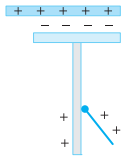


## پاسخنامه آزمون پایانی فصل اول (آزمون اول)

مدت زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

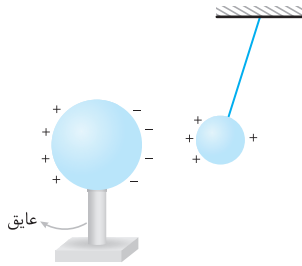
۱ ۲ ۳ ۴

کافی است که شکل مقابل را به دقت نگاه کنی.



۱ ۲ ۳ ۴

چون گلوله بار دارد هنگام نزدیک شدن کره فلزی خنثی به آن، در کره بارهای الکتریکی آزاد سطحی از یکدیگر جدا می‌شوند (شکل (۱)) گلوله جذب کره می‌شود و با برخورد گلوله به کره، کره بار مثبت می‌یابد و بار آن همانم با بار گلوله شده و گلوله را می‌راند و اگر گلوله دوباره به کره نزدیک شود آن را دفع می‌کند.



۱ ۲ ۳ ۴

یون  $He^{++}$  دو بار مثبت دارد یعنی دو الکترون از دست داده است پس بار الکتریکی آن برابر است با:

$$q = ne = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} C \Rightarrow q = +3/2 \times 10^{-19} \times 10^9 = 3/2 \times 10^{-10} nC$$

۱ ۲ ۳ ۴

دو بار الکتریکی نقطه‌ای و برابر هستند و کافی است نیروی بین آن‌ها را در دو حالت با یکدیگر مقایسه کنیم و نسبت دو نیرو را بنویسیم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad \begin{matrix} q_1' = q - 0.25q, r = r' \\ q_2' = q + 0.25q \end{matrix} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|(q - 0.25q)(q + 0.25q)|}{|qq|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{15}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴

از راهبرد (۲) یادتان هست که بار الکتریکی هر کره پس از تماس به یکدیگر برابر نصف مجموع بار اولیه آن‌هاست. و چون بارها ناهمنام هستند

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{|q_1 - 7q_1|}{2} = 3q_1$$

می‌توان بار هر کره پس از تماس را به این ترتیب به دست آورد:

اکنون از قانون کولن استفاده می‌کنیم و نسبت نیروی دو کره را در دو حالت (حالت دوم به حالت اول) به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'q_2'|}{|q_1q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3q_1 \times 3q_1}{q_1 \times 7q_1} \times 1 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{7}$$

پرسش: اگر بار اولیه کره‌ها ناهمنام نبود بار هر کره پس از تماس چی می‌شد؟

$$q_1' + q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{|q_1 + 7q_1|}{2} = 4q_1$$

• پاسخ:

که در این صورت **گزینه ۴** پاسخ درست بود.

۱ ۲ ۳ ۴

بزرگی نیروهای الکتریکی دو بار الکتریکی که بر هم وارد می‌کنند یکسان است. اما چون جرم گلوله‌ها یکسان نیست انحراف نخ گلوله‌ها نیز یکسان نیست. بنابراین فقط **گزینه ۲** درست است.

پرسش: چرا  $\alpha > \beta$  است؟

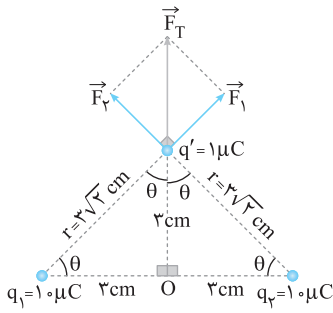
• پاسخ: چون جرم  $m_A < m_B$  و نیروی الکتریکی آن‌ها یکسان است، بنابراین انحراف جرم A بیشتر است. (راهبرد ۶ را ببین)

۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم که اولاً بار  $4q$  اثری بر تعادل خودش و در نتیجه اثری بر مقدار بار Q ندارد و هم‌چنین می‌دانیم که بار  $(4q)$ ، بین دو بار Q و است پس Q همانم با q است و چون این نقطه به Q نزدیک‌تر است باید  $|q| > |Q|$  باشد اما مقدار Q را می‌توان از نتیجه راهبرد (۷)، به

$$\frac{|q|}{|Q|} = \left(\frac{2d}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q|}{|Q|} = 4$$

صورت مقابل به دست آورد.



