

گزینه ۲

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا علی‌رغم اهمیت زیاد آزمایش و مشاهده در فیزیک، آن‌چه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا فیزیک، علمی تجربی بوده و تمامی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی آن باید توسط آزمایش مورد آزمون قرار گیرند.

گزاره (پ) درست است؛ زیرا مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و این امکان وجود دارد که نتایج آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری در مدل یا نظریه‌ای شود و حتی ممکن است نظریه‌ای جدید جایگزین آن گردد.

گزینه ۴

ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرآیند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از جهان پیرامون داشته است.

گزینه ۱

رادرفورد نخستین دانشمندی بود که در سال ۱۹۱۱ میلادی در مدل اتمی خود (مدل هسته‌ای)، برای اتم هسته در نظر گرفت. ۲ سال بعد و در سال ۱۹۱۳ میلادی، بور پس از رفع برخی از اشکالات مدل هسته‌ای رادرفورد، مدلی جدید به نام مدل سیاره‌ای ارائه داد که در آن الکترون‌ها در مدارهایی دایره‌ای شکل به دور هسته گردش می‌کردند.

گزینه ۳

برای توصیف نتایج کارهای ایزاک نیوتون در زمینه نیروشناسی، از اصطلاح «قانون» استفاده می‌شود، زیرا در دامنه وسیعی از پدیده‌های طبیعت معتبر هستند. (قانون دوم نیوتون، رابطه بین سه کمیت F ، m و a را بیان می‌کند و قانون سوم نیوتون، به بیان رابطه بین نیروهای کنش و واکنش با گزاره‌ای کلی و در عین حال مختصر می‌پردازد.)

گزینه ۴

می‌دانیم که قانون‌های فیزیکی در دامنه وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبرند، در حالی که اصل‌های فیزیکی دامنه محدودتری از پدیده‌های فیزیکی با عمومیت کمتر را پوشش می‌دهند. در نتیجه مجموعه بزرگ‌تر (A)، بیان‌گر «قانون» و مجموعه کوچک‌تر (B)، بیان‌گر «اصل» است. دقت کنید که برای توصیف قانون‌های فیزیکی (مجموعه A)، اغلب از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند.

گزینه ۲

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا مدل‌سازی فرآیندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرماتی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. گزاره (ب) درست است؛ زیرا هنگام مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را.

گزاره (پ) نادرست است؛ زیرا در شاخه مکانیک به دلیل بررسی حرکت اجسام و نیروهای وارد شده بر آن‌ها، مدل‌سازی بسیار پرکاربرد است.

گزینه ۱

گزینه «۱» درست است؛ زیرا در مدل‌سازی‌های مکانیک، برای نشان دادن اندازه و جهت نیروها از بردار استفاده می‌شود.

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا نادیده گرفتن نیروهای جزئی یکی از اصول ساده‌سازی پدیده‌هاست که پیش‌بینی رفتار پدیده را با مشکل مواجه نمی‌کند.

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا در مدل‌سازی‌های نورشناسی، به دلیل این‌که هر باریکه نور در عمل از تعداد بی‌شماری پرتو نور موازی تشکیل شده است، برای سادگی فقط تعدادی از آن‌ها نمایش داده می‌شوند.

گزینه «۴» نادرست است؛ زیرا در نورشناسی، هر پرتو نور با یک خط راست دارای فلش مدل می‌شود، نه هر باریکه نور که خود از تعداد بی‌شماری پرتو نور تشکیل شده است.

گزینه ۲

می‌دانیم که در مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده گرفته و فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در بررسی وارد کرد. در واقع حذف هر اثری که نادیده گرفتن آن پیش‌بینی مدل را از واقعیت دور کند، مجاز نیست. در این سؤال، به دلیل این‌که نادیده گرفتن «وزن گلوله» و «نیروی مقاومت هوا» به ترتیب «رفت و برگشتی بودن حرکت گلوله» و «توقف آن پس از چند رفت و برگشت» را دچار اشکال می‌کند، مجاز نمی‌باشد. اما با لحاظ کردن همین اصول، در نظر گرفتن «اندازه و شکل گلوله» و «جرم نخ» در پیش‌بینی مدل خللی ایجاد نکرده و آزاد است.

گزینه ۴

به دلیل شکل ظاهری و جرم اندک پَر، اثر وزش نسیم و مقاومت هوا جزئی نبوده و نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر نمود. ضمناً صرف‌نظر کردن از نیروی وزن پَر، موجب نادرست شدن پیش‌بینی مدل درباره نحوه حرکت پَر می‌گردد. لذا هر سه نیرو می‌بایست در مدل‌سازی حرکت پَر مورد توجه قرار گیرند.

گزینه ۴

وجود یا عدم وجود موارد گزینه‌های «۱» تا «۳» می‌تواند در محاسبات تأثیر زیادی داشته باشد، اما با توجه به این‌که در مسأله از ابعاد گلوله صرف‌نظر شده، در نظر گرفتن چرخش گلوله تأثیر زیادی در محاسبات نخواهد داشت.

گزینه ۱

در مورد «الف»، یکای دما در SI کلونین است نه درجه سلسیوس؛ پس این عبارت نادرست است.

در مورد «پ»، جرم جسم یک کمیت نرده‌ای است و نباید برای آن جهت ذکر شود؛ پس این عبارت نادرست است.

در مورد «ت»، نیرو یک کمیت برداری است و علاوه بر عدد و یکای مناسب، باید جهت نیز برای آن ذکر شود؛ پس این عبارت ناقص است.

