به نام پروردگار مهربان

ویرایش جدید

حسابان کنکور

دهم | یازدهم | دوازدهم

سید عباس موسوی

مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی

لقمه طلایی

مهروماه

مقدمه

دوستان عزیز سلام!

بی‌مقدمه میرم سر اصل مطلب! اصل مطلب اینه که چند ماهه دیگه، یه آزمون خیلی خیلی مهم، پیش رو داری که به احتمال بالای ۵۰ درصد، در جهت‌گیری زندگی و شغل آینده‌ات تأثیر میذاره. آزمونی که کمی تا حدودی نامردیه و عادلانه نیست. در «کُنکور» شاید اولین اشتباهت، آخرین اشتباه باشه، برای همین باید تا جایی‌که میشه از اشتباهات کم کنی، مخصوصاً اشتباهات محاسباتی!! (زدم تو خال، درسته؟☺)

کتاب «لقمه حسابان کنکور» میخواد تمام مطالبی رو که به اونا احتیاج داری تا از پس سؤالات بر بیای، به طور خیلی‌خیلی جمع و جور و حساب شده و همراه بهتون هدیه کنه.

من از این‌که به مطلب و نکته جدیدی احتیاج نداری مطمئنم ولی از این‌که به حل تست‌های بیشتری برای تسلط، احتیاج نداشته باشی، نه! چرا که در قالب «وعده» و «چاشنی» مطالب رو به صورت کپسولی و مؤثر، به خوردتون می‌دیم ☺ ولی به علت محدودیت صفحات و حجم بالای مطالب، تست‌های مهم کنکوری (اکثراً از سال‌های اخیر) و تعدادی از تست‌های نکته‌دار رو به‌عنوان مثال حل کردم و در هر صورت امید دارم نمودار مسیر حرکت شما در زندگی، نموداری اکیداً صعودی ـ و نه صعودی ـ باشه.

تشکر و سپاس

در اینجـــا لازم می‌دانم از تمـــام عزیزانی که در آماده‌ســـازی این کتاب تلاش کرده‌اند، قدردانی کنم:

- جناب آقای احمد اختیاری مدیر محترم و توانمند انتشارات
- جناب آقای محمدحسین انوشه مدیر فرهیختهٔ شورای تألیف انتشارات
- جناب آقای عباس اشرفی مدیر باتدبیر گروه ریاضی
- سرکار خانم دنیا سلیمی مسئول ویراستاری
- جناب آقای مهرنوش رضوی ویراستار علمی
- گروه تولید خستگی‌ناپذیر انتشارات به مدیریت سرکار خانم سمیرا سیاوشی
- گروه هنری خلاق انتشارات به مدیریت جناب آقای محسن فرهادی

و همهٔ عزیزانی که در تهیه این کتاب ما را همراهی کردند.

ارادتمند شما
سید عباس موسوی

فهرست

فصل ۱	یادآوری	۷
فصل ۲	الگو و دنباله	۱۴
فصل ۳	معادلات گنگ و گویا	۲۷
فصل ۴	آشنایی با هندسه تحلیلی (خط)	۳۲
فصل ۵	قدر مطلق	۴۱
فصل ۶	معادله و تابع درجه ۲	۵۵
فصل ۷	توابع نمایی و لگاریتمی	۶۹
فصل ۸	مثلثات	۹۱
فصل ۹	تابع	۱۲۹
فصل ۱۰	حد و پیوستگی	۱۶۹
فصل ۱۱	مشتق	۲۱۵
فصل ۱۲	کاربرد مشتق	۲۴۳
	سؤالات کنکور ۹۸	۲۶۸
	فرمول‌نامه	۲۹۱

فصل ۳
معادلات گنگ و گویا

وعدهٔ ۱

معادلات شامل عبارات گویا

برای حل معادلات گویا (معادلاتی که متغیر در مخرج کسر ظاهر می‌شود) طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب کرده و جواب را پیدا می‌کنیم.

تذکر: ۱ جواب‌ها باید مخرج هیچ کسری را صفر **نکنند**.
۲ جواب‌ها باید با عالم واقعیت مطابقت داشته باشند، مثلاً زمان و فاصله‌ها منفی نباشند.

تست: معادلهٔ $\frac{x+8}{x^2-16} = \frac{2}{x+4} + \frac{1}{x-4}$ چند ریشه دارد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ گزینهٔ «۲»

کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها، عبارت x^2-16 است، پس:

$$(x^2-16)(\frac{1}{x-4}+\frac{2}{x+4}) = (\frac{x+8}{x^2-16})(x^2-16)$$

$$\Rightarrow x+4+2(x-4) = x+8 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

$x = 6$ قابل قبول است، زیرا مخرج هیچ کسری را صفر نمی‌کند.

