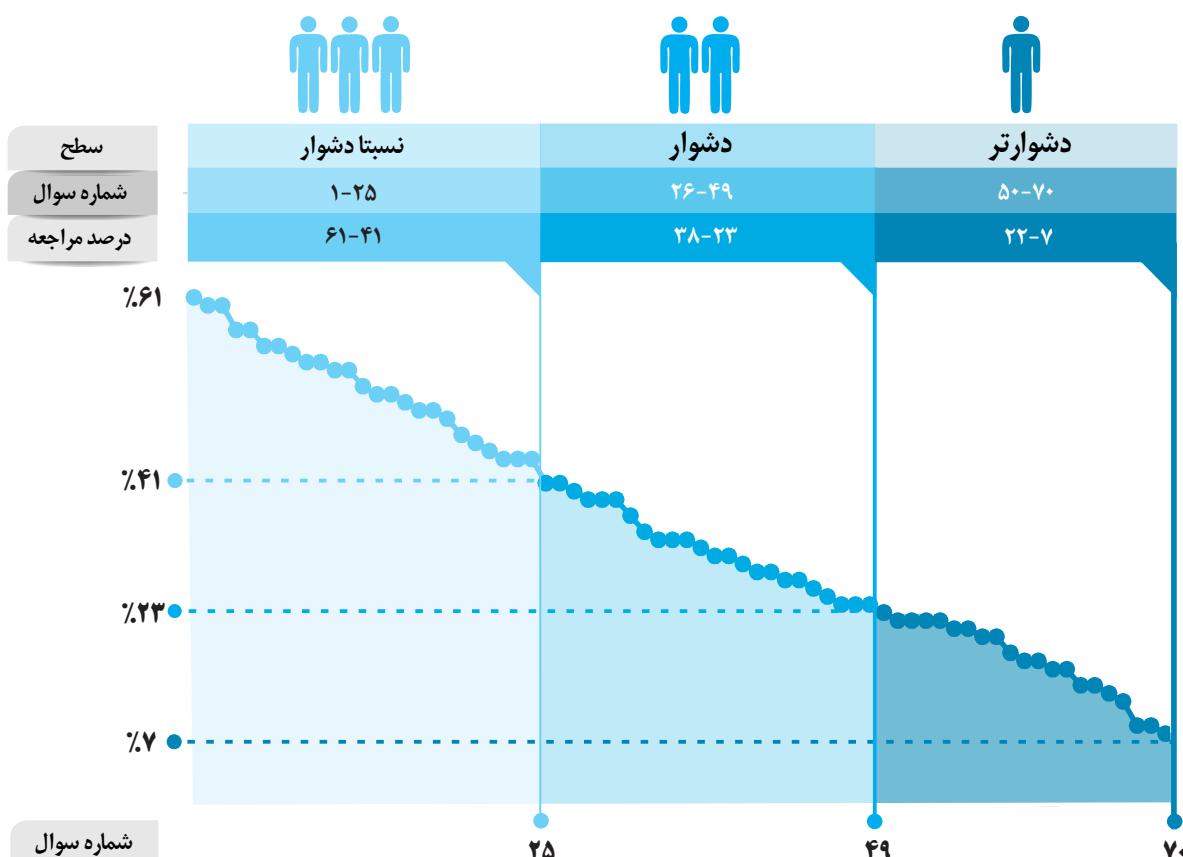


# ترسیم‌های هندسی و استدلال

برای هر مبحث کتاب، جدول و نمودار سطح‌بندی سؤال‌ها مانند نمودار پایین تهیه شده، در این جدول تعداد و شماره سؤال‌های هر سطح، (نسبتاً دشوار، دشوار، دشوارتر)، درصد‌های مراجعه ابتدایی و انتهایی هر سطح مشخص و نمودار براساس درصد مراجعه به سؤال و شماره سؤال‌ها تنظیم شده است. بدیهی است که این نمودار باید شب منطقی داشته و هرچه روبرو به پایان می‌رویم درصد مراجعه کمتر و سؤال‌ها دشوارتر شود.



## معرفی نشانه‌ها

در شناسنامه هر سؤال نشانه‌هایی به شرح زیر استفاده شده است که بیان گر اطلاعات آماری هر سؤال است:

به معنای جمعیت شرکت‌کنندگان در آن آزمون است.



به معنای تاریخ برگزاری آزمون است.

به معنای درصدی از شرکت‌کنندگان می‌باشد که به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند.



به معنای درصد مراجعه کنندگان به سؤال، از کل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون است.





## سؤال‌های نسبتاً دشوار

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۵ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۵۵۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۶ (یا ۷) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۸ سوال پاسخ دهند.

- ۱- مثلث  $OAB$  مفروض است. عمودمنصف پاره‌خط‌های  $OA$  و  $OB$  را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی  $T$  قطع کنند.  
نقطه‌ی  $T$  لزوماً ...

۶۱% ۲۵% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۰

(۱) روی نیمساز زاویه‌ی  $AOB$  قرار دارد.