در مورد «ث»، تندی یک کمیت نرده‌ای است و نباید برای آن جهت ذکر شود؛ پس این عبارت نادرست است.

پس از ۵ عبارت داده شده، فقط عبارت (ب) درست و کامل است و ۴ مورد دیگر نادرست یا ناقص هستند.

گزینه ۲

در عبارت داده شده، از ۵ کمیت برای توصیف گلوله و نحوه حرکت آن استفاده شده که ۳ کمیت «جرم گلوله (جرم)»، «شعاع گلوله (طول)» و «مدت زمان حرکت گلوله (زمان)» نرده‌ای بوده و فقط از یک عدد و یکای مناسب برای توصیف آن‌ها بهره برده شده است. در مقابل ۲ کمیت «سرعت اولیه گلوله (سرعت)» و «جابه‌جایی گلوله (جابه‌جایی)» برداری هستند و برای بیان آن‌ها علاوه بر یک عدد و یکای مناسب، از جهت نیز استفاده شده است.

گزینه ۳

برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری نیاز داریم که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند.

گزینه ۲

در سال ۱۹۷۱ میلادی، مجمع عمومی اوزان و مقیاس‌ها، هفت کمیت «طول»، «جرم»، «زمان»، «دما»، «مقدار ماده»، «جریان الکتریکی» و «شدت روشنایی» را به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب کرد که اساس دستگاه بین‌المللی یکاها را تشکیل می‌دهند. لذا تنها در گزینه «۲»، هر سه کمیت ذکر شده یعنی طول، جرم و مقدار ماده در SI اصلی هستند.

گزینه ۲

گزاره (الف) نادرست است؛ زیرا کمیت شدت روشنایی (با یکای کندلا یا شمع) در SI اصلی است، نه یکای آمپر.

گزاره (ب) نادرست است؛ زیرا یکای کمیت دما در SI، کلونین است.

گزاره (پ) درست است؛ زیرا متر، ثانیه و آمپر به ترتیب یکای کمیت‌های اصلی طول، زمان و جریان الکتریکی در SI هستند.

گزاره (ت) درست است؛ زیرا نمادهای cd (کندلا یا شمع)، mol (مول) و K (کلونین) به ترتیب نماد یکای کمیت‌های اصلی شدت روشنایی، مقدار ماده و دما در SI هستند.

گزینه ۴

با توجه به آموخته‌های شما در کتاب‌های فیزیک (۱) و فیزیک (۲) و طبق تعریف کمیت‌های اصلی یا فرعی و نرده‌ای یا برداری، در جدول زیر، نوع کمیت‌های استفاده شده در گزینه‌ها آورده شده است.

نام کمیت	اصلی یا فرعی	نرده‌ای یا برداری
جرم	اصلی	نرده‌ای
شتاب	فرعی	برداری
نیرو	فرعی	برداری
انرژی جنبشی	فرعی	نرده‌ای
فشار	فرعی	نرده‌ای
گرمای ویژه	فرعی	نرده‌ای
میدان مغناطیسی	فرعی	برداری
شار مغناطیسی	فرعی	نرده‌ای

لذا طبق جدول فوق، کمیت جرم، اصلی و نرده‌ای؛ ۳ کمیت شتاب، نیرو و میدان مغناطیسی، فرعی و برداری و ۴ کمیت انرژی جنبشی، فشار، گرمای ویژه و شار مغناطیسی، فرعی و نرده‌ای هستند که در گزینه «۴» به سه مورد از این چهار مورد به درستی اشاره شده است.

گزینه ۳

با استفاده از روابط فیزیکی‌ای که در سال‌های گذشته آموخته‌ایم، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم:

بررسی گزینه «۱»: $F = ma \Rightarrow \text{شتاب} \times \text{جرم} = \text{نیرو}$

$$\Rightarrow [F] = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

بررسی گزینه «۲»:

$W = Fd \Rightarrow \text{جاب‌جایی} \times \text{نیرو} = \text{کار}$

$$\Rightarrow [W] = \text{N} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

بررسی گزینه «۳»:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{تغییرات سرعت}}{\text{مدت زمان تغییرات سرعت}}$$

$$\Rightarrow [a_{av}] = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بررسی گزینه «۴»:

فاصله محل اثر نیرو تا نقطه چرخش \times نیرو = گشتاور

$$\Rightarrow T = FL \Rightarrow [T] = \text{N} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، شتاب متوسط به وسیله دو یکای اصلی طول (متر) و زمان (ثانیه) تعریف می‌شود؛ در حالی که در سایر گزینه‌ها، سه یکای اصلی طول (متر)، زمان (ثانیه) و جرم (کیلوگرم) به کار رفته است.