تست: **اگـر بخواهیـم ۳۰۰ گـرم آب نمک ۵ درصـدی را به آب نمک ۸ درصدی تبدیل کنیم، چند گرم آب باید تبخیر شود؟**

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۱۱۱/۵ ۳) ۱۱۵/۲ ۴) ۱۱۰/۵

پاسخ **گزینهٔ «۱»**

فـرض کنیـد x گـرم آب تبخیر شـود تـا درصد نمک محلـول به ۸ درصـد برسـد. در ایـن حالت میزان نمک تغییری نمی‌کنـد، از این‌رو ابتـدا مقـدار نمک موجـود در محلول ۵ درصـدی را پیدا می‌کنیم:

$$۳۰۰\times\frac{۵}{۱۰۰}=۱۵\ \text{gr}$$

باید داشته باشیم:

$$\frac{\text{گرم نمک}}{\text{کل محلول}}=\frac{۱۵}{۳۰۰-x}=\frac{۸}{۱۰۰}$$

طرفین را در $۱۰۰(۳۰۰-x)$ ضرب می‌کنیم:

$$۱۵۰۰=۲۴۰۰-۸x\Rightarrow ۸x=۹۰۰$$

$$\Rightarrow x=\frac{۹۰۰}{۸}\text{gr}=۱۱۲/۵\text{gr}$$

۱۱۲/۵ گرم آب باید تبخیر شود.

تست: **در معادلـــه** $\frac{x}{x-۲}+\frac{۱}{x}=۳$ **حاصل‌ضـــرب ریشـــه‌ها کدام است؟** (ریاضی ۸۵)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ **گزینهٔ «۳»**

طرفین معادله را در $x(x-۲)$ ضرب می‌کنیم:

$$x^۲+x-۲=۳x(x-۲)\Rightarrow ۲x^۲-۷x+۲=۰$$

$$\Rightarrow x_۱x_۲=\frac{c}{a}=\frac{۲}{۲}=۱$$

تذکر: اعداد $x=۰$ و $x=۲$ (ریشه‌های مخرج) ریشه‌های معادلهٔ اخیر نمی‌باشند.

تست: یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟ (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

پاسخ گزینهٔ «۳»

ابتدا میزان رنگ خالص موجود در هر نوع را پیدا می‌کنیم تا میزان رنگ خالص پس از مخلوط شدن آن‌ها به‌دست آید.

$$\begin{cases} \frac{۴۰}{۱۰۰} \times ۱۱ = ۴/۴ \text{ kg} \\ \frac{۷۰}{۱۰۰} \times ۴ = ۲/۸ \text{ kg} \end{cases} \Rightarrow ۴/۴ + ۲/۸ = ۷/۲ \text{ kg}$$

فرض کنید با تبخیر محلول، x کیلوگرم از ۱۵ کیلوگرم رنگ کم شود،

پس: $$\frac{۷/۲}{۱۵-x} = \frac{۵۰}{۱۰۰} \Rightarrow ۱۴/۴ = ۱۵ - x \Rightarrow x = ۰/۶ \text{ kg}$$

وعدهٔ ۲

معادلات شامل عبارت‌های گنگ

برای حل معادلات گنگ (معادلاتی که متغیر در زیر رادیکال ظاهر می‌شود) طرفین معادله را به‌توان رسانده (معمولاً به توان فرجه‌ها یا کم‌م فرجه‌ها) تا رادیکال‌ها از بین بروند، سپس جواب‌های حاصل را در معادلهٔ اصلی امتحان می‌کنیم؛ زیرا با به توان رساندن طرفین معادله، ممکن است ریشهٔ اضافی تولید شود.

فصل ۴
آشنایی با هندسهٔ تحلیلی

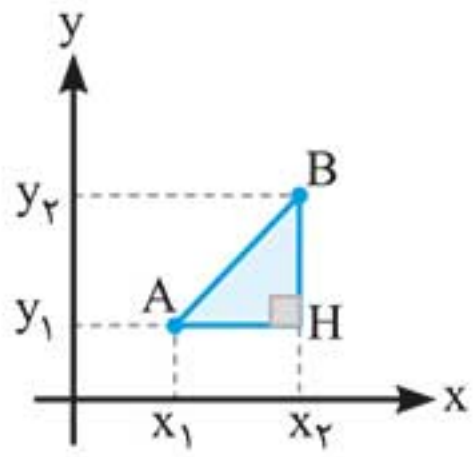
وعدهٔ ۱

فاصلهٔ بین دو نقطه

فاصلهٔ بین دو نقطهٔ $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ در صفحهٔ مختصات برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

رابطهٔ فوق از نوشتن قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHB به‌دست می‌آید.