نیروهای وارد بر  $q'$  را  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  می‌نامیم و در شکل روبه‌رو آن‌ها را نشان داده‌ایم. با توجه به این‌که هر یک از دو مثلث  $Oq_1q'$  و  $Oq_2q'$  قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین هستند می‌توان دریافت  $\theta = 45^\circ$  است. پس زاویه رأس مثلث که  $q'$  در آن قرار دارد نیز  $90^\circ = 2\theta$  است. یعنی زاویه  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  نیز  $90^\circ$  است. هم‌چنین فاصله  $q_1$  و  $q_2$  تا  $q'$  برابر است با:

$$r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

اکنون بزرگی  $F_1$  و  $F_2$  را به دست می‌آوریم:

$$F_1 = k \frac{|q_1||q'|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 1.0 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2}$$

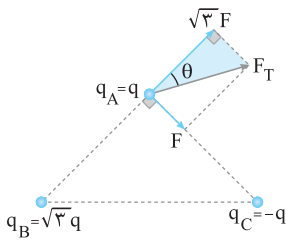
$$F_1 = 5.0 \text{ N}$$

و چون  $q_1$  و  $q_2$  هم‌اندازه هستند و فاصله آن‌ها تا  $q'$  یکسان است بزرگی نیروی  $F_2$  برابر  $F_1$  است.

اکنون برآیند دو نیروی عمود بر هم  $F_1$  و  $F_2$  را به دست می‌آوریم:

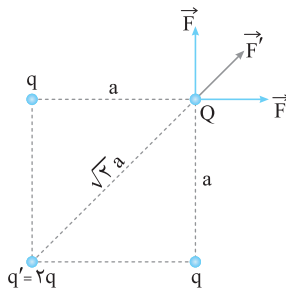
$$F_2 = F_1 = 5.0 \text{ N}$$

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{5.0^2 + 5.0^2} = 5.0\sqrt{2} \text{ N}$$



با فرض این‌که  $q > 0$  باشد، در شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر  $q_A$  را رسم کرده‌ایم. چون فاصله  $q_C$  و  $q_B$  تا  $q_A$  یکسان اما  $q_B = \sqrt{3}q_C$  است پس نیروی  $q_B$  بر  $q_A$  برابر نیروی  $\sqrt{3}$  برابر نیروی  $q_C$  بر  $q_A$  است و چون مثلث هاشورخورده، قائم‌الزاویه است نسبت مثلثاتی تانژانت  $\theta$  را می‌توانیم به صورت مقابل بنویسیم:

$$\tan \theta = \frac{F}{\sqrt{3}F} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

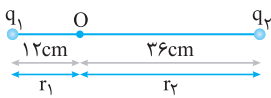


در شکل مقابل با فرض این‌که همه بارها همان باشند نیروی  $q$  بر  $Q$  را  $\vec{F}$  و نیروی  $2q$  بر  $Q$  را  $\vec{F}'$  نامیده و آن‌ها را نشان داده‌ایم. برآیند دو نیروی  $\vec{F}$  برابر  $\sqrt{F^2 + F'^2} = \sqrt{2}F$  است.