گزینه ۱

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ (x) یکی باشد؛ یعنی:

$$[x] = [\alpha t^3] \Rightarrow [x] = [\alpha][t^3] \Rightarrow m = [\alpha] \times \text{s}^3 \Rightarrow [\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$$

$$[x] = \left[\frac{\beta}{t+3} \right] \Rightarrow [x] = \frac{[\beta]}{[t+3]} \Rightarrow m = \frac{[\beta]}{\text{s}} \Rightarrow [\beta] = m \cdot \text{s}$$

گزینه ۴

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ (d) یکی باشد. با در نظر گرفتن این که یکای نیرو (F) برحسب یکاهای اصلی به صورت $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ است، داریم:

$$[d] = [Av^2] \Rightarrow [d] = [A][v^2] \Rightarrow m = [A] \times \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\Rightarrow [A] = \frac{m}{\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

$$[d] = [BF] \Rightarrow [d] = [B][F] \Rightarrow m = [B] \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow [B] = \frac{m}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$$

گزینه ۱

ابتدا با به توان ۲ رساندن طرفین رابطه داده شده، مقدار μ_0 را برحسب دو کمیت دیگر به دست می‌آوریم:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

اکنون با توجه به یکسان بودن یکای کمیت‌های فیزیکی در دو طرف یک تساوی، داریم:

$$[\mu_0] = \left[\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \right] \Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{[\epsilon_0][c^2]}$$

$$\Rightarrow [\mu_0] = \frac{1}{\frac{\text{A}^2 \text{s}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \times \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \Rightarrow [\mu_0] = \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

گزینه ۲

یک «میکرون» معادل یک میکرومتر ($1 \mu\text{m}$) است که برابر با 10^{-6}m می‌باشد.

گزینه ۳

برای پاسخ به این سؤال، یکای جرم‌های داده شده در هر یک از گزینه‌ها را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای کیلوگرم تبدیل می‌نماییم. هریک از آن‌ها که کم‌تر از 10kg باشد، پاسخ سؤال است و با ریختن آن جرم درون پلاستیک، دسته آن پاره نخواهد شد. داریم:

$$4 \text{ من تبریز} = 4 \text{ من تبریز} \times \frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{5 \text{ گ}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ گ}}$$

$$= 12 / 8 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه «۲»:

$$0 / 2 \text{ خروار} = 0 / 2 \text{ خروار} \times \frac{640 \text{ مثقال}}{1 \text{ خروار}} \times \frac{5 \text{ گ}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ گ}}$$

$$= 64 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه «۳»:

$$80 \text{ سیر} = 80 \text{ سیر} \times \frac{640 \text{ مثقال}}{40 \text{ سیر}} \times \frac{5 \text{ گ}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ گ}}$$

$$= 6 / 4 \text{ kg} < 10 \text{ kg} \quad \checkmark$$

گزینه «۴»:

$$2200 \text{ مثقال} = 2200 \text{ مثقال} \times \frac{5 \text{ گ}}{1 \text{ مثقال}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ گ}}$$

$$= 11 \text{ kg} > 10 \text{ kg}$$

گزینه ۲

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، هر یک از تساوی‌های داده شده را بررسی می‌کنیم.

گزاره (الف) درست است؛ زیرا:

$$10^{-6} \text{ daA} = 10^{-6} \text{ daA} \times \frac{10^1 \text{ A}}{1 \text{ daA}} \times \frac{1 \text{ mA}}{10^{-3} \text{ A}} = 10^{-2} \text{ mA}$$

گزاره (ب) درست است؛ زیرا:

$$10^{-6} \text{ dm} = 10^{-6} \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{1 \text{ nm}}{10^{-9} \text{ m}} = 10^2 \text{ nm}$$

گزاره (پ) نادرست است؛ زیرا:

$$1 \text{ kg} = 1 \text{ kg} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ Tg}}{10^{12} \text{ g}} = 10^{-9} \text{ Tg}$$

گزاره (ت) نادرست است؛ زیرا:

$$10^{-22} \text{ Gm} = 10^{-22} \text{ Gm} \times \frac{10^9 \text{ m}}{1 \text{ Gm}} \times \frac{1 \text{ pm}}{10^{-12} \text{ m}} = 10^{-1} \text{ pm}$$

گزینه ۲۴

ابتدا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای شعاع کره زمین و فاصله بین دو سیاره را بر حسب متر به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که پیشوند پتا (P) به معنای ضریب 10^{15} است. داریم:

$$R = 6/4 \text{ Mm} = 6/4 \text{ Mm} \times \frac{10^6 \text{ m}}{1 \text{ Mm}} = 6/4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$L = 16 \text{ Ly} = 16 \text{ Ly} \times \frac{9 \text{ Pm}}{1 \text{ Ly}} \times \frac{10^{15} \text{ m}}{1 \text{ Pm}} = 1/44 \times 10^{17} \text{ m}$$

لذا تعداد کره زمین‌هایی که باید کنار هم قرار دهیم تا بتوانیم فاصله بین زمین و این سیاره را پر کنیم، برابر است با حاصل تقسیم فاصله دو سیاره بر قطر کره زمین، یعنی:

$$n = \frac{L}{D} = \frac{L}{2R} = \frac{1/44 \times 10^{17}}{2 \times (6/4 \times 10^6)} = 11/25 \times 10^9$$

که این عدد به صورت «یازده میلیارد و دو بیست و پنجاه میلیون» خوانده می‌شود.

گزینه ۲۵

با استفاده از اطلاعات داده در صورت سؤال و به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، هر یک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم. گزاره (الف) درست است؛ زیرا:

$$18 \text{ in} = 18 \text{ in} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 45/22 \text{ cm}$$

$$0/5 \text{ ذرع} = 0/5 \text{ ذرع} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} = 52 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 18 \text{ in} < 0/5 \text{ ذرع}$$

گزاره (ب) درست است؛ زیرا:

$$2000 \text{ ft} = 2000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 60960 \text{ cm}$$

$$1 \text{ فرسنگ} = 1 \text{ فرسنگ} \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} = 624000 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 2000 \text{ ft} < 1 \text{ فرسنگ}$$

گزاره (پ) درست است؛ زیرا:

$$12 \text{ فرسنگ} = 12 \text{ فرسنگ} \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 74/88 \text{ km} \approx 75 \text{ km}$$

