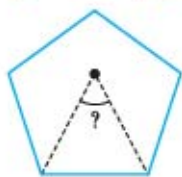




۲۰۵- در شکل زیر، زاویه‌ی حاصل از برخورد ۲ نیمساز زاویه‌های داخلی ۵ ضلعی منتظم، چند درجه است؟ (نمونه دولتی ۹۳-۹۲ گلستان)



- (۱) ۷۲
- (۲) ۶۰
- (۳) ۵۴
- (۴) ۴۵

۲۰۶- اختلاف دو زاویه‌ی متمم، خمس مجموع آن‌ها است. مکمل زاویه‌ی کوچک‌تر چند درجه است؟

- (۱) ۱۴۴
- (۲) ۱۳۶
- (۳) ۳۶
- (۴) ۸۶

(نمونه دولتی ۹۳-۹۲)

۲۰۷- برای ساختن کدام یک از مکعب‌مستطیل‌های زیر مقوای بیشتری نیاز داریم؟

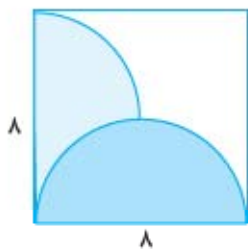
- (۱) ۴ و ۵ و ۶
- (۲) ۷ و ۵ و ۳
- (۳) ۸ و ۴ و ۳
- (۴) ۸ و ۶ و ۲

(کوشش ۹۵)

۲۰۸- چندتا از اعداد زیر، کوچک‌تر از $\frac{1}{4}$ هستند؟

$$\frac{4}{17}, 0/251, 0/045, 0/1999, \frac{3}{11}$$

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵



۲۰۹- مساحت قسمت‌های رنگی کدام است؟

- (۱) $50/24$
- (۲) $13/76$
- (۳) $38/82$
- (۴) $41/12$

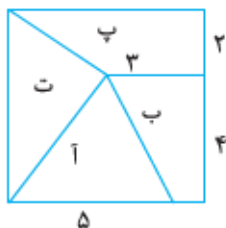
۲۱۰- کتابی ۱۸۰ صفحه دارد. اگر ضخامت آن ۰/۰۸ دسی‌متر باشد، ضخامت هر برگ آن تقریباً چند میلی‌متر است؟

(نمونه دولتی شمیرانات ۹۳-۹۲)

- (۱) ۰/۰۸۸
- (۲) ۰/۸۸
- (۳) ۰/۰۰۸۸
- (۴) ۰/۰۰۹۸

۲۱۱- خارج قسمت، مقسوم‌علیه و باقی‌مانده‌ی تقسیمی به ترتیب $4/19$ ، $31/0$ و $17/0$ است. مقسوم کدام است؟

- (۱) $6/031$
- (۲) $19/40217$
- (۳) $0/04998$
- (۴) اطلاعات کافی نیست.



(سلام ۹۶)

۲۱۲- در مربع زیر، کدام بخش بزرگ‌تر است؟

- (۱) آ
- (۲) ب
- (۳) پ
- (۴) ت

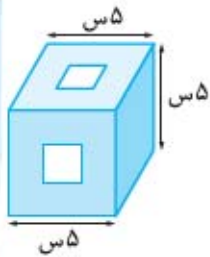
(کوشش ۹۵)

۲۱۳- اگر عددی را هفت برابر کنیم، به اندازه‌ی $84/0$ به آن عدد اضافه می‌شود. ربع عدد چند است؟

- (۱) $0/027$
- (۲) $0/015$
- (۳) $0/025$
- (۴) $0/035$

۲۱۴- مساحت مثلثی که دو تا از رأس‌های آن، نقاط $\begin{bmatrix} +16 \\ 10 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -16 \\ 10 \end{bmatrix}$ می‌باشد، 1640 است. رأس سوم در کدام نقطه می‌تواند قرار بگیرد؟

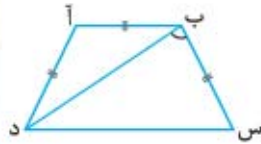
- (۱) $\begin{bmatrix} 88 \\ 88 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 280 \\ 415 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} 170 \\ 73 \end{bmatrix}$
- (۴) $\begin{bmatrix} -186 \\ 50 \end{bmatrix}$ (مغیر ۹۴)



