۱ ۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

## خلاصه نکات ۱ — دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن (تست‌های ۱ تا ۱۲)

### شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالودهٔ تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمرهٔ ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

**نکات مهم و کاربردی**

۱ از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.

۲ نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند.

۳ ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.

۴ تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.

۵ مفهوم قانون و اصل در فیزیک:

**قانون:** گزارهٔ کلی و در عین حال مختصر است که برای دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر می‌باشد (مانند قوانین نیوتون).

**اصل:** برای توصیف دامنهٔ محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصل استفاده می‌کنیم (مانند اصل پاسکال).

### مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. مدل‌سازی در فیزیک، فرایندی است که در طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم.

برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال زیر توجه کنید:

**مثال** **مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا:**

یک توپ بسکتبال پرتاب‌شده در هوا را درنظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

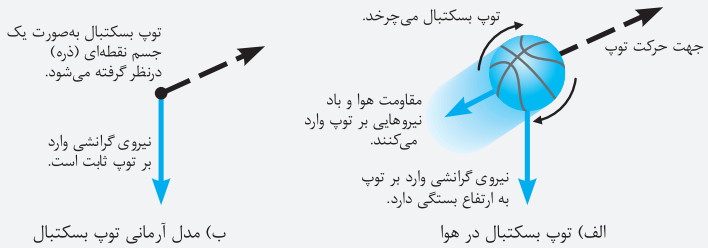
توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را درنظر گرفت:

توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ درنظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم.

هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم.

از این‌رو می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت آن بپردازیم.




*نمونه‌های کامل‌تر از مدل‌سازی رو تو تستای این قسمت براتون اُوردیم تا رو این بحث کاملاً مسلط بشید...*

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۳ دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. سایر گزینه‌ها در رابطه با مفاهیم قانون و اصل در علم فیزیک صحیح هستند.

gajmarket.com

**۳ ۳** مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین‌کننده برای یک پدیدهٔ فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و پدیده‌ها تا حد امکان ساده‌سازی می‌شوند نه جزئی‌سازی. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

**۴ ۴** هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای مثال، اگر به‌جای مقاومت هوا، نیروی جاذبهٔ زمین را نادیده می‌گرفتیم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود! این توضیحات یعنی نمی‌توان از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر کرد.

**۲ ۵** برای مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، اثرهای جزئی‌تر را نادیده می‌گیریم. هنگامی که یک گلولهٔ سنگین و کوچک را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، عامل اصلی حرکت آن، نیروی وزن است و از نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

**تذکر** اگر مقاومت هوا در برابر سقوط قطرهٔ باران وجود نداشته باشد، تندی حرکت قطره بر روی سطح زمین بسیار زیاد می‌شود، به طوری که با برخورد آن به زمین صدمه‌های بسیاری ایجاد می‌شود. هم‌چنین عاملی که باعث می‌شود تندی چترباز کاهش یابد تا در اثر سقوط به شخص صدمه وارد نشود، نیروی مقاومت هوا است. بنابراین مقاومت هوا عاملی مهم در نحوهٔ حرکت چترباز بوده و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

**۲ ۶** هنگام مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی، فقط می‌توانیم آثار جزئی را نادیده بگیریم. با توجه به این‌که ارتفاع درخت کم است، تغییرات شتاب جاذبه ($g$) و در نتیجه تغییرات وزن برگ ($mg$)، هنگام پایین آمدن قابل صرف‌نظر کردن است. دقت کنید که با توجه به این‌که سطح مقطع برگ، بزرگ و جرم آن کم است، بنابراین در مورد حرکت برگ نمی‌توانیم از اثر مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم، چون عاملی مهم و تعیین‌کننده در نحوهٔ حرکت برگ است.

**۲ ۷** در هنگام سقوط برگ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می‌شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت برگ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن‌که برگ با شتاب به سمت پایین می‌آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر است و می‌توانیم حرکت برگ را به شکل مقابل مدل‌سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).

**۲ ۸** موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی‌های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می‌شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد این موضوع در مدل‌سازی لحاظ شود.

**۳ ۹** برای مدل‌سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این‌که جسم به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین نیروی دست شخص باید بیشتر از نیروی اصطکاک باشد، پس گزینهٔ (۳) صحیح است (دقت شود برای مدل‌سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم).

**۳ ۱۰** در مدل‌سازی حرکت کمد بر روی سطح شیبدار، نیروی وزنِ کمد، نیرویی که شخص به کمد وارد می‌کند و زاویهٔ سطح شیبدار ($\theta$)، عوامل اصلی مؤثر بر حرکت کمد هستند. سایر عوامل مانند شکل کمد، مقاومت هوا و تغییرات وزنِ کمد هنگام بالا رفتن، جزئی هستند و می‌توانیم از آن‌ها صرف‌نظر کنیم.

**۳ ۱۱** نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل‌سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی‌توانیم از این عامل چشم‌پوشی کنیم. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

**۴ ۱۲** با توجه به علوم پایهٔ هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به‌دلیل کوچک بودن، منبع نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به‌صورت واگرا می‌باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن‌ها را موازی درنظر می‌گیریم، پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۴ ۱۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

## خلاصه نکات ۲ — کمیت‌ها و یکاهای مختلف فیزیکی — (تست‌های ۱۳ تا ۲۶)

*تو این قسمت، اول مفاهیم کمیت و یکا رو می‌شناسیم و بعدش میریم سراغ دسته‌بندی‌های مختلف اونا. آخر کاری هم، رو مفهوم سازگاری یکاها تو یه معادلهٔ دلخواه کار می‌کنیم ...*

### کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می‌کنیم:

**کمیت:** هر پدیدهٔ فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه‌گیری کرد، **کمیت** نام دارد.

**مثال** دمای هوا، فاصلهٔ دو جسم، سرعت یک جسم و ... ، از مواردی هستند که می‌توانند افزایش یا کاهش یابند و می‌توان به آن‌ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می‌شوند.

**تذکر** پدیده‌هایی مانند خوشحالی یک نفر، شور و اشتیاق افراد برای انجام یک کار و ... که مقدار آن‌ها را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، **کیفیت** نامیده می‌شود.

**یکا:** یکای هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصلهٔ دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم، $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ است.

**دقت:** اگر برای هر کمیت یکای تعریف شده و معینی نداشته باشیم، ارقام حاصل از اندازه‌گیری آن برای ما بی‌معنا خواهد بود. مثلاً ما یک متر را می‌شناسیم و به همین دلیل ارتفاع ۲۰ متری برای یک درخت را می‌توانیم تجسم کنیم.

**تذکر** یکای انتخاب شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف تغییر نکند. هم‌چنین باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

## کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دستهٔ اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم:

۱ کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

| کمیت اصلی | جرم (m) | طول (L) | زمان (t) | دما (T) | مقدار ماده (M) | جریان الکتریکی (I) | شدت روشنایی ($I_v$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| یکای اصلی مرتبط | کیلوگرم (kg) | متر (m) | ثانیه (s) | کلوین (K) | مول (mol) | آمپر (A) | کندلا (cd) |

۲ سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

| چند کمیت فرعی | سرعت | شتاب | فشار | حجم | سطح |
|---|---|---|---|---|---|
| یکای مرتبط | متر بر ثانیه<br>$m/s$ | متر بر مجذور ثانیه<br>$m/s^2$ | پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه<br>$Pa$ یا $kg/m.s^2$ | مترمکعب<br>$m^3$ | مترمربع<br>$m^2$ |

**نکته** در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای فرعی و اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطهٔ فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

**تمرین۱ واحد کمیت سرعت را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

**پاسخ** ابتدا رابطه‌ای از سرعت را به‌خاطر می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \text{واحد سرعت} \equiv \frac{\text{واحد } \Delta x \text{ (جابه‌جایی)}}{\text{واحد } \Delta t \text{ (زمان)}} \equiv \frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}} (m/s)$$

**تمرین۲ واحد کمیت نیرو (یعنی نیوتون) را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

**پاسخ** با توجه به رابطهٔ $F=ma$، می‌توان نوشت:

$$F=ma \Rightarrow \text{(واحد نیرو (نیوتون)} \equiv \text{(واحد جرم)} \times \text{(واحد شتاب)} \Rightarrow N \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

## کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دستهٔ نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:

gajmarket.com

## کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها از یک عدد و یکای مناسب آن کمیت استفاده می‌کنیم و جمع، تفریق و ضرب آن‌ها از قوانین جبری پیروی می‌کند، **کمیت‌های نرده‌ای** محسوب می‌شوند.

کمیت نرده‌ای طول: ۱۶۵ (عدد) cm (یکا)

**تذکر** برخی از کمیت‌های نرده‌ای مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

زمان، جرم، طول، تندی، دما، فشار، حجم، مساحت، چگالی، مقاومت، ولتاژ، شدت جریان، بار الکتریکی، انرژی، کار، توان و ...

## کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب آن کمیت، از جهت نیز استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قاعدهٔ جمع برداری نیز پیروی می‌کنند، **کمیت‌های برداری** نام دارند.

کمیت برداری شتاب: ۱۰ (عدد) $\frac{m}{s^2}$ (یکا) (به طرف شرق) (جهت)

**تذکر** برخی از کمیت‌های برداری مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

**تذکر** از حاصل‌ضرب یک کمیت نرده‌ای در یک کمیت برداری، یک کمیت برداری جدید به‌دست می‌آید. به‌طور مثال کمیت برداری نیرو، از حاصل‌ضرب جرم که یک کمیت نرده‌ای است در کمیت برداری شتاب به‌دست می‌آید. در مورد جهت بردارها نیز داریم:

$\vec{F}$ و $\vec{a}$، همواره در جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow[\text{مثبت است.}]{\text{جرم، عددی}}$

$\vec{A}$ و $\vec{M}$، همواره در خلاف جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{A} = K\vec{M} \xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{\text{اگر } K}$

## سازگاری یکاها در یک رابطهٔ فیزیکی

به‌طور کلی در یک رابطهٔ فیزیکی، یکاهای طرفین رابطه باید با یک‌دیگر معادل باشند. برای این منظور، اگر بخواهیم طرفین یک رابطه برحسب یکاهای SI باشد، باید یکای کمیت‌های داده‌شده در رابطه را به یکاهای SI تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال اگر جرم یک جسم برابر ۱۰۰ گرم و شتاب آن برابر ۲ متر بر مربع ثانیه باشد، به منظور سازگاری یکاها در دو طرف رابطهٔ $F = ma$، باید یکای جرم را برحسب کیلوگرم بنویسیم. در این صورت یکای نیرو را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد:

$F = ma = (\underbrace{0/1\ kg}_{\text{جرم برحسب کیلوگرم}}) \times (\underbrace{2\frac{m}{s^2}}_{\text{یکای SI شتاب}}) = \underbrace{0/2N}_{\text{یکای SI نیرو}}$ ← یکای SI جرم

*برای درک بهتر سازگاری یکاها تو یه معادله، به مثال زیر توجه کنید:*

**مثال** **اگر در معادلهٔ $x = at^2 + bt + c$، نماد $x$ معرف طول و نماد $t$ معرف زمان باشد، یکاهای مربوط به $a$، $b$ و $c$ را به دست آورید.**

موضوع بسیار مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که اگر چند عبارت را بتوان با هم جمع کرد، لزوماً یکاهای هر کدام از آن‌ها باید با یک‌دیگر برابر باشد.

با توجه به این موضوع، یکای هر کدام از عبارت‌های $at^2$، $bt$ و $c$ اولاً باید با هم یکسان باشد تا این عبارات با هم جمع‌پذیر باشند، ثانیاً با توجه به این‌که عبارت سمت چپِ رابطه، معرف طول $(x)$ می‌باشد، یکای هر کدام از عبارت‌های سمت راست نیز باید برحسب متر $(m)$ باشد و در نهایت می‌توان گفت:

$$x = at^2 + bt + c \Rightarrow \begin{cases} x \text{ یکای } \equiv at^2 \text{ یکای عبارت } \Rightarrow m \equiv (a \text{ یکای}) \times (s)^2 \Rightarrow a \text{ یکای } \equiv \frac{m}{s^2} \\ x \text{ یکای } \equiv bt \text{ یکای عبارت } \Rightarrow m \equiv (b \text{ یکای}) \times (s) \Rightarrow b \text{ یکای } \equiv \frac{m}{s} \\ x \text{ یکای } \equiv c \text{ یکای عبارت } \Rightarrow c \text{ یکای} \equiv m \end{cases}$$

($x$ برحسب متر $(m)$؛ $at^2$: $m$، $bt$: $m$، $c$: $m$)

مجموعهٔ یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند که معمولاً یکاهایی هستند که در مجامع علمی دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکای کمیت‌های اصلی به صورت مستقل تعریف می‌شود و یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۱۴ ۳** قوانین فیزیک با کمک **روابط ریاضی**، کمیت‌های مختلف فیزیکی را به یک‌دیگر مرتبط می‌سازند. با توجه به این موضوع، یکای کمیت‌های فرعی برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شوند و نیازی به تعریف تعداد زیادی یکا (واحد) برای کمیت‌های مختلف نمی‌باشد.

**۱۵** ۳ یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین‌شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. هم‌چنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف‌شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

**۱۶** ۲ اگر یکای طول را به صورت فاصلهٔ نوک بینی تا نوک انگشتان و یکای زمان را تعداد ضربان قلب شخص در نظر بگیریم، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکاها کاملاً تغییرپذیر است. از این‌رو این موارد را نباید یکای کمیت‌های طول و زمان در نظر گرفت.

**۱۷** ۳ طول و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، در حالی که مساحت یک کمیت فرعی است، زیرا یکای آن (مترمربع) وابسته به یکای طول یعنی متر $(m)$ است.

**تذکر**

در مورد نیرو نیز همین موضوع برقرار است و یکای آن برحسب کمیت‌های فرعی بیان می‌شود:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو} \equiv \text{کیلوگرم} \times \frac{\text{متر}}{\text{مجذور ثانیه}} \Rightarrow 1N \equiv 1kg.m/s^2$$

**۱۸** ۳ با توجه به تعریف کمیت و یکا که درخلاصه نکات (۲) به آن اشاره کردیم و هم‌چنین با در نظر گرفتن جدول زیر، گزینهٔ (۳) صحیح است.

| کمیت اصلی | جرم | طول | زمان | دما | مقدار ماده | شدت جریان | شدت روشنایی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| یکای اصلی | کیلوگرم | متر | ثانیه | کلوین | مول | آمپر | کندلا |

**۱۹** ۴ کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینهٔ (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

**۲۰** ۳ از بین کمیت‌های داده‌شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).
هم‌چنین از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

**۲۱** ۲ برای حل این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

**۱)**

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \underbrace{kg}_{\text{یکای جرم}} . \underbrace{\frac{m}{s^2}}_{\text{یکای شتاب}}$$

**۲)**

$$W = Fd \Rightarrow \text{یکای کار یا انرژی} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} \Rightarrow J \equiv kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

$$\text{یکای مساحت} \equiv m^2 \qquad \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

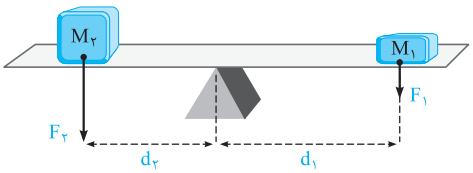
بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است. $P = \frac{F}{A} \Rightarrow \text{یکای فشار} \equiv \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}} = \frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{m.s^2}$ : طبق علوم پایهٔ نهم

**۳)** شدت روشنایی کمیتی اصلی است و یکای آن کَندِلا (شمع) است.

**۴)** تندی یک جسم برابر مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان است و یکای آن $m/s$ می‌باشد.

$$\text{یکای تندی} \equiv \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{m}{s}$$

**۲۲** ۲ گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل مقابل، نیروی وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.




گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایهٔ نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

یکای نیرو × یکای فاصله ≡ یکای گشتاور نیرو ⇒ اندازهٔ نیرو × فاصلهٔ نقطه اثر نیرو تا محور چرخش = اندازهٔ گشتاور نیرو

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} \Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv m \times \left(kg.\frac{m}{s^2}\right) = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

**۲۳** ۳ برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

**محاسبهٔ یکای نیرو:**

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

**محاسبهٔ یکای انرژی:**

$$\text{کار} = \text{نیرو} \times \text{جابه‌جایی} \Rightarrow \text{یکای انرژی (یا کار)} \equiv \text{یکای نیرو} \times \text{یکای جابه‌جایی} \Rightarrow kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی kg، m و s استفاده می‌کنیم، بنابراین $\alpha = \beta = 3$ است. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{3} = 1$

gajmarket.com

**۲۴ ۳** برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** یکای نیرو در SI برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow F_{\text{یکای}} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

**گام دوم:** یکای پارامتر k برابر است با (یکای مکان متحرک (x) در SI، متر است):

$$k = -\frac{F}{x} \Rightarrow k_{\text{یکای}} \equiv \frac{kg.\frac{\cancel{m}}{s^2}}{\cancel{m}} \equiv \frac{kg}{s^2}$$

این موضوع یعنی یکای k، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

**۲۵ ۳** برای حل این سؤال، یکای نیرو را برحسب یکاهای kg، m و s به‌دست می‌آوریم.

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} = \underset{b}{kg^{1}} \times \underset{c}{m^{1}} \times \underset{d}{\left(\frac{1}{s}\right)^{2}} \Rightarrow \alpha = 1\ ,\ \beta = 1\ ,\ \gamma = 2$$

**۲۶ ۴** می‌دانیم وقتی کمیتی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow A_{\text{یکای}} \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right)_{\text{یکای}} \Rightarrow J \equiv \frac{B^2_{\text{یکای}}}{kg}$$

با توجه به رابطهٔ $W = Fd$، می‌دانیم که یکای ژول معادل $kg.\frac{m^2}{s^2}$ است، بنابراین داریم:

$$kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv \frac{B^2_{\text{یکای}}}{kg} \Rightarrow B^2_{\text{یکای}} \equiv kg^2.\frac{m^2}{s^2}$$

از طرفی یکای A با یکای CDE نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$A_{\text{یکای}} \equiv (CDE_{\text{یکای}}) \Rightarrow J \equiv kg \times (DE_{\text{یکای}}) \Rightarrow kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv kg \times (DE_{\text{یکای}}) \Rightarrow DE_{\text{یکای}} \equiv \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B^2}{DE}\right)_{\text{یکای کمیت}} \equiv \frac{B^2_{\text{یکای}}}{DE_{\text{یکای}}} = \frac{kg^2.\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} = kg^2$$

**۲۷ ۱** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

## خلاصه نکات ۳ — آشنایی با پیشوندها و نمادگذاری علمی (تست‌های ۲۷ تا ۴۱)

در این خلاصه نکات می‌خواهیم سه مهارت پرکاربرد زیر را به‌دست آوریم:

### مهارت اول (استفاده از پیشوندها)

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری‌شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به‌صورت $10^n$ هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به‌عنوان مثال به جای این‌که بگوییم ۱۰۰۰ متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای ۰/۰۱ متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

**تذکر** پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد ⇐

| نام | ترا | گیگا | مگا | کیلو | هکتو | دکا |
|---|---|---|---|---|---|---|
| نماد | T | G | M | k | h | da |
| معنا | $\times 10^{12}$ | $\times 10^{9}$ | $\times 10^{6}$ | $\times 10^{3}$ | $\times 10^{2}$ | $\times 10^{1}$ |

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد ⇐

| نام | پیکو | نانو | میکرو | میلی | سانتی | دسی |
|---|---|---|---|---|---|---|
| نماد | p | n | μ | m | c | d |
| معنا | $\times 10^{-12}$ | $\times 10^{-9}$ | $\times 10^{-6}$ | $\times 10^{-3}$ | $\times 10^{-2}$ | $\times 10^{-1}$ |

پیشوندهای دیگه‌ای هم هست که نسبت به پیشوندهایی که گفتیم کاربردش کم‌تره و حفظی نیست، چند تاشو ببینید:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد ⇐ | نام | یوتا | زِتا | اِگزا | پِتا |
| | نماد | Y | Z | E | P |
| | معنا | $\times ۱۰^{۲۴}$ | $\times ۱۰^{۲۱}$ | $\times ۱۰^{۱۸}$ | $\times ۱۰^{۱۵}$ |
| پیشوندهای کوچک‌تر از واحد ⇐ | نام | یوکتو | زِپتو | اَتو | فِمتو |
| | نماد | y | z | a | f |
| | معنا | $\times ۱۰^{-۲۴}$ | $\times ۱۰^{-۲۱}$ | $\times ۱۰^{-۱۸}$ | $\times ۱۰^{-۱۵}$ |

## مهارت دوم (نمایش عددها به کمک نمادگذاری علمی)

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به‌صورت $A = a \times ۱۰^{\pm n}$ نمایش داده که $a$ یک عدد حقیقی $(۱ \le a < ۱۰)$ و $n$ یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

(۱) $۰/۰۰۰۰۰۱۲ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۶}$ (۶ رقم)

(۲) $۱۲۰۰۰۰ = ۱/۲ \times ۱۰^{۴}$ (۴ رقم)

(۳) $۰/۰۰۴۰۸۰۱ = ۴/۰۸۰۱ \times ۱۰^{-۳}$ (۳ رقم)

(۴) $۱۰۳۴۸۰۰۱ = ۱/۰۳۴۸۰۰۱ \times ۱۰^{۷}$ (۷ رقم)

**توجه**
- ممیز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم ⇐ $۱۰^{n}\ (n < ۰)$ ⇐ مثال‌های (۱) و (۳)
- ممیز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم ⇐ $۱۰^{n}\ (n > ۰)$ ⇐ مثال‌های (۲) و (۴)

## مهارت سوم (استراتژی تبدیل یکا در فیزیک)

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

**استراتژی ۱:** همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر، $۱۰^{-۲}$ متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم:

$$۱\text{c}\,\text{m} \equiv ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m} \quad (\text{یعنی } ۱۰^{-۲})$$

$$x = ۱۲\text{cm} \xrightarrow[\text{به متر}]{\text{تبدیل سانتی‌متر}} x = ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۰/۱۲\text{m}$$

**استراتژی ۲:** در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک **تبدیل زنجیره‌ای** استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازهٔ کمیت موردنظر را در یک **عامل تبدیل** (یعنی نسبتی از یکاها که برابر **یک** است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون $۱\text{m}$ برابر $۱۰۰\text{cm}$ است، داریم:

$$\frac{۱\text{m}}{۱۰۰\text{cm}} = ۱ \quad , \quad \frac{۱۰۰\text{cm}}{۱\text{m}} = ۱$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازهٔ آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا استفاده کنیم. برای مثال، یکای $\text{cm}$ را در عدد $۱۲\text{cm}$، به‌صورت زیر به $\text{m}$ تبدیل می‌کنیم:

$$۱۲\text{cm} = (۱۲\text{cm})(۱) = (۱۲\,\text{cm})\underbrace{\left(\frac{۱\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}}\right)}_{\text{عامل تبدیل}} = ۰/۱۲\text{m}$$

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

**تمرین ۱** **۷۲ کیلومتر بر ساعت چند متر بر ثانیه است؟**

**پاسخ** با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

**استراتژی ۱:** نحوهٔ حل به شکل زیر است:

$$\text{تندی}: v = ۷۲\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow[\text{تبدیل ساعت به ثانیه در مخرج}]{\text{تبدیل کیلومتر به متر در صورت}} v = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰\text{m}}{۶۰ \times ۶۰\text{s}} = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}\frac{\text{m}}{\text{s}} = ۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

gajmarket.com

**استراتژی ۲:** با کمک دو عامل تبدیل، می‌توان $\frac{km}{h}$ را به $\frac{m}{s}$ تبدیل کرد:

$$v = ۷۲\frac{km}{h} = (۷۲\frac{km}{h}) \times (۱) \times (۱) = (۷۲\frac{km}{h}) \times \underbrace{(\frac{۱h}{۳۶۰۰s})}_{\text{عامل تبدیل برای تبدیل h به s}} \times \underbrace{(\frac{۱۰۰۰m}{۱km})}_{\text{عامل تبدیل برای تبدیل km به m}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

**تذکر** در تمرین ۱، از شیوهٔ تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایهٔ دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می‌شود:

۱) با توجه به این‌که یکای km به m و یکای h به s باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲) در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به s، چون h در مخرج یکای $\frac{km}{h}$ است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و s در مخرج باشد. همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن‌ها در رابطهٔ زیر توجه کنید:

$$۷۲\frac{km}{h} = ۷۲\frac{km}{h} \times \frac{۱h}{۶۰ \times ۶۰\underbrace{s}_{\text{ثانیه می‌ماند}}} \times \frac{۱۰۰۰\overbrace{m}^{\text{متر می‌ماند}}}{۱km} = ۲۰\frac{m}{s}$$

**تمرین ۲** **جرم جسمی ۰/۰۰۵ میلی‌گرم اندازه‌گیری شده است. جرم این جسم به‌صورت نمادگذاری علمی چند مگاگرم است؟**

**پاسخ** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا میلی‌گرم را به گرم و سپس گرم را به مگاگرم تبدیل می‌کنیم:

$$m = ۰/۰۰۵ mgr = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۳} gr \xrightarrow[\text{مگاگرم}]{\text{تبدیل گرم به}} m = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۶} Mgr = ۰/۰۰۵ \times ۱۰^{-۹} Mgr$$

**تذکر** به‌طور کلی این‌گونه به‌خاطر بسپاریم که برای تبدیل واحد بزرگ مگاگرم به واحد کوچک گرم (قطعه‌های کوچک‌تر) باید تعداد آن‌ها افزایش یابد، یعنی باید در $\overbrace{۱۰}^{\text{عدد مثبت}}$ ضرب کنیم. از طرفی برای تبدیل واحد کوچک گرم به واحد بزرگ مگاگرم (قطعه‌های بزرگ‌تر) باید تعداد آن‌ها کاهش یابد، یعنی در $\overbrace{۱۰}^{\text{عدد منفی}}$ ضرب کنیم.

$$\underbrace{۱Mgr}_{\text{واحد بزرگ}} = ۱۰^{۶} \underbrace{gr}_{\text{واحد کوچک}} \Rightarrow \underbrace{۱gr}_{\text{واحد کوچک}} = ۱۰^{-۶} \underbrace{Mgr}_{\text{واحد بزرگ}}$$

**گام دوم:** عدد به‌دست آمده را به شیوهٔ نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$m = \underbrace{۰/۰۰۵}_{\text{۳ رقم}} \times ۱۰^{-۹} Mgr = ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۹} Mgr = \underbrace{۵}_{۱ \le a < ۱۰} \times ۱۰^{\overbrace{(-۱۲)}^{\text{عدد صحیح}}} Mgr$$

**تمرین ۳** **زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوهٔ نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟** (تألیفی)

۱) $۴۰ \times ۱۰^{۶}$ ۲) $۴ \times ۱۰^{۷}$ ۳) $۴۰ \times ۱۰^{۳}$ ۴) $۴ \times ۱۰^{۴}$

**پاسخ** برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می‌دهیم. به‌همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$t = ۴۰\mu s \xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}} t = ۴۰ \times (۱۰^{-۶} s) \xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}} t = ۴۰ \times ۱۰^{-۶} \times (۱۰^{۱۲} ps) = ۴۰ \times ۱۰^{۶} ps$$

حال مقدار به‌دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$t = \underbrace{۴۰}_{\text{یک رقم}} \times ۱۰^{۶} ps = ۴ \times \overbrace{۱۰}^{(۱)} \times ۱۰^{۶} ps = ۴ \times ۱۰^{۷} ps \quad \text{(گزینهٔ ۲)}$$

**دقت:**

$$۱ps = ۱۰^{-۱۲} s \xrightarrow{\text{یا}} ۱s = ۱۰^{+۱۲} ps$$

---

می‌دانیم که هر لیتر (معادل با) ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = ۱mLit \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی‌لیتر}} V = ۱۰^{-۳} Lit \xrightarrow[\text{سانتی‌متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{۳} cm^{۳}) = ۱cm^{۳}$$

برای پیدا کردن رابطهٔ بین دسی‌متر مکعب و لیتر داریم ($۱dm = ۱۰^{-۱} m$ (دسی‌متر) یا $۱m = ۱۰ dm$):

$$V = ۱dm^{۳} \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی‌مترمکعب}} V = ۱ \times (۱۰^{-۱} m)^{۳} = ۱۰^{-۳} m^{۳} \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۳} Lit = ۱Lit$$

**۲۸** ابتدا جرم هسته را برحسب نانوگرم به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{جرم هسته} = ۱۶۷۷\times۱۰^{-۳۰}\,\underset{\text{یکای SI جرم}}{\text{kg}} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} ۱۶۷۷\times۱۰^{-۳۰}\times(۱۰^{۳}\,\text{gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل ng به gr}} ۱۶۷۷\times۱۰^{-۳۰}\times۱۰^{۳}\times(۱۰^{۹}\,\text{ng}) = ۱۶۷۷\times۱۰^{-۱۸}\,\text{ng}$$

$$\Rightarrow \text{جرم هسته به صورت نمادگذاری علمی} = ۱/۶۷۷\times۱۰^{-۱۵}\,\text{ng}$$

**۲۹** ابتدا فاصلهٔ بین دو شهر را برحسب پیکومتر (pm) به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{فاصله} = ۷۸\,\text{km} \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} ۷۸\times(۱۰^{۳}\,\text{m}) \xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} ۷۸\times۱۰^{۳}\times(۱۰^{۱۲}\,\text{pm}) = ۷۸\times۱۰^{۱۵}\,\text{pm}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله به صورت نمادگذاری علمی} = ۷/۸\times۱۰^{۱۶}\,\text{pm} \Rightarrow n = ۱۶$$

**۳۰** برای حل این سؤال، اعداد داده شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم:

(۱)
$$۱/۲۵\times۱۰^{۱۱}\,\mu\text{g} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به μg}} ۱/۲۵\times۱۰^{۱۱}\times(۱۰^{-۶}\,\text{gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۱/۲۵\times۱۰^{۱۱}\times۱۰^{-۶}\times(۱۰^{-۳}\,\text{kg}) = ۱۲۵\,\text{kg}$$

(۲)
$$۵\times۱۰^{۷}\,\text{mg} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به mg}} ۵\times۱۰^{۷}\times(۱۰^{-۳}\,\text{gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۵\times۱۰^{۷}\times۱۰^{-۳}\times(۱۰^{-۳}\,\text{kg}) = ۵۰\,\text{kg}$$

(۳)
$$۷/۵\times۱۰^{۱۲}\,\text{ng} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به ng}} ۷/۵\times۱۰^{۱۲}\times(۱۰^{-۹}\,\text{gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۷/۵\times۱۰^{۱۲}\times۱۰^{-۹}\times(۱۰^{-۳}\,\text{kg}) = ۷/۵\,\text{kg}$$

(۴)
$$۴/۵\times۱۰^{-۴}\,\text{Gg} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به Gg}} ۴/۵\times۱۰^{-۴}\times(۱۰^{۹}\,\text{gr}) \xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۴/۵\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{۹}\times(۱۰^{-۳}\,\text{kg}) = ۴۵۰\,\text{kg}$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می‌توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر ۲۵kg است. فقط در گزینهٔ (۳)، جرم جسم از ۲۵kg کم‌تر است و در نتیجه شیشهٔ میز نمی‌شکند.

**۳۱** با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات، گزینهٔ (۲) صحیح است.

**۳۲** برای مقایسهٔ دو مقدار، باید هر دو برحسب یک واحد یکسان بیان شوند؛ بنابراین در هر یک گزینه‌ها، باید کمیت‌ها را با واحد یکسان محاسبه کنیم.