گزاره (ت) درست است؛ زیرا:

$$\Delta \text{ in} = 5 \text{ in} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} = 127 \text{ mm}$$

گزینه ۲۶

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\Delta \frac{\text{km}}{\text{h}} = \Delta \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 900 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

گزینه ۲۷

ابتدا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای یکای گره دریایی را به یکای m/s و سپس m/s را به km/h تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{0/5 \text{ گره دریایی}}{1 \text{ گره دریایی}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

از آنجایی که کشتی دریایی رفت و برگشت را با تندی ثابت در مدت ۵ ساعت انجام داده، می‌توان نتیجه گرفت که زمان طی مسیر بین جزیره لاوان و بندرعباس برابر با $\frac{5}{2} = 2/5$ ساعت است. با استفاده از تعریف تندی متوسط که در علوم تجربی نهم آموخته‌اید، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v=36 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \xrightarrow{\Delta t=2/5 \text{ h}} 36 = \frac{\Delta x}{2/5} \Rightarrow \Delta x = 2/5 \times 36 = 90 \text{ km}$$

اکنون کافی است یکای km را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای مایل دریایی تبدیل نماییم. می‌توان نوشت:

$$\Delta x = 90 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ مایل دریایی}}{1800 \text{ m}} = 50 \text{ مایل دریایی}$$

گزینه ۲۸

طبق تعریف تندی متوسط که در علوم تجربی نهم فراگرفته‌اید $(v_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ ، چون یکای Δx در صورت سؤال Au است، در صورتی که v را با یکای $\frac{\text{Au}}{\text{h}}$ در رابطه قرار دهیم، زمان بر حسب ساعت به دست می‌آید.

پس در نخستین قدم یکای $\frac{\text{Ly}}{\text{h}}$ را به یکای $\frac{\text{Au}}{\text{h}}$ تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$v = 2 \times 10^{-6} \frac{\text{Ly}}{\text{h}} \times \frac{6 \times 10^4 \text{ Au}}{1 \text{ Ly}} = 0/12 \frac{\text{Au}}{\text{h}}$$

$$v_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v=0/12 \frac{\text{Au}}{\text{h}}} \xrightarrow{\Delta x=576 \text{ Au}} 0/12 = \frac{576}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{576}{0/12} = 4800 \text{ h}$$

اکنون کافی است یکای ساعت را به یکای روز تبدیل نماییم. از آنجایی که هر شبانه‌روز زمینی ۲۴ h است، داریم:

$$\Delta t = 4800 \text{ h} \times \frac{1 \text{ روز}}{24 \text{ h}} = 200 \text{ روز}$$

گزینه ۲۹

با توجه به این که مساحت دوزنقه برحسب یکای cm^2 خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد شکل به یکای cm تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\text{قاعده بزرگ: } a = 400 \times 10^3 \mu\text{m}$$

$$= 400 \times 10^3 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{قاعده کوچک: } b = 2 \text{ dm} = 2 \text{ dm} \times \frac{10^{-1} \text{ m}}{1 \text{ dm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{ارتفاع: } h = 10^{-3} \text{ hm} = 10^{-3} \text{ hm} \times \frac{10^2 \text{ m}}{1 \text{ hm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 10 \text{ cm}$$

در نتیجه مساحت دوزنقه برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h = \frac{1}{2}(40+20) \times 10 = 300 \text{ cm}^2$$

گزینه ۳۰

ابتدا ارتباط بین فوت مربع و اینچ مربع و نیز اینچ مربع و سانتی‌متر مربع را به دست می‌آوریم:

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in} \xrightarrow{\text{توان}} 1 \text{ ft}^2 = 144 \text{ in}^2$$

$$1 \text{ in} = 2/5 \text{ cm} \xrightarrow{\text{توان}} 1 \text{ in}^2 = 6/25 \text{ cm}^2$$

اکنون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \text{جرم} &= 0.54 \frac{\text{kg}}{\text{day}} = 0.54 \frac{\text{kg}}{\text{day}} \times \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ h}} \\ &\times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \Rightarrow \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \text{جرم} = 375000 \frac{\mu\text{g}}{\text{min}} \\ &\text{جرم} = 375 \times 10^5 \frac{\mu\text{g}}{\text{min}} \end{aligned}$$

۲۵ گزینه ۳

ابتدا آهنگ خروج آب از استخر را بر حسب m^3/s می‌یابیم. به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\begin{aligned} 0.3 \frac{\text{gal}}{\text{min}} &= 0.3 \frac{\text{gal}}{\text{min}} \times \frac{4}{4} \frac{\text{L}}{\text{gal}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \\ &= 22 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\ \text{حال آهنگ کاهش ارتفاع آب استخر را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{آهنگ کاهش حجم استخر} &= \frac{\text{مساحت قاعده استخر}}{\text{آهنگ کاهش ارتفاع آب استخر}} \\ &= \frac{22 \times 10^{-6}}{10 \times 4 / 4} = 5 \times 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\text{تبدیل یکای m به cm}} \\ &= 5 \times 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} = 5 \times 10^{-5} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

۳۶ گزینه ۴

می‌دانیم که یکای نیرو یعنی نیوتون (N) برحسب یکاهای اصلی به صورت $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$ نوشته می‌شود. لذا با نشان دادن یکای مجهول با علامت x، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{100 \text{ mg.x}}{\text{das}^2} &= 0.001 \text{ kN} \Rightarrow \frac{100 \text{ mg.x}}{\text{das}^2} = 0.001 \text{ k} \left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \right) \\ \xrightarrow{\text{قرار دادن معادل توانی پیشوندها}} \frac{100 \times 10^{-3} \text{ g.x}}{(10^1)^2 \text{ s}^2} &= 10^{-3} \times 10^3 \left(\frac{10^3 \text{ g.m}}{\text{s}^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{10^{-3} \text{ g.x}}{\text{s}^2} &= \frac{10^3 \text{ g.m}}{\text{s}^2} \Rightarrow x = 10^6 \text{ m} = \text{Mm} \end{aligned}$$

یعنی در جای خالی باید از پیشوند مگا (M) استفاده کرد.