۲۶۵- در مکعبی به ابعاد $5 \times 5 \times 5$ دو سوراخ به ابعاد $1 \times 1 \times 5$ مطابق شکل در وسط وجه‌های آن ایجاد کرده‌ایم. به طوری که از هر سوراخ آن می‌توان طرف دیگر مکعب را مشاهده کرد. حجم مکعب سوراخ‌شده چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۱۱۴
(۳) ۱۱۶
(۴) ۱۱۵

۲۶۶- در دوزنقه‌ی زیر پاره‌خط‌های (آ ب)، (ب س) و (آ د) با هم برابر هستند. اگر اندازه‌ی زاویه‌ی (س) 64° درجه باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی (س ب د) چند درجه است؟



- (۱) 84°
(۲) 64°
(۳) 11°
(۴) 58°

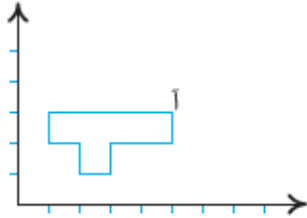
۲۶۷- جرم لیوانی با آب پر 130 گرم است. $\frac{3}{5}$ آب آن را خالی کردیم. جرم لیوان با بقیه‌ی آب 103 گرم شد. جرم لیوان بدون آب چند گرم است؟

- (۱) ۸۵
(۲) ۲۷
(۳) ۴۵
(۴) ۲۵

۲۶۸- اگر $5308 / 8035$ را یک بار با $0/001$ گرد کرده، بار دوم با $0/01$ قطع کنیم؛ بار سوم با $0/1$ گرد کرده و بار چهارم با 1 قطع کنیم؛ بار پنجم با 10 گرد کرده و بار ششم با 100 قطع کنیم؛ حساب کنید اختلاف حاصل از تفاضل عدد اصلی با عدد آخر به دست آمده، کدام گزینه است؟ (هر بار عدد به دست آمده را تقریب می‌زنیم.)

- (۱) $308 / 8035$
(۲) $0 / 8035$
(۳) $0 / 0035$
(۴) $8 / 8035$

۲۶۹- مساحت شکل روبه‌رو را 16 برابر کردیم. مختصات رأس جدید نقطه‌ی (آ) کدام است؟



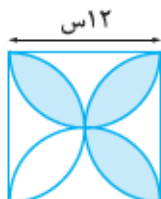
- (۱) $\begin{bmatrix} 20 \\ 12 \end{bmatrix}$
(۲) $\begin{bmatrix} 18 \\ 16 \end{bmatrix}$
(۳) $\begin{bmatrix} 16 \\ 12 \end{bmatrix}$
(۴) $\begin{bmatrix} 40 \\ 24 \end{bmatrix}$

۲۷۰- اگر واحدهای روی محورهای مختصات را 10 تا 10 شماره‌گذاری کنیم و پنجمین نقطه روی نیمساز محورهای افقی و عمودی با طول و عرض مثبت را ابتدا 4 واحد به شمال، سپس 2 واحد به شرق و در ادامه 3 واحد به جنوب و در پایان 4 واحد به غرب ببریم، مختصات نقطه‌ی که به آن می‌رسیم، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 70 \\ 90 \end{bmatrix}$
(۲) $\begin{bmatrix} 110 \\ 120 \end{bmatrix}$
(۳) $\begin{bmatrix} 100 \\ 130 \end{bmatrix}$
(۴) $\begin{bmatrix} 30 \\ 60 \end{bmatrix}$

۲۷۱- در یک مزرعه تعداد پاهای مرغ‌ها با تقریب کم‌تر از 10 به روش گرد کردن 320 شده است. حداقل چند مرغ در این مزرعه وجود دارد؟