(۲) روی پاره‌خط  $AB$  قرار دارد.

(۳) روی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  قرار دارد.

(۴) درون مثلث است.

- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

۶۰% ۴۲% ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

(۱) مجذور هر عدد بین صفر و یک کوچک‌تر از خود عدد است.

(۲) برای هر دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  داریم  $A \subset B$  یا  $B \subset A$ .

(۳) هر دو مثلث همنهشت، همساحت هستند.

(۴) در هر مثلث که همه‌ی زوایای آن کوچک‌تر از  $90^\circ$  باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها داخل مثلث است.

- ۳- نیمساز زاویه‌های  $B$  و  $C$  از مثلث  $ABC$  در نقطه‌ی  $O$  متقاطع‌اند. اگر  $\angle BOC = 110^\circ$  باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی  $A$  کدام است؟

۶۰% ۴۲% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱)  $40^\circ$

(۲)  $50^\circ$

(۳)  $60^\circ$

(۴)  $70^\circ$

- ۴- قطر  $AB$  در دایره‌ای مفروض است. عمودمنصف  $AB$  دایره را در نقطه‌ی  $C$  قطع می‌کند. مثلث  $ABC$  همواره چگونه مثلثی است؟

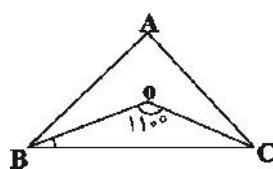
۵۷% ۲۸% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱) متساوی‌الساقین غیرقائم‌الزاویه

(۲) متساوی‌الاضلاع

(۳) قائم‌الزاویه غیرمتساوی‌الساقین

(۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین





## ۵- کدام چهارضلعی را نمی‌توان رسم کرد؟

۵۷% ۲۱% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۰

۱) مستطیلی که طول یک ضلع آن ۴ و طول قطر آن ۱۰ باشد.

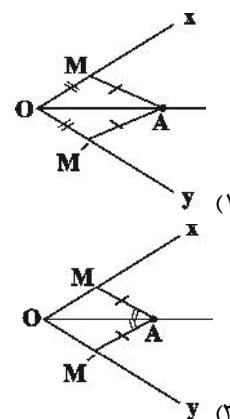
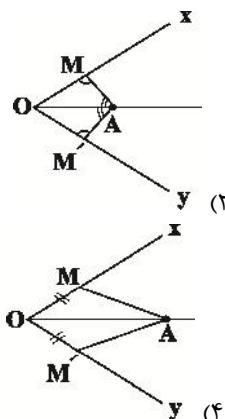
۲) متوازی‌الاضلاعی که طول ضلع‌هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.

۳) مستطیلی که طول قطر آن ۱۰ و زاویه‌ی بین دو قطر  $60^\circ$  باشد.

۴) لوزی که طول ضلع آن ۵ و طول یک قطر آن ۱۲ باشد.

۶- با توجه به فرض‌های هر گزینه، در کدام مورد نمی‌توان گفت نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی  $xOy$  به یک فاصله است؟

۵۵% ۳۲% ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸



۷- در کدام یک از اشکال زیر، همواره نقطه‌ی تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی تقاطع نیمسازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

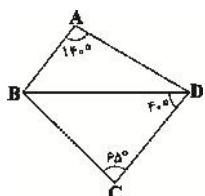
۵۵% ۲۲% ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸

- (۲) لوزی  
(۴) شش‌ضلعی منتظم

- (۱) مستطیل  
(۳) مثلث

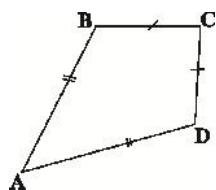
۸- با توجه به شکل زیر، کدام پاره‌خط بیشترین طول را دارد؟

۵۴% ۱۵% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰



- AD (۱)  
BD (۲)  
BC (۳)  
CD (۴)

۹- در چهارضلعی ABCD مطابق شکل، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟



الف) قطر AC نیمساز زاویه‌ی C است.

ب) قطر BD نیمساز زاویه‌ی B است.

پ) قطر AC بخشی از عمودمنصف قطر BD است.

ت) قطر BD بخشی از عمودمنصف قطر AC است.

۵۳% ۲۹% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

- ۱) ۲  
۴) ۴

- ۱) صفر  
(۳)



۱۰- نقطه‌ی M درون مثلث ABC به‌گونه‌ای قرار دارد که از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. نقطه‌ی M لزوماً روی ... قرار دارد.



- (۱) محل تقاطع عمودمنصفهای AB و AC  
 (۲) نیمساز رأس A  
 (۳) محل تقاطع نیمساز رأسهای B و C  
 (۴) نیمساز رأس B
- ۱۱- نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» کدام است؟



- (۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.  
 (۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.  
 (۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.  
 (۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.
- ۱۲- نقیض کدامیک از گزاره‌های زیر به درستی بیان نشده است؟



- (۱) گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.» - نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.  
 (۲) گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.» - نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.  
 (۳) گزاره: «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که دو زاویه‌ی قائمه داشته باشد.  
 (۴) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن،  $180^\circ$  نیست.»