۳۷ گزینه ۴

برای تبدیل شدن یکای فعلی به یکای SI، باید میلی‌ژول به ژول، هکتو ثانیه به ثانیه و میکرومتر مربع به متر مربع تبدیل شود. بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{2/4 \times 10^{-18} \text{ mJ}}{\text{hs} \cdot \mu\text{m}^2} &= \frac{2/4 \times 10^{-18} \text{ mJ}}{\text{hs} \cdot \mu\text{m}^2} \times \frac{10^{-3} \text{ J}}{1 \text{ mJ}} \times \frac{1 \text{ hs}}{10^2 \text{ s}} \times \frac{1 \mu\text{m}^2}{(10^{-6})^2 \text{ m}^2} \\ &= \frac{2/4 \times 10^{-11} \text{ J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \end{aligned}$$

۳۸ گزینه ۱

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکاهای فعلی جرم و نیرو را به یکای SI آن‌ها تبدیل می‌نماییم. داریم:

$$\begin{aligned} \text{جرم: } m &= 100 \text{ مثقال} = 100 \text{ مثقال} \times \left(\frac{4/6 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \right) = 0.46 \text{ kg} \\ \text{نیرو: } F &= 1656 \frac{\text{g.km}}{(\text{min})^2} \\ &= 1656 \frac{\text{g.km}}{(\text{min})^2} \times \left(\frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \right) \times \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 18 \text{ mha} = 18 \text{ mha} \times \frac{10^{-3} \text{ ha}}{1 \text{ mha}} \times \frac{10^4 \text{ m}^2}{1 \text{ ha}} \\ &\times \frac{1 \text{ cm}^2}{(10^{-2})^2 \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ in}^2}{6/25 \text{ cm}^2} \times \frac{1 \text{ ft}^2}{144 \text{ in}^2} \\ \Rightarrow S &= 2 \times 10^3 \text{ ft}^2 = 2000 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

۳۱ گزینه ۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و به کمک اصول نمادگذاری علمی، داریم:

$$\begin{aligned} 0.000000245 \text{ km}^3 &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} 2/45 \times 10^{-7} \text{ km}^3 \\ &\xrightarrow{\text{تبدیل یکای km به cm}} 2/45 \times 10^{-7} \text{ km}^3 \end{aligned}$$

$$\times \frac{(10^3)^3 \text{ m}^3}{1 \text{ km}^3} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{(10^{-2})^3 \text{ m}^3} = 2/45 \times 10^8 \text{ cm}^3$$

که با مقیاسه با فرم $a \times 10^b$ درمی‌یابیم که $a = 2/45$ و $b = 8$ است. لذا خواسته مسأله برابر است با:

$$a + b = 2/45 + 8 = 10/45$$

۳۲ گزینه ۲

با توجه به این که حجم مخزن استوانه‌ای شکل برحسب یکای لیتر خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد مخزن به یکای cm تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\text{شعاع مقطع: } r = 1 \text{ ft} = 1 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{ارتفاع: } h = 4 \text{ ft} = 4 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 120 \text{ cm}$$

در نتیجه حجم مخزن استوانه‌ای شکل برابر خواهد بود با:

$$V = \pi r^2 h \xrightarrow{r=30 \text{ cm}, h=120 \text{ cm}} V = 3 \times (30^2) \times 120$$

$$= 324000 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل یکای cm}^3 \text{ به L}} 324 \text{ L}$$

$$V = 324000 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 324 \text{ L}$$

۳۳ گزینه ۲

می‌دانیم که در فیزیک، برای جمع یا تفریق دو یا چند عدد، آن اعداد باید یکای یکسان داشته باشند. بنابراین یکای هر دو عدد را به یکای مدنظر سؤال یعنی میلی‌متر مکعب تبدیل کرده، سپس با هم جمع می‌کنیم، داریم:

$$8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 = 8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 \times \frac{(10^{-1})^3 \text{ m}^3}{1 \text{ dm}^3} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{(10^{-3})^3 \text{ m}^3} = 8 \times 10^{-2} \text{ mm}^3$$

$$24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 = 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 \times \frac{(10^{-6})^3 \text{ m}^3}{1 \mu\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{(10^{-3})^3 \text{ m}^3} = 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3$$

$$24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 = 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 \times \frac{(10^{-6})^3 \text{ m}^3}{1 \mu\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{(10^{-3})^3 \text{ m}^3} = 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3$$

$$\times \frac{1 \text{ mm}^3}{(10^{-3})^3 \text{ m}^3} = 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3$$

لذا حاصل عبارت برابر است با:

$$8 \times 10^{-8} \text{ dm}^3 + 24 \times 10^8 \mu\text{m}^3 = 8 \times 10^{-2} \text{ mm}^3 + 24 \times 10^{-1} \text{ mm}^3 = 0.08 \text{ mm}^3 + 2/4 \text{ mm}^3 = 2/48 \text{ mm}^3$$

۳۴ گزینه ۳

می‌دانیم که در فیزیک به تغییر یک کمیت نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت گفته می‌شود. لذا داریم:

$$\text{جرم} = \frac{110 - 83}{50} = 0.54 \frac{\text{kg}}{\text{day}}$$

اکنون با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، داریم:

گزینه ۲ ۴۲

طبق توضیحات کتاب درسی درباره دقت وسایل اندازه‌گیری و بنابر یک قاعده کلی، خطای اندازه‌گیری وسیله‌های درجه‌بندی شده، $\pm \frac{1}{p}$ کمینه تقسیم‌بندی مقیاس آن وسایل است و برای وسیله‌های رقمی (دیجیتال)، مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خوانند.