(۱)
$$۳/۸\times۱۰^{-۴}\,\text{km} \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} ۳/۸\times۱۰^{-۴}\times(۱۰^{۳}\,\text{m}) \xrightarrow{\text{تبدیل dm به m}} ۳/۸\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{۳}\times(۱۰\,\text{dm}) = ۳/۸\,\text{dm} < ۵۴۰\,\text{dm}$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

(۲)
$$۹/۸\times۱۰^{۶}\,\text{Mm} \xrightarrow{\text{تبدیل m به Mm}} ۹/۸\times۱۰^{۶}\times(۱۰^{۶}\,\text{m}) \xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} ۹/۸\times۱۰^{۶}\times۱۰^{۶}\times(۱۰^{۱۲}\,\text{pm}) = ۹/۸\times۱۰^{۲۴}\,\text{pm} < ۲/۷\times۱۰^{۲۵}\,\text{pm}$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

(۳)
$$۱۰۰\,\text{هکتار} \xrightarrow{\text{تبدیل هکتار } (\text{hm}^{۲}) \text{ به } \text{m}^{۲}} ۱۰۰\times(۱۰۰\,\text{m})^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{m}^{۲} \text{ به دکامتر مربع } (\text{dam}^{۲})} ۱۰۰\times۱۰^{۴}\times(۱۰^{-۱}\,\text{dam})^{۲} = ۱۰۰۰۰\,\text{dam}^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

(۴)
$$۱\,\text{Gm}^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{m}^{۲} \text{ به } \text{Gm}^{۲}} ۱\times(۱۰^{۹}\,\text{m})^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{km}^{۲} \text{ به } \text{m}^{۲}} ۱۰^{۱۸}\times(۱۰^{-۳}\,\text{km})^{۲} = ۱۰^{۱۲}\,\text{km}^{۲} > ۱۰۰۰\,\text{km}^{۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۳۳** ابتدا حجم و ضخامت گلبول قرمز را به ترتیب برحسب $\text{m}^{۳}$ و m محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم}: V = ۱۰^{۱۱}\,\text{nm}^{۳} = ۱۰^{۱۱}\times(۱۰^{-۹}\,\text{m})^{۳} = ۱۰^{-۱۶}\,\text{m}^{۳}$$

$$\text{ضخامت}: h = ۲/۵\,\mu\text{m} = ۲/۵\times(۱۰^{-۶}\,\text{m}) = ۲/۵\times۱۰^{-۶}\,\text{m}$$

$$V = A.h \Rightarrow ۱۰^{-۱۶} = A\times۲/۵\times۱۰^{-۶} \Rightarrow A = \frac{۱۰^{-۱۶}}{۲/۵\times۱۰^{-۶}} = ۴\times۱۰^{-۱۱}\,\text{m}^{۲}$$

با توجه به خواستهٔ سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی‌متر مربع محاسبه می‌کنیم:

$$A = ۴\times۱۰^{-۱۱}\,\text{m}^{۲} \xrightarrow{\text{تبدیل } \text{m}^{۲} \text{ به } \text{mm}^{۲}} ۴\times۱۰^{-۱۱}\times(۱۰^{۳}\,\text{mm})^{۲} = ۴\times۱۰^{-۵}\,\text{mm}^{۲}$$

**۳۴** برای به‌دست آوردن مساحت برحسب مترمربع $(\text{m}^{۲})$، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\begin{cases} \text{عرض صفحه} = ۹\,\text{nm} = ۹\times۱۰^{-۹}\,\text{m} \\ \text{طول صفحه} = ۰/۲\,\mu\text{m} = ۰/۲\times۱۰^{-۶}\,\text{m} \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت صفحهٔ مستطیلی} = \text{عرض} \times \text{طول} = ۰/۲\times۱۰^{-۶}\times۹\times۱۰^{-۹}\,\text{m}^{۲} = ۱/۸\times۱۰^{-۱۵}\,\text{m}^{۲}$$

دقت کنید که مقدار به‌دست آمده برای مساحت با توجه به شیوهٔ نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

gajmarket.com

**۳۵ ۴** طبق صورت سؤال در هر ثانیه، $200cm^3$ آب هدر می‌رود، پس در هر ساعت، مقدار $200cm^3 \times 3600$ آب هدر می‌رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار $200cm^3 \times 3600 \times 10$ آب به هدر خواهد رفت.

حجم آب هدر رفته: $V = 10 \times 3600 \times 200cm^3 \xrightarrow{\text{تبدیل } cm^3 \text{ به lit}} 10 \times 3600 \times 200 \times (10^{-3}\,lit) = 7200lit$

**۳۶ ۱** برای محاسبهٔ قد کودک برحسب فوت، با انتخاب عامل تبدیل‌های مناسب، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر کمک می‌گیریم:

$$152/4\,cm = 152/4\,cm \times (1) \times (1) = \overset{60}{\cancel{152/4}}\,cm \times \frac{1\,inch}{2/54\,cm} \times \frac{1ft}{12\,inch} = 5\,ft$$

**۳۷ ۳** برای پاسخ دادن به این سؤال، به‌صورت زیر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$312km = \overset{3}{\cancel{312}}\,km \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{100cm}{1m} \times \frac{1\,\text{ذرع}}{104\,cm} = 3 \times 10^5\ \text{ذرع}$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامهٔ روند تبدیل زنجیره‌ای، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$312km = 312km \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{100cm}{1m} \times \frac{1\,\text{ذرع}}{104\,cm} \times \frac{1\,\text{فرسنگ}}{6000\,\text{ذرع}} = 5 \times 10^1\ \text{فرسنگ}$$

**۳۸ ۲** برای حل، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$62208kg = \overset{12800}{\cancel{62208}}\,kg \times \frac{1000gr}{1kg} \times \frac{1\,\text{مثقال}}{4/86\,gr} \times \frac{1\,\text{من تبریز}}{640\,\text{مثقال}} \times \frac{1\,\text{خروار}}{100\,\text{من تبریز}} = 200\ \text{خروار} = 2 \times 10^2\ \text{خروار}$$

**۳۹ ۲** یکای نجومی، معادل میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و این یعنی فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، برابر ۱AU می‌باشد.

**۴۰ ۴** **گام اول:** ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{تندی ناوشکن} = 400\ \text{گره} = 400\ \text{گره} \times \frac{0/5\,\frac{m}{s}}{1\ \text{گره}} = 200\,\frac{m}{s}$$

**گام دوم:** در ادامه، مسافت طی‌شده را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = 2\ \text{مایل} = 2\ \text{مایل} \times \frac{1850m}{1\ \text{مایل}} = 3700m$$

**گام سوم:** زمان موردنظر برابر است با:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} \Rightarrow 200 = \frac{3700}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{زمان} = 18/5s = 18/5 \times 10^6\,\mu s \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \text{زمان} = 1/85 \times 10^7\,\mu s$$

**۴۱ ۲** ابتدا حجم آب و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب $m^3$ و $m^2$ محاسبه می‌کنیم.

$$\text{حجم: } V = 6\ \text{گالن} \times \frac{4/4\,lit}{1\ \text{گالن}} = 26/4lit = 26/4 \times 10^{-3}m^3$$

$$\text{سطح مقطع: } A = \pi R^2 \simeq 3 \times (0/2m)^2 = 0/12m^2$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow 26/4 \times 10^{-3} = 0/12 \times h \Rightarrow h = \frac{26/4 \times 10^{-3}}{0/12} = 0/22m = 220mm$$

**۴۲ ۲** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

## خلاصه نکات ۴ — دقت و خطای اندازه‌گیری — (تست‌های ۴۲ تا ۶۳)

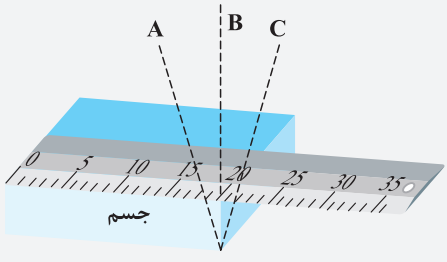
همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

۱) دقت شخص آزمایشگر ۲) تعداد دفعات اندازه‌گیری ۳) کیفیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مورد استفاده

در رابطه با موارد (۱) و (۲)، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

### نکات مهم و کاربردی

۱) مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویهٔ دید افراد مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجهٔ اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین کم‌تر است.



۲ برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین‌بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری آن کمیت درنظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجهٔ یک اندازه‌گیری می‌باشد، دادهٔ به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیهٔ اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.

در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری و نحوهٔ نمایش عدد اندازه‌گیری شده، به ادامهٔ بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت و خطای اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتال می‌پردازیم:

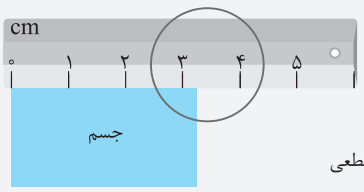
### دقت و خطای اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی شده

در وسایل درجه‌بندی شده (مانند خطکش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، نکات زیر حائز اهمیت است:

۱ دقت اندازه‌گیری یک خطکش و یا یک وسیلهٔ درجه‌بندی شده، برابر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خطکش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری $1\,cm$ است.

۲ بنابر یک قاعدهٔ کلی، خطای اندازه‌گیری توسط خطکش و سایر وسایل درجه‌بندی شده، $\pm\frac{1}{2}$ کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله (دقت وسیله) است. به‌عنوان مثال در خطکشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده است، خطای اندازه‌گیری برابر $\pm\frac{1}{2}cm=\pm0/5\,cm$ و در خطکشی که برحسب میلی‌متر مدرج شده است، برابر $\pm\frac{1}{2}mm=\pm0/5\,mm=\pm0/05\,cm$ است (این یعنی دقت اندازه‌گیری و خطای اندازه‌گیری، دو مفهوم متفاوت دارند).

۳ در علم فیزیک، برای تخمین زدن اندازه‌گیری‌هایی که با چشم انجام می‌شود، تنها حق داریم یک **رقم غیرقطعی و مشکوک** داشته باشیم. به طور مثال اگر در شکل زیر، طول جسم را توسط خطکش سانتی‌متری اندازه‌گیری کنیم، عدد گزارش شده برای طول جسم، نمی‌تواند به صورت $3/23\,cm$ باشد، زیرا احتمالاً با ما موافق هستید که طول جسم بیشتر از $3\,cm$ است ولی برای تخمین زدن طول جسم مطابق علم فیزیک، فقط باید یک رقم غیرقطعی داشته باشیم. پس در خطکش سانتی‌متری فقط می‌توان تا مرتبهٔ دهم سانتی‌متر حدس زد.




دو رقم غیرقطعی دارد، پس عدد گزارش شده نادرست است. $3/23\,cm\pm0/5\,cm\Rightarrow$

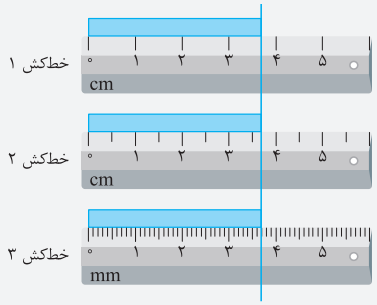
یک رقم غیرقطعی دارد، پس عدد گزارش شده صحیح است. $3/2\,cm\pm0/5\,cm\Rightarrow$

(رقم غیرقطعی) (خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری)

۴ در وسیله‌های اندازه‌گیری، عدد ارائه‌شده باید به‌گونه‌ای باشد که رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یک‌دیگر هم‌خوانی داشته باشد. به‌عنوان مثال به موارد زیر توجه کنید:

| خطکش مدرج‌شده برحسب سانتی‌متر (یعنی خطای اندازه‌گیری برابر $\pm0/5\,cm$) | |
|---|---|
| توضیحات | عدد پیشنهادشده |
| رقم غیرقطعی با خطای اندازه‌گیری هم‌خوانی دارد ($0/7\,cm$ با $\pm0/5\,cm$) و عدد پیشنهادی درست است. | $42/7\,cm\pm0/5\,cm$ (رقم غیرقطعی) |
| رقم غیرقطعی با خطای اندازه‌گیری هم‌خوانی ندارد ($0/01\,cm$ با $\pm0/5\,cm$) و عدد پیشنهادی نادرست است. | $42/71\,cm\pm0/5\,cm$ (رقم غیرقطعی) |

**تمرین ۱** **در سه تصویر نشان داده شده، نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط هر خطکش چگونه (به همراه خطای آن) نمایش داده می‌شود؟** (کتاب درسی)




**پاسخ** **خطکش ۱:** کمینهٔ درجه‌بندی این خطکش، برابر $1\,cm$ و در نتیجه دقت آن نیز برابر $1\,cm$ است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خطکش به‌صورت $\pm0/5\,cm$ بیان می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خطکش را $3/7\,cm\pm0/5\,cm$ بیان کرد.

gajmarket.com

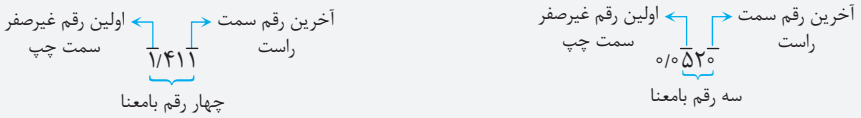
**خط‌کش ۲:** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۰/۵ cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۰/۵ cm است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خط‌کش به‌صورت ±۰/۲۵ cm بیان می‌شود که باید به‌صورت ±۰/۳ cm گِرد شود (در این روند گرد کردن، باید به‌سمت بالا گرد کنید). بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را ۳/۷ cm ± ۰/۳ cm بیان کرد. اگر نتیجهٔ اندازه‌گیری را به‌صورت ۳/۷ cm ± ۰/۲۵ cm بیان کنید هر چند از نظر ریاضیات مشکلی ندارد ولی از نظر محاسبه‌های فیزیکی نادرست است، زیرا رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یک‌دیگر هم‌خوانی ندارد.

**خط‌کش ۳:** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۱mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱mm است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خط‌کش، ±۰/۵ mm یا ±۰/۰۵ cm است. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را ۳/۶۸ cm ± ۰/۰۵ cm یا ۳۶/۸ mm ± ۰/۵ mm بیان کرد.

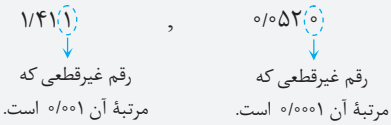
## ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی

رقم‌هایی را که بعد از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می‌کنند، **رقم‌های بامعنا** می‌گویند. در رابطه با این موضوع به موارد زیر توجه کنید:

۱ برای شمارش ارقام معنادار از اولین عدد (غیرصفر) سمت چپ شروع می‌کنیم و تا آخرین رقم سمت راست (حتی صفرها) پیش می‌رویم. به‌عنوان مثال عدد ۱/۴۱۱ دارای چهار رقم بامعنا و عدد ۰/۰۵۲۰ دارای سه رقم بامعنا می‌باشد.




۲ آخرین رقم معنادار سمت راست را رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گویند. به‌عنوان مثال در اعداد ۱/۴۱۱ و ۰/۰۵۲۰ داریم:




۳ در مقایسهٔ دو اندازه‌گیری، بدیهی است که هرچه مرتبهٔ رقم غیرقطعی کوچک‌تر باشد، یعنی حدس کم‌تری در اندازه‌گیری داشته‌ایم و اندازه‌گیری با وسیلهٔ دقیق‌تری انجام شده است.

## دقت و خطای اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با وسایل دیجیتالی (رقمی) انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت موردنظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:

۱ در این دستگاه‌ها، یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود **معادل با دقت و خطای دستگاه** است. به‌عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی مقابل را درنظر بگیرید:

در این شکل‌ها، خطای دماسنج شکل (۱) که عدد ۲۶/۸°C را می‌خواند برابر ±۰/۱°C و خطای دماسنج شکل (۲) که عدد ۳۲°C را می‌خواند برابر ±۱°C است.

۲ در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

عدد دماسنج (۱): ۲۶/۸°C ±۰/۱°C
(رقم غیر قطعی ← ۸، خطای اندازه‌گیری ← ±۰/۱°C)

عدد دماسنج (۲): ۳۲°C ±۱°C
(رقم غیر قطعی ← ۲، خطای اندازه‌گیری ← ±۱°C)

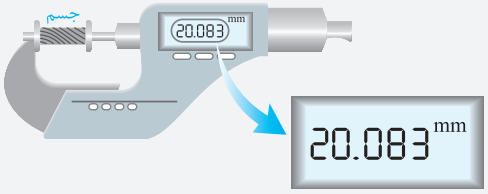
۳ در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

۲۶/۸ − ۰/۱ ≤ عدد واقعی دما در دماسنج (۱) ≤ ۲۶/۸ + ۰/۱
۲۶/۷°C ≤ عدد واقعی دما در دماسنج (۱) ≤ ۲۶/۹°C

۴ در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سرجای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. به‌طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتال به صورت ۱۸/۰۶۳ mm گزارش شود، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

۱۸/۰۶۳ —محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری→ ۰/۰۰۱ mm یا ۰/۰۰۰۱ mm

**تمرین ۲** ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت بسیار زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. در رابطه با این ریزسنج، به موارد زیر پاسخ دهید:




**الف)** این اندازه‌گیری چند رقم بامعنا دارد؟

**ب)** رقم غیرقطعی در این اندازه‌گیری کدام است؟

**ج)** دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

**د)** نمایش واقعی این عدد به چه صورت است؟

**ه)** طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

**پاسخ الف)** همان‌طور که می‌دانید، رقم‌هایی که پس از اندازه‌گیری برای نمایش عدد موردنظر به‌کار می‌رود، ارقام بامعنا نام دارند. این اندازه‌گیری با ۵ رقم نمایش داده شده است، بنابراین ۵ رقم بامعنا دارد.

اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← ۲۰٫۰۸۳ mm → آخرین رقم سمت راست

پنج رقم بامعنا

**ب)** آخرین رقم سمت راست را رقم غیرقطعی گویند، بنابراین داریم:

۲۰٫۰۸۳ mm

رقم غیرقطعی

**ج)** با توجه به این‌که نمایش عدد موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت و خطای اندازه‌گیری آن از مرتبهٔ آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی مرتبهٔ رقم غیرقطعی بوده و برابر ۰٫۰۰۱mm است.