- (۱) ۱۶۲
(۲) ۱۶۰
(۳) ۱۶۱
(۴) ۱۵۸



۲۷۲- مساحت قسمت رنگی چند سانتی‌متر مربع است؟

- (۱) $20 / 52$
(۲) $82 / 08$
(۳) $84 / 78$
(۴) $61 / 56$



آزمون‌های مسابقات ریاضی

آزمون ۲۳: مسابقات ریاضی کنگورو ۲۰۱۶

مسئله‌های ۲ امتیازی

۵۰۶- تعداد خط‌های تقارن کدام علامت ترافیکی از بقیه بیشتر است؟



(۳)



(۲)



(۱)



(۵)



(۴)

۵۰۷- شینم یک پیتزای گرد را به چهار قسمت مساوی و بعد، هر قسمت را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کند. هر تکه‌ی پیتزا چه کسری از کل پیتزا است؟

(۳) یک هفتم

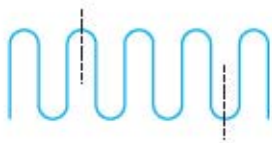
(۲) یک چهارم

(۱) یک سوم

(۵) یک دوازدهم

(۴) یک هشتم

۵۰۸- نخ‌ی به طول ۱۰ cm را مطابق شکل تا می‌کنیم و آن را از محل‌های علامت‌گذاری شده می‌بریم. طول سه قطعه‌ی به دست آمده چه قدر است؟



(۱) ۲ سانتی‌متر، ۳ سانتی‌متر، ۵ سانتی‌متر

(۲) ۲ سانتی‌متر، ۲ سانتی‌متر، ۶ سانتی‌متر

(۳) ۱ سانتی‌متر، ۴ سانتی‌متر، ۵ سانتی‌متر

(۴) ۱ سانتی‌متر، ۳ سانتی‌متر، ۶ سانتی‌متر

(۵) ۳ سانتی‌متر، ۳ سانتی‌متر، ۴ سانتی‌متر

۵۷۸- اعداد طبیعی بزرگتر از ۱ را در ۵ ستون قرار داده‌ایم. عدد ۲۰۰۹ در کدام ستون و کدام ردیف قرار دارد؟ (IMSO ۲۰۰۹)

ردیف \ ستون	ستون ۱	ستون ۲	ستون ۳	ستون ۴	ستون ۵
ردیف ۱		۲	۳	۴	۵
ردیف ۲	۹	۸	۷	۶	
ردیف ۳		۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
ردیف ۴	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	

(۱) ستون ۱ - ردیف ۲۵۲

(۲) ستون ۲ - ردیف ۲۵۲

(۳) ستون ۵ - ردیف ۲۵۱

(۴) ستون ۵ - ردیف ۲۵۰

(۵) ستون ۱ - ردیف ۲۵۱

۵۷۹- به دست آدمخواری گرفتار شده‌اید! او به شما می‌گوید: «حق داری فقط یک جمله بگویی. اگر دروغ بگویی آب‌پز خواهی شد.»

اگر راست بگویی کباب خواهی شد. چندتا از جمله‌های زیر را اگر ادا کنید، نه آب‌پز خواهید شد و نه کباب؟ (المپیاد باژنگ)

(الف) من آب‌پز خواهم شد.

(ب) من آب‌پز نخواهم شد.

(ج) من کباب خواهم شد.

(د) من کباب نخواهم شد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵۸۰- شکل روبه‌رو را می‌چرخانیم تا در موقعیت جدید قرار گیرد. کدام شکل می‌تواند همان شکل بعد از چرخاندن باشد؟ (تیمز)



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۵۸۱- همهی زاویه‌های مثلثی از 59° بزرگ‌ترند. کدام گزینه درباره‌ی این مثلث همواره صحیح است؟ (مرحله‌ی اول المپیاد ریاضی ۸۶)

(۱) یک زاویه‌ی منفرجه دارد. (۲) یک زاویه 60° دارد. (۳) قائم‌الزاویه است.

(۴) متساوی‌الاضلاع است. (۵) همهی زاویه‌هایش با بیش از 62° کوچک‌ترند.