گزینه ۴ ۴۳

خطای اندازه‌گیری وسیله‌های درجه‌بندی شده $\pm \frac{1}{p}$ کمینه تقسیم‌بندی مقیاس آن وسیله است و برای وسیله‌های دیجیتال، مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خوانند، بنابراین:

الف) مدرج $28/21 \text{ cm} \rightarrow$ خطای اندازه‌گیری $= \pm 0/5 \text{ cm} = \pm 0/5 \text{ mm}$

ب) دیجیتالی $21^\circ \text{C} \rightarrow$ خطای اندازه‌گیری $= \pm 1^\circ \text{C}$

پ) مدرج $72/4 \text{ kg} \rightarrow$ خطای اندازه‌گیری $= \pm 0/5 \text{ kg}$

ت) دیجیتالی $3/2 \text{ bar} \rightarrow$ خطای اندازه‌گیری $= \pm 0/1 \text{ bar}$

گزینه ۴ ۴۴

در خط‌کش مدرج، هر سانتی‌متر به دو قسمت تقسیم شده، بنابراین دقت آن $0/5 \text{ cm}$ است و خطایش نصف آن یعنی $\pm 0/25$ سانتی‌متر که به دلیل ایجاد اشکال در محاسبات فیزیکی آن را به $\pm 0/3$ سانتی‌متر گرد می‌کنیم. در کولیس آخرین رقم سمت راست از مرتبه $0/1 \text{ mm}$ است. پس دقت کولیس $0/01$ میلی‌متر و خطایش نیز $\pm 0/01$ میلی‌متر خواهد بود. بنابراین دقت کولیس از خط‌کش بیش‌تر است.

نسبت قدرمطلق خطاها $= \frac{3 \text{ mm}}{0/01 \text{ mm}} = 300$

گزینه ۳ ۴۵

برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری آن را چند بار تکرار کرده و در نهایت، میانگین عددهای حاصل به‌عنوان نتیجه اندازه‌گیری گزارش می‌شود. البته در میان عددهای متفاوت، اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند، در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند. دقت کنید که برای کاهش خطا، مجاز به استفاده از وسیله‌هایی با دقت‌های مختلف نیستیم، بلکه باید با همان وسیله معین، اندازه‌گیری را تکرار نماییم.

گزینه ۳ ۴۶

در میان نتایج گزارش شده، جرم اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های (۳) و (۷) یعنی $23/6 \text{ g}$ و $12/2 \text{ g}$ ، با بقیه نتایج اختلاف زیادی داشته و در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند. در نتیجه جرم جسم برابر خواهد بود با میانگین شش عدد به‌دست آمده از آزمایش‌های باقی‌مانده، یعنی:

$$\text{جرم جسم} = \frac{19/0 + 18/4 + 18/6 + 18/8 + 18/6 + 18/8}{6}$$

$$\Rightarrow \text{جرم جسم} = \frac{112/2}{6} = 18/7 \text{ g}$$

گزینه ۳ ۴۷

می‌دانیم که دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. علاوه بر این، خطای اندازه‌گیری در این ابزارها، برابر مثبت و منفی دقت آن ابزار است. در نتیجه خطای اندازه‌گیری دماسنج داخل خانه $\pm 0/1^\circ \text{C}$ و خطای اندازه‌گیری دماسنج خارج خانه $\pm 1^\circ \text{C}$ می‌باشد و نتیجه گزارش شده به شکل زیر خواهد بود.

دماسنج داخل خانه $(26/8 \pm 0/1)^\circ \text{C}$

دماسنج خارج خانه $(22 \pm 1)^\circ \text{C}$

گزینه ۳ ۴۸

دقت هر دو وسیله $0/001 \text{ mm}$ می‌باشد و خطای آن‌ها برابر $\pm 0/001 \text{ mm}$ می‌باشد. در کولیس داریم:

$$= 1656 \times 10^{-3} \times 10^3 \times \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}}{60 \times 60 \text{ s}^2} = 0/46 \text{ N}$$

اکنون با استفاده از رابطه قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0/46}{0/46} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گزینه ۳ ۳۹

ابتدا یکای هر یک از دو کمیت داده شده را با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای به یکای SI تبدیل می‌کنیم:

$$10^8 \frac{\text{cm}}{\mu\text{g} \cdot \text{ms}^2} = 10^8 \frac{\text{cm}}{\mu\text{g} \cdot \text{ms}^2} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \left(\frac{1 \text{ ms}}{10^{-3} \text{ s}} \right)^2$$

$$= 10^{21} \frac{\text{m}}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$10^{-4} \frac{\text{mg}^2}{\text{km} \cdot \text{ns}} = \frac{10^{-4} \text{ mg}^2}{\text{km} \cdot \text{ns}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}}$$

$$\left(\frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \right)^2 = 10^{-1} \frac{\text{kg}^2}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