۱۳- کدام مورد مثال نقض دارد؟



- (۱) عمودمنصفهای هر مثلث هم‌رساند.  
 (۲) چهارضلعی که قطرهایش منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.  
 (۳) در حالت کلی تعداد نقاط برخورد دو خط موازی با دایره، پنج حالت مختلف می‌تواند داشته باشد.  
 (۴) مربع چهارضلعی است که قطرهایش هماندازه و عمود برهم باشند.
- ۱۴- دو خط متقاطع d و e را در نظر بگیرید. دایره‌ای به شعاع دلخواه و مرکز محل برخورد این دو خط رسم شده است. چند نقطه روی این دایره وجود دارد که از این دو خط به یک فاصله هستند؟



- (۱) دقیقاً ۲ نقطه  
 (۲) حداقل ۲ حداکثر ۴ نقطه  
 (۳) دقیقاً ۴ نقطه

۱۵- در مثلثی یک زاویه با مجموع دو زاویه‌ی دیگر برابر است. کدام گزینه در مورد محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث صحیح است؟



- (۱) داخل مثلث  
 (۲) روی محیط  
 (۳) خارج مثلث  
 (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.



۱۶- نقیض چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست نوشته شده است؟

الف) گزاره: « $a$  بزرگ‌تر از  $b$  است.» - نقیض گزاره: « $b$  بزرگ‌تر از  $a$  است.»

ب) گزاره: «مربع هر عدد صحیح، بزرگ‌تر از صفر است.» - نقیض گزاره: «مربع هر عدد صحیح، کوچک‌تر یا مساوی صفر است.»

پ) گزاره: «محل همرسی عمودمنصف‌های هر مثلث، داخل یا خارج مثلث است.» - نقیض گزاره: «محل همرسی

عمودمنصف‌های هر مثلث، روی محیط آن مثلث است.»



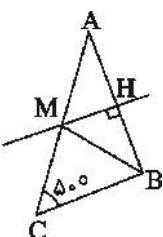
۱ (۲)

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۱۷- در مثلث مفروض  $ABC$ ،  $MH$  عمودمنصف ضلع  $AB$  می‌باشد. اگر  $\angle C = 50^\circ$  و  $\angle MNC = 50^\circ$  باشد، آن‌گاه زاویه  $\angle MBA$  چند درجه است؟



۵۵° (۱)

۵۰° (۲)

۴۵° (۳)

۴۰° (۴)

۱۸- چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن،  $5\sqrt{3}$  و طول قطر آن، ۸ باشد؟



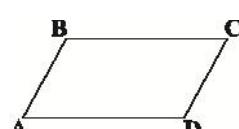
۳ (۲)

۱ (۱)

۴ هیچ

۴ (۳)

۱۹- از تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع زیر، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟



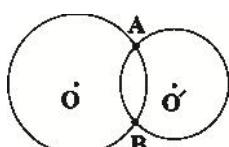
(۱) مستطیل

(۲) مربع

(۳) لوزی

(۴) متوازی‌الاضلاع

۲۰- مطابق شکل، دو دایره به مرکز  $O$  و  $O'$  در نقاط  $A$  و  $B$  متقاطع می‌باشند. در این صورت لزوماً:

(۱) از وسط  $AB$  می‌گذرد.(۲)  $O O'$  بر  $AB$  عمود است.(۳)  $OAO' \cong OBO'$ 

(۴) هر سه گزینه صحیح است.



۲۱- عکس کدامیک از قضیه‌های شرطی زیر، درست نیست؟

۴۳%  ۱۳%  ۹۵/۹/۱۹  ۸۹۵۰

(۱) اگر متوازی‌الاصلع  $ABCD$ ، لوزی باشد، آن‌گاه قطرهای آن برهم عمود هستند.

(۲) اگر مستطیل  $ABCD$ ، مربع باشد، آن‌گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

(۳) اگر لوزی  $ABCD$ ، مربع باشد، آن‌گاه اضلاع مجاور آن برهم عمود هستند.

(۴) اگر ذوزنقه‌ی  $ABCD$ ، متساوی‌الساقین باشد، آن‌گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

۲۲- در کدام مورد زیر، با اطلاعات داده شده، فقط یک شکل قابل رسم است؟

۴۲%  ۲۹%  ۹۵/۸/۷  ۶۴۵۰

(۲) مربعی با طول قطر ۶

(۱) متوازی‌الاصلعی با طول قطر ۲ و ۷

(۴) دایره‌ای با یک وتر به طول ۲ که آن وتر قطر دایره نیست.