**د)** با توجه به خطای اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

$۲۰٫۰۸۳\,mm \pm ۰٫۰۰۱\,mm$

خطای دستگاه اندازه‌گیری

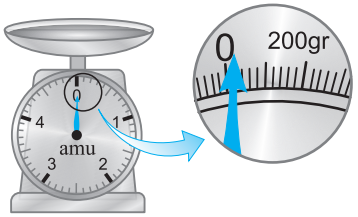
**ه)** طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$۲۰٫۰۸۳\,mm - ۰٫۰۰۱\,mm \le$ طول واقعی $\le ۲۰٫۰۸۳\,mm + ۰٫۰۰۱\,mm \rightarrow ۲۰٫۰۸۲\,mm \le$ طول واقعی $\le ۲۰٫۰۸۴\,mm$

دقتِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارشِ مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری‌شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودنِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

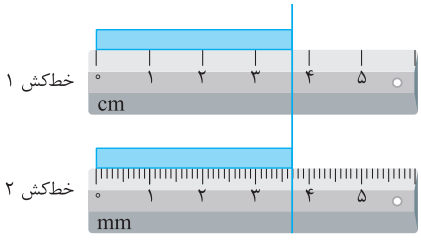
**۴۳ ۳** با توجه به خلاصه نکات (۴)، برای وسایل درجه‌بندی شده، $\pm\frac{۱}{۲}$ برابر کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی مثبت و منفی یک واحد ($\pm۱$) از آخرین رقمی که خوانده می‌شود برابر خطای اندازه‌گیری آن‌ها می‌باشد.

**۴۴ ۱** همان‌گونه که در صفحهٔ ترازو می‌بینیم، فاصلهٔ بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت برابر ۲۰gr است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر ۲۰gr یا $۲\times۱۰^{۷}\,\mu g$ است.




**۴۵ ۱** در گزارش عدد $۶٫۷۴mm \pm ۰٫۰۵mm$، رقم‌های ۶، ۷ و ۴ که در اندازه‌گیری ثبت شده‌اند، ارقام بامعنا هستند. به آخرین رقم با معنای ثبت شده، یعنی رقم ۴، رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گوییم. هم‌چنین عبارت $\pm۰٫۰۵mm$، نمایانگر خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری است.

**۴۶ ۳** **خط‌کش ۱:** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۱cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱cm است. مطابق قاعده‌ای که در خلاصه نکات (۴)، به آن اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خط‌کش به‌صورت $\pm\frac{۱}{۲}\times ۱cm = \pm۰٫۵\,cm$ بیان می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را $۳٫۷\,cm \pm ۰٫۵\,cm$ یا $۳۷mm \pm ۵mm$ بیان کرد.




**خط‌کش ۲:** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش، برابر ۱mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱mm است. مطابق قاعده‌ای که اشاره کردیم، خطای اندازه‌گیری توسط این خط‌کش، $\pm۰٫۵\,mm$ یا $\pm۰٫۰۵\,cm$ است. بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را $۳٫۶۸\,cm \pm ۰٫۰۵\,cm$ یا $۳۶٫۸\,mm \pm ۰٫۵\,mm$ بیان کرد.

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

gajmarket.com

**۴۷ ۳** کوچک‌ترین تقسیم‌بندی این ترازوی مدرج، برابر یک گرم است. بنابراین خطای اندازه‌گیری آن برابر $\pm\frac{۱}{۲}\times ۱ = \pm ۰/۵\,gr$ می‌باشد. هم‌چنین با توجه به این‌که دستگاه تا یک گرم، می‌تواند جرم جسم را اندازه بگیرد، بنابراین یک مرتبه کوچک‌تر، یعنی مرتبهٔ یک دهم را می‌توانیم خودمان با نگاه کردن به ترازوی مدرج حدس بزنیم. بنابراین عدد نشان داده شده می‌تواند به‌صورت زیر باشد:

(گزینهٔ ۳) $۴/۲\,gr \pm ۰/۵\,gr$

$۴/۲\,gr$: رقم غیرقطعی — $\pm ۰/۵\,gr$: خطای اندازه‌گیری وسیله

**۴۸ ۴** در این حالت، خطای اندازه‌گیری برابر $\pm ۰/۰۵\,gr \left(= \pm\frac{۱}{۲}\times ۰/۱\right)$ می‌باشد و مشابه با استدلال پاسخ سؤال قبل، نمایش درست می‌تواند به‌صورت زیر باشد:

(گزینهٔ ۴) $۴/۲۱\,gr \pm ۰/۰۵\,gr$

$۴/۲۱\,gr$: رقم غیرقطعی — $\pm ۰/۰۵\,gr$: خطای اندازه‌گیری وسیله

**۴۹ ۳** در خط‌کش سانتی‌متری که کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن برابر $۱\,cm$ است، خطای وسیلهٔ اندازه‌گیری برابر $\pm\frac{۱}{۲}\,cm = \pm ۰/۵\,cm$ است. بنابراین مقدار اندازه‌گیری شده به‌صورت $۲۲/۳\,cm \pm ۰/۵\,cm$ نشان داده می‌شود که طول واقعی جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$۲۲/۳\,cm - ۰/۵\,cm \le \text{طول واقعی جسم} \le ۲۲/۳\,cm + ۰/۵\,cm \Rightarrow ۲۱/۸\,cm \le \text{طول واقعی جسم} \le ۲۲/۸\,cm$$

**۵۰ ۲** ضخامت جسم برابر $۲/۴۵\times ۱۰^{-۳}\,m$ یا $۲/۴۵\,mm$ اندازه‌گیری شده است. از بین موارد مطرح شده، فقط عدد اندازه‌گیری شده توسط کولیس می‌تواند به این صورت گزارش شود، زیرا تا مرتبهٔ $۰/۱\,mm$ را اندازه‌گیری کرده و فقط یک رقم غیرقطعی (حدسی) دارد.

$۲/۴۵\times ۱۰^{-۳}\,m = ۲/۴۵\,mm$

$۵$: رقم غیر قطعی (حدسی)

**تذکر**

طبق صورت سؤال، دقت اندازه‌گیری کولیس برابر $۰/۱\,mm$ است.

**۵۱ ۳** کمینهٔ درجه‌بندی این خط‌کش برابر $۰/۵\,cm$ است، در نتیجه دقت آن برابر $۰/۵\,cm$ و خطای اندازه‌گیری آن برابر $\pm\frac{۱}{۲}\times ۰/۵ = \pm ۰/۲۵\,cm$ بیان می‌شود که باید به صورت $\pm ۰/۳\,cm$ گرد شود (در این روند گرد کردن، باید به سمت بالا گرد کنید). بنابراین می‌توان نتیجهٔ اندازه‌گیری توسط این خط‌کش را به صورت $۴/۷\,cm \pm ۰/۳\,cm$ بیان کرد.

**دقت:** اگر نتیجهٔ این اندازه‌گیری را به صورت $۴/۷\,cm \pm ۰/۲۵\,cm$ بیان کنید، هر چند از لحاظ ریاضیات مشکلی ندارد ولی از لحاظ محاسبات فیزیکی نادرست است، زیرا مرتبهٔ رقم غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری با یک‌دیگر هم‌خوانی ندارد.

**۵۲ ۱** با توجه به شکل داده شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر $۵^\circ C$ می‌باشد. بنابراین خطای اندازه‌گیری این وسیله $\pm\frac{۱}{۲}$ کوچک‌ترین تقسیم‌بندی آن، یعنی برابر $\pm\frac{۱}{۲}\times ۵ = \pm ۲/۵^\circ C$ می‌باشد که باید به‌صورت $\pm ۳^\circ C$ گرد شود. از طرفی دمای موردنظر بین $۲۵^\circ C$ تا $۳۰^\circ C$ است، در نتیجه نمایش عدد موردنظر به‌صورت $۲۷^\circ C \pm ۳^\circ C$ می‌تواند باشد.

* دقت شود که فقط یک رقم مشکوک و غیرقطعی می‌توانیم داشته باشیم و نمی‌توان $۲۷/۲^\circ C$ را اعلام کرد.

**۵۳ ۳** دقت اندازه‌گیری این کولیس برابر $۰/۱\,mm$ است و در نتیجه خطای اندازه‌گیری آن برابر $\pm ۰/۰۵\,mm$ خواهد بود. برای حل این سؤال، دقت و خطای اندازه‌گیری در هر یک از گزینه‌ها را به‌صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم تا با دقت و خطای این کولیس برابر باشند.

(۱)

$$۲/۱۲\,mm \pm ۰/۰۵\,mm \Rightarrow \text{خطا} = \pm ۰/۰۵\,mm \quad ، \quad \text{دقت} = ۲\times ۰/۰۵ = ۰/۱\,mm$$

$۲$: رقم حدسی

(۲)

$$۳/۱۲۴\,cm \pm ۰/۰۰۵\,cm \Rightarrow \text{خطا} = \pm ۰/۰۰۵\,cm = \pm ۰/۰۵\,mm \quad ، \quad \text{دقت} = ۲\times ۰/۰۰۵ = ۰/۰۱\,cm = ۰/۱\,mm$$

$۴$: رقم حدسی

(۳)

$$۰/۰۴۷۸\,dm \pm ۰/۰۰۵\,dm \Rightarrow \text{خطا} = \pm ۰/۰۰۵\,dm = \pm ۰/۵\,mm \quad ، \quad \text{دقت} = ۲\times ۰/۰۰۵ = ۰/۰۱\,dm = ۱\,mm$$

$۸$: رقم حدسی

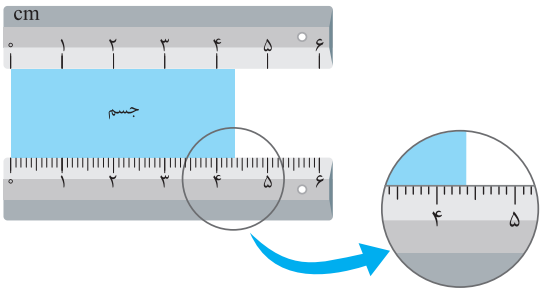
در این گزینه خطا به اشتباه گزارش شده است و گزارش صحیح به صورت $۰/۰۴۷۸\,dm \pm ۰/۰۰۰۵\,dm$ خواهد بود.

(۴)

$$۰/۰۰۶۷۲\,m \pm ۰/۰۰۰۰۵\,m \Rightarrow \text{خطا} = \pm ۰/۰۰۰۰۵\,m = \pm ۰/۰۵\,mm \quad ، \quad \text{دقت} = ۲\times ۰/۰۰۰۰۵ = ۰/۰۰۰۱\,m = ۰/۱\,mm$$

$۲$: رقم حدسی

**۵۴** **۲** موضوع مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که هر چه وسیلهٔ اندازه‌گیری دقیق‌تر باشد، خطای اندازه‌گیری کم‌تر بوده و طول اندازه‌گیری شده به طول واقعی جسم نزدیک‌تر است. در این سؤال چون خطکش میلی‌متری دقیق‌تر از خطکش سانتی‌متری است، بنابراین محدودهٔ طول واقعی جسم را خطکش میلی‌متری تعیین می‌کند.




$$\text{مقدار اندازه‌گیری شده توسط خطکش میلی‌متری} = ۴۳/۸\text{mm} \pm ۰/۵\text{mm}$$

$$\Rightarrow ۴۳/۸\text{mm} - ۰/۵\text{mm} \le \text{طول واقعی} \le ۴۳/۸\text{mm} + ۰/۵\text{mm}$$

$$\Rightarrow ۴۳/۳\text{mm} \le \text{طول واقعی} \le ۴۴/۳\text{mm}$$

**۵۵** **۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

**۱)** همان‌طور که می‌دانید، رقم‌هایی که پس از اندازه‌گیری برای نمایش عدد موردنظر به‌کار می‌رود، ارقام بامعنا نام دارند. این اندازه‌گیری با ۵ رقم نمایش داده شده است، بنابراین ۵ رقم بامعنا دارد.

$۲۰/۰۸۳\,\text{mm}$ (اولین رقم غیرصفر سمت چپ ← ، → آخرین رقم سمت راست، ۵ رقم بامعنا)

هم‌چنین آخرین رقم سمت راست را رقم غیرقطعی گویند، بنابراین عدد ۳ در گزارش این اندازه‌گیری رقم غیرقطعی محسوب می‌شود.

$۲۰/۰۸۳\,\text{mm}$ (رقم غیرقطعی ←)

**۲)** با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت و خطای اندازه‌گیری آن از مرتبهٔ آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی مرتبهٔ رقم غیرقطعی بوده و برابر $۰/۰۰۱\text{mm}$ است.

**۳)** با توجه به خطای اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

$۲۰/۰۸۳\,\text{mm} \pm ۰/۰۰۱\,\text{mm}$ (خطای دستگاه اندازه‌گیری ←)

**۴)** طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$۲۰/۰۸۳\,\text{mm} - ۰/۰۰۱\,\text{mm} \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۳\,\text{mm} + ۰/۰۰۱\,\text{mm} \rightarrow ۲۰/۰۸۲\,\text{mm} \le \text{طول واقعی} \le ۲۰/۰۸۴\,\text{mm}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

**۵۶** **۲** برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحدِ داده شده به‌دست می‌آید. در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر $۲/۰۰۴\,\text{mA}$ است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری}: ۰/۰۰۱\text{mA} = ۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۳}\,\mu\text{A} = ۱\,\mu\text{A}$$

از طرفی می‌دانیم در وسایل اندازه‌گیری دیجیتالی، دقت و خطای اندازه‌گیری یکسان است. بنابراین خطای اندازه‌گیری این آمپرسنج دیجیتالی برابر $\pm ۱\,\mu\text{A}$ است.

**تذکر**

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر $۱۰^{۳}$ میکروآمپر است.

$$۱\text{mA} = ۱۰^{-۳}\,\text{A} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{۶}\,\mu\text{A} = ۱۰^{۳}\,\mu\text{A} \Rightarrow ۱\text{mA} = ۱۰^{۳}\,\mu\text{A}$$

**۵۷** **۳** برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب کیلوگرم، با توجه به این‌که عدد گزارش شده شامل سه رقم اعشار است، دقت اندازه‌گیری آن به‌اندازهٔ $۰/۰۰۱$ واحد نوشته شده در جلوی عدد است:

$$۲/۴۰۰\,\text{kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری}: ۰/۰۰۱\,\text{kg}$$

(دقت: $۰/۰۰۱\,\text{kg}$)

از طرفی برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی B برحسب گرم (gr)، ابتدا دقت اندازه‌گیری آن را برحسب واحد نوشته شده در جلوی عدد، یعنی kg، به‌دست می‌آوریم و سپس دقت اندازه‌گیری آن را برحسب گرم محاسبه می‌کنیم:

$$۴/۹۰۱۰\,\text{kg} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری}: ۰/۰۰۰۱\,\text{kg} = ۰/۰۰۰۱ \times (۱۰^{۳}\,\text{gr}) = ۰/۱\,\text{gr}$$

(دقت: $۰/۰۰۰۱\,\text{kg}$)

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

**سؤال** **به‌نظر شما دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب گرم چه‌قدر است؟**

gajmarket.com

**۵۸ ۱** کم‌ترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است.
از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کم‌ترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است. ← ۱۲ : ۰۰ : ۰۰ (ثانیه)

دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است. ← ۱۲ : ۰۰ : ۰۰ (ساعت، دقیقه)

**۵۹ ۳** ابتدا باید دقت شود، آن اندازه‌گیری دقیق‌تر است که مقادیر کوچک‌تری را بتواند اندازه بگیرد و مرتبهٔ رقم غیرقطعی در آن کوچک‌تر باشد. برای بررسی راحت‌تر، مرتبهٔ رقم غیرقطعی در هر یک از اندازه‌گیری‌ها را برحسب متر به دست می‌آوریم:

**اندازه‌گیری (الف):**

$۰/۰۱\text{km} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{۳}\,\text{m} = ۱۰\,\text{m}$ : مرتبهٔ رقم غیرقطعی $\Rightarrow$ $۸/۷۹\text{km} = ۸/۷۹$ (مرتبهٔ رقم غیرقطعی: $۰/۰۱\text{km}$)

**اندازه‌گیری (ب):**

$۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm} = ۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{-۳}\,\text{m} = ۱\,\text{m}$ : مرتبهٔ رقم غیرقطعی $\Rightarrow$ $۸/۷۹۰ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm} = ۸/۷۹۰ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm}$ (مرتبهٔ رقم غیرقطعی: $۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm}$)

**اندازه‌گیری (پ):**

$۱\text{cm} = ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m}$ : مرتبهٔ رقم غیرقطعی $\Rightarrow$ $۷۸۹۰۰۰\text{cm}$

**اندازه‌گیری (ت):**

$۱۰^{-۱}\,\text{m}$ : مرتبهٔ رقم غیرقطعی $\Rightarrow$ $۸/۷۹۰۰ \times ۱۰^{۳}\,\text{m}$ (مرتبهٔ رقم غیرقطعی: $۰/۰۰۰۱ \times ۱۰^{۳}\,\text{m}$)

بنابراین مرتبهٔ رقم غیرقطعی در اندازه‌گیری (پ) از همه کوچک‌تر و دقت اندازه‌گیری در آن بیشتر می‌باشد.