چاشنی:

۱ معادلهٔ خط با شیب a و عرض از مبدأ b برابر $y = ax + b$ است.

۲ تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، برابر شیب خط است.

۳ اگر α زاویهٔ بین دو خط متقاطع $y = ax + b$ و $y = a'x + b'$ باشد، در این صورت داریم:

$$\tan\alpha = \left|\frac{a - a'}{1 + aa'}\right|$$

۴ سه نقطه از یک صفحه مانند $A(x_A, y_A)$، $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$ روی یک خط راست قرار دارند، هرگاه:

$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$$

تست: اگر $A(۰, ۲)$ و $B(-۱, -۲)$ باشند، معادلهٔ عمودمنصف پاره‌خط AB کدام است؟

۱) $۸x + ۲y = ۱$
۲) $۲x + ۸y = -۱$
۳) $۸x + ۲y = -۱$
۴) $۲x + ۸y = ۱$

پاسخ گزینه «۲»

عمودمنصف خطی است که بر پاره‌خطی عمود شده و آن را نصف می‌کند و هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است. حال اگر مختصات این نقطه را $P(x, y)$ فرض کنیم باید داشته باشیم: $PA = PB$

لذا:

$$\sqrt{(۰-x)^۲ + (۲-y)^۲} = \sqrt{(-۱-x)^۲ + (-۲-y)^۲}$$

با به توان دو رساندن و ساده کردن عبارت خواهیم داشت:

$$۲x + ۸y = -۱$$

چاشنی: شرط عمود بودن دو خط

اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آن‌گاه $m \cdot m' = -۱$ و برعکس.

فصل ۷
توابع نمایی و لگاریتمی

وعدهٔ ۱

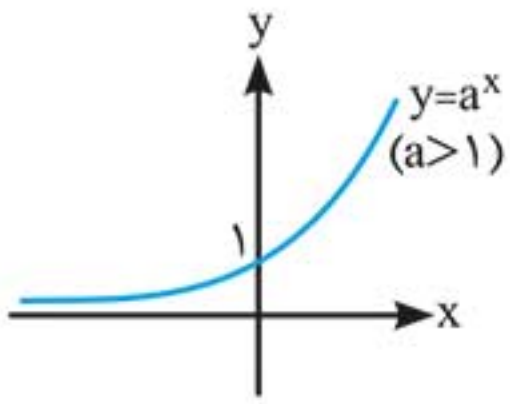
بررسی تابع نمایی $f(x)=a^x$

هر تابع با ضابطهٔ $f(x)=a^x$ که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک **تابع نمایی** می‌نامیم، مانند تابع $f(x)=۲^x$، $f(x)=\pi^x$ و $f(x)=(\frac{۱}{۵})^x$.

در حالت کلی هر تابع با ضابطهٔ $f(x)=ka^x$، **رفتار نمایی** دارد $(a\neq ۱\ ،\ a>۰\ و\ k\neq ۰)$، مانند توابع $f(x)=۳\times ۵^x$ و $f(x)=(\frac{۵}{۴})^{x+۱}$.

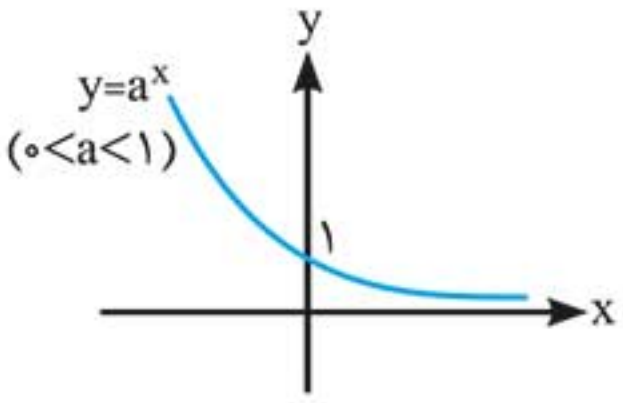
نمودار تابع نمایی به دو شکل زیر می‌تواند باشد:

ویژگی‌ها:



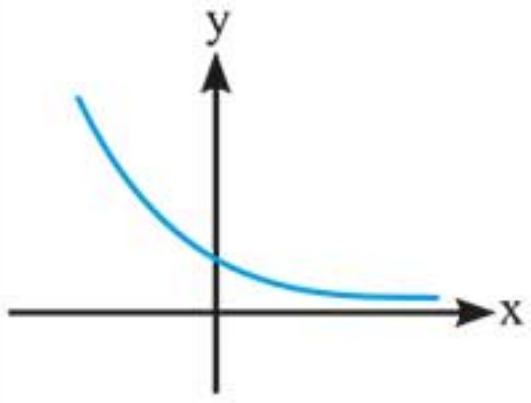
۱ تابع از نقطهٔ $(۰,۱)$ می‌گذرد.
۲ تابع اکیداً صعودی است.
۳ تابع یک‌به‌یک است.
۴ تابع همواره مثبت است.
۵ $D_f=\mathbb{R}\ ,\ R_f=(۰,+\infty)$

ویژگی‌ها:



۱ تابع از نقطهٔ $(۰,۱)$ می‌گذرد.
۲ تابع اکیداً نزولی است.
۳ تابع یک‌به‌یک است.
۴ تابع همواره مثبت است.
۵ $D_f=\mathbb{R}\ ,\ R_f=(۰,+\infty)$

تست: نمودار تابع $f(x)=(\frac{m-۲}{m+۱})^x$ به‌صورت مقابل است. محدودهٔ m کدام است؟



۱) $m>۲$

۲) $m>-۱$

۳) $-۱<m<۲$

۴) $m<۲$

پاسخ گزینهٔ «۱»

نمودار تابع اکیداً نزولی است، پس پایهٔ تابع نمایی باید بین صفر و یک باشد:

$$۰<\frac{m-۲}{m+۱}<۱\Rightarrow\begin{cases}\frac{m-۲}{m+۱}>۰ & ①\\ \frac{m-۲}{m+۱}<۱ & ②\end{cases}$$

برای حالت ① داریم:

m	$-\infty$		-۱		۲		$+\infty$
$\frac{m-۲}{m+۱}$		$+$	ت‌ت	$-$	۰	$+$	

$$\Rightarrow m<-۱ \text{ یا } m>۲$$

حالت ② را در نظر بگیرید:

$$\frac{m-۲}{m+۱}-۱<۰\Rightarrow\frac{-۳}{m+۱}<۰\Rightarrow m+۱>۰\Rightarrow m>-۱$$

اشتراک نواحی فوق برابر است با: $m>۲$

تست: داخل فیلتر تصفیه‌کننده‌ای لایه‌هایی وجود دارد که هر کدام حدود ۲۵ درصد ناخالصی‌ها را حذف می‌کند. چند لایه داخل دستگاه قراردهیم تا بیش از ۷۵ درصد از ناخالصی‌ها از بین برود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ گزینهٔ «۴»

در هر لایه ۲۵ درصد از ناخالصی‌ها حذف می‌شود و ۷۵ درصد باقی می‌ماند، پس با قرار دادن n لایه $۱۰۰\times(۰/۷۵)^n$ درصد ناخالصی در آب می‌ماند. پس $۱۰۰\times(۰/۷۵)^n$ باید کمتر از ۲۵ درصد باشد تا ۷۵ درصد ناخالصی از بین رفته باشد.

$$(۰/۷۵)^n\times۱۰۰\le۲۵\Rightarrow(\frac{۳}{۴})^n\le\frac{۱}{۴}\Rightarrow۳^n\le۴^{n-۱}$$

حال با عددگذاری در رابطهٔ بالا خواهیم داشت:

$n=۴\Rightarrow۳^۴\le۴^۳$ ✗

$n=۵\Rightarrow۳^۵\le۴^۴$ ✓

پس حداقل ۵ لایه لازم است تا بیش از ۷۵ درصد ناخالصی‌ها از بین برود.

وعدهٔ ۲

ویژگی‌های تابع نمایی

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف یک و x و y دو عدد حقیقی باشند، داریم:

۱ $a^۰=۱$

۲ $a^{-x}=\frac{۱}{a^x}$

۳ $a^x\times a^y=a^{x+y}$

۴ $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$

۵ $a^x\times b^x=(ab)^x$

۶ $\frac{a^x}{b^x}=(\frac{a}{b})^x$

۷ $(a^x)^y=a^{xy}$

۸ $a^x=a^y\xleftrightarrow[a\neq۱]{a>۰}x=y$

وعدهٔ ۹

تابع هموگرافیک

۱ تابع $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ هموگرافیک است هرگاه: $c \neq 0$ و $ad-bc \neq 0$.

