئله ساده‌تر: چه عددی از ۳ برابر ۷، ۵ تا بیشتر است؟

$$(3 \times 7) + 5 = 26$$

حل مسئله ساده‌تر:

$$\left(\frac{8}{3} \times \frac{1}{4}\right) + \frac{36}{4} = \left(\frac{8}{3} \times \frac{2}{25}\right) + \frac{36}{4} = \frac{23}{3} + 9 = \frac{23}{3} + \frac{27}{3} = \frac{50}{3}$$

حل مسئله اصلی:

مثال ۲: علی با ۱۵ تکه چوب، یک قاب به صورت پانزده ضلعی ساخته است. برای ساخت این قاب، او هر دو تکه چوب را با یک میخ به هم وصل کرده است و روی چوب‌ها تعدادی میخ دیگر برای تزئین کوبیده است. پس از پایان کار، علی مشاهده کرد که روی هر ضلع ۵ میخ وجود دارد. او کلاً چند میخ به کار برده است؟

حل مسئله ساده‌تر: اگر قاب مورد نظر چهار ضلعی باشد، علی چند میخ به کار برده است؟

حل مسئله ساده‌تر: روی هر ضلع چهار ضلعی مقابل، ۵ میخ وجود دارد یعنی در

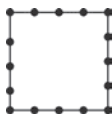
مجموع باید ۲۰ میخ روی این قاب باشد اما اگر دقت کنیم می‌بینیم میخ‌هایی را که روی رأس‌های چهار ضلعی وجود دارند ۲ بار حساب کرده‌ایم. بنابراین برای به دست آوردن تعداد درست میخ‌ها باید میخ‌هایی که روی رأس‌ها قرار دارند را یکبار کم کنیم. یعنی تعداد میخ‌ها ۱۶ تا است:

$$20 - 4 = 16$$

حل مسئله اصلی: به همین ترتیب می‌توانیم بفهمیم علی برای قاب پانزده ضلعی، ۶۰ میخ به کار برده است، زیرا:

$$15 \times 5 = 75$$

$$75 - 15 = 60$$



راهبرد هشتم: روش‌های نمادین (مدلسازی)

برای حل بعضی از مسائل می‌توان صورت مسئله را به صورت یک عبارت ریاضی یا یک شکل هندسی درآورد و سپس آن را حل کرد.



مثال ۱: اگر به ۸ برابر عددی، ۲۳ واحد اضافه کنیم حاصل ۲۳۱ می‌شود. آن عدد چند است؟



حل: مسئله را به صورت یک عبارت ریاضی نوشته و آن را حل می‌کنیم.

$$(۸ \times \square) + ۲۳ = ۲۳۱$$

$$۲۳۱ - ۲۳ = ۲۰۸$$

$$۲۰۸ \div ۸ = ۲۶$$

عدد مورد نظر ۲۶ است.

مثال ۲: می‌خواهیم روی زمینی مستطیل‌شکل به طول ۴۰ متر و عرض ۲۰ متر خانه‌ای بسازیم. طرف کوچکتر زمین در کنار خیابان است. خانه باید از خیابان ۵ متر دور باشد. همچنین باید از انتهای زمین ۴ متر و از کناره‌های زمین ۳ متر فاصله داشته باشد. بزرگترین مساحتی که خانه می‌تواند داشته باشد، چند مترمربع است؟

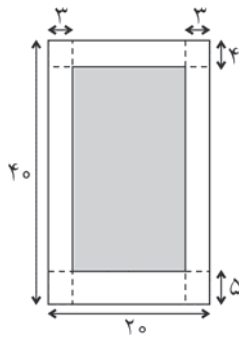


حل: با توجه به شکل مقابل، بیشترین مساحتی که خانه می‌تواند داشته باشد، قسمت رنگی است و داریم:

$$\text{متر ۳۱} = ۴۰ - (۴ + ۵)$$

$$\text{متر ۱۴} = ۲۰ - (۲ \times ۳)$$

$$\text{مترمربع ۴۳۴} = ۳۱ \times ۱۴$$



یادداشتهای من



سوالات

راهنمای حل مسئله



★ آغازین

- ۱- کدام عدد نمی‌تواند میانگین تعداد سرنشین‌های پنج خودرو باشد؟
- (۱) $1/4$ (۲) $2/2$ (۳) $2/7$ (۴) $1/8$
- ۲- تعداد ارقام به کار رفته برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب ۷۵ صفحه‌ای کدام است؟
- (۱) ۸۴ (۲) ۱۴۱ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۵۹
- ۳- ۱۵ دانش‌آموز با فاصله یکسان در یک صف ایستاده‌اند. اگر فاصله نفر سوم و پنجم 120 سانتی‌متر باشد. طول این صف چند سانتی‌متر است؟
- (۱) ۸۴۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۶۸۰
- ۴- اگر سارا ۵ خودکار بخرد 320 تومان اضافی می‌آورد و اگر ۷ خودکار بخرد 480 تومان کم می‌آورد. پول سارا چند تومان است؟
- (۱) ۴۰۰ (۲) ۱۶۸۰ (۳) ۲۳۲۰ (۴) ۳۲۸۰
- ۵- در سری اعداد مقابل، به جای علامت سؤال چه عددی باید قرار گیرد؟
- (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۱۶ (۴) ۳۵
- ۶- حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۲۴ و میانگین آن‌ها ۴ شده است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟
- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۴
- ۷- \overline{AB} و \overline{BA} دو عدد دو رقمی هستند. اگر $\overline{AB} - \overline{BA} = 72$ باشد، مجموع A و B چه قدر است؟
- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۹۱ (۴) ۱۱۰
- ۸- اگر به ربع عددی ۵۶ تا اضافه کنیم، عدد حاصل ۲ برابر عدد اولیه می‌شود. عدد اولیه چند است؟
- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶
- ۹- محیط مستطیلی که طول و عرض آن اعداد طبیعی هستند، ۲۶ و مساحت آن بیش‌تر از محیطش است. مساحت این مستطیل چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



۱۰- ۴ روز قبل از پس فردا دوشنبه بوده است. دیروز چندشنبه بوده است؟

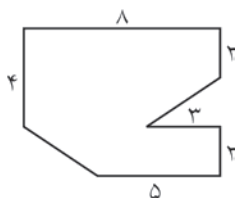
- (۱) جمعه (۲) پنجشنبه (۳) چهارشنبه (۴) سه‌شنبه

۱۱- میانگین ۹ عدد زوج متوالی ۲۲ است. میانگین ۴ عدد ابتدایی آن‌ها چند است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۱۹/۵ (۴) ۲۰

۱۲- کتابی را با ۲۰٪ تخفیف ۱۲ هزار تومان خریده‌ایم. اگر همین کتاب را با ۳۰٪ تخفیف می‌خریدیم، چه قدر باید می‌پرداختیم؟

- (۱) ۹۶۰۰ (۲) ۸۴۰۰ (۳) ۱۰۵۰۰ (۴) ۱۵۰۰۰



۱۳- مساحت شکل مقابل، کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۶ (۳) ۵۴ (۴) ۶۶

۱۴- مجموع ۲ برابر ۵ و برابر عددی ۷۰ است. نصف آن عدد کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۵- ۷ سال قبل مجموع سن سوسن و سارا ۱۳ سال بود. ۵ سال بعد سارا ۱۷ ساله است. سوسن هم‌اکنون چند سال دارد؟

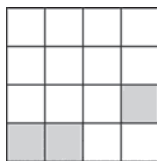
- (۱) ۷ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

★ میانی

۱۶- از ۱ تا ۱۰۰ چند عدد داریم که در آن‌ها رقم ۸ وجود داشته باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۱۷- می‌خواهیم با سیاه کردن دو تا از مربع‌های سفید شکل مقابل، مستطیلی به عرض ۱ و طول ۲ بسازیم. این مستطیل جدید نباید در هیچ نقطه‌ای با مربع و مستطیل سیاه تماس داشته باشد. این مستطیل را در چند جای مختلف می‌توان قرار داد؟



- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۸- تعدادی عدد طبیعی متوالی داریم. کدام‌یک از موارد زیر نمی‌تواند درصد تعداد اعداد زوج به تعداد کل این اعداد باشد؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۰ (۴) ۵۲

۱۹- از ۲۴ تا ۷۵ چند عدد داریم که رقم دهگان آن‌ها از رقم یکانشان بزرگ‌تر باشد؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۴ (۳) ۲۹ (۴) ۲۷



۲۰- از بین دانش‌آموزان یک مدرسه ۷۰٪ عضو تیم فوتبال و ۶۰٪ عضو تیم بسکتبال هستند. اگر ۱۰٪ دانش‌آموزان عضو هیچ تیمی نباشند، چند درصد آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۱۰

۲۱- در سری اعداد زیر، به جای \bigcirc چه عددی باید قرار گیرد؟

(۲, ۱۴), (۵, ۳۰), (۱۱, ۵۵), (۱۸, ۷۲), (۲۳, \bigcirc)