(۳) لوزی با طول ضلع ۵

۲۳- پاره‌خط  $AB$  به طول ۲۶ سانتی‌متر مفروض است. نقطه‌ی  $M$  از دو سر پاره‌خط  $AB$  به فاصله‌ی ۱۵ سانتی‌متر قرار گرفته است. فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  تا پاره‌خط  $AB$  چند سانتی‌متر است؟

۴۱%  ۳۲%  ۹۵/۸/۷  ۶۴۵۰

۵ (۲)

$2\sqrt{14}$  (۱)

۶ (۴)

$3\sqrt{7}$  (۳)

۲۴- نقاط  $A$  و  $B$  دو سر قطربهی از یک دایره هستند و نقطه‌ی  $M$  در صفحه‌ی این دایره به فاصله‌ی مساوی از  $A$  و  $B$  قرار دارد. اگر  $MA = 10$  و  $MB = 6$ ، آن‌گاه نقطه‌ی  $M$  کجا قرار دارد؟

۴۱%  ۱۸%  ۹۵/۸/۷  ۶۴۵۰

(۲) خارج دایره

(۱) روی دایره

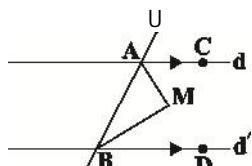
(۴) قابل تعیین نیست.

(۳) داخل دایره

۲۵- خطوط موازی  $d$  و  $d'$  و خط مورب  $U$  مطابق شکل مفروضند. نیمسازهای دو زاویه‌ی  $BAC$  و  $ABD$  در نقطه‌ی  $M$  متقاطع‌اند. نسبت فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  از خط  $d$  به فاصله‌ی آن تا خط  $d'$  برابر با کدام است؟

۴۱%  ۱۵%  ۹۵/۸/۲۱  ۷۱۰

$\frac{2}{3}$  (۱)



$\frac{MA}{MB}$  (۲)

۱ (۳)

(۴) بستگی به زوایای  $A$  و  $B$  دارد.



## سؤال‌های دشوار

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۳ (یا ۴) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۵ سوال پاسخ دهند.

- ۲۶- در کدامیک از چهار ضلعی‌های زیر، همواره نقطه‌ای وجود دارد که فاصله‌ی یکسانی از هر چهار ضلع داشته باشد؟



(۲) مستطیل

(۱) متوازی‌الاضلاع

(۴) لوزی

(۳) ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

- ۲۷- کدام گزینه در مورد مثال نقض صحیح نمی‌باشد؟



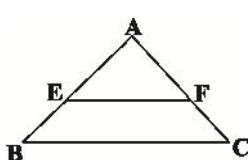
(۱) اگر در مورد یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض بیاوریم، نمی‌توانیم در مورد درستی آن نتیجه‌ای بگیریم.

(۲) به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود.

(۳) نتایج حاصل از این نوع استدلال به عنوان یک قضیه مطرح می‌شود.

(۴) احکامی وجود دارند که برای رد آن‌ها بیش از یک مثال نقض وجود دارد.

- ۲۸- در مثلث  $ABC$ ،  $EF$  موازی  $BC$  است. اگر نقطه‌ی  $I$  روی  $EF$  از سه ضلع مثلث به یک فاصله باشد،  $BE < CF$  کدام است؟



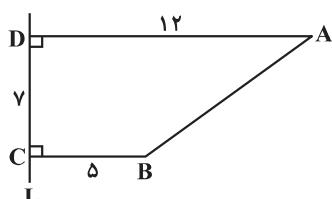
$AB$  (۱)

$AC$  (۲)

$BC$  (۳)

$EF$  (۴)

- ۲۹- در شکل زیر با کمک خط‌کش و پرگار، نقطه‌ی  $O$  را چنان پیدا کرده‌ایم که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله بوده و فاصله‌ی  $O$  از خط  $L$  برابر ۸ است. طول  $OA$  کدام می‌تواند باشد؟



$2\sqrt{3}$  (۱)

$3\sqrt{2}$  (۲)

۵ (۳)

$4\sqrt{2}$  (۴)

- ۳۰- کدامیک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت؟

۳۶% ۱۷% ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

(۱) اگر در مثلث  $ABC$ ،  $AB = AC$  باشد، آن‌گاه  $\hat{C} = \hat{B}$  است.

(۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن‌گاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

(۳) اگر دو مثلث همنهشت باشند، آن‌گاه هم مساحت‌اند.

(۴) اگر دو دایره محیط‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت برابر دارند.

- ۳۱- تعداد نقاطی در صفحه که از خط  $d$  و نقطه‌ی  $A$  به فاصله  $8$  باشند، چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۳۶% ۷٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

۳ (۲)

۵ (۴)

۲ (۱)

۴ (۳)

- ۳۲- در اثبات حکم «عمودمنصف هر پاره‌خط یکتاست.» به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام است؟

۳۴% ۱۵% ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰

(۱) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط به موازات آن خط رسم شده است.

(۲) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط بر آن خط عمود رسم شده است.

(۳) مجموع زوایای یک مثلث بیشتر از  $180^\circ$  شده است.