۲ مجانب قائم: $x=-\frac{d}{c}$ و مجانب افقی: $y=\frac{a}{c}$.

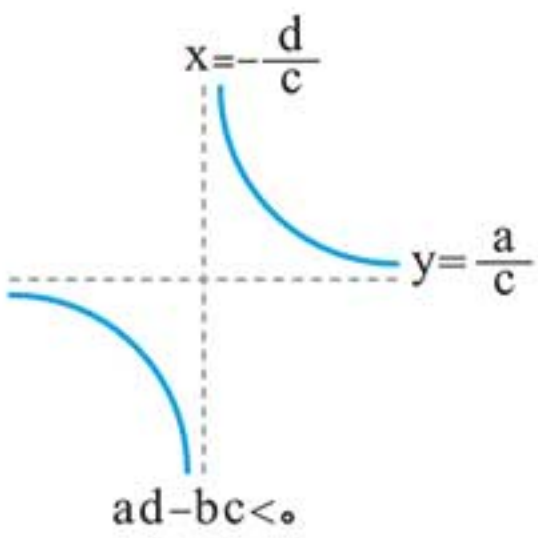
۳ محل برخورد مجانب‌ها، مرکز تقارن تابع است، یعنی:

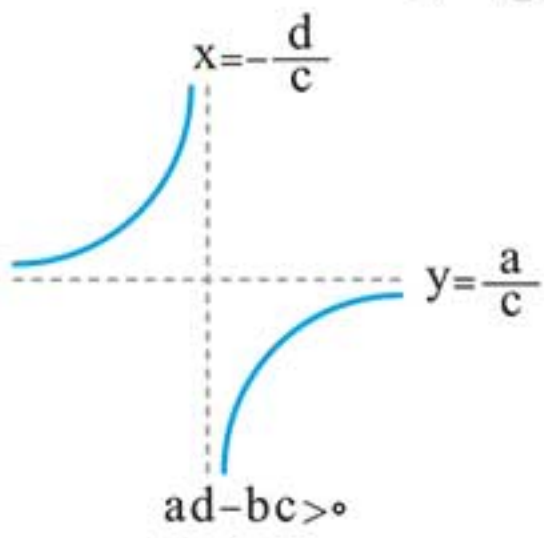
$$\text{مرکز تقارن} = w = (-\frac{d}{c}, \frac{a}{c})$$

۴ مشتق تابع به صورت $y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ است و بیانگر این مطلب است که شاخه‌ها یا اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی (هرچند تابع در $\mathbb{R}$ یکنوا نیست.)

۵ تقعر تابع در مجانب قائم آن عوض می‌شود ولی تابع نقطه عطف ندارد (پیوسته نیست).

۶ تابع دارای دو محور تقارن به شیب‌های ۱ و ۱- است که از مرکز تقارن می‌گذرند.





کاربرد مشتق

حسابان کنکور

تست: خط بـه معادله $y = x + ۴$، محـور تقـارن منحنی تابع با ضابطهٔ $y = \frac{(۲a - ۱)x + ۳}{۲x + a}$ اسـت. عـرض از مبدأ محـور تقارن دیگر آن، کدام است؟ (ریاضی۸۹)

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ گزینهٔ «۳»

مرکز تقارن تابع که محل برخورد مجانب‌های تابع است را می‌یابیم و در معادلهٔ محور تقارن قرار می‌دهیم:

مجانب قائم: $۲x + a = ۰ \Rightarrow x = \frac{-a}{۲}$

مجانب افقی: $y = \frac{۲a - ۱}{۲} = a - \frac{۱}{۲}$

مرکز تقارن: $w(-\frac{a}{۲}, a - \frac{۱}{۲})$

$$\Rightarrow a - \frac{۱}{۲} = -\frac{a}{۲} + ۴ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow w(-\frac{۳}{۲}, \frac{۵}{۲})$$

محـور تقـارن دیگـر تابع به‌صورت زیر اسـت کـه مرکز تقـارن در آن صدق می‌کند:

$$y = -x + b \Rightarrow \frac{۵}{۲} = -(-\frac{۳}{۲}) + b \Rightarrow b = ۱$$

وعدهٔ ۱۰

ارتباط بین نمودارهای f و f'

۱ در محـدوده‌ای کـه f پیوسـته و صعودی اسـت، f' مثبت اسـت و بالای محور x هاست و برعکس.