- (۱) ۶۹ (۲) ۸۵ (۳) ۹۲ (۴) ۶۳

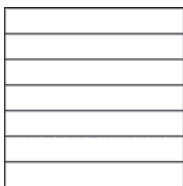
۲۲- مجموع دو کسر $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۲}{۳}$ اختلاف آن‌ها $\frac{۲}{۳}$ است. کسر بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{۱}{۱۵}$ (۲) $\frac{۲}{۱۵}$ (۳) $\frac{۷}{۱۵}$ (۴) $\frac{۱۱}{۱۵}$

۲۳- چند عدد ۳ رقمی وجود دارد که همهٔ ویژگی‌های زیر را داشته باشد:
- مجموع ارقام آن‌ها ۱۲ شود.
- صدگان آن‌ها ۲ برابر دهگان آن‌ها باشد.
- زوج باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۴- در شکل مقابل، مربع به ۷ مستطیل برابر تقسیم شده است. اگر محیط هر مستطیل ۶۴ سانتی‌متر باشد، مساحت آن چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱) ۳۲ (۲) ۲۸ (۳) ۱۱۲ (۴) ۴۴۸

۲۵- مجموع مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۲۰، برابر با ۳۶۰ است. مجموع معکوس مقسوم‌علیه‌های آن چه قدر است؟

(معکوس عدد a ، برابر با $\frac{1}{a}$ است.)

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{۳}$ (۳) $\frac{1}{۳}$ (۴) $\frac{1}{۲}$

۲۶- ارزش ۲۰ سکهٔ ۵۰ تومانی و ۲۰۰ تومانی روی هم ۲۲۰۰ تومان است. تعداد سکه‌های ۲۰۰ تومانی کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۷- مجموع سن هادی و علی ۳۷ سال، علی و نیما ۴۴ سال و هادی و نیما ۳۳ سال است. نیما چند سال دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۲۸- سپهر می‌تواند با ۲ برابر پولش ۵ دفتر و ۱۰ خودکار یا ۲ خودکار و ۷ دفتر بخرد. او با کل پولش چند خودکار می‌تواند بخرد؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵



۲۹- سن مهدی نصف سن آرش و سن رامین سه برابر سن مهدی است. اگر ۹ سال بعد مجموع سن آنها ۴۵ سال شود، رامین ۲ سال پیش چند ساله بوده است؟

- ۷ (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

۳۰- یکان حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی، کدام یک از ارقام زیر نمی‌تواند باشد؟

- صفر (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

★ پایانی

۳۱- یکی از ارقام یک عدد چهار رقمی را حذف می‌کنیم تا عددی سه رقمی به دست بیاید. حاصل جمع عدد سه رقمی و عدد چهار رقمی ۳۹۳۹ است. حاصل جمع رقم‌های عدد چهار رقمی کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴)

۳۲- یک اتوبوس ۳۰ متری، هنگامی که به یک تونل ۶۰۰ متری می‌رسد، با سرعت ۷۲ کیلومتر در ساعت در حال حرکت است. چند ثانیه طول می‌کشد تا این اتوبوس به‌طور کامل از تونل عبور کند؟

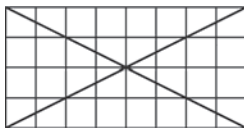
- ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۳۱/۵ (۳) ۸/۷۵ (۴)

۳۳- مریم ۵ دوستش را به میهمانی دعوت کرده است و مشغول درست کردن کارت‌های هدیه برای آنهاست. او به همان ترتیبی که کارت‌ها را درست می‌کند، بر رویشان شماره می‌گذارد (روی اولین کارتی که درست می‌کند، شماره ۱ می‌گذارد و به همین ترتیب ادامه می‌دهد). در همین حال، میهمانان یکی یکی وارد می‌شوند و هر میهمان آخرین کارتی را که درست شده است، هدیه می‌گیرد. کدام گزینه ممکن نیست ترتیب هدیه دادن کارت‌ها باشد؟

- ۱۲۳۴۵ (۱) ۱۳۲۵۴ (۲) ۴۵۲۳۱ (۳) ۳۲۴۵۱ (۴)

۳۴- چهارخانه‌های (۲×۴) , (۴×۸) , (۶×۱۲) , ... را در نظر می‌گیریم.