(۴) دو خط متقطع، موازی یکدیگر شده‌اند.

- ۳۳- اگر در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$  و  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$  هرگاه نقطه‌ی  $N$  همسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث  $ABC$  قرار دارد؟

۳۲% ۱۱٪ ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰

(۲) خارج مثلث

(۴) روی یکی از رأس‌ها

(۱) داخل مثلث

(۳) روی ضلع بزرگ‌تر

- ۳۴- در چهارضلعی  $ABCD$ ، هرگاه  $AB$  کوچک‌ترین ضلع باشد، آن‌گاه کدام رابطه‌ی الزاماً صحیح است؟

۳۱% ۲۳٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۰

$\hat{D} > \hat{C}$  (۲)

$\hat{B} > \hat{A}$  (۴)

$\hat{B} > \hat{A}$  (۱)

$\hat{B} > \hat{D}$  (۳)

- ۳۵- نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور، با یکدیگر زاویه‌ی  $70^\circ$  درجه ساخته‌اند. اگر نسبت اندازه‌ی دو زاویه  $\frac{3}{4}$  باشد، زاویه‌ی

کوچک‌تر کدام می‌تواند باشد؟

۳۱% ۱۲٪ ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

$40^\circ$  (۲)

$80^\circ$  (۴)

$30^\circ$  (۱)

$60^\circ$  (۳)

- ۳۶- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = AC$  و  $\hat{B} = 50^\circ$ ، بزرگ‌ترین مقدار صحیح  $\hat{C}$  بر حسب درجه کدام است؟

۳۱% ۱۱٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

۶۳ (۲)

۶۵ (۴)

۶۲ (۱)

۶۴ (۳)



۳۰%

۱۴%



۹۵/۷/۲۳



۵۲۰۸

- ۲) رسم مربعی با داشتن قطر آن  
۴) مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع

- ۱) رسم لوزی با داشتن طول دو قطر آن  
۳) متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر آن  
۴) در شکل زیر، کدام گزینه‌ی لزوماً صحیح است؟

۲۹%

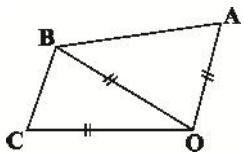
۱۱%



۹۵/۸/۷



۶۴۵۰

(۱) روی نیمساز  $\hat{A}BC$  واقع است.(۲) روی نیمساز  $\hat{A}OC$  واقع است.(۳) روی عمودمنصف  $AC$  واقع است.(۴) روی عمودمنصف  $AC$  واقع است.۳۹ - در شکل زیر،  $\angle$  چند درجه است؟ ( $\hat{D}N\hat{E}$ )

۲۹%

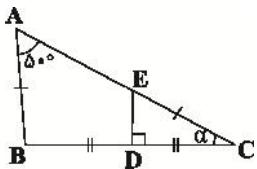
۶%



۹۵/۸/۷



۶۴۵۰

(۱)  $25^\circ$ (۲)  $30^\circ$ (۳)  $35^\circ$ (۴)  $40^\circ$ 

۴۰ - کدام‌یک از احکام زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت؟

۲۸%

۸%



۹۵/۹/۵



۵۷۵۰

(۱) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب،  $360^\circ$  است.

(۲) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

(۳) قضیه‌ی فیثاغورس

(۴) ارتفاع‌های نظیر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

۴۱ - نقاط A و B به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از هم هستند. دو نقطه‌ی متمایز U و V فاصله‌شان از A برابر ۳ سانتی‌متر و از

B برابر x سانتی‌متر است. x در کدام محدوده است؟

۲۷%

۱۷%



۹۵/۷/۲۳



۵۲۰۸

(۱)  $x \leq 1$ (۲)  $x \geq 1$ (۳)  $1 < x \leq 7$ (۴)  $1 < x < 7$ ۴۲ - دو خط d و  $d'$  برهم عمودند. اگر خط L، این دو خط را در نقاط متمایز A و B قطع کند، آن‌گاه حداقل چند نقطهروی خط L می‌توان یافت که از d و  $d'$  به یک فاصله باشند؟

۲۷%

۴%



۹۵/۷/۲۳



۵۲۰۸

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) بی‌شمار

۴۳- خط  $d$  و نقاط  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، هیچ نقطه‌ای روی خط  $d$  نمی‌توان یافت که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد؟

۲۶% ۱۳% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱) خط  $d$ ، پاره‌خط  $AB$  را قطع کند و بر آن عمود نباشد.

(۲) خط  $d$ ، موازی پاره‌خط  $AB$  باشد.

(۳) خط  $d$ ، امتداد پاره‌خط  $AB$  را قطع کند و بر آن عمود باشد.

(۴) خط  $d$ ، عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  باشد.