**۶۰ ۱** هرچه دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری کم‌تر باشد، خطای اندازه‌گیری آن وسیله بیشتر است. در این سؤال، با توجه به این‌که مرتبهٔ رقم غیرقطعی در اندازه‌گیری (الف) بیشتر است، بنابراین دقت اندازه‌گیری در (الف) کم‌تر و در نتیجه خطای آن بیشتر از سایر اندازه‌گیری‌ها می‌باشد.

**۶۱ ۴** خطای اندازه‌گیری گزارش‌شده برابر $\pm ۰/۰۰۱\text{kg}$ است. (خطای اندازه‌گیری)

$۴/۷۵۶\text{kg} \pm ۰/۰۰۱\text{kg}$

هر دو حالتِ رقمی بودن یا مدرج بودن وسیلهٔ اندازه‌گیری را بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** اگر وسیلهٔ اندازه‌گیری از نوع رقمی (دیجیتالی) باشد، دقت اندازه‌گیری هم برابر $۰/۰۰۱\text{kg}$ خواهد بود و در نتیجه گزینهٔ (۲) می‌تواند صحیح باشد.

**حالت دوم:** اگر این وسیله از نوع مدرج باشد، دقت اندازه‌گیری آن ۲ برابر مقدار خطا، یعنی برابر $۰/۰۰۲\text{kg}$ خواهد بود و در نتیجه گزینهٔ (۳) هم می‌تواند صحیح باشد.

**۶۲ ۲** هنگامی‌که فرد در مکان B قرار دارد، به‌صورت عمود بر جسم، عدد نشان داده شده توسط خط‌کش را می‌بیند. از این‌رو عدد خوانده شده در این حالت به‌طول واقعی جسم نزدیک‌تر است.

**۶۳ ۲** اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایر اندازه‌گیری‌ها خیلی زیاد است (داده‌های پرت)، بنابراین از آن‌ها صرف‌نظر کرده و برای داده‌های باقی‌مانده، به‌صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{طول جسم} = \frac{۸/۲ + ۸/۳ + ۸/۴ + ۸/۳}{۴} = ۸/۳\,\text{cm}$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک خط‌کش مدرج برحسب سانتی‌متر انجام شده و با توجه به خطای اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{طول جسم} = ۸/۳ \underbrace{\pm ۰/۵\,\text{cm}}_{\text{خطای اندازه‌گیری}}$$

**۶۴ ۴** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

## خلاصه نکات ۵ — تخمین (برآورد) مرتبه بزرگی — (تست‌های ۶۴ تا ۷۶)

گاهی اوقات برای شناخت بهتر یک موضوع و کمیت‌های وابسته به آن، نیاز داریم اندازه‌ای هرچند غیر دقیق و تقریبی از یک کمیت داشته باشیم. در این موارد از تخمین یا برآورد استفاده می‌کنیم. به طور مثال عدد ۳/۷ را حدوداً ۴ تخمین می‌زنیم.

نوعی از تخمین که در فیزیک کاربرد دارد، **برآورد یا تخمین مرتبهٔ بزرگی** یک عدد نامیده می‌شود. برای این نوع از تخمین، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا عدد داده شده را به‌صورت نمادگذاری علمی نمایش می‌دهیم:

عدد موردنظر: $a \times ۱۰^{n} \quad (۱ \le a < ۱۰)$

**گام دوم:** در نهایت دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

حالت اول: عدد $۱ \le a < ۵$ باشد $\Leftarrow$ برای تعیین مرتبهٔ بزرگی، به‌جای a، عدد ۱ را قرار می‌دهیم.

حالت دوم: عدد $۵ \le a < ۱۰$ باشد $\Leftarrow$ برای تعیین مرتبهٔ بزرگی، به‌جای a، عدد ۱۰ را قرار می‌دهیم.

به‌طور مثال به تخمین مرتبهٔ بزرگی اعداد زیر توجه کنید:

$۷۶۴ = ۷/۶۴ \times ۱۰^{۲} \sim ۱۰ \times ۱۰^{۲} = ۱۰^{۳}$ (یعنی عدد ۷۶۴ به سمت ۱۰۰۰ تمایل دارد.)

این عدد بزرگ‌تر از ۵ است، بنابراین به‌جای آن، عدد ۱۰ را قرار می‌دهیم.

$۱۲۶ = ۱/۲۶ \times ۱۰^{۲} \sim ۱ \times ۱۰^{۲} = ۱۰^{۲}$ (یعنی عدد ۱۲۶ به سمت ۱۰۰ تمایل دارد.)

به‌جای آن، عدد ۱ را قرار می‌دهیم.

$۰/۰۰۲۸۷ = ۲/۸۷ \times ۱۰^{-۳} \sim ۱ \times ۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۳}$

این عدد کوچک‌تر از ۵ است، بنابراین آن را ۱ درنظر می‌گیریم.

برای درک بهتر این موضوع، به تمرین زیر توجه کنید:

**تمرین ۱** **مرتبهٔ بزرگی تعداد کل تپش‌های قلب یک انسان عادی، در طول زندگی آن، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟** (تألیفی)

۱) $۱۰^{۹}$ ۲) $۱۰^{۱۲}$ ۳) $۱۰^{۱۵}$ ۴) $۱۰^{۱۸}$

**پاسخ** برای بررسی این تمرین، باید اطلاعات کلی زیر را داشته باشیم و گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** یک قلب عادی، در حالت استراحت ۷۰ بار در دقیقه تپیده و در هنگام فعالیت، مقدار تپش آن خیلی بیشتر است که در مجموع میانگین ۸۰ بار در دقیقه $(۸ \times ۱۰^{۱})$ برای آن منطقی است.

**گام دوم:** فرض کنید عمر مفید یک انسان حدوداً ۷۰ سال است که بر حسب دقیقه برابر است با:

تعداد دقیقه ساعت × تعداد ساعت روز × تعداد روز

طول عمر برحسب دقیقه $= ۷۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \sim ۱۰۰ \times ۴۰۰ \times ۲۰ \times ۵۰ = ۴ \times ۱۰^{۷}\ \text{min}$

حدوداً ۲۰ فرض کردیم. حدوداً ۴۰۰ فرض کردیم.

**گام سوم:** تعداد ضربان قلب فرد در طول عمر حدوداً برابر است با:

تعداد ضربان قلب = تعداد ضربان در هر دقیقه × طول عمر برحسب دقیقه $= (۸ \times ۱۰^{۱}) \times (۴ \times ۱۰^{۷}) = ۳۲ \times ۱۰^{۸} = ۳/۲ \times ۱۰^{۹}$

$۳/۲ \times ۱۰^{۹} \sim ۱۰^{۹}$

به جای آن ۱ می‌گذاریم

بنابراین مرتبهٔ بزرگی عدد به‌دست آمده، برابر $۱۰^{۹}$ است و گزینهٔ (۱) صحیح است.

**تذکر** در سؤالاتی که در آن‌ها مرتبهٔ بزرگی را تخمین می‌زنیم، حتی اگر اطلاعات بسیار تقریبی نیز داشته باشیم، پاسخ ما در نهایت تفاوت چندانی نخواهد کرد. به طور مثال در تمرین قبل، فرض کنید دانش‌آموز دیگری برای حل این سؤال، عمر مفید را حدود ۱۰۰ سال و تعداد ضربان قلب در هر دقیقه را ۵۰ بار لحاظ کند. در این حالت نیز می‌توان نوشت:

طول عمر بر حسب دقیقه: $۱۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \sim ۱۰۰ \times ۴۰۰ \times ۲۰ \times ۵۰ = ۴ \times ۱۰^{۷}\ \text{min}$

تعداد ضربان قلب: $(۴ \times ۱۰^{۷}) \times (۵۰) = ۲ \times ۱۰^{۹} \sim ۱ \times ۱۰^{۹} = ۱۰^{۹}$

همان طور که مشاهده می‌کنید، تفاوت چندانی در نتیجهٔ تخمین مرتبهٔ بزرگی حاصل نمی‌شود *(بنابراین با خیال راحت این سؤالا رو حل کنید).*

گاهی اوقات برای شناخت بهتر یک موضوع، لازم است اندازه‌ای نه چندان دقیق از آن داشته باشیم. در موارد زیر از تخمین یا برآورد استفاده می‌کنیم:

ـ دقت بالا در محاسبات، اهمیت چندانی نداشته باشد.

ـ زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.

ـ همه یا بخشی از داده‌های موردنیاز، در دسترس نباشد.

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۶۵ ۴** برای حل این سؤال، ابتدا هر یک از اعداد داده شده در گزینه‌ها را به صورت نمادگذاری علمی نوشته و سپس مرتبهٔ بزرگی هر یک از آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

۱) $۱۳۶ = ۱/۳۶ \times ۱۰^{۲} \sim ۱ \times ۱۰^{۲} = ۱۰^{۲}$

۲) $۰/۰۰۰۳۷۶ = ۳/۷۶ \times ۱۰^{-۴} \sim ۱ \times ۱۰^{-۴} = ۱۰^{-۴}$

۳) $۸۷۶۰۰ = ۸/۷۶۰۰ \times ۱۰^{۴} \sim ۱۰ \times ۱۰^{۴} = ۱۰^{۵}$

۴) $۰/۰۰۵۷۹۴ = ۵/۷۹۴ \times ۱۰^{-۳} \sim ۱۰ \times ۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۲}$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، فقط در گزینهٔ (۴)، تخمین مرتبهٔ بزرگی نادرست است.

**۶۶ ۴** در این سؤال، دریاچه به شکل یک استوانه فرض شده و حجم آب موجود در دریاچه برحسب متر مکعب، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$V = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \pi r^{۲} h \simeq ۳ \times (۵ \times ۱۰^{۲})^{۲} \times ۱۰ \simeq ۸ \times ۱۰^{۶}\ m^{۳} \xrightarrow{\text{مرتبهٔ بزرگی}} ۱۰^{۱} \times ۱۰^{۶} = ۱۰^{۷}\ m^{۳}$

**دقت:** عدد $\pi$ تقریباً برابر ۳ فرض شده و شعاع دریاچه $r = \frac{۱}{۲}\text{km} = ۵۰۰\text{m}$ است.

gajmarket.com

**۶۷** ۳ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** مرتبهٔ بزرگی مساحت زمین موردنظر و حجم باران باریده‌شده را به‌دست می‌آوریم:

مساحت زمین : $A = ۱۸۰\,km^۲ = ۱۸۰\times۱۰^۶\,m^۲ = ۱/۸\times۱۰^۲\times۱۰^۶\,m^۲ \sim ۱\times۱۰^۲\times۱۰^۶\,m^۲ = ۱۰^۸\,m^۲$

(۲) عدد ۱ درنظر می‌گیریم.

ارتفاع آب باران بر روی سطح زمین : $h = ۱۰\,mm = ۱۰\times۱۰^{-۳}\,m = ۱۰^{-۲}\,m$

حجم باران کل : $V_{کل} = Ah = ۱۰^۸\times۱۰^{-۲} = ۱۰^۶\,m^۳$

**گام دوم:** مرتبهٔ بزرگی حجم یک قطرهٔ باران را تخمین می‌زنیم (شعاع هر قطرهٔ باران نصف قطر آن و برابر $\frac{۴}{۲} = ۲mm$ است):

$$V_{قطره} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{۳}\pi\times(۲\times۱۰^{-۳})^۳ = \frac{۳۲}{۳}\underbrace{\pi}_{\simeq ۳}\times۱۰^{-۹} \simeq ۳۲\times۱۰^{-۹} = ۳/۲\times۱۰^{-۸} \simeq \underbrace{۱۰}_{\text{مرتبهٔ بزرگی عدد } ۳/۲}\times۱۰^{-۸}\,m^۳ = ۱۰^{-۸}\,m^۳$$

**گام سوم:** بنابراین مرتبهٔ بزرگی تعداد قطره‌های باران برابر است با:

$$\frac{V_{کل}}{V_{قطره}} \sim \frac{۱۰^۶}{۱۰^{-۸}} \sim ۱۰^{۱۴}$$

**۶۸** ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، باید اطلاعات کلی زیر را داشته باشیم و گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** یک قلب عادی، در حالت استراحت ۷۰ بار در دقیقه تپیده و در هنگام فعالیت، مقدار تپش آن خیلی بیشتر است که در مجموع میانگین ۸۰ بار در دقیقه ($۸\times۱۰^۱$) برای آن منطقی است.

**گام دوم:** فرض کنید عمر مفید یک انسان حدوداً ۷۰ سال است که برحسب دقیقه برابر است با:

تعداد دقیقه ساعت روز تعداد تعداد

طول عمر برحسب دقیقه $= ۷۰\times\underbrace{۳۶۵}_{\text{حدوداً ۴۰۰ فرض کردیم.}}\times\underbrace{۲۴}_{\text{حدوداً ۲۰ فرض کردیم.}}\times۶۰ \sim ۱۰۰\times۴۰۰\times۲۰\times۵۰ = ۴\times۱۰^۷\,min$

**گام سوم:** تعداد ضربان قلب فرد در طول عمر حدوداً برابر است با:

تعداد ضربان قلب = تعداد ضربان در هر دقیقه × طول عمر برحسب دقیقه $= (۴\times۱۰^۷)\times(۸\times۱۰^۱) = ۳۲\times۱۰^۸ = ۳/۲\times۱۰^۹$

به جای آن ۱ می‌گذاریم $\leftarrow$ (۳/۲) $\times۱۰^۹ \sim ۱۰^۹$

بنابراین مرتبهٔ بزرگی عدد به‌دست آمده، برابر $۱۰^۹$ است و گزینهٔ (۱) صحیح است.

**۶۹** ۱ همان‌طور که در پاسخ سؤال قبل مشاهده کردید، مرتبهٔ بزرگی تعداد ضربان قلب در طول عمر یک شخص برابر $۱۰^۹$ است. از سوی دیگر در هر ضربان قلب، $۷۰\,cm^۳$ خون به سرخرگ آئورت پمپاژ می‌شود و داریم:

میزان خون پمپاژ شده $= ۷۰\,cm^۳\times۱۰^۹ = \underbrace{۷}_{\text{در تخمین مرتبهٔ بزرگی، عدد ۷ را برابر ۱۰ درنظر می‌گیریم.}}\times۱۰^{۱۰}\,cm^۳ \sim ۱۰\times۱۰^{۱۰} = ۱۰^{۱۱}\,cm^۳$

مرتبهٔ بزرگی برحسب lit $= ۱۰^{۱۱}\times۱۰^{-۳}\,lit = ۱۰^۸\,lit$

**۷۰** ۱ برای تخمین مقدار گاز دی‌اکسید کربن تولیدشده در تنفس و بازدم، فرض می‌کنیم انسان در هر دقیقه ۲۰ بار تنفس کند و عمر متوسط انسان را حدود ۸۰ سال درنظر می‌گیریم.

تعداد تنفس در عمر = تعداد تنفس در دقیقه × در ساعت × در شبانه‌روز × در سال × در عمر

$= \underbrace{۲۰}_{\text{تعداد تنفس در دقیقه}}\times\underbrace{۶۰}_{\text{در ساعت}}\times۲۴\times\underbrace{۳۶۵}_{\text{در سال}}\times\underbrace{۸۰}_{\text{در عمر}} \sim ۲۰\times۵۰\times۲۵\times۴۰۰\times۱۰۰ = ۱۰^۹$

جرم دی‌اکسید کربن تولیدشده = تعداد تنفس × مقدار تولیدشده در هر بار تنفس

$= \underbrace{۱۰^۹}_{\text{تعداد تنفس}}\times\underbrace{۳۰\mu g}_{\text{مقدار تولیدشده در هر بار تنفس}} = ۳\times۱۰^{۱۰}\,\mu g = ۳\times۱۰^۴\,gr \Rightarrow$ مرتبهٔ بزرگی برحسب $gr = ۱۰^۴\,gr$

**۷۱** ۳ مدت زمانی که طول می‌کشد تا فرد از ابتدای پایهٔ اول تا پایان پایهٔ دوازدهم تحصیل کند، برابر ۱۲ سال است. حال باید این زمان را به ثانیه تبدیل کنیم.