بنابراین حاصل ضرب آن‌ها برابر خواهد بود با:

$$10^8 \frac{\text{cm}}{\mu\text{g} \cdot \text{ms}^2} \times 10^{-4} \frac{\text{mg}^2}{\text{km} \cdot \text{ns}} = 10^{21} \frac{\text{m}}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \times 10^{-10} \frac{\text{kg}^2}{\text{m} \cdot \text{s}} = 10^{11} \frac{\text{kg}}{\text{s}^3}$$

گزینه ۳ ۴۰

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم، داریم:

گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$1 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{ns}^2} = 1 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{ns}^2} \times \frac{10^{-6} \text{ g}}{1 \mu\text{g}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}}$$

$$\times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ ns}^2}{(10^{-9})^2 \text{ s}^2} = 10^6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 10^6 \text{ N}$$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$100 \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}} = 100 \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}} \times \frac{(10^{-3})^3 \text{ m}^3}{1 \text{ mm}^3} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}}$$

$$= 100 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} 10^2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

گزینه «۳» درست است؛ زیرا:

$$30 \frac{\text{kg} \cdot \text{nm}^2}{\mu\text{s}^3} = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{nm}^2}{\mu\text{s}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}}$$

$$\times \frac{1 \mu\text{s}^3}{(10^{-6})^3 \text{ s}^3} \times \frac{(10^{-9})^2 \text{ m}^2}{1 \text{ nm}^2} = 30 \times 10^9 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (3 \times 10^1) \times 10^9 = 3 \times 10^{10} \frac{\mu\text{g} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

گزینه «۴» نادرست است؛ زیرا:

$$1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} \times \frac{1 \text{ km}^2}{(10^3)^2 \text{ m}^2} \times \frac{(10^{12})^2 \text{ s}^2}{1 \text{ Ts}^2} \times \frac{10^{-6} \text{ K}}{1 \mu\text{K}}$$

$$= 10^{12} \frac{\text{km}^2}{\text{Ts}^2 \cdot \mu\text{K}}$$

گزینه ۳ ۴۱

- عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری، عبارتند از:
- حساسیت و دقت وسیله اندازه‌گیری
 - مهارت شخص آزمایشگر
 - تعداد دفعات اندازه‌گیری

$$(15 / 661 \pm 0 / 001) \text{mm} \Rightarrow 15 / 660 \leq x \leq 15 / 662$$

و در ریزسنج نیز داریم:

$$(20 / 083 \pm 0 / 001) \text{mm} \Rightarrow 20 / 082 \leq x' \leq 20 / 084$$

گزینه ۳ ۴۹

در وسایل دیجیتال (رقمی) خطا برابر است با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی که دستگاه می‌خواند. لذا در این سؤال، خطای کرومومتر برابر $15 / 0$ است و در نتیجه عدد گزارش شده در گزینه‌های «۱» و «۳» صحیح است. از طرفی تعداد ارقام بامعنا ۴ تا می‌باشد. (رقم غیرقطعی هم جزء ارقام معنادار است).

گزینه ۲ ۵۰

رقم آخر، رقم غیرقطعی و مشکوک است؛ بنابراین رقم ۵، رقم غیرقطعی است. در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، دقت ابزار برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند و خطای اندازه‌گیری برابر با مثبت و منفی دقت آن ابزار است. بنابراین:

$$\text{خطای اندازه‌گیری} = \pm 0 / 001 \text{mm} = \pm 0 / 0001 \text{cm}$$

گزینه ۲ ۵۱

می‌دانیم دقت هر وسیله (خطکش)، کم‌ترین مقداری است که آن وسیله (خطکش) اندازه‌گیری می‌کند. از طرفی خطای هر وسیله مدرج (مثل خطکش مشخص شده در شکل) مثبت و منفی نصف دقت آن وسیله می‌باشد. بنابراین خطای خطکش (۱) برابر $5 \text{cm} \pm 0 / 5 \text{cm}$ و خطای خطکش (۲) برابر $5 \text{mm} \pm 0 / 5 \text{mm}$ می‌باشد. در نهایت برای گزارش اندازه‌گیری هر خطکش داریم:

خطکش (۱): $4 / 2 \text{cm} \pm 0 / 5 \text{cm}$ ، دقت کنید، رقم ۲، رقم غیرقطعی محسوب می‌شود و می‌توان به جای آن رقم ۳ نیز گزارش کرد.

خطکش (۲): $46 / 4 \text{mm} \pm 0 / 5 \text{mm}$ ، دقت کنید، رقم ۴، رقم غیرقطعی محسوب می‌شود و می‌توان به جای آن رقم ۲، ۳ و یا ۵ نیز گزارش کرد.

گزینه ۲ ۵۲

$$\frac{1}{3} \text{cm} = \text{کمینه تقسیم‌بندی وسیله} = \text{دقت وسیله اندازه‌گیری مدرج}$$

خطای اندازه‌گیری توسط خطکش $\frac{\text{دقت}}{3} \pm$ است. یعنی

$$\pm \frac{1}{6} \text{cm} \approx \pm 0 / 17 \text{cm}$$

که باید به صورت $0 / 2 \text{cm} \pm$ گرد شود. بنابراین نتیجه اندازه‌گیری به صورت زیر است: (رقم ۶ رقم قطعی است).

$$(3 / 6 \pm 0 / 2) \text{cm}$$

گزینه ۳ ۵۳

با توجه به شکل صورت سؤال و محل قرارگیری ابتدا و انتهای جسم، طول جسم برابر با $21 / 5 \text{mm} = 14 - 35 / 5$ است. از سوی دیگر، کمینه درجه‌بندی خطکش و در نتیجه دقت اندازه‌گیری آن برابر با 1mm می‌باشد که بر اساس قاعده خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به صورت $10 / 5 \text{mm} \pm 1 \times \pm 1$ خواهد بود. پس می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را به صورت $(21 / 5 \pm 0 / 5) \text{mm}$ بیان کرد.