۴۴- برای رسم یک متوازی‌الاضلاع دلخواه که  $AC \parallel b$  یکی از قطرهای آن می‌باشد، مطابق شکل از دو سر  $A$  و  $C$  کمان‌هایی به شعاع‌های  $a$  و  $b$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط  $B$  و  $D$  قطع کنند. در این صورت کدام مقدار برای  $a$  و  $b$  قابل قبول است؟

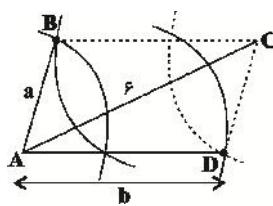
۲۶% ۹٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

$a \neq 2$  و  $b \neq 3$  (۱)

$a \neq 4$  و  $b \neq 3$  (۲)

$a \neq 3$  و  $b \neq 3$  (۳)

$b \neq 7$  و  $a \neq 1$  (۴)



۴۵- مطابق شکل، خط  $d$  و نقطه‌ی  $A$  خارج آن مفروض‌اند. نقاط دلخواه  $B$  و  $C$  را روی  $d$  در نظرگرفته،  $B$  را به نقطه‌ی  $O$  وسط  $AC$  وصل کرده و  $BO$  را به اندازه‌ی خودش تا نقطه‌ی  $F$  امتداد می‌دهیم. کدام نتیجه‌گیری راجع به این شکل لزوماً درست نیست؟

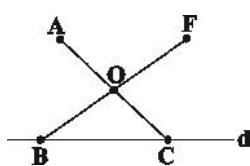
۲۵% ۱۲٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

$AF \parallel BC$  (۱)

$BF$  عمودمنصف  $AC$  (۲)

$\hat{A}BC \approx \hat{A}FC$  (۳)

$\overset{\cup}{OAB} \approx \overset{\cup}{OFC}$  (۴)



۴۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $\hat{A}ABC$  (۹۰°)، در کدام‌بک از حالت‌های زیر، طول نیم‌ساز  $AD$  از یکی از اضلاع قائمه بزرگ‌تر است؟

۲۴% ۱۰٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

$\hat{B} = 22^\circ$  (۲)

$\hat{B} = 15^\circ$  (۱)

$\hat{B} = 45^\circ$  (۴)

$\hat{B} = 30^\circ$  (۳)



- اگر طول ضلع یک لوزی برابر با  $10$  باشد، آن‌گاه حداقل طول قطر بزرگ آن، چهقدر باشد تا لوزی قابل رسم گردد؟

۲۳% ۱۳% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۲)  $10\sqrt{2}$

(۴) ۲۰

(۱)  $10$

(۳)  $10\sqrt{3}$

- خط  $d$  امتداد پاره‌خط  $AB$  را در نقطه‌ی  $M$  با زاویه‌ی غیرقائمه قطع کرده است. آن‌گاه ...

۲۳% ۹٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱) هر نقطه روی نیم‌ساز زاویه‌ی حاده‌ی  $M$  از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله است.

(۲) محل برخورد خط  $d$  و عمودمنصف  $AB$  از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله است.

(۳) دو نقطه روی خط  $d$  قرار دارد که از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله‌اند.

(۴) هر نقطه روی عمودمنصف  $AB$  از دو ضلع زاویه‌ی حاده‌ی  $M$  به یک فاصله است.

- دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  و خط  $d$  داده شده‌اند. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنیم که رأسش روی  $d$  و قاعده‌ی

آن پاره‌خط  $AB$  باشد، با توجه به اوضاع  $A$ ،  $B$  و  $d$ ، تعداد جواب‌های ممکن برای رسم مثلث کدام نمی‌تواند باشد؟

۲۳% ۴٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۲) دو جواب

(۱) یک جواب

(۴) بی‌شمار جواب

(۳) هیچ جواب



## سؤال‌های دشوارتر

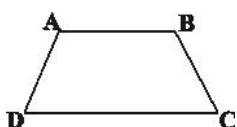
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۱ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ (یا ۳) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۴ سوال پاسخ دهند.

- ۵۰- در یک ذوزنقه، نقطه‌ای از دو سر قاعده‌ی  $CD$  به یک فاصله و همچنین از قاعده‌ی  $CD$  و ساق  $AD$  به یک فاصله است.  
این نقطه حاصل برخورد کدام است؟

۲۲٪ ۹٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



(۱) نیمسازهای  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$

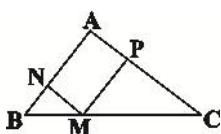
(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف  $CD$  و نیمساز زاویه‌ی  $D$

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

- ۵۱- در شکل زیر،  $AC \parallel AB \parallel MN$  و چهارضلعی  $APMN$  متوازی‌الاضلاع است. حاصل  $MN < MP$  برابر کدامیک از مقداری زیر می‌تواند باشد؟

۲۱٪ ۱۱٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۰



۶ (۲)

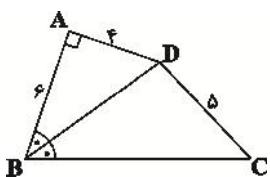
۱۰ (۴)

۴ (۱)

۸ (۳)