همان‌طور که در شکل مقابل دیده می‌شود، قطرهای چهارخانه (۴×۸) با ۱۶ تا از مربع‌های کوچک برخورد نمی‌کنند. قطرهای چهارخانه (۸×۱۶) با چند تا از مربع‌های کوچک آن برخورد نمی‌کنند؟



- ۹۶ (۱) ۳۲ (۲)
۴۸ (۳) ۶۴ (۴)

۳۵- در جدول مقابل، اعداد با ترتیب خاصی قرار گرفته‌اند. عدد ۱۲۹ در

| | | | | |
|---|---|----|----|-----|
| A | ۷ | ۱۱ | | |
| B | ۴ | ۸ | ۱۲ | |
| C | ۲ | ۵ | ۹ | ... |
| D | ۱ | ۳ | ۶ | ۱۰ |

کدام ردیف قرار می‌گیرد؟

- A (۱) B (۲)
C (۳) D (۴)

۳۶- سروش ۶ مداد و ۳ خودکار را ۲۴۰۰ تومان و سیاوش ۲ مداد و ۵ خودکار را ۲۰۰۰ تومان خریده است. قیمت یک خودکار چند تومان است؟

- ۲۵۰ (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴)



۳۷- حاصل ضرب سن ۳ نفر برابر با ۶۰ شده است. کدام یک نمی‌تواند مجموع سن آن‌ها باشد؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۱۹ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰

۳۸- جرم ظرف آبی که خمس آن پر است ۲۱۲۰ گرم است. اگر ۱۸۰ گرم آب داخل این ظرف بریزیم، ربع آن پر می‌شود. جرم ظرف به تنهایی چند گرم است؟

- (۱) ۴۲۴ (۲) ۵۷۵ (۳) ۱۴۰۰ (۴) ۷۲۰

۳۹- در یک آزمون ۲۵ سؤالی، هر جواب درست ۵ امتیاز مثبت و هر جواب نادرست ۲ امتیاز منفی دارد (به سؤالات بی‌پاسخ امتیازی تعلق نمی‌گیرد). علی از این آزمون ۳۶ امتیاز گرفته است. کدام یک نمی‌تواند تعداد سؤالات بی‌پاسخ علی باشد؟

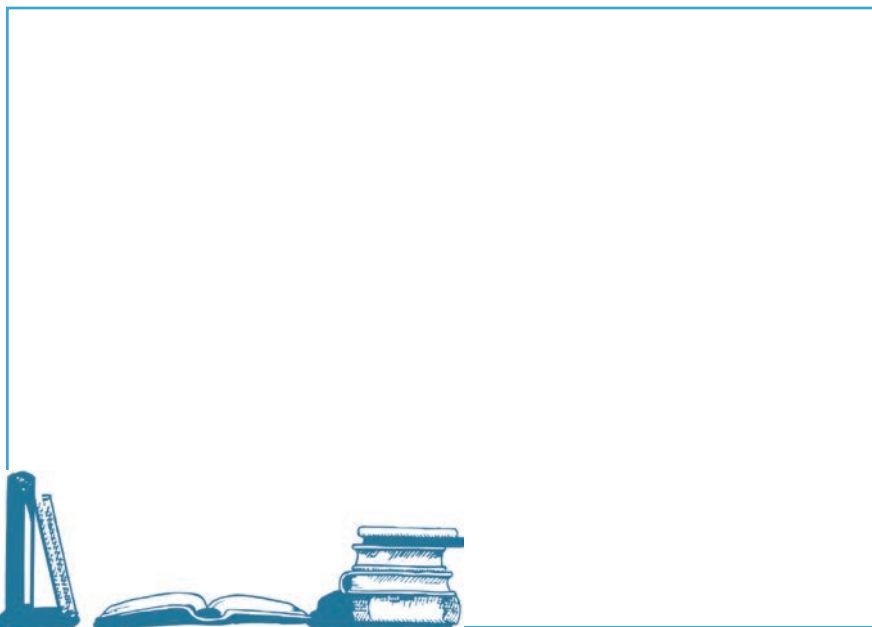
- (۱) ۱ (۲) ۱۵ (۳) ۸ (۴) ۶

۴۰- فاطمه با $\frac{2}{7}$ پولش ۳ کتاب خرید و ربع مابقی پولش را به فقیر داد. با $\frac{2}{5}$ از باقی‌مانده پولش ۴ خودکار و با