$۱۲\,سال = ۱۲\times\underbrace{۳۶۵}_{\text{روز}}\times\underbrace{۲۴}_{\text{ساعت}}\times\underbrace{۶۰}_{\text{دقیقه}}\times\underbrace{۶۰}_{\text{ثانیه}} \sim ۱۰\times۴۰۰\times۲۰\times۵۰\times۵۰ = ۲\times۱۰^۸ \sim ۱۰^۸\,s$

**۷۲** ۲ طبق فرض سؤال، هر نفر در هر روز ۵ لیوان آب می‌نوشد.

آب آشامیدنی موردنیاز برای هر نفر در هر روز $= \underbrace{۵}_{\text{لیوان}}\times\underbrace{۲۰۰\,cm^۳}_{\text{هر لیوان}} = ۱۰۰۰\,cm^۳ = ۱\,lit$

برای تخمین آب آشامیدنی موردنیاز در ایران در مدت یک روز، جمعیت ایران را ۸۰ میلیون نفر درنظر می‌گیریم. بنابراین تخمین مرتبهٔ بزرگی کل آب آشامیدنی موردنیاز در ایران طی یک روز برابر است با:

$$\text{کل آب موردنیاز برای آشامیدن در ایران در روز} = \underbrace{(۸۰\times۱۰^{۶})}_{\text{۸۰ میلیون جمعیت}} \times ۱\text{lit} = ۸\times۱۰^{۷}\,\text{lit} \sim ۱۰\times۱۰^{۷} = ۱۰^{۸}\,\text{lit}$$

**۷۳** **۲** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** تخمین تعداد خودروهای شخصی (جمعیت ایران را ۸۰ میلیون در نظر می‌گیریم).

$$\text{تعداد خودروها} = \frac{\text{کل جمعیت ایران}}{۵} = \frac{۸۰\times۱۰^{۶}}{۵} = ۱۶\times۱۰^{۶} \Rightarrow \text{از هر ۵ نفر یک نفر خودرو شخصی دارد.}$$

**گام دوم:** محاسبهٔ مصرف بنزین یک خودرو در یک روز:

طبق صورت سؤال، یک خودرو به ازای هر ۱۰۰ کیلومتر، ۱۰ لیتر بنزین مصرف می‌کند، بنابراین در یک روز و با حرکت متوسط ۵۰ کیلومتر، تقریباً $\frac{۱۰}{۲} = ۵\text{lit}$ بنزین مصرف خواهد کرد.

**گام سوم:** تخمین کل بنزین مصرفی در ایران در یک روز:

$$\text{حجم کل بنزین مصرفی در یک روز} = \underbrace{۱۶\times۱۰^{۶}}_{\text{تعداد خودروها}} \times \underbrace{۵}_{\substack{\text{مصرف}\\ \text{یک خودرو}}} \sim ۱۰^{۸}\,\text{lit}$$

**۷۴** **۱** برای برآورد مرتبهٔ بزرگی جرم جوّ زمین، از رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$ که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید استفاده می‌کنیم. در این رابطه، به‌جای F، وزن جوّ زمین $(mg)$ و به جای A، مساحت سطح زمین $(۴\pi R^{۲})$ را قرار می‌دهیم:

$$A = ۴\pi R^{۲} \simeq ۱۳\times(۶/۴\times۱۰^{۶}\,m)^{۲} \sim ۱۰^{۱۵}\,m^{۲}$$ (تخمین مرتبهٔ بزرگی مساحت سطح زمین)

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \Rightarrow F \sim (۱۰^{۵}\,Pa)(۱۰^{۱۵}\,m^{۲}) \Rightarrow F \sim ۱۰^{۲۰}\,N$$ (تخمین مرتبهٔ بزرگی وزن کل جوّ زمین)

$$mg \sim ۱۰^{۲۰}\,N \Rightarrow m \sim ۱۰^{۱۹}\,kg$$ (تخمین مرتبهٔ بزرگی جرم کل جوّ زمین)

**۷۵** **۳** همان‌طور که می‌دانیم، واحد AU معادل با متوسط فاصلهٔ زمین از خورشید است و داریم:

$$\text{مسافت متوسط طی شده از زمین تا خورشید} = \text{تندی} \times \text{زمان}$$

$$۱/۵\times۱۰^{۱۱} = ۳\times۱۰^{۸}\times\text{زمان} \Rightarrow \text{زمان} = ۰/۵\times۱۰^{۳}\,s = ۰/۵\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۳}\,ms$$

$$\text{زمان} = ۵\times۱۰^{۵}\,ms \xrightarrow{\text{مرتبهٔ بزرگی}} ۱۰\times۱۰^{۵} = ۱۰^{۶}\,ms$$

**۷۶** **۲** برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** تخمین تعداد تارهای موی سر یک نفر:

سر انسان را مانند یک نیمکره به شعاع ۱۰cm درنظر می‌گیریم تا مساحت آن را تخمین بزنیم.

$$A = \frac{\text{مساحت کره}}{۲} = \frac{۴\pi R^{۲}}{۲} = ۲\pi R^{۲} = ۲\underbrace{\pi}_{\simeq ۳}\times(۰/۱)^{۲} \simeq ۶\times۱۰^{-۲} \sim ۱۰\times۱۰^{-۲} = ۱۰^{-۱}\,m^{۲} = ۱۰^{-۱}\times۱۰^{۶}\,mm^{۲} = ۱۰^{۵}\,mm^{۲}$$

طبق صورت سؤال، در هر میلی‌متر مربع یک تار مو وجود دارد، پس سر انسان به طور متوسط $۱۰^{۵}$ تار مو دارد.

**گام دوم:** تخمین تعداد تارهای موی سر کل مردم ایران:

$$\text{تعداد کل تارهای موی سر برای مردم ایران} = \underbrace{۸۰\times۱۰^{۶}}_{\text{جمعیت ایران}} \times \overbrace{۱۰^{۵}}^{\substack{\text{تعداد تارهای موی سر برای یک نفر}}} \sim ۱۰^{۲}\times۱۰^{۶}\times۱۰^{۵} = ۱۰^{۱۳}$$

**۷۷** **۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

**خلاصه نکات ۶** **چگالی (جرم حجمی)** **(تست‌های ۷۷ تا ۱۰۹)**

به نسبت جرم $(m)$ به حجم $(V)$ یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند. به‌عبارتی، «**جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است**» و می‌توان نوشت:

$$\text{چگالی}: \rho = \frac{\overset{\uparrow}{m}}{\underset{\downarrow}{V}} \quad \begin{matrix}\text{جرم ماده}\\ \\ \text{حجم ماده}\end{matrix} \Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv kg/m^{۳}$$

gajmarket.com

معمولاً سؤالاتی که از مبحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

**۱ تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس:** هر مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ لیتر است، بنابراین:

مترمکعب $\underset{\times ۱۰۰۰}{\overset{\div ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}}$ لیتر

- برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا $۱۰^۳$) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا $۱۰^۳$) تقسیم می‌کنیم.

**۲ تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر و برعکس:** می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است، بنابراین:

$cm^۳ \underset{\times ۱۰۰۰}{\overset{\div ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} Lit$

- برای تبدیل لیتر به سانتی‌مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا $۱۰^۳$) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا $۱۰^۳$) تقسیم می‌کنیم.

**۳ تبدیل گرم بر سانتی‌مترمکعب ($gr/cm^۳$) به کیلوگرم بر مترمکعب ($kg/m^۳$) و برعکس:** یک گرم بر سانتی‌مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

$kg/m^۳ \underset{\times ۱۰۰۰}{\overset{\div ۱۰۰۰}{\rightleftarrows}} gr/cm^۳$

- برای تبدیل $gr/cm^۳$ به $kg/m^۳$، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل $kg/m^۳$ به $gr/cm^۳$، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

**تذکر** برای مقایسهٔ چگالی دو ماده، به‌صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

در ادامه با حل سه تمرین خوب و آموزشی، مفاهیم این بخش را بهتر درک می‌کنیم.

**تمرین ۱** **جرم ۵۰ سانتی‌مترمکعب محلول یک اسید ۶۰گرم است. جرم حجمی این محلول برحسب $gr/Lit$ و $kg/m^۳$، از راست به چپ کدام است؟**

۱) ۰/۱۲, ۱/۲ ۲) ۱۲, ۱۲ ۳) ۱۲۰, ۱/۲ ۴) ۱۲۰۰, ۱۲۰۰

**پاسخ** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول** (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب $kg/m^۳$):

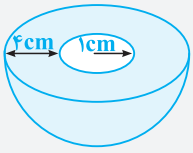
$$\begin{cases} m = ۶۰ gr \\ V = ۵۰ cm^۳ \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{۶۰}{۵۰} = ۱/۲ gr/cm^۳ \xrightarrow[\text{تبدیل } gr/cm^۳ \text{ به } kg/m^۳]{\times ۱۰۰۰} \rho = ۱۲۰۰ kg/m^۳$$

**گام دوم** (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب $gr/Lit$):

$$\begin{cases} m = ۶۰ gr \\ V = ۵۰ cm^۳ \xrightarrow[\text{تبدیل } cm^۳ \text{ به } Lit]{\div ۱۰۰۰} V = ۰/۰۵ Lit \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{۶۰}{۰/۰۵} = ۱۲۰۰ gr/Lit$$

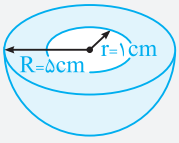
بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

**تمرین ۲** **شکل روبه‌رو نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی $۶ gr/cm^۳$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ $(g \simeq ۱۰ \frac{m}{s^۲}, \pi \simeq ۳)$**




۱) ۷/۴۴ ۲) ۱۴/۸۸ ۳) ۱/۵ ۴) ۲۹/۷۶

**پاسخ** ابتدا با کمک رابطهٔ حجم یک کره $(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)$، حجم فلز به‌کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم نیم‌کره‌های خارجی و داخلی به دست می‌آوریم که برابر است با:



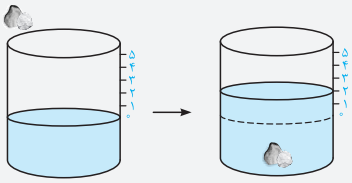

$$\text{حجم فلز}: V = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۴}{۳}\pi R^۳\right) - \frac{۱}{۲}\left(\frac{۴}{۳}\pi r^۳\right) = \frac{۲}{۳}\pi(R^۳ - r^۳) \Rightarrow V \simeq \frac{۲}{۳} \times ۳ \times (۵^۳ - ۱^۳) = ۲۴۸ cm^۳$$

در ادامه جرم این جسم به‌سادگی به‌دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = ۶ \times ۲۴۸ = ۱۴۸۸ gr = ۱/۴۸۸ kg$$

حال وزن این جسم برابر است با:

$$W = mg = ۱/۴۸۸ \times ۱۰ = ۱۴/۸۸ N \quad \text{(گزینهٔ ۲)}$$



**نکات مهم و کاربردی** معمولاً برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانهٔ مدرج استفاده می‌کنند، یعنی جسم موردنظر را درون یک استوانهٔ مدرج می‌اندازند، حجم مایع (آب) جابه‌جا شده (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می‌کنند)، برابر با حجم جسم است.

**تمرین ۳** **جرم یک گلولهٔ آهنی ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن $7800\,kg/m^3$ است. اگر گلولهٔ آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو بریم و چگالی الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟** (تجربی خارج ۹۰)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

**پاسخ** در این‌گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلولهٔ آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** (محاسبهٔ حجم گلولهٔ آهنی):

چگالی آهن: $\rho = 7800\,kg/m^3 = 7/8\,gr/cm^3$ ، جرم گلوله آهنی: $m = 3900\,gr$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{حجم گلوله: } V = \frac{m}{\rho} = \frac{3900}{7/8} = 500\,cm^3$$

**گام دوم:** (محاسبهٔ جرم الکل سرریز شده): حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

چگالی الکل: $\rho_{الکل} = 800\,gr/Lit = 0/8\,gr/cm^3$ ، حجم الکل: $V_{الکل} = 500\,cm^3$

جرم الکل: $m_{الکل} = \rho_{الکل} \times V_{الکل} = 0/8 \times 500 = 400\,gr$ (گزینهٔ ۱)

**خلاقیت حرفه‌ای ها**

با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکل سرریز شده می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{آهن} = V_{الکل} \Rightarrow \frac{m_{آهن}}{\rho_{آهن}} = \frac{m_{الکل}}{\rho_{الکل}} \Rightarrow \frac{3900}{7800} = \frac{m_{الکل}}{800} \Rightarrow m_{الکل} = 400\,gr$$

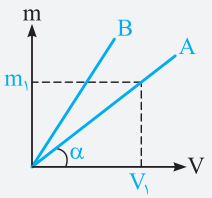
دقت شود که $gr/Lit$ و $kg/m^3$ با یک‌دیگر معادل هستند (چرا؟).

## نمودارهای مربوط به چگالی

در صورت رسم نمودار جرم یک جسم برحسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) شیب نمودار برابر با چگالی جسم است $\left(\rho_A = \tan\alpha = \frac{m_1}{V_1}\right)$.

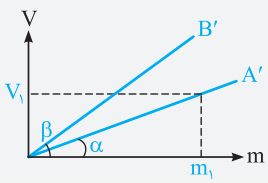
۲) هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است $(\rho_B > \rho_A)$.




**تذکر** در صورت رسم نمودار حجم یک جسم برحسب جرم آن که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:

۱) شیب نمودار برابر با عکس چگالی جسم است $\left(\tan\alpha = \frac{V_1}{m_1} = \frac{1}{\rho_{A'}}\right)$.

۲) این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کم‌تر باشد، چگالی جسم بیشتر است $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$.




با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{چگالی: } \rho = \dfrac{m}{V} \\ \text{جرم: } m = 405\,gr = 405 \times (10^{-3}\,kg) = 405 \times 10^{-3}\,kg \\ \text{حجم: } V = 150\,cm^3 = 150 \times (10^{-2}\,m)^3 = 150 \times 10^{-6}\,m^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{405 \times 10^{-3}\,kg}{150 \times 10^{-6}\,m^3} = 2700\,kg/m^3$$

**۷۸ ۱** ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی $10^{-1}\,m$ و دسی‌متر مکعب، معادل $10^{-3}\,m^3$ است.

$1(dm)^3 = 1 \times (10^{-1}\,m)^3 = 10^{-3}\,m^3$

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به‌ترتیب $kg$، $kg/m^3$ و $m^3$ است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\begin{cases} \text{جرم: } m = 5\,gr = 5 \times (10^{-3}\,kg) = 5 \times 10^{-3}\,kg \\ \text{حجم: } V = 0/002\,dm^3 = 0/002 \times (10^{-1}\,m)^3 = 2 \times 10^{-6}\,m^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 2/5 \times 10^3\,kg/m^3$$

gajmarket.com

**۷۹ ۱** دو لیتر خون معادل با $2000\,cm^3$ بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/05 = \frac{m}{2000} \Rightarrow m = 2100\,gr = 210\,dagr$$

**تذکر**

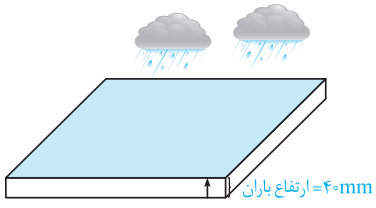
برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در $10^{-1}$ ضرب کرده‌ایم: $1\,dagr = 10^{1}\,gr \longrightarrow 1\,gr = 10^{-1}\,dagr$

**۸۰ ۳** برای تبدیل $gr/mm^3$ به $kg/cm^3$ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\rho = 0/01\frac{gr}{(mm)^3} = 0/01\times\frac{(10^{-3}\,kg)}{(10^{-1}\,cm)^3} = 0/01\times\frac{10^{-3}\,kg}{10^{-3}\,cm^3} = 0/01\,kg/cm^3$$

**توجه** هر میلی‌متر برابر با ۰/۱ یا $10^{-1}$ سانتی‌متر است.

**۸۱ ۴** **گام اول:** (محاسبهٔ حجم باران):




حجم باران بارید شده روی زمین = مساحت زمین × ارتفاع آب باران : $V$

ارتفاع باران $= 40\,mm = 4\times10^{-2}\,m$

سطح زمین $= 2500\,km^2 = 2500\times(10^3\,m)^2 = 2/5\times10^9\,m^2$

حجم باران : $V = 2/5\times10^9\times4\times10^{-2} = 10^8\,m^3$

جرم باران : $m = \rho V = 10^3\times10^8 = 10^{11}\,kg$

**گام دوم:** (محاسبهٔ جرم باران): طبق رابطهٔ چگالی داریم:

**۸۲ ۴** **گام اول:** (محاسبهٔ جرم ظرف و جرم مایع):اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر $m_{مایع}$ در نظر می‌گیریم. حال اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر $\frac{m_{مایع}}{2}$ خواهد بود. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{ظرف تا نیمه از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{2} = 240\,gr \\ \text{ظرف به طور کامل از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + m_{مایع} = 300\,gr \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{2} = 240 \\ m_{ظرف} + m_{مایع} = 300 \end{cases} \Rightarrow m_{ظرف} = 180\,gr\ ,\ m_{مایع} = 120\,gr$$

**گام دوم:** (محاسبهٔ چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می‌توان چگالی مایع را به دست آورد:

$$\rho_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{V_{مایع}} = \frac{120}{80} = 1/5\,gr/cm^3$$

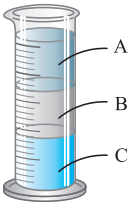
**۸۳ ۴** برای حل این سؤال می‌توان گفت، جرم مایع پرکنندهٔ ظرف برابر $240\,gr\,(=300-540)$ و جرم روغن پرکنندهٔ ظرف برابر $160\,gr\,(=300-460)$ است. از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{مایع} = V_{روغن} \Rightarrow \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} = \frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}} \Rightarrow \frac{240}{1/2} = \frac{160}{\rho_{روغن}} \Rightarrow \rho_{روغن} = 0/8\,gr/cm^3 = 800\,kg/m^3 = 800\,gr/Lit$$

**۸۴ ۲** دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی‌شود. به طور مثال فرض کنید $0/5\,kg$ آهن و $5\,kg$ چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین‌تر است)، ولی چون چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، در آب فرو نمی‌رود ولی از آن‌جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می‌رود.