۲ در محدوده‌ای که f پیوسته و نزولی است، f' منفی است و زیر محور x هاست و برعکس.

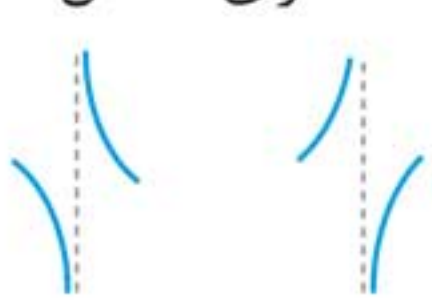
۳ در نقاط اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر f، f' صفر است بنابراین در ریشه‌های f' که محور x ها را قطع می‌کنند، f دارای اکسترمم نسبی است و برعکس.

۴ در بازه‌ای که f' صعودی است تقعر f رو به بالا و در بازه‌ای که f' نزولی است تقعر f رو به پایین است، بنابراین اکسترمم‌های f' عطف تابع f هستند. اگر f' روی محور x ها دارای اکسترمم نسبی باشد، این نقطه، عطف افقی f است و اکسترمم‌های غیرواقع بر محور x ها، عطف مایل f خواهند بود.

۵ در نقاط مشتق‌ناپذیر f (ناپیوستگی، گوشه، عطف قائم و بازگشتی)، تابع مشتق تعریف نشده است:

الف در نقطه عطف قائم f، f' به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد:

ب در نقطهٔ بازگشتی f، f' دارای انفصال ساده است و به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد:

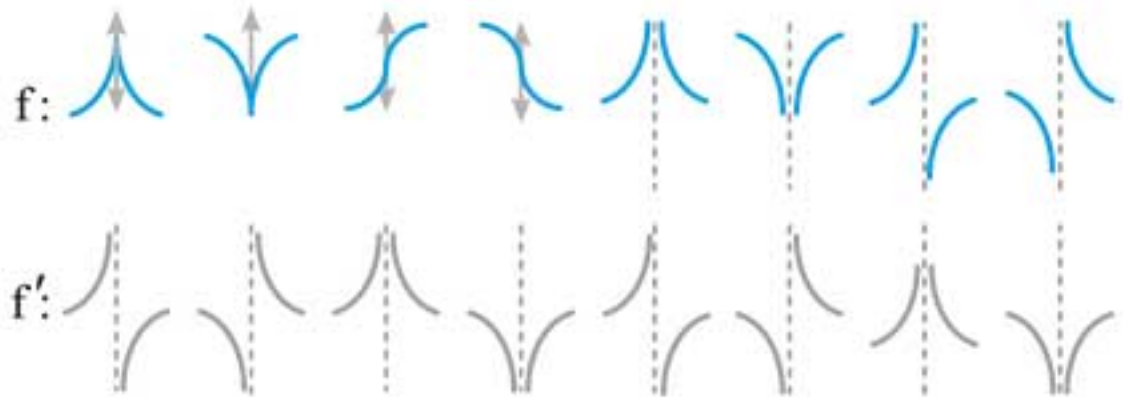


پ در نقطه گوشه f، حدهای چپ و راست f' نابرابر است.

۶ اگر f دارای مجانب قائم $x = a$ باشد، f' نیز در $x = a$ دارای مجانب قائم است فقط نوع انفصال عوض می‌شود.

۷ اگر $y = a$ مجانب افقی تابع f باشد آن‌گاه $y = 0$ مجانب افقی نمودار f' است.

به طور خلاصه یعنی:



وعدهٔ ۱۱

رسم نمودار تابع (نمودارشناسی)

برای رسم نمودار یک تابع مراحل زیر را طی می‌کنیم.

۱ تعیین دامنه تابع

۲ تعیین مجانب‌های تابع و رفتار تابع در $\pm\infty$

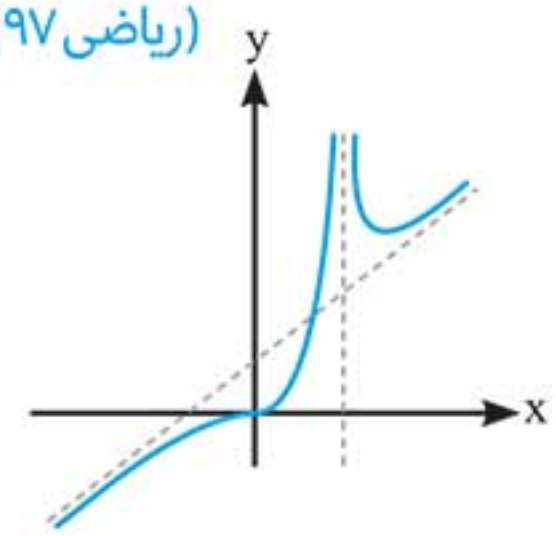
۳ تعیین علامت f' و تشکیل جدول تغییرات که شامل علامت f'، رفتار f و مجانب‌های قائم و افقی (در صورت وجود) است.