- ۵۲- در شکل زیر،  $BD$  نیمساز زاویه‌ی  $ABC$  است. طول  $BC$  کدام است؟

۲۱٪ ۹٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



۷ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

- ۵۳- از بهم وصل کردن هر سه رأس دلخواه از میان رؤوس یک هفت‌ضلعی منتظم، چند مثلث متساوی‌الساقین پدید می‌آید؟

۲۱٪ ۱۰٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

۱۴ (۲)

۲۵ (۴)

۷ (۱)

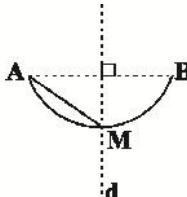
۲۱ (۳)



۵۴- مطابق شکل، کمان  $AB$  قسمتی از یک دایره به شعاع ۳ و خط  $d$  عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  است. اگر  $AM \parallel 2$  باشد، فاصله‌ی مرکز دایره تا وسط  $AM$  کدام است؟

۲۱% ۵٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱)

 $\sqrt{2}$  (۲) $2\sqrt{2}$  (۳) $\sqrt{5}$  (۴)

۵۵- در شکل زیر عمودمنصف ضلع  $AB$  و نیمساز رأس  $A$  در نقطه‌ی  $I$  متقاطع هستند و امتداد  $BI$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه‌ی  $E$  قطع می‌کند. اگر  $\hat{BEC} = 111^\circ$  باشد، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی  $A$  چند درجه است؟

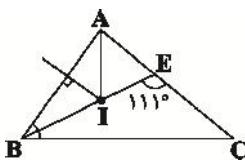
۲۰% ۶٪ ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

(۱)

(۲)

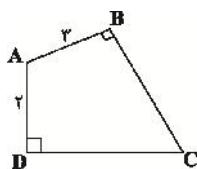
(۳)

(۴)



۵۶- در چهارضلعی  $ABCD$  زوایای  $B$  و  $D$  قائم‌اند. امتداد دو ضلع  $BC$  و  $AD$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $M$  و امتداد دو ضلع  $AB$  و  $CD$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $N$  قطع می‌کنند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

۲۰% ۵٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) از وسط  $MN$  می‌گذرد.(۲) بر  $MN$  عمود است.(۳) پاره‌خط  $MN$  را به نسبت ۲ به ۳ قطع می‌کند.(۴) اگر  $E$  محل برخورد  $AC$  و  $MN$  باشد،  $MN$  متساوی‌الاضلاع است.

۵۷- نقیض کدام گزاره‌ی زیر یک قضیه‌ی شرطی درست است؟

۱۹% ۱۳٪ ۹۵/۹/۱۹ ۵۷۵۰

(۱) یک چهارضلعی محدب وجود دارد که مجموع زوایای داخلی‌اش برابر  $360^\circ$  نیست.

(۲) مجموع زوایای داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است.

(۳) در هر مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع‌های نظیر دو ساق برابرند.

(۴) از نقطه‌ی  $A$  واقع بر خط  $d$  در یک صفحه نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد

۵۸- در ذوزنقه‌ی  $ABCD$ ،  $O$  محل تقاطع دو نیمساز زاویه‌های  $A$  و  $D$  است. مجموع فاصله‌های نقطه‌ی  $O$  از دو قاعده و ساق  $AD$  برابر با کدام است؟

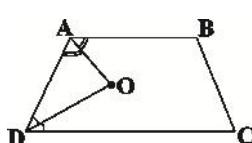
۱۹% ۱۰٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) ۱/۵ برابر ساق  $AD$ 

(۲) مجموع قاعده‌ها

(۳) مجموع ساق‌ها

(۴) ۱/۵ برابر ارتفاع ذوزنقه





۵۹- دو خط  $d$  و  $d'$  موازی‌اند و خط  $m$ ، دو خط  $d$  و  $d'$  را به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کرده است. اگر  $O$  نقطه‌ی برخورد نیمساز زاویه‌ی منفرجه‌ی  $A$  و زاویه‌ی حاده‌ی  $B$  باشد، کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

۱۷% ۷% ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

(۱) زاویه‌ی  $\angle AOB$  قائم است.

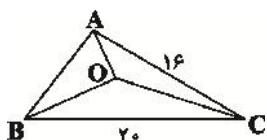
(۲) با تغییر زوایای  $A$  و  $B$ ، زاویه‌ی  $\angle AOB$  تغییر نمی‌کند.

(۳) روی عمودمنصف  $AB$  قرار دارد.

(۴) نقطه‌ی  $O$  از  $d$  و  $d'$  به یک فاصله است.