این نیرو با  $\vec{F}'$  هم‌جهت است و برای محاسبه نیروی خالص وارد بر بار  $Q$  با آن جمع می‌شود پس داریم:

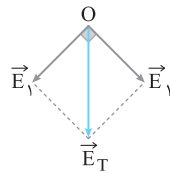
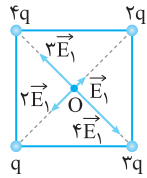
$$F_T = F' + \sqrt{2}F \xrightarrow{\text{قطر مربع } \sqrt{2}a} F_T = k \frac{2qQ}{\underbrace{2a^2}_F} + \sqrt{2} \times F \Rightarrow F_T = (\sqrt{2} + 1)F$$

با استفاده از راهبرد (۱۱)، می‌توان دریافت که  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام‌اند و داریم:



$$\sqrt{\frac{q_2}{q_1}} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \left(\frac{36}{12}\right)^2 = 9$$

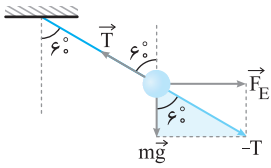
اگر بار  $q > 0$  (مثبت) فرض شود، مطابق شکل زیر میدان هر یک از بارهای الکتریکی را در مرکز مربع برحسب  $E_1$  رسم می‌کنیم. اگر میدان‌های مخالف را از یکدیگر کم کنیم، چون قطره‌های مربع بر هم عمودند، مطابق شکل، می‌توان نوشت:



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} E_1$$

**یادآوری:** در راهبرد (۱۱)، نتیجه گرفتیم که میدان الکتریکی خالص دو بار ناهم‌نام خارج از فاصله بین دو بار و در طرف بار کوچک‌تر (اندازه کمتر) می‌تواند صفر باشد.

با توجه به این‌که خطوط میدان از  $q_2$  بیرون می‌زند و به  $q_1$  می‌رود، می‌توان دریافت بار  $q_2$  مثبت و بار  $q_1$  منفی است و چون تراکم (تعداد) خطوط  $q_2$  کمتر از  $q_1$  است، اندازه  $q_1$  بزرگ‌تر از اندازه  $q_2$  است و نزدیک به بار  $q_2$  و خارج از فاصله دو بار یعنی نقطه  $D$  می‌تواند میدان الکتریکی خالص صفر شود.



در شکل مقابل نیروهای وارد بر گلوله را رسم کرده‌ایم، ملاحظه فرمایید.  
از آن‌جا که گلوله در حال تعادل است باید برابری  $\vec{F}_E$  و  $mg$  با قرینه کشش نخ برابر باشد.

پس برای مثلث هاشورخورده می‌توان نوشت:

$$\tan 60^\circ = \frac{F_E}{mg} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{F_E}{mg} \quad (1)$$

$$\tan 30^\circ = \frac{F'_E}{mg} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F'_E}{mg} \quad (2)$$

اگر زاویه  $60^\circ$  نصف و برابر  $30^\circ$  شود در این صورت از رابطه فوق می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{3} = \frac{F'_E}{F_E} \xrightarrow{F_E=qE} \frac{1}{3} = \frac{qE'}{qE} \xrightarrow{q=q} \frac{1}{3} = \frac{E'}{E}$$

از تقسیم کردن طرفین رابطه (۲) به طرفین رابطه (۱) می‌توان نتیجه گرفت:

پس میدان الکتریکی باید به یک سوم مقدار اولیه‌اش برسد پس درصد تغییرات میدان برابر است با:

$$\text{درصد تغییر میدان} = \frac{E' - E}{E} = \frac{\frac{1}{3}E - E}{E} = -\frac{2}{3} \approx -66.6\% \approx -67\%$$

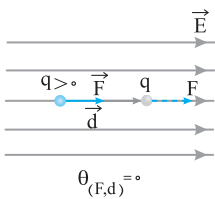
در این سؤال به چند مورد باید توجه کنیم. اول این‌که، بار از حال سکون رها شده و تندی اولیه‌اش صفر است. یعنی انرژی جنبشی اولیه بار نیز صفر است ( $K_1 = 0$ ).

دوم این‌که، بار در جهتی حرکت می‌کند که نیروی خالص بر آن وارد شده است. در این سؤال فقط نیروی الکتریکی بر بار وارد شده و چون بار مثبت است نیرو هم جهت میدان بر بار وارد می‌شود. یعنی جابه‌جایی بار نیز هم جهت میدان است و  $\cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0$  است.