۴ محل برخورد با محورهای مختصات

۵ تعیین علامت f''، جهت تقعر تابع و نقاط عطف (در صورت وجود)

تست: شکل زیر نمودار تابع $f(x)=\frac{x^۳+ax^۲}{x^۲+bx+۱}$ است.

مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟ (ریاضی ۹۷)



۱) ۴/۵

۲) ۶

۳) ۶/۲۵

۴) ۶/۷۵

پاسخ **گزینهٔ «۴»**

نمودار تابع فقط یک بار محور طول‌ها را قطع کرده است، پس فقط یک ریشه دارد:

$$x^{۳}+ax^{۲}=۰\Rightarrow x^{۲}(x+a)=۰$$
$$\Rightarrow x=۰\,,\,x=-a\Rightarrow -a=۰\Rightarrow a=۰$$

(تابع در $x=۰$ دارای عطف افقی است، پس باید عامل $(x-۰)^{۲n+۱}$ در صورت داشته باشد، یعنی $a=۰$.)

تابع دارای مجانب قائم است که در هر دو همسایگی چپ و راست آن به $+\infty$ میل کرده است، پس دارای ریشهٔ مضاعف در مخرج است (طول ریشهٔ مضاعف نیز مثبت است)

$$x^{۲}+bx+۱=۰$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta=۰\Rightarrow b^{۲}-۴=۰\Rightarrow b=\pm ۲\\ -\dfrac{b}{۲a}>۰\Rightarrow -\dfrac{b}{۲}>۰\Rightarrow b<۰\end{cases}$$
$$\Rightarrow b=-۲\Rightarrow f(x)=\frac{x^{۳}}{(x-۱)^{۲}}$$

مشتق تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{۳x^{۲}(x-۱)^{۲}-۲(x-۱)x^{۳}}{(x-۱)^{۴}}$$

طول مینیمم نسبی

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{x^{۲}(x-۱)(x-۳)}{(x-۱)^{۴}}=۰\Rightarrow x=۳$$
$$\Rightarrow f(۳)=\frac{۲۷}{۴}=۶/۷۵$$

تذکر: هرچند که y' در $x=۱$ تغییر علامت می‌دهد ولی اکسترمم نسبی نیست؛ زیرا در دامنه تابع نیست و تابع دارای مجانب قائم است.

کاربرد مشتق

پیوست
سؤالات کنکور ۹۸

کنکور سراسری ۹۸

۱. در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

۲. اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\,(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$، کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

۳. به‌ازای کدام مجموعه مقادیر m، معادلهٔ درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$، دارای دو ریشهٔ حقیقی است؟

۱) $-2 < m < 2/5$ ۲) $-2 < m < 3/5$
۳) $-1 < m < 3/5$ ۴) $-1 < m < 2/5$

۴. نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

۱) $(3, 4)$ ۲) $(2, 5)$ ۳) $(3, 5)$ ۴) $(2, 6)$

۵. مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

۱) ۷۲۱ ۲) ۷۲۸ ۳) ۷۳۵ ۴) ۷۴۲

پاسخ‌نامهٔ کنکور سراسری ۹۸

۱. گزینهٔ «۴»

$n(S)=۳۹$, $n(A)=۱۶$ ورزش , $n(B)=۱۲$ روزنامه دیواری

فقط ورزش : $n(A-B)=۹ \Rightarrow \underbrace{n(A)}_{۱۶} - n(A\cap B)=۹$

$\Rightarrow n(A\cap B)=۷$

نه ورزش و نه روزنامه : $n(A'\cap B')=n(S)-n(A\cup B)$

$=۳۹-(۱۶+۱۲-۷)=۳۹-۲۱=۱۸$

۲. گزینهٔ «۲»

$$A=\sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\times(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}}=\sqrt[۵]{۸\sqrt[۳]{۲}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}}=\sqrt[۱۵]{۲^{۱۰}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}}$$

$$=۲^{\frac{۲}{۳}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{۲}=۴$$

$$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}}=۸^{-\frac{۱}{۳}}=(۲^{۳})^{-\frac{۱}{۳}}=۲^{-۱}=\frac{۱}{۲}=۰/۵$$