۵۸۲- عدد $\square ۲۲ \dots ۲۲ \triangle$ دارای ۲۰۰۴ رقم است. (همهی ارقامی که بین \square و \triangle واقع شده‌اند، ۲ هستند) این عدد بر ۷۲

بخش‌پذیر است. اختلاف دو رقم \square و \triangle چند است؟ (المپیاد ریاضی آمریکا)

۲ (۳)

۱ (۲)

۴ (۱)

۵ (۵) صفر

۳ (۴)

۵۸۳- جزیره‌ای ۲۰۱۳ ساکن دارد که هر کدامشان یا همیشه راست می‌گویند یا همیشه دروغ می‌گویند. هر روز یکی از ساکنان می‌گوید: «من که بروم تعداد راستگوها و دروغگوها برابر می‌شود.» و از جزیره می‌رود. بعد از ۲۰۱۳ روز کسی در جزیره باقی نمی‌ماند.

(کنگورو ۲۰۱۳)

از اول چند نفر دروغگو بوده‌اند؟

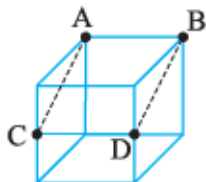
۱۰۰۷ (۳)

۱۰۰۶ (۲)

صفر (۱)

(۵) نمی‌توان معلوم کرد.

۲۰۱۳ (۴)



۵۸۴- مکعب توپر شکل روبه‌رو را از یال AB تا پاره خط CD با چاقو برش می‌زنیم و قسمت کوچک‌تر را که

بریده‌ایم دور می‌اندازیم. اگر قسمت باقی‌مانده را از هر ۶ جهت نگاه کنیم، کدام گزینه را هرگز نمی‌بینیم؟

(سومین المپیاد نوجوانان ایران)



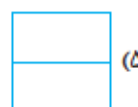
(۳)



(۲)



(۱)



(۵)



(۴)



پاسخ آزمون ۱

- ۱- گزینه ۲ بنا بر گزینه‌ی (۳) باید داشته باشیم: $75,000,006,405 < 7,500,006,405$
 که نادرست است؛ زیرا طبقه‌ی میلیارد عدد سمت چپ بزرگ‌تر از طبقه‌ی میلیارد عدد سمت راست است.
- ۲- گزینه ۲ عددی بر ۴ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش‌پذیر باشد. در گزینه‌ی (۲) دو رقم سمت راست یعنی ۸۰ بر ۴ بخش‌پذیر است و به باقی‌مانده‌ی صفر می‌رسد؛ پس عدد 902080 بر ۴ بخش‌پذیر است.
- ۳- گزینه ۱ تعداد مکعب‌های هر شکل اعداد مکعبی می‌باشند، یعنی:
 شکل اول: $1 \times 1 \times 1$ ، شکل دوم: $2 \times 2 \times 2$ ، شکل سوم: $3 \times 3 \times 3$.
 پس در شکل دهم $10 \times 10 \times 10$ ، یعنی ۱۰۰۰ مکعب دیده خواهد شد.
- ۴- گزینه ۱ حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش صفر می‌شود؛ بنابراین اگر عدد صحیح اولیه منفی باشد، حاصل جمع، یعنی صفر از آن بزرگ‌تر است.
- ۵- گزینه ۳ حداکثر ۴ رقمی: ۸۴۲۱
- ۶- گزینه ۴ محیط مربع $3 \times 4 = 12$ سانتی‌متر و محیط مستطیل $18 = (3+6) \times 2$ سانتی‌متر است. دو مورچه تنها در نقطه‌ی مشترک در شکل یعنی در نقطه‌ی A می‌توانند یکدیگر را ملاقات کنند. مورچه‌ی اول هر بار پس از پیمودن محیط مربع یعنی ۱۲ سانتی‌متر مجدداً به نقطه‌ی A می‌رسد، پس در مضارب ۱۲ به نقطه‌ی A می‌رسد؛ یعنی برحسب سانتی‌متر پس از پیمودن اعداد مقابل: $12, 24, 36, 48, \dots$
 مورچه‌ی دوم هر بار پس از پیمودن محیط مستطیل یعنی ۱۸ سانتی‌متر، مجدداً به نقطه‌ی A می‌رسد؛ پس در مضارب ۱۸ به نقطه‌ی A می‌رسد؛ یعنی برحسب سانتی‌متر پس از پیمودن اعداد مقابل: $18, 36, 54, 72, \dots$
 اولین عددی که هم مضرب ۱۲ و هم مضرب ۱۸ است عبارت است از ۳۶؛ یعنی کوچک‌ترین مضرب مشترک این دو عدد ۳۶ است، پس اولین باری که دو مورچه با هم در نقطه‌ی A یکدیگر را ملاقات می‌کنند، پس از پیمودن ۳۶ سانتی‌متر است.
- ۷- گزینه ۴ دمای سونا قبل از روشن کردن آن -2 درجه است. پس از روشن کردن سونا، دمای آن دو بار و هر بار به اندازه‌ی ۱۷ درجه افزایش می‌یابد؛ پس دمای سونا $2 \times 17 = 34$ درجه افزایش می‌یابد؛ پس در نهایت دمای سونا برابر است با $34 + (-2) = 32$ ؛ یعنی ۳۲ درجه بالای صفر.