۶۰- در شکل زیر،  $O$  نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زوایای مثلث  $ABC$  است. اگر  $S_{AOC} = 80\text{ cm}^2$  باشد، مساحت مثلث  $BOC$  چند سانتی‌مترمربع است؟

۱۶% ۱۲% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰



(۱) ۹۶

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۰۸

(۴) ۱۱۶

۶۱- در مثلث  $ABC$ ،  $N$  نقطه‌ی همرسی ارتفاعهای مثلث است. از هر رأس مثلث  $ABC$  خطی به موازات ضلع مقابل به آن رسم کرده تا مثلث  $DEF$  به وجود آید. کدام گزینه همواره در مورد نقطه‌ی  $N$  درست است؟

۱۶% ۷% ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱) محل همرسی ارتفاعهای مثلث  $DEF$

(۲) محل همرسی نیمسازهای مثلث  $DEF$

(۳) محل همرسی عمودمنصفهای اضلاع مثلث  $DEF$

(۴) محل همرسی یک نیمساز و یک ارتفاع از مثلث  $DEF$

۶۲- در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $D$  و  $E$  را به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AD \parallel AE$  باشد. از  $D$  عمودی بر  $AB$  و از  $E$  عمودی بر  $AC$  رسم می‌کنیم تا همیگر را در نقطه‌ی  $M$  قطع کنند. نقطه‌ی  $M$  همواره بر کدام یک از خطوط زیر واقع است؟

۱۵% ۸% ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

(۱) نیمساز زاویه‌ی  $A$

(۳) ارتفاع نظیر رأس  $A$

۶۳- در مثلث  $ABC$ ، دو رأس  $A$  و  $B$  ثابت هستند. با داشتن طول ارتفاع وارد بر  $AB$ ، رأس  $C$  همواره روی کدام گزینه قرار دارد؟

۱۵% ۳% ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

(۱) نیم‌دایره‌ای به قطر  $AB$

(۳) یک خط موازی  $AB$

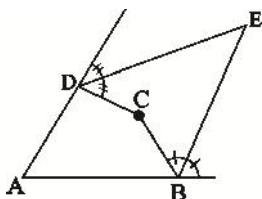
(۲) دایره‌ای به قطر  $AB$

(۴) دو خط موازی  $AB$



- مطابق شکل در چهارضلعی  $ABCD$ ، نیمسازهای خارجی زاویه‌های  $B$  و  $D$  یکدیگر را در نقطه‌ای مانند  $E$  قطع کرده‌اند.  
اگر  $\hat{C}N148^{\circ}$  و  $\hat{A}N84^{\circ}$  باشد، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ  $E$  کدام است؟

۱۳% ۸% ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



- (۱)  $32^{\circ}$   
(۲)  $36^{\circ}$   
(۳)  $40^{\circ}$   
(۴)  $47^{\circ}$

- از مثلث  $ABC$ ، ضلع  $BC$  و نقطهٔ  $H$  پای ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  ثابت است. با تغییر نقطهٔ  $A$  در صفحه، وسط ضلع  $AB$  بر روی کدامیک از خطوط زیر جایه‌جا می‌شود؟

۱۳% ۳% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

- (۱) عمودمنصف  $BC$   
(۲) خطی موازی  $BC$   
(۳) نیمساز زاویهٔ  $AHB$

- در مثلثی با طول اضلاع  $9$ ،  $12$  و  $15$ ، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها از نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها چه‌قدر است؟

۱۲% ۷% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

- (۱)  $5$   
(۲)  $7/5$   
(۳)  $15$

- در مثلث  $ABC$ ،  $ABN6$  و  $ACN7$  و عمودمنصف‌های این دو ضلع بر هم عمود می‌باشند. فاصلهٔ نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌ها از وسط بزرگ‌ترین ضلع مثلث چه‌قدر است؟

۱۱% ۶% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴) صفر

- در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $ADN2x > 1$ ،  $BND15$  و قطر  $BD$  نیمساز زاویه‌های  $B$  و  $D$  است. اگر  $ABN4x < 4$  باشد، محیط چهارضلعی  $ABCD$  کدام است؟

۸% ۲% ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

- (۱)  $24$   
(۲)  $30$   
(۳)  $36$   
(۴)  $42$

- در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $ABN90^{\circ}$  و رأس  $C$  محل تقاطع نیمساز زاویهٔ داخلی  $A$  و عمودمنصف ضلع  $AD$  است. اگر  $ABN4$  و مساحت چهارضلعی  $18$  باشد، محیط  $ABCD$  کدام است؟

۸% ۲% ۹۵/۸/۲۱ ۱۲۰۰

- (۱)  $16$   
(۲)  $18$   
(۳)  $20$   
(۴)  $24$

- در مثلث  $ABC$ ،  $ACN4$  و  $ABN3$  و  $\hat{A}N90^{\circ}$  است و نیمساز داخلی  $\hat{A}$ ، ضلع مقابل به آن را در نقطهٔ  $D$  قطع کرده است. از نقطهٔ  $D$ ، عمود  $DH$  را بر  $AC$  رسم می‌کنیم. طول  $HC$  برابر کدام است؟

۷% ۲% ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

- (۱)  $\frac{16}{7}$   
(۲)  $\frac{13}{5}$   
(۳)  $\frac{14}{5}$   
(۴)  $\frac{15}{7}$