سوم این‌که، در حالتی که فقط نیروی الکتریکی بر ذره باردار اثر کند رابطه  $\Delta K = -\Delta U$  برقرار است.

اکنون آماده‌ایم تا رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را در میدان الکتریکی یکنواخت استفاده کنیم.

پس داریم:



$$\Delta U = -qEd\cos\theta \xrightarrow{\Delta U = -\Delta K} \xrightarrow{q = +4 \times 10^{-6} C} -\Delta K = -(4 \times 10^{-6})(C) \times 10^6 \left(\frac{N}{C}\right) \times 1(m) \times 1$$

$$\Rightarrow \Delta K = 4 \times 10^{-5} J \xrightarrow{K_1 = 0} K_2 = 4 \times 10^{-5} J$$

در یک میدان الکتریکی هنگامی که بار  $q$  بین دو نقطه اما در مسیرهای گوناگون جابه‌جا می‌شود، تغییر انرژی پتانسیل بار در همه مسیرها یکسان است. به بیان دیگر «تغییر انرژی پتانسیل بار به مسیر حرکت بستگی ندارد». زیرا  $U_E = -W_E$  است و چون  $W_E$  برای مسیرهای مختلف یکسان است،  $\Delta U_E$  نیز در مسیرهای مختلف بین دو نقطه یکسان است.

می‌توان از رابطه ظرفیت خازن تخت یعنی  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  استفاده کرد و چون  $\kappa_1 = 1$  (هوا) و  $\kappa_2 = 2$  است می‌توان نوشت:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\substack{d_2 = \frac{1}{2}d_1 \\ \kappa_2 = 2\kappa_1}} \frac{C_2}{C_1} = 2 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4$$

چون خازن به باتری با ولتاژ ثابت وصل است، با تغییر ظرفیت خازن ولتاژ آن ثابت می‌ماند. پس برای محاسبه چگونگی تغییر انرژی خازن بهتر است از رابطه  $U = \frac{1}{2} CV^2$  استفاده کنیم.

می‌دانیم اگر دی‌الکتریک از بین صفحه خازن بیرون آورده شود ظرفیت خازن کم می‌شود.  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa_1 = 2 \Rightarrow \kappa_2 = 1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{1}{2}$ .

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\substack{C_2 = \frac{1}{2}C_1 \\ \text{ثابت}}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

برای تعیین چگونگی تغییر انرژی خازن می‌توان نوشت:

از رابطه‌هایی که ولتاژ بر حسب بار الکتریکی ( $V = \frac{q}{C}$ ) و انرژی بر حسب بار الکتریکی ( $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ ) بیان می‌کنند استفاده می‌کنیم و نسبت

$$V = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{q_2 = \frac{1}{2} q_1, C_2 = C_1} \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

دو حالت را می‌نویسیم:

فرض بر این است که ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \times \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{q_2 = \frac{1}{2} q_1, C_2 = C_1} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{\frac{1}{2} q_1}{q_1}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

از راهبرد (۱۹)، می‌دانیم که ولتاژ هر خازن پس از اتصال به یکدیگر از رابطه زیر به دست می‌آید و می‌توانیم بنویسیم:

$$V' = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} = \frac{5 \times 20 + 10 \times 5}{10 + 5} = 10 \text{ V}$$

$$q_2 = C V_2 \xrightarrow{V_2 = 10 \text{ V}} q_2 = 10 \times 10 = 100 \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = 100 \times 10^{-6} \text{ C}$$

اکنون بار خازن  $C_2$  را مشخص می‌کنیم.

$$U_1' = \frac{1}{2} C_1 V_1'^2 \xrightarrow{V_1' = 10 \text{ V}} U_1' = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu\text{J} \Rightarrow U_1' = 250 \times 10^{-6} \text{ J}$$

و انرژی خازن  $C_1$  نیز برابر است با:



مدت زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

### پاسخنامه آزمون پایانی فصل اول (آزمون دوم)

۱. ببینید میله رساناست و با دستمال عایق به دستمان گرفته‌ایم. اگر بار میله منفی باشد از کلاهک بار منفی به ورقه‌ها رانده می‌شود و بارهای مثبت ورقه‌ها خنثی شده و فاصله ورقه‌ها کاهش می‌یابد. اگر میله خنثی باشد با نزدیک شدن به بار مثبت کلاهک در سطح میله که نزدیک کلاهک است بار منفی القا می‌شود و بارهای منفی از سطح کلاهک به ورقه‌ها رانده شده و فاصله ورقه‌ها باز هم کم می‌شود.