۳. گزینهٔ «۳»

$$\Delta'>۰ \Rightarrow ۳^{۲}-(۲m-۱)(m-۲)>۰$$

$$\Rightarrow ۹-۲m^{۲}+۴m+m-۲>۰ \Rightarrow ۲m^{۲}-۵m-۷<۰$$

$$\xrightarrow{b=a+c} m=-۱ \text{ یا } \frac{۷}{۲}$$

m		-۱		۳/۵	
P	+	۰	-	۰	+

$$\Rightarrow -۱<m<۳/۵$$

کنکور خارج از کشور ۹۸

۱. در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۱ ۴) ۲۲

۲. اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}\,(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳. به ازای کدام مجموعه مقادیر m، سهمی به معادلهٔ $y=(1-m)x^2+2(m-3)x-1$، همواره پایین محور xها است؟

۱) $1<m<5$ ۲) $2<m<5$

۳) $2<m<4$ ۴) $2<m<6$

۴. نمودار تابع $y=x^2-x-3$ را ۲ واحد به طرف xهای منفی سپس ۹ واحد به طرف yهای منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور xها است؟

۱) $(-5,2)$ ۲) $(-5,3)$ ۳) $(-2,3)$ ۴) $(-2,5)$

۵. با توجه به دنبالهٔ حسابی، مجموع زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2\times5}+\frac{1}{5\times8}+\frac{1}{8\times11}+\cdots+\frac{1}{17\times20}$$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۲۵

پیوست
فرمـــول‌نامه

فصل ۱

۱ اتحادها:

الف $(a\pm b)^{۲} = a^{۲} \pm ۲ab + b^{۲}$ مربع دوجمله‌ای

ب $(a+b)(a-b) = a^{۲} - b^{۲}$ مزدوج

پ $(x+a)(x+b) = x^{۲} + (a+b)x + ab$ جمله مشترک

ت $(a\pm b)^{۳} = a^{۳} \pm ۳a^{۲}b + ۳ab^{۲} \pm b^{۳}$ مکعب دوجمله‌ای

ث $(a\pm b)(a^{۲} \mp ab + b^{۲}) = a^{۳} \pm b^{۳}$ چاق و لاغر

۲ قوانین رادیکال‌ها $(n>۱, m, n \in \mathbb{N})$

الف $\sqrt[n]{a^{m}} = a^{\frac{m}{n}} \ (a>۰)$

ب $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

پ $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \ (b \neq ۰)$

ت $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

ث $\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^{m}}$

۳ قوانین توان:

الف $a^{۰} = ۱$

ب $a^{m} \times a^{n} = a^{m+n}$

پ $a^{m} \div a^{n} = a^{m-n} \ (a \neq ۰)$

ت $a^{m} \times b^{m} = (ab)^{m}$

ث $a^{m} \div b^{m} = (\frac{a}{b})^{m} \ (b \neq ۰)$

فصل ۲

۱ مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی:

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲\underbrace{a_۱}_{\text{جمله اول}} + (n-۱)d) = \frac{n}{۲}(a_۱ + \underbrace{a_n}_{\text{جمله آخر}})$$

۲ مجموع n جمله اول دنبالهٔ هندسی:

$$S_n = a_۱\frac{۱-q^n}{۱-q}(q \neq ۱)$$

۳ قانون اندیس‌ها:

دنباله حسابی: $m+n=p+q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$

دنباله هندسی: $m+n=h+k \Rightarrow a_m \cdot a_n = a_h \cdot a_k$

فصل ۳

۱ حل معادلات گویا:

الف دو طرف معادله را در مخرج‌مشترک کسرها ضرب می‌کنیم.

ب عبارت به‌دست آمده را حل می‌کنیم. جواب‌ها باید مخرج هیچ‌کسری را صفر نکنند و با عالم واقعیت مطابقت داشته باشند.

۲ حل معادلات گنگ:

الف دو طرف معادله را به توان فرجهٔ مشترک رادیکال‌ها می‌رسانیم.

ب با حل عبارت به‌دست آمده، جواب‌ها را در معادلهٔ اصلی امتحان می‌کنیم، زیرا ممکن است که ریشهٔ اضافی تولید شود.