$\frac{1}{3}$ مابقی پول ۲ مداد ۹۰۰ تومانی خرید. قیمت یک کتاب چند تومان است؟

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۱۸۰۰

یادداشت‌های من

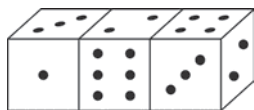


سوالات تشریحی راهبردهای حل مسئله



★ آغازین

۱- برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب ۲۵۰ صفحه‌ای چند بار از رقم ۲ استفاده می‌شود؟



۲- مجموع تعداد نقاط روی وجه‌هایی از تاس‌های شکل مقابل که دیده نمی‌شوند، چند تاست؟

۳- باقی‌مانده تقسیم ۱۴۹ بر یک عدد دو رقمی مساوی ۵ و مجموع ارقام این عدد ۹ است. چند عدد دو رقمی مختلف با این ویژگی‌ها وجود دارد؟

۴- سارا در حال خواندن کتاب داستانش بود که متوجه شد، حاصل ضرب دو صفحه‌ای که مشغول خواندن آن‌هاست برابر با ۶۰۰۶ است. او چه صفحاتی از کتاب را می‌خوانده است؟

۵- عددی طبیعی و کوچک‌تر از ۱۰۰ پیدا کنید که بر ۸ بخش‌پذیر باشد و باقی‌مانده تقسیمش بر ۵ برابر با ۱ و بر ۳ برابر با ۲ باشد.

۶- بزرگ‌ترین عددی که حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی متوالی همواره بر آن بخش‌پذیر است، چند است؟

۷- در سری اعداد مقابل، عدد بعدی چه عددی است؟
۲۴۰، ۱۲۰، ۴۰، ۱۰، ؟

۸- اولین رقم سمت چپ کوچک‌ترین عدد طبیعی که مجموع ارقامش ۱۳۹۲ باشد، چند است؟

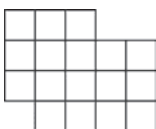
★ میانی

۱- اولین رقم سمت چپ کوچک‌ترین عدد طبیعی که مجموع ارقامش ۱۳۹۲ باشد، چند است؟



۹- علی، رضا، آرش و سعید در حیاط مدرسه بازی می‌کردند که یکی از آن‌ها با توپ پنجره کلاس را شکست. آقای ناظم با عصبانیت بیرون آمد و از بچه‌ها پرسید که کدام یک پنجره را شکسته‌اند. آرش و علی گفتند که کار آن‌ها نبوده است. سعید گفت: «رضا پنجره را شکسته است» و رضا گفت: «کار علی است.» بعداً معلوم شد که تنها یکی از پسرها دروغ گفته است. چه کسی پنجره را شکسته است؟

۱۰- در سری اعداد مقابل، به جای \bigcirc چه عددی قرار می‌گیرد؟ $۲, ۶, ۱۵, ۳۴, ۷۳, \bigcirc$



۱۱- در شکل مقابل، همه مربع‌های کوچک برابرند. تعداد کل مربع‌ها چه قدر است؟

۱۲- حاصل ضرب دو عدد طبیعی دو رقمی ۴۰۰ شده است. اگر در هیچ‌کدام از این اعداد رقم صفر وجود نداشته باشد، این دو عدد را پیدا کنید.

۱۳- بزرگ‌ترین عدد سه رقمی غیرتکراری که تصویرش در آینه برابر خودش است، چیست؟

۱۴- فاصله خانه سارا و ارغوان ۴۲۰ متر است. این دو نفر به‌طور هم‌زمان از خانه‌هایشان شروع به حرکت به سمت هم می‌کنند. اگر در هر ۴ ثانیه سارا ۳ متر و ارغوان ۲ متر حرکت کند، چه قدر طول می‌کشد تا این دو نفر به هم برسند؟

★ پایانی

۱۵- در یک صفحه ۲ دایره و ۸ خط می‌کشیم و نقاط برخورد آن‌ها را مشخص می‌کنیم. حداکثر تعداد نقاط برخورد چندتا است؟

۱۶- تعداد دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفر است. ۱۶ نفر از دانش‌آموزان در کلاس موسیقی و ۱۱ نفر در کلاس کامپیوتر شرکت کرده‌اند و ۱۰ نفر عضو گروه سرود هستند. ۶ نفر در هر دو کلاس موسیقی و سرود، ۵ نفر در هر دو کلاس موسیقی و کامپیوتر و ۳ نفر در هر دو کلاس کامپیوتر و سرود شرکت کرده‌اند. اگر تعداد افرادی که در هر ۳ کلاس شرکت کرده‌اند، ۲ نفر باشد، چند دانش‌آموز در هیچ فعالیتی شرکت نکرده‌اند؟