توجه دارید که دو کره بار ناهمنام دارند و ابتدا باید مجموع (جبری) بار آن‌ها را به دست آورده و سپس تقسیم بر ۲ کنیم. یعنی:

$$q_B + q_A = 2 + (-10) = -8 \mu\text{C}$$

$$q'_B = q'_A = \frac{-8}{2} = -4 \mu\text{C}$$

و چون بار جابه‌جاشده از A به B مورد نظر است کافی است که مقدار بار جابه‌جاشده در کره A را به دست آوریم:

$$\Delta q_A = q'_A - q_A = -4 - (-10) = 6 \mu\text{C}$$

یعنی کره A،  $6 \mu\text{C}$  بار منفی از دست داده است.

۳. اول این که یادتان باشد بزرگی نیروی الکتریکی که بار  $q_1$  بر  $q_2$  وارد می‌کند برابر بزرگی نیروی الکتریکی بار  $q_2$  بر  $q_1$  در همان فاصله اولیه‌شان است. در تست می‌توان دریافت فاصله دو بار  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر شده و در نتیجه نیروی بین آن‌ها ۲ برابر شده است و می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F' = 2F} 2 = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow r' = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

می‌توانیم برای دو حالت از قانون کولن استفاده کنیم و دو حالت را با یکدیگر مقایسه کنیم:

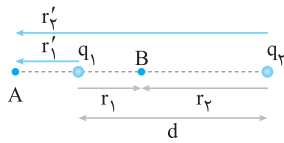
$$q_1 = q_2 = q, \quad q'_1 = q + 2, \quad q'_2 = q$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{\substack{F' = 0.52 \text{ N} \\ F = 0.2 \text{ N}}} \frac{0.52}{0.2} = \frac{(q+2)q}{q^2} \Rightarrow q = 4 \mu\text{C}$$

۵. می‌دانیم که بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی بر یکدیگر وارد می‌کنند، یکسان است اما درباره شتاب آن‌ها، با استفاده از راهبرد (۳) و استفاده از رابطه  $F_T = ma$  می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_{12} = m_2 a_2 \\ \vec{F}_{21} = m_1 a_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_{12} = F_{21} \\ \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 = 2m_1} m_1 a_1 = 2m_1 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2} a_1 \end{array}$$

شرط این که بزرگی نیروهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  بر بار  $q'$  یکسان شود این است که اندازه این نیروها با هم برابر شود یعنی:

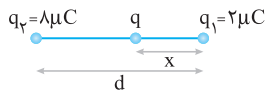


$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q_1 q'|}{r_1'^2} = k \frac{|q_2 q'|}{r_2'^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

اما در دو نقطه برای دو رابطه بین  $r_1$  و  $r_2$  می‌تواند این نسبت برقرار باشد:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow r_1 < r_2 \rightarrow B \text{ نقطه} \\ r_2 + r_1 = d \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{r_2'}{r_1'} \rightarrow r_2' > r_1' \rightarrow A \text{ نقطه} \\ r_2' - r_1' = d \end{cases}$$