۶۴- گزینه ۱ **پاسخ** در خط کسری بزرگتر مخرج $0/0001$ و صورت $0/01$ است؛ پس باید ابتدا صورت را یافت و سپس بر $0/0001$ آن را تقسیم کرد و برای یافتن این صورت نیز باید به خط کسری بزرگتر و نقش صورت و مخرج توجه کرد.

$$\frac{0/1}{0/01} = \frac{1}{10} \div \frac{1}{100} = \frac{1}{10} \times 100 = 10$$

$$\frac{10}{0/0001}$$

پس تا این جا داریم:

$$\frac{10}{0/0001} = 10 \div \frac{1}{1000} = 10 \times 1000 = 10,000$$

حالا داریم:

پس در نهایت با تقسیم $10,000$ بر $0/0001$ خواهیم داشت:

$$\frac{10,000}{0/0001} = 10,000 \div \frac{1}{10,000} = 10,000 \times 10,000 = 100,000,000$$

راه دوم در این گونه مسائل بهتر است تقسیمها را بر روی یک سطر بنویسیم و سپس با توجه به این که الویت تقسیمها از چپ به راست است، داریم:

$$0/1 \div 0/01 \div 0/001 \div 0/0001 = (0/1 \times 100) \div 0/001 \div 0/0001 = 10 \div 0/001 \div 0/0001$$

$$= (10 \times 1000) \div 0/0001 = 10000 \div 0/0001 = 10000 \times 10000 = 100,000,000$$

۶۵- گزینه ۱ به مقدارهای اضافه شده از هر عدد به عدد بعد دقت کنید:

$$29, 31, 32, 32/5, 32/75, \square$$

$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+1}$ $\xrightarrow{+1/5}$ $\xrightarrow{+1/25}$

در هر مرحله مقدار افزوده شده نصف شده است. حالا یکبار دیگر دقت کنید:

$$29, 31, 32, 32/5, 32/75, 32/1875$$

$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+1}$ $\xrightarrow{+1/5}$ $\xrightarrow{+1/25}$ $\xrightarrow{+1/125}$

$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+2}$

توجه کنید که نصف $0/25$ برابر $0/125$ است؛ زیرا:

$$0/25 \overline{) 2} \xrightarrow{\times 100} \begin{array}{r} 25/000 \\ 200 \\ \hline 500 \\ 400 \\ \hline 1000 \\ 1000 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 200 \\ \hline 0/125 \end{array}$$

۶۶- گزینه ۲ با توجه به این که مسافت طی شده توسط دو چرخ برابر است و مسافت عبارت است از «محیط چرخ \times تعداد دورهایش» می توانیم تساوی زیر را بنویسیم:

تعداد دور چرخ عقب \times محیط چرخ عقب = تعداد دور چرخ جلو \times محیط چرخ جلو

$$3/14 \times 40 = 12/56 \times \square$$

$$125/60 = 12/56 \times \square \Rightarrow \square = 10$$

به این نکته هم دقت کنید که چون محیط چرخ عقب ۴ برابر محیط چرخ جلو است، به طور معکوس تعداد دورهایش $\frac{1}{4}$ دورهای چرخ جلو است؛ یعنی $40 \div 4 = 10$ و حالا در نهایت چرخ عقب در هر دقیقه ۱۰ دور می زند؛ پس در یک ساعت $60 \times 10 = 600$ دور خواهد زد.