در گزینهٔ (۲) نیز چون چگالی پرتقالِ با پوست، کم‌تر از آب است بر روی سطح آب شناور می‌ماند ولی چون چگالی پرتقالِ بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

**۸۵ ۴** در داخل استوانهٔ شیشه‌ای، مایعی که چگالی آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد. بنابراین جیوه که چگالی آن بیشتر از دو مایع دیگر است در کف ظرف قرار می‌گیرد.

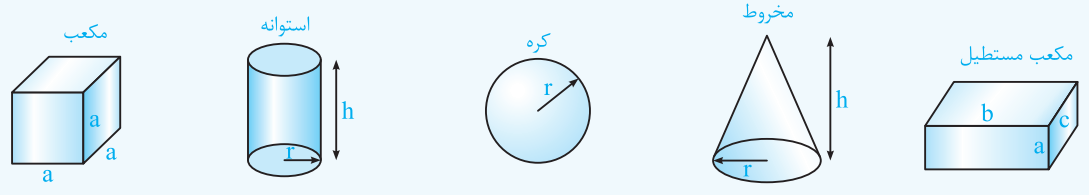



$$\rho_{جیوه} > \rho_{آب} > \rho_{روغن\ زیتون} \rightarrow \begin{cases} A: \text{روغن زیتون} \\ B: \text{آب} \\ C: \text{جیوه} \end{cases}$$

**۳ ۸۶**

**یادآوری**

حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به‌صورت زیر است، آن‌ها را به‌خاطر بسپارید:




$V = a^3$ | $V = \pi r^2 h$ | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ | $V = abc$

در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می‌کند، جرم آن ثابت می‌ماند.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 5^3\,cm^3 \quad , \quad \rho = 6\frac{gr}{cm^3} \quad , \quad m = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 6\times\frac{4}{3}\times\pi\times\underbrace{25\times 5}_{5^3} = 1000\pi\,gr \Rightarrow m = \pi kg = 3/14\,kg$$

**۲ ۸۷** باتوجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

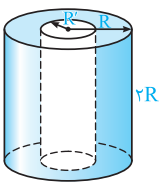
**۴ ۸۸** **گام اول:** ابتدا جرم جسم را از رابطهٔ زیر برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \underbrace{4}_{\frac{gr}{cm^3}\text{ واحد}} \times \underbrace{(2\times 2\times 2)}_{cm^3\text{ حجم مکعب برحسب}} = 32gr$$

**گام دوم:** در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به‌صورت زنجیره‌ای داریم:

$$m = 32gr = 32gr\times\frac{1\text{ قیراط}}{200\times 10^{-3}\,gr} = 160\text{ قیراط}$$

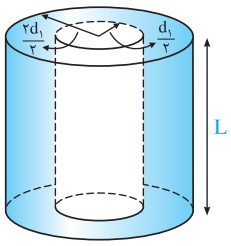
**۲ ۸۹** در طول فرایند تغییر شکل، جرم جسم ثابت می‌ماند. از طرفی چگالی ماده نیز ثابت است، در نتیجه با توجه به رابطهٔ $m = \rho V$، حجم ماده نیز در طول فرایند ثابت می‌ماند و داریم:




$$\begin{cases} V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 : \text{حجم کره (در حالت اول)} \\ V_2 = (\pi R^2 - \pi R'^2)\times 2R = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2\times R : \text{حجم استوانه (در حالت دوم)} \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi R^3 - 2\pi R'^2 R \Rightarrow 2\pi R R'^2 = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow R'^2 = \frac{1}{3}R^2 \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**۴ ۹۰** با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، به راحتی می‌توان نوشت:

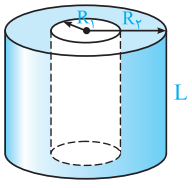



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = \rho\left(\pi\frac{d_2^2}{4} - \pi\frac{d_1^2}{4}\right)L = \frac{1}{4}\pi\rho L(d_2^2 - d_1^2)$$

$$\xrightarrow{d_2 = 2d_1} m = \frac{1}{4}\pi\rho L((2d_1)^2 - d_1^2) = \frac{3}{4}\pi\rho L d_1^2$$

**۴ ۹۱** برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1}$$




$$\begin{cases} V_1 = L\times(\pi R_2^2 - \pi R_1^2) : \text{حجم در حالت اول} \\ V_2 = 3L\times(\pi(2R_2)^2 - \pi(2R_1)^2) = 12\underbrace{L(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)}_{V_1} = 12V_1 : \text{حجم در حالت دوم} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = 12$$

$$\Rightarrow m_2 = 12m_1 \Rightarrow m_2 = 12M$$

**۲ ۹۲** با توجه به مطالب خلاصه نکات (۶)، از آن‌جایی‌که پس از قرار دادن جسم در داخل استوانه، سطح آب از $150\,cm^3$ به $154\,cm^3$ می‌رسد، می‌توان فهمید که حجم گلوله $4\,cm^3$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$V = 4\,cm^3 \quad , \quad m = 42\,gr \quad , \quad \rho = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = 10/5\ gr/cm^3$$

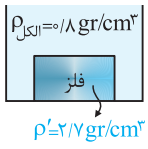
gajmarket.com

**۹۳ ۳** برای محاسبهٔ چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه‌جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حجم فلز} = \text{حجم آب جابه‌جا شده} \Rightarrow V = \text{سطح مقطع داخلی استوانه} \times \text{ارتفاع آب بالا آمده} = ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۲\,cm^۳$$

$$\text{چگالی فلز}: \rho = \frac{m}{V} = \frac{۹۰\,gr}{۱۲\,cm^۳} = ۷/۵\,gr/cm^۳ \Leftarrow \text{جرم فلز}: m = ۹۰\,gr$$

**۹۴ ۱** در این مسأله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:




$$\text{برای الکل}: \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۱۶۰}{V} \Rightarrow V = \frac{۱۶۰}{۰/۸} = ۲۰۰\,cm^۳$$

$$\text{برای قطعه فلز}: \rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{m'}{۲۰۰} \Rightarrow \text{جرم قطعه فلز}: m' = ۵۴۰\,gr$$

**خلاقیت حرفه‌ای‌ها**

حل این تست پر تکرار، به‌صورت زیر سریع‌تر انجام می‌پذیرد:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{۲/۷} = \frac{۱۶۰}{۰/۸} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۵۴۰\,gr$$

**۹۵ ۲** با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می‌شود. حال فرض کنید با قرار دادن $N$ عدد گوی در داخل ظرف، مایع به اندازهٔ $۲\,cm$ بالا می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$N \times V_{\text{گوی}} = \underbrace{V_{\text{مایع بالا آمده}}}_{Ah} \Rightarrow N \times V_{\text{گوی}} = Ah \xrightarrow{V_{\text{گوی}} = \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}} N \times \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}} = Ah \Rightarrow N \times \frac{۱۲۰}{۸} = ۶۰ \times ۲ \Rightarrow N = ۸$$

بنابراین با قرار دادن ۸ گوی در داخل ظرف، مایع تا لبهٔ ظرف بالا می‌آید.

**۹۶ ۴** ابتدا حجم واقعی فلز به‌کار رفته در ساخت کره را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$\text{حجم فلز}: V = \text{حجم کره} - \text{حجم حفره} = \frac{۴}{۳}\pi \times (۰/۱)^۳ - \frac{۴}{۳}\pi \times (۰/۰۵)^۳ \simeq ۳/۵ \times ۱۰^{-۳}\,m^۳$$

در ادامه جرم کره به سادگی از رابطهٔ $m = \rho V$ به‌دست می‌آید:

$$\text{جرم کره}: m = \underbrace{۸۰۰۰}_{\rho} \times \underbrace{۳/۵ \times ۱۰^{-۳}}_{V} = ۲۸\,kg \Leftarrow \text{چگالی فلز}: \rho = ۸\,\frac{kg}{Lit} = ۸ \times \frac{۱\,kg}{(۱۰^{-۳}\,m^۳)} = ۸۰۰۰\,kg/m^۳$$

**۹۷ ۴ گام اول:** ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع $۱۰\,cm$ و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه‌قدر است؟

$$\text{جرم مکعب بدون حفره}: m = \rho V = ۸ \times (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰) = ۸۰۰۰\,gr = ۸\,kg$$

**گام دوم:** جرم مکعب در سؤال برابر با $۶\,kg$ داده شده است، بنابراین به اندازهٔ حجم ۲ کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم ۲ کیلوگرم از فلز (یا } ۲۰۰۰\,gr \text{ از فلز)}: V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۰۰۰\,gr}{۸\,gr/cm^۳} = ۲۵۰\,cm^۳$$

بنابراین، گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۹۸ ۳ گام اول:** با توجه به جرم کرهٔ فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حجم واقعی فلز}: V_{\text{فلز}} = ۴۰۰\,cm^۳ \Leftarrow \rho = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{۱۰۸۰}{V_{\text{فلز}}}$$

**گام دوم:** حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم ظاهری کره، می‌توان نوشت:

$$\text{حجم کره}: V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \simeq \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۵^۳ = ۵۰۰\,cm^۳$$

$$\text{حجم حفره}: V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰\,cm^۳$$

$$\text{خواستهٔ مسئله}: \frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۲۰$$

**۹۹ ۱** مشابه با سؤالات قبل داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم آب خارج‌شده} = ۲۰۰\,cm^۳ \\ \text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم واقعی مکعب فلزی} + \text{حجم حفرهٔ موجود} \end{cases}$$

هم‌چنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{جرم مکعب} = ۱۴۰۰\,gr \\ \text{چگالی فلز} = ۸\,gr/cm^۳ \end{cases} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \text{حجم واقعی مکعب} = \frac{۱۴۰۰}{۸} = ۱۷۵\,cm^۳$$

در نتیجه حجم حفرهٔ موجود در مکعب برابر است با:

$$\text{حجم حفرهٔ موجود} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم واقعی} = ۲۰۰ - ۱۷۵ = ۲۵\,cm^۳$$

**۱۰۰ ۱ گام اول:** حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸۰۰۰=\frac{۴۰}{V}\Rightarrow V=۰/۰۰۵\,m^۳$$

**گام دوم:** در ادامه به‌صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم فضای خالی} = \text{حجم ظاهری مجسمه} - \text{حجم خالص برنز} = ۰/۰۵ - ۰/۰۰۵ = ۰/۰۴۵\,m^۳$$

**گام سوم:** جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{نفت}=\frac{m_{نفت}}{V_{نفت}}\xrightarrow{\rho_{نفت}=۸۰۰\,kg/m^۳} m_{نفت}=۸۰۰\times\frac{۴۵}{۱۰۰۰}=۳۶\,kg$$

(حجم فضای خالی)

**۱۰۱ ۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{وزن مکعب توپر}=m_۱g\Rightarrow ۱۰m_۱=۸\Rightarrow m_۱=۰/۸\,kg=۸۰۰\,gr\Rightarrow \text{حجم مکعب توپر}: V_۱=\frac{m_۱}{\rho}=\frac{۸۰۰}{۱۰}=۸۰\,cm^۳\\ \text{وزن مکعب توخالی}=m_۲g\Rightarrow ۱۰m_۲=۴\Rightarrow m_۲=۰/۴kg=۴۰۰gr\Rightarrow \text{حجم واقعی مکعب توخالی}: V_۲=\frac{m_۲}{\rho}=\frac{۴۰۰}{۱۰}=۴۰\,cm^۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم حفره}=۸۰-۴۰=۴۰\,cm^۳$$

**۱۰۲ ۱** با توجه به داده‌های مسأله و کمک گرفتن از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=۱/۵\rho_B\ ,\ (V_B=۵۰۰\,cm^۳\Rightarrow m_B=۲۰۰\,gr)\ ,\ (V_A=۲۰۰\,cm^۳\Rightarrow m_A=?)$$

$$\text{چگالی}: \rho=\frac{m}{V}\rightarrow \rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}=۰/۴\,gr/cm^۳\xrightarrow{\rho_A=۱/۵\rho_B}\rho_A=۱/۵\times ۰/۴=۰/۶\,gr/cm^۳$$

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_A V_A=۰/۶\times ۲۰۰=۱۲۰\,gr$$

**نگاه دیگر:** برای مقایسهٔ چگالی دو ماده با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۵=\frac{m_A}{۲۰۰}\times\frac{۵۰۰}{۲۰۰}\Rightarrow m_A=۱۲۰\,gr$$

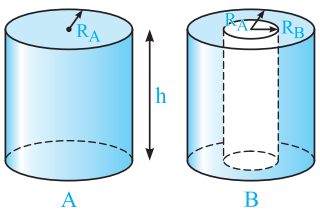
**۱۰۳ ۲** اطلاعات سؤال به‌صورت زیر است:

$$\rho_{\text{اُسمیم}}=۲۲/۵\times ۱۰^۳\,\frac{kg}{m^۳}\ ,\ \rho_{\text{مس}}=۹\,\frac{gr}{cm^۳}\xrightarrow{\text{تبدیل }\frac{kg}{m^۳}\text{ به }\frac{gr}{cm^۳}}\rho_{\text{مس}}=۹\times ۱۰^۳\,\frac{kg}{m^۳}\ ,\ V_{\text{اُسمیم}}=V_{\text{مس}}$$

حال با مقایسهٔ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ برای دو فلز داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{V_{\text{اُسمیم}}=V_{\text{مس}}}\frac{\rho_{\text{اُسمیم}}}{\rho_{\text{مس}}}=\frac{m_{\text{اُسمیم}}}{m_{\text{مس}}}\Rightarrow\frac{m_{\text{اُسمیم}}}{m_{\text{مس}}}=\frac{۲۲/۵\times ۱۰^۳}{۹\times ۱۰^۳}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

**۱۰۴ ۴** در مقایسهٔ چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم:




$$\begin{cases}m_A=m_B\\ V_A=\pi R_A^۲ h\\ V_B=\pi(R_A^۲-R_B^۲)h=\frac{۳}{۴}\pi R_A^۲ h\end{cases}\quad (R_B=\tfrac{۱}{۲}R_A)^۲$$

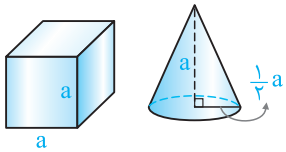
$$\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

**۱۰۵ ۳** با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱/۶\\ r_A=۳\,cm\ ,\ r_B=۶\,cm\end{cases}\xrightarrow{\text{حجم کره}: V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{V_B}{V_A}=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^۳=\left(\frac{۶}{۳}\right)^۳=۸$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۶=\frac{m_A}{m_B}\times ۸\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۱}{۵}$$

**۱۰۶ ۳** با توجه به اطلاعات سؤال، به کمک رابطهٔ $m=\rho V$ به این سؤال پاسخ می‌دهیم:



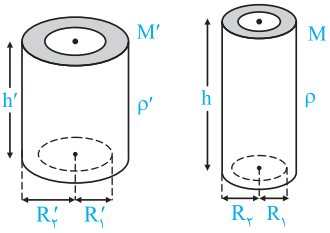

$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\times(\text{مساحت قاعده})\times(\text{ارتفاع})=\frac{۱}{۳}\left[\pi\times\frac{۱}{۴}a^۲\right]\times a=\frac{۱}{۱۲}\pi a^۳\simeq\frac{۱}{۴}a^۳$$

$$V_{\text{مکعب}}=a^۳$$

$$m=\rho V\Rightarrow\frac{m_{\text{مخروط}}}{m_{\text{مکعب}}}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}}\Rightarrow ۱=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{\frac{۱}{۴}a^۳}{a^۳}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

gajmarket.com

**۳ ۱۰۷** ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



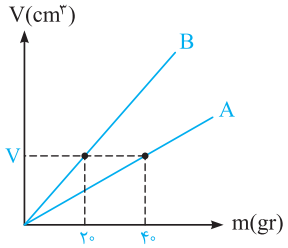

$$M = ۳M' \quad \rho = ۲\rho' \quad R'_۱ = ۳R_۱ \quad R'_۲ = ۳R_۲$$

$$\begin{cases} V' = \pi R'^{۲}_{۲}h' - \pi R'^{۲}_{۱}h' = \pi h'\left((۳R_۲)^۲ - (۳R_۱)^۲\right) = ۹\pi h'(R^۲_۲ - R^۲_۱) \\ V = \pi R^۲_۲ h - \pi R^۲_۱ h = \pi h(R^۲_۲ - R^۲_۱) \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi h(R^۲_۲ - R^۲_۱)}{۹\pi h'(R^۲_۲ - R^۲_۱)} = \frac{h}{۹h'}$$