ابتدا شرط تعادل بار  $q$  را به کار می‌بریم. از راهبرد (۷)، آموخته‌ایم که بنویسیم:



$$\frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

اکنون شرط تعادل را برای بار  $q_1$  به کار می‌بریم و در این حالت  $q$  و  $q_2$  باید ناهمنام باشند تا نیروهای الکتریکی خالص آن‌ها بر بار  $q_1$  صفر شود و داریم:

$$\frac{|q_2|}{|q|} = \left(\frac{d}{x}\right)^2 \xrightarrow{x=\frac{d}{3}} \frac{\lambda}{q} = 9 \Rightarrow q = \frac{-\lambda}{9} \mu C$$

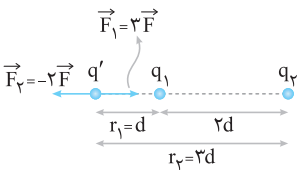
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \quad (1)$$

در این سؤال  $q'$  خارج از فاصله  $Q$  قرار دارد و برای حالت اول می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_2 = -2\vec{F} \quad (2)$$

در حالت دوم که  $q_1$  خنثی شود فقط  $q_2$  بر  $q'$  نیرو وارد می‌کند:

از دو رابطه (۱) و (۲) می‌توان بردار  $\vec{F}_1$  را بر حسب بردار  $\vec{F}$  به دست آورد:



$$\vec{F}_1 + (-2\vec{F}) = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_1 = 3\vec{F} \quad (3)$$

چون  $q'$  خارج از فاصله  $q_1$  و  $q_2$  قرار دارد و نیروهای وارد از طرف بارهای  $q_1$  و  $q_2$  بر بار  $q'$  مخالف یکدیگرند،  $q_1$  و  $q_2$  ناهمنام هستند و از تقسیم بزرگی طرفین دو رابطه (۲) و (۳) می‌توانیم نسبت

$$\frac{q_1}{q_2} \text{ را به دست آوریم:}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{2} \xrightarrow{r_1=d, r_2=2d} \frac{k \frac{|q_1 q'|}{d^2}}{k \frac{|q_2 q'|}{(2d)^2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{-1}{6}$$

با توجه به شکل مقابل و این که می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ضلع مقابل به زاویه  $30^\circ$ ،

نصف وتر است، می‌توان دریافت فاصله  $\frac{q}{4}$  تا  $q'$  تا نصف فاصله  $q$  تا  $q'$  است. نیروی  $q$

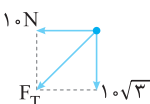
بر  $q'$  را با  $\vec{F}$  و نیروی  $\frac{q}{4}$  بر  $q'$  را با  $\vec{F}'$  نشان داده‌ایم و این نیروها را به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{qq'}{d^2} = 10 \text{ N}, \quad F' = k \frac{\frac{q}{4}q'}{\left(\frac{d}{4}\right)^2} = k \frac{qq'}{d^2} = 10 \text{ N}$$

اما چون دو نیروی  $\vec{F}$  و  $\vec{F}'$ ، بزرگی یکسان دارند، مؤلفه‌های  $F_x$  آن‌ها یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های  $F_y$  آن‌ها با یکدیگر جمع می‌شوند.

$$F(F, F) = 2F_y = F = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

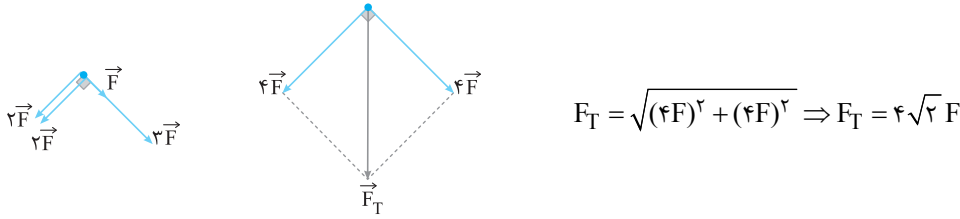
اما  $F_y = F \cos 30^\circ = F \times \frac{\sqrt{3}}{2}$  است و برابری  $\vec{F}$  و  $\vec{F}'$  برابر است با:



$$F_T = \sqrt{10^2 + (10\sqrt{3})^2} = 20 \text{ N}$$

و با توجه به شکل مقابل داریم:

فرض کنیم  $q > 0$  و  $q' > 0$  یعنی همنام باشند. چون فاصله همه بارها تا  $q'$  یکسان است، اگر نیروی الکتریکی  $q$  بر  $q'$  را با  $\vec{F}$  نشان دهیم، نیروهای الکتریکی بارهای دیگر بر  $q'$  مطابق شکل است و برای محاسبه برآیند آن‌ها مطابق شکل‌های زیر می‌توان نوشت:



بار الکتریکی ثابت است اما فاصله ما تا بار تغییر کرده و کم شده است. اکنون می‌توان نوشت:

$$\frac{E_T}{E_1} = \left| \frac{q_T}{q_1} \right| \times \left( \frac{r_1}{r_T} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_T}{E_1} = \frac{E_1 + 0.44E_1}{E_1} \Rightarrow \frac{1.44E_1}{E_1} = \left( \frac{r_1}{r_T} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{r_1}{r_T} \right)^2 = 1.44 \Rightarrow \frac{r_1}{r_T} = 1.2 \Rightarrow r_1 = 24 \text{ cm} \Rightarrow \frac{24}{r_T} = 1.2 \Rightarrow r_T = 20 \text{ cm}$$

$$\Delta r = |20 - 24| = 4 \text{ cm}$$

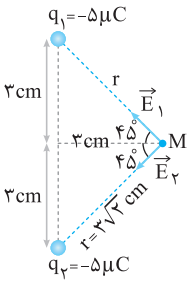
پس تغییر فاصله تا بار برابر است با:

مطابق شکل اگر بار سوم را  $q_3$  بنامیم، باید شرط زیر برقرار باشد.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0 \Rightarrow (-E_1 + E_2)\vec{i} = -\vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E}_3 = (E_1 - E_2)\vec{i} \Rightarrow k \frac{q_3}{r^2} \vec{i} = \left( k \frac{4}{9} - k \frac{1}{18} \right) \vec{i}$$

$$\Rightarrow \frac{q_3}{r^2} \vec{i} = \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{18} \right) \vec{i} \Rightarrow \frac{q_3}{r^2} = \frac{1}{18} \Rightarrow q_3 = 18 \mu\text{C}$$

چون  $\vec{E}_3$  در جهت مثبت و به طرف بار  $q_3$  است،  $q_3$  باید منفی باشد.



ابتدا میدان الکتریکی هر بار را در نقطه  $M$  مشخص و آن را رسم می‌کنیم. سپس فاصله هر بار تا  $M$  را به دست می‌آوریم:

$$r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

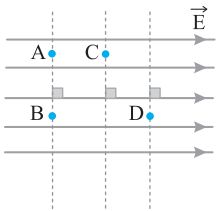
چون هر یک از دو مثلث کوچک شکل مقابل متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه هستند، دو بردار  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  با یکدیگر زاویه  $90^\circ$  می‌سازند و بزرگی هر یک از این میدان‌ها برابر است با:

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 2.5 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

اکنون می‌دانیم چگونه برآیند دو بردار با بزرگی یکسان مانند  $E_1$  و  $E_2$  را به دست آوریم:

$$E_T = 2E_1 \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right) \Rightarrow E_T = 2 \times 2.5 \times 10^7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2.5\sqrt{2} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

تذکر: چون  $E_1$  عمود بر  $E_2$  است می‌توانستیم  $E_T$  را از رابطه  $E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2} E_1$  هم محاسبه کنیم.