۲۳۶- گزینه ۲ برای حل این سؤال از محاسبات کار با هم استفاده می‌کنیم. بنا بر محاسبات زیر، کمال برای بریدن ۱ درخت و تکه‌تکه کردن آن $\frac{13}{40}$ روز زمان لازم دارد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{کمال در یک روز ۵ درخت می‌برد} \\ \text{کمال در یک روز ۸ درخت تکه‌تکه می‌کند} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{زمان لازم برای بریدن هر درخت}} \frac{1}{5} \text{ روز} \\ \xrightarrow{\text{زمان لازم برای تکه‌تکه کردن هر درخت}} \frac{1}{8} \text{ روز} \end{array} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{8+5}{40} = \frac{13}{40} \text{ روز}$$

پس کمال در یک روز $\frac{40}{13}$ درخت، یعنی $3\frac{1}{13}$ درخت را می‌برد و تکه‌تکه می‌کند و یا به عبارتی ۳ درخت کامل و اندکی زمان نیز اضافه می‌آورد.

۲۳۷- گزینه ۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{سهم پسر}}{\text{سهم دختر}} = \frac{2}{1} \\ \text{کل مبلغ: } 240 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l|l} 5 \times 2 = 10 & \\ \hline 2 \times 1 = 2 & \square 40 \\ \hline 12 & 240 \\ \hline & \times 20 \end{array}$$

سهم دو دختر برابر ۴۰ میلیون تومان است؛ پس سهم هر دختر برابر ۲۰ میلیون تومان است.

۲۳۸- گزینه ۲

۲۵ بشکه‌ی کوچک = ۱۰ بشکه‌ی متوسط
اگر با یک بشکه‌ی بزرگ ۴ بشکه‌ی متوسط را پرکنیم، با باقی‌مانده‌ی آن می‌توانیم ۶ بشکه‌ی متوسط دیگر را نیز پر کنیم. حال با جدول تناسب، تعداد بشکه‌های کوچک را پیدا می‌کنیم.

بشکه‌ی متوسط	بشکه‌ی کوچک
۱۰	۲۵
۶	$\bigcirc \Rightarrow \bigcirc = \frac{25 \times 6}{10} = \frac{150}{10} = 15$

۲۳۹- گزینه ۴ با استفاده از جدول تناسب در حالت اول، تعداد ماهی‌های قرمز را به دست می‌آوریم و سپس چون تعداد ماهی‌های قرمز در حالت اول و دوم با هم برابر است؛ یعنی هم در حالت اول و هم در حالت دوم ۲ ماهی قرمز وجود دارد، تعداد کل ماهی‌ها در حالت دوم را با استفاده از جدول تناسب به دست می‌آوریم:

حالت اول		حالت دوم	
ماهی‌های قرمز	۱	۲	۲
ماهی‌های زرد	۹۹	۹۸	۹۸
کل	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

$$200 - 100 = 100$$

حال اختلاف کل ماهی‌های حالت اول و دوم را محاسبه می‌کنیم:

۲۴۰- گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \square \searrow \text{تقریب کم تراز ۱} \\ \square \nearrow \text{گرد کردن} \end{array} \right\} \rightarrow 654 \Rightarrow \begin{cases} \text{بزرگ‌ترین} \Rightarrow 654/49 \\ \text{کوچک‌ترین} \Rightarrow 653/50 \end{cases}$$

حال اختلاف را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{r} 654 \cancel{4} / \cancel{4} 9 \\ - 653 / 50 \\ \hline 000 / 99 \Rightarrow 0 / 99 \end{array}$$

۲۴۱- گزینه ۲ راه‌حل

با کاهش ۷۵ درصدی طول مستطیل، از آن ۲۵ درصد باقی می‌ماند و چون می‌خواهیم بعد از تغییر طول و عرض، مساحت مستطیل تغییر نکند، مساحت حاصل ۱۰۰ درصد مساحت اولیه است.