در ادامه با کمک رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{M} \times \frac{V}{V'} \Rightarrow \frac{\rho'}{۲\rho'} = \frac{M'}{۳M'} \times \frac{h}{۹h'} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{۲۷}{۲} = ۱۳/۵$$

**۴ ۱۰۸** در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰gr و جرم B برابر ۲۰gr است و می‌توان نوشت:

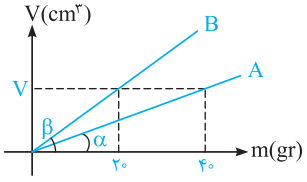



$$V_A = V_B = V$$

$$m_B = ۲۰gr \ , \ m_A = ۴۰gr$$

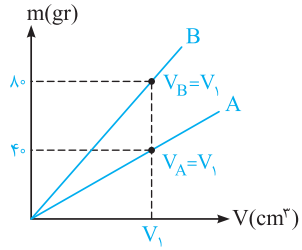
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{۴۰}{۲۰} \times \frac{V}{V} = ۲$$

**یه جور دیگه فکر کنیم:** با توجه به این‌که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار برابر عکس چگالی است و داریم:




$$\tan\theta = \frac{۱}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{۱}{\tan\theta} \Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{۱}{\tan\alpha} = \frac{۱}{\frac{V}{۴۰}} = \frac{۴۰}{V} \\ \rho_B = \frac{۱}{\tan\beta} = \frac{۱}{\frac{V}{۲۰}} = \frac{۲۰}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = ۲$$

**۳ ۱۰۹** با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:




$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = ۴۰۰۰kg/m^۳ = ۴gr/cm^۳} ۴ = \frac{۴۰}{V_A} \Rightarrow V_A = V_۱ = ۱۰cm^۳$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{۸۰}{۱۰} = ۸gr/cm^۳ \Rightarrow \begin{cases} m'_B = ۴۰۰gr \\ \rho_B = ۸gr/cm^۳ \end{cases} \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰cm^۳ = ۵۰mLit$$

(برابر $V_۱$ است)

**یه جور دیگه فکر کنیم:** با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_B = ۲\rho_A = ۲ \times ۴۰۰۰ = ۸۰۰۰kg/m^۳ = ۸gr/cm^۳$$

$$m'_B = ۴۰۰gr \Rightarrow V'_B = \frac{m'_B}{\rho_B} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰cm^۳ = ۵۰mLit$$

**۳ ۱۱۰** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

**خلاصه نکات ۷** — **چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ)** — (تست‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

در صورتی‌که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به‌طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی مادهٔ مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_{کل} = \frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}} = \frac{m_۱ + m_۲ + \dots}{V_۱ + V_۲ + \dots} \quad \begin{cases} m_۱: \text{جرم مادهٔ اول} & , V_۱: \text{حجم مادهٔ اول} \\ m_۲: \text{جرم مادهٔ دوم} & , V_۲: \text{حجم مادهٔ دوم} \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

**نکته** در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده‌ها به‌طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی‌شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

۱) در صورتی که چگالی و حجم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل}=\frac{\overbrace{(\rho_1 V_1)}^{(m_1)}+\overbrace{(\rho_2 V_2)}^{(m_2)}+\dots}{V_1+V_2+\dots}$$

۲) در صورتی که چگالی و جرم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل}=\frac{m_1+m_2+\dots}{\underbrace{(\frac{m_1}{\rho_1})}_{V_1}+\underbrace{(\frac{m_2}{\rho_2})}_{V_2}+\dots}$$

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن‌ها را کمی درک کنید.

**تمرین ۱** **چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیهٔ $V_A$ و $V_B$، برابر ۰/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر $600\,g/lit$ و چگالی مایع B برابر $800\,g/lit$ باشد، $V_A$ چند برابر $V_B$ است؟** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

**پاسخ** برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک‌تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{مایع A}: \rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_A V_A=600V_A \\ \text{مایع B}: \rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_B=\rho_B V_B=800V_B \end{cases}$$

پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=0/75\,gr/cm^3=750\,gr/Lit$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{کل}}{V_{کل}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow 750=\frac{600V_A+800V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow 750V_A+750V_B=600V_A+800V_B$$

$$\Rightarrow 150V_A=50V_B\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{1}{3}$$ (گزینهٔ ۳)

با توجه به خلاصه نکات فوق، چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطهٔ $\rho_{کل}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{کل}=1400\,kg/m^3=1/4\,gr/cm^3 \\ \rho_1=1300\,kg/m^3=1/3\,gr/cm^3 \quad , \quad V_1=300\,cm^3 \\ \rho_2=1500\,kg/m^3=1/5\,gr/cm^3 \quad , \quad V_2=? \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$1/4=\frac{(1/3\times 300)+(1/5\times V_2)}{300+V_2}\Rightarrow 420+1/4V_2=390+1/5V_2\Rightarrow \text{حجم مایع دوم}: V_2=300\,cm^3$$

**۳ ۱۱۱** با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۷)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

**۳ ۱۱۲** برای محاسبهٔ چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \rho_{کل}=\frac{m_{کل}}{V_{کل}}=\frac{m_1+m_2}{V_1+V_2} \\ V_1=\frac{1}{3}V\rightarrow m_1=\rho_1V_1=\frac{1}{3}V\rho_1 \\ V_2=\frac{2}{3}V\rightarrow m_2=\rho_2V_2=\frac{2}{3}V\rho_2 \end{cases} \Rightarrow \rho_{کل}=\frac{\frac{1}{3}\cancel{V}\rho_1+\frac{2}{3}\cancel{V}\rho_2}{\frac{1}{3}\cancel{V}+\frac{2}{3}\cancel{V}}=\frac{1}{3}\rho_1+\frac{2}{3}\rho_2=\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$$

gajmarket.com

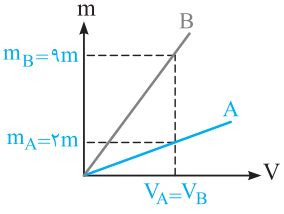
**۱۱۳ ۴** اگر جرم مخلوط را برابر m درنظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} m_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}m = \frac{۱}{۴}m \Rightarrow V_۱ = \frac{m_۱}{\rho_۱} = \frac{\frac{۱}{۴}m}{\rho_۱} = \frac{m}{۴\rho_۱} \\ m_۲ = m - \frac{۲۵}{۱۰۰}m = \frac{۷۵}{۱۰۰}m = \frac{۳}{۴}m \Rightarrow V_۲ = \frac{m_۲}{\rho_۲} = \frac{\frac{۳}{۴}m}{\rho_۲} = \frac{۳m}{۴\rho_۲} \end{cases}$$

$$\rho_{کل} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\frac{۱}{۴}m + \frac{۳}{۴}m}{\frac{m}{۴\rho_۱} + \frac{۳m}{۴\rho_۲}} = \frac{۱}{\frac{\rho_۲ + ۳\rho_۱}{۴\rho_۱\rho_۲}} = \frac{۴\rho_۱\rho_۲}{\rho_۲ + ۳\rho_۱}$$

**۱۱۴ ۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی مادهٔ B را به دست می‌آوریم:




$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان } V} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\rho_B}{۲} = \frac{۹m}{۲m} \Rightarrow \rho_B = ۹ gr/cm^۳$$

**گام دوم:** برای محاسبهٔ چگالی مخلوط از رابطهٔ $\rho_{کل} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\rho_A = ۲ gr/cm^۳ \ , \ \rho_B = ۹ gr/cm^۳ \ , \ m_B = ۳m_A$$

$$\rho_{کل} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{۴m_A}{\frac{m_A}{۲} + \frac{۳m_A}{۹}} = \frac{۴}{\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳}} = \frac{۴}{\frac{۵}{۶}} = ۴/۸ gr/cm^۳ = ۴۸۰۰ kg/m^۳$$

**۱۱۵ ۲** با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط دو ماده می‌توان نوشت: (مادهٔ ۱ طلا و مادهٔ ۲ نقره است):

$$\begin{cases} \rho_{کل} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱۳/۶ = \frac{۱۹V_۱ + ۱۰V_۲}{\underbrace{V_۱ + V_۲}_{۵cm^۳}} \Rightarrow ۱۹V_۱ + ۱۰V_۲ = ۶۸ cm^۳ \ : (I) \text{ رابطهٔ} \\ V_۱ + V_۲ = ۵ cm^۳ \ : (II) \text{ رابطهٔ} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط II ,I}} \begin{cases} ۱۹V_۱ + ۱۰V_۲ = ۶۸ \\ V_۱ + V_۲ = ۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} V_۱ = ۲cm^۳ \ , \ V_۲ = ۳cm^۳$$

$$m_{نقره} = \rho_{نقره}V_{نقره} \xrightarrow{V_{نقره} = V_۲ = ۳cm^۳} m_{نقره} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰ gr$$

**۱۱۶ ۳** با توجه به رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط چند ماده، از تقسیم کردن جرم کل مایعات بر حجم کل مایعات، چگالی مخلوط به دست می‌آید (البته اگر کاهش حجم صورت نگیرد). بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}V \ , \ V_۲ = \frac{۳۰}{۱۰۰}V \ , \ V_۳ = \left(۱ - \frac{۲۵}{۱۰۰} - \frac{۳۰}{۱۰۰}\right)V = \frac{۴۵}{۱۰۰}V$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲ + m_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲ + \rho_۳V_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳}$$

$$\Rightarrow \rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱\left(\frac{۲۵}{۱۰۰}V\right) + ۲\rho_۱\left(\frac{۳۰}{۱۰۰}V\right) + ۳\rho_۱\left(\frac{۴۵}{۱۰۰}V\right)}{V} = \left(\frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۱۳۵}{۱۰۰}\right)\rho_۱ = \frac{۲۲۰}{۱۰۰}\rho_۱ \Rightarrow \rho_{مخلوط} = ۲/۲\rho_۱$$

**۱۱۷ ۳** برای حل این سؤال، دو گام زیر را طی می‌کنیم.

**گام اول:** تبدیل یکای $\frac{\mu g.mm}{s^۲}$ به $\frac{kg.m}{s^۲}$:

$$۱۰^{۱۳}\frac{\mu g.mm}{s^۲} \xrightarrow{\text{تبدیل gr به } \mu g} ۱۰^{۱۳} \times (۱۰^{-۶} gr.m\,m/s^۲)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به g}} ۱۰^{۱۳} \times ۱۰^{-۶} \times (۱۰^{-۳} kg.m\,m/s^۲)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل m به mm}} ۱۰^{۱۳} \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{-۳} \times (۱۰^{-۳} kg.m/s^۲) = ۱۰ kg.m/s^۲$$

**گام دوم:** معادل قرار دادن دو عدد:

$$۱۰\frac{kg.m}{s^۲} = ۱۰^{-۸}\frac{kg.\boxed{x}}{s^۲} \rightarrow \boxed{x} = ۱۰^۹ m = ۱Gm$$

**۱۱۸** ۱ با توجه به این‌که a برابر حاصل جمع دو عبارت است، باید یکای آن با یکای هر یک از این عبارت‌ها برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

**گام اول:** (به دست آوردن یکای $\alpha$):

$$a = \alpha x + \beta x^{۳} \rightarrow a_{\text{یکای}} \equiv (\alpha x)_{\text{یکای}} = (\alpha_{\text{یکای}}) \times (x_{\text{یکای}})$$

$$\rightarrow \frac{mm}{\mu s^{۲}} \equiv (\alpha_{\text{یکای}}) \times cm$$

$$\rightarrow \frac{۱۰^{-۳} m}{(۱۰^{-۶} s)^{۲}} \equiv (\alpha_{\text{یکای}}) \times (۱۰^{-۲} m)$$

$$\rightarrow \alpha_{\text{یکای}} \equiv \frac{۱۰^{-۳} m}{(۱۰^{-۱۲} s^{۲}) \times (۱۰^{-۲} m)} = ۱۰^{۱۱} s^{-۲}$$

**گام دوم:** (به دست آوردن یکای $\beta$):

$$a = \alpha x + \beta x^{۳} \rightarrow a_{\text{یکای}} \equiv (\beta x^{۳})_{\text{یکای}} = (\beta_{\text{یکای}}) \times (x_{\text{یکای}})^{۳}$$

$$\rightarrow \frac{mm}{\mu s^{۲}} \equiv (\beta_{\text{یکای}}) \times (cm)^{۳}$$

$$\rightarrow \frac{۱۰^{-۳} m}{(۱۰^{-۶} s)^{۲}} \equiv (\beta_{\text{یکای}}) \times (۱۰^{-۲} m)^{۳}$$

$$\rightarrow \beta_{\text{یکای}} \equiv \frac{۱۰^{-۳} m}{(۱۰^{-۶} s)^{۲} \times (۱۰^{-۲} m)^{۳}} = \frac{۱۰^{-۳} m}{۱۰^{-۱۲} s^{۲} \times ۱۰^{-۶} m^{۳}} = ۱۰^{۱۵} s^{-۲}.m^{-۲}$$

**۱۱۹** ۳ فرض کنیم تندی انتشار امواج به صورت $v = A^{\alpha} B^{\beta}$ باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = A^{\alpha} B^{\beta} \rightarrow \text{یکای تندی} \equiv (\text{یکای A})^{\alpha} \times (\text{یکای B})^{\beta}$$

$$\rightarrow m/s \equiv (N)^{\alpha} \times (kg/m)^{\beta}$$

با توجه به رابطهٔ $F = ma$، می‌دانیم که نیوتون (N) معادل $kg.m/s^{۲}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m/s \equiv (kg.m/s^{۲})^{\alpha} \times (kg/m)^{\beta} = (kg)^{\alpha+\beta} \times (m)^{\alpha-\beta} \times \frac{۱}{s^{۲\alpha}}$$

برای آن‌که یکاها در دو طرف یکسان باشند، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} ۲\alpha = ۱ \\ \alpha - \beta = ۱ \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۲}, \beta = \frac{-۱}{۲} \rightarrow v = A^{\alpha} B^{\beta} = A^{\frac{۱}{۲}} B^{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

**دقت:** با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده برای $\alpha$ و $\beta$، مقدار $(\alpha + \beta)$ برابر صفر شده و توان kg برابر صفر می‌شود که قابل‌قبول است.

**۱۲۰** ۱ ابتدا جرم کهکشان را بر حسب گرم به دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$\text{جرم کهکشان}: m = ۱۲۰۰ GM_{\odot} \xrightarrow{\text{تبدیل } GM_{\odot} \text{ به } M_{\odot}} ۱۲۰۰ \times (۱۰^{۹} M_{\odot})$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } M_{\odot} \text{ به kg}} ۱۲۰۰ \times ۱۰^{۹} \times (۲ \times ۱۰^{۳۰} kg)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} ۱۲۰۰ \times ۱۰^{۹} \times ۲ \times ۱۰^{۳۰} \times (۱۰^{۳} gr)$$

$$= ۲۴۰۰ \times ۱۰^{۴۲} gr = ۲/۴ \times ۱۰^{۴۵} gr$$

**۱۲۱** ۴ همان‌طور که می‌دانیم، یکای نجومی (AU)، برابر میانگین فاصلهٔ خورشید تا زمین است که طبق صورت سؤال، نور آن را در مدت ۸ دقیقه طی می‌کند. حال باید به دست بیاوریم در مدت زمان یک‌سال، نور چند یکای نجومی را طی می‌کند. بنابراین ابتدا یک سال را بر حسب دقیقه محاسبه می‌کنیم.

(روز، ساعت، دقیقه)

$$۱ \text{سال} = ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ = ۵۲۵۶۰۰ \text{دقیقه}$$

در ادامه با یک تناسب، مسافتی که نور در یک سال طی می‌کند (یعنی یک سال نوری) را به دست می‌آوریم:

| مسافت (یکای نجومی) | زمان (دقیقه) |
|---|---|
| ۱ | ۸ |
| x | ۵۲۵۶۰۰ |

$$\rightarrow x = \frac{۵۲۵۶۰۰}{۸} = ۶۵۷۰۰ AU$$

gajmarket.com