مطابق شکل واضح است که  $A$  و  $B$  روی یک خط عمود بر خطوط میدان قرار دارند و  $V_A = V_B$  است. اگر در جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، نقطه  $C$  بعد از نقطه  $A$  و نقطه  $D$  بعد از نقطه  $C$  قرار دارد پس ترتیب پتانسیل الکتریکی نقاط به صورت زیر است.

$$V_A = V_B > V_C > V_D$$

از رابطه  $\Delta U = q\Delta V$  استفاده می‌کنیم. ابتدا این رابطه را برای دو نقطه  $A$  و  $B$  باز می‌کنیم پس مقادیر داده شده را در آن قرار می‌دهیم.

$$\Delta U = q\Delta V \rightarrow \Delta U = q(V_B - V_A)$$

چون انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته، باید مقدار آن را با علامت منفی به کار ببریم و چون بار  $q$  مثبت است و مقدار آن را با علامت مثبت  $-6 \times 10^{-5} \text{ (J)} = 3 \times 10^{-6} \text{ (C)} \times (V_B - 10 \text{ (V)}) \Rightarrow V_B = -10 \text{ V}$  بکار می‌بریم:

۱۶. ۱ ۲ ۳ ۴

یادآوری: شعاع انحنای بیشتر یعنی تیزی کمتر.

می‌دانیم که در نقاط نوک تیز، چگالی بار یعنی مقدار بار در واحد سطح جسم رسانا بیشتر است. بزرگی میدان الکتریکی این نقاط نیز بیشتر از نقاط دیگر می‌باشد. اما پتانسیل الکتریکی همه نقاط جسم رسانا یکسان هستند.

۱۷. ۱ ۲ ۳ ۴

همان طور که در درس‌نامه مطرح شد، ورود دی‌الکتریک در خازن سبب افزایش ظرفیت خازن می‌شود و به طور کلی دی‌الکتریک قطبی می‌شود و میدان الکتریکی را تضعیف می‌کند.

۱۸. ۱ ۲ ۳ ۴

از راهبرد ۱۸، دریافتیم که هنگام ثابت بودن بار خازن (اگر خازن منزوی باشد)، با تغییر ظرفیت خازن بار آن ثابت می‌ماند و ولتاژ و انرژی خازن متناسب با عکس ظرفیت آن تغییر می‌کند. پس ابتدا چگونگی تغییر ظرفیت خازن ( $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ) و سپس انرژی خازن را مشخص می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa \text{ و } A \text{ ثابت است.}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad d_2 = 2d_1 \rightarrow C_2 = \frac{1}{2} C_1$$

چون بار خازن ثابت است برای محاسبه تغییر انرژی آن از رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  استفاده می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{q \text{ ثابت است.}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad C_2 = \frac{1}{2} C_1 \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 2$$

۱۹. ۱ ۲ ۳ ۴

در این جابه‌جایی می‌توانیم از رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  استفاده کنیم و در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \\ U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2C} (q_2^2 - q_1^2) \quad (1)$$

تغییر انرژی خازن  $U_2 - U_1 = 8 \text{ J}$  است و چون بار  $3 \text{ mC}$  + از صفحه منفی جدا کرده‌ایم بار این صفحه به اندازه  $3 \text{ mC}$  - منفی‌تر می‌شود و با اضافه کردن  $3 \text{ mC}$  + به صفحه مثبت بار صفحه دیگر به اندازه  $3 \text{ mC}$  - زیاد می‌شود یعنی بار خازن به اندازه  $3 \text{ mC}$  - زیاد شده و  $q_2 - q_1 = 3 \text{ mC}$  (۲) است. اکنون از معادله (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{q_2 = q_1 + 3 \times 10^{-3}}{2 \times 12 \times 10^{-6}} \rightarrow 8 = \frac{1}{2 \times 12 \times 10^{-6}} ((q_1 + 3 \times 10^{-3})^2 - q_1^2) \Rightarrow q_1 = 30 / 5 \times 10^{-3} \mu\text{C} \Rightarrow q_1 = q = 30 / 5 \times 10^{-3} \mu\text{C}$$

۲۰. ۱ ۲ ۳ ۴

با افزایش ولتاژ خازن ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند اما بنابر رابطه ( $q = CV$ ) بار خازن زیاد می‌شود. میدان الکتریکی خازن هم افزایش می‌یابد و ممکن است به قدری زیاد شود که دی‌الکتریک نتواند آن را تحمل کند و فروریزش الکتریکی رخ دهد.