گزینه ۱ ۵۴

$$0 / 5 \text{cm} = \text{دقت خطکش} = \text{کمینه درجه‌بندی}$$

$$\Rightarrow \text{خطا} = \pm \frac{\text{دقت}}{2} = \pm 0 / 25 \text{cm}$$

$$\Rightarrow \text{خطای وسیله} = \pm 0 / 3 \text{cm}$$

رقم حدسی و غیرقطعی

$$\uparrow \text{گزارش اندازه‌گیری} (4 / 0 \pm 0 / 3) \text{cm}$$

خطای اندازه‌گیری دو رقم بامعنا

گزینه ۲ ۵۵

کمینه درجه‌بندی این دماسنج 2°C است. با توجه به این که در وسیله‌های مدرج، خطا برابر $\pm \frac{1}{2}$ کمینه درجه‌بندی است پس خطای این دماسنج

$$\pm 0 / 5^\circ \text{C} \text{ است.}$$

از طرفی چون دماسنج تا 1°C می‌تواند دما را اندازه بگیرد، پس مرتبه رقم حدسی آن نیز از مرتبه خطای وسیله است و یک رقم بعد از اعشار را می‌توان حدس زد. پس گزینه «۲» صحیح است.

گزینه ۴ ۵۶

برای MPH داریم:

کمینه درجه‌بندی برابر ۵ می‌باشد که خطای آن، $5 / 2 \pm$ یعنی $5 \times \frac{1}{2} \pm$ می‌باشد. از طرفی عقربه از روی ۳۰ عبور کرده پس گزینه‌های «۱» و «۲» غلط می‌باشند و $3 \text{MPH} \pm 32 \text{MPH}$ صحیح می‌باشد. برای $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ داریم:

کمینه درجه‌بندی برابر ۱۰ می‌باشد که خطای آن، $10 \times \frac{1}{2} \pm$ یعنی $5 \pm$ می‌باشد. از طرفی عقربه از روی ۵۰ عبور کرده پس گزینه «۳» غلط و $51 \frac{\text{km}}{\text{h}} \pm 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ صحیح می‌باشد.

گزینه ۳ ۵۷

با توجه به شکل صورت سؤال، دماسنج دمای 56°C را نشان می‌دهد. کمینه درجه‌بندی این دماسنج نیز برابر 5°C است و مطابق قاعده خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به صورت $5^\circ \text{C} \pm 2 / 5$ بیان می‌شود که با توجه به طول قرائت شده، خطا باید به صورت $3^\circ \text{C} \pm$ گرد شود تا گزارش نتیجه اندازه‌گیری از نظر محاسبه‌های فیزیکی درست باشد. تعداد ارقام بامعنا نیز بر اساس نتیجه اندازه‌گیری ($3^\circ \text{C} \pm 56^\circ \text{C}$)، ۲ رقم (ارقام ۵ و ۶) است.

گزینه ۳ ۵۸

کمینه درجه‌بندی خطکش برابر با 2mm است. بنابراین خطای اندازه‌گیری توسط خطکش برابر $1 \text{mm} \pm 0 / 2$ است. (علت نادرستی گزینه‌های «۱» و «۴» از طرفی از آنجا که کمینه درجه‌بندی خطکش $0 / 2$ میلی‌متر است، بنابراین رقم ۳ غیرقطعی است و نتیجه اندازه‌گیری نمی‌تواند شامل بیش از یک رقم غیرقطعی باشد. (نادرستی گزینه «۲»)

گزینه ۴ ۵۹

در حالت اول، دقت اندازه‌گیری برابر با $1 \text{mm} = 0 / 01 \text{mm} = 2 \times 0 / 005$ است و بنابراین عدد گزارش شده برحسب میلی‌متر دارای سه رقم اعشار می‌باشد. دقت کنید که اگر آخرین رقم از سمت راست صفر بود، نمی‌شد آن را حذف کرد و برای درستی دقت اندازه‌گیری، می‌بایست آورده می‌شد.

در حالت دوم، دقت اندازه‌گیری برابر با 1mm بوده و بنابراین عدد گزارش شده باید برحسب میلی‌متر دارای یک رقم اعشار باشد، یعنی به صورت $2 / 0 \text{mm}$ گزارش شود. اما در صورت سؤال، گزارش نتیجه اندازه‌گیری برحسب سانتی‌متر خواسته شده و با توجه به این که هر سانتی‌متر برابر با 10 میلی‌متر (و در نتیجه هر میلی‌متر برابر با $0 / 1$ سانتی‌متر) است، داریم:

$$2 / 0 \text{mm} \pm 0 / 5 \text{mm} \xrightarrow{1 \text{mm} = 0 / 1 \text{cm}} 0 / 20 \text{cm} \pm 0 / 05 \text{cm}$$

نکته مهم در تبدیل واحدها این است که تعداد ارقام بامعنا عدد نباید تغییر کند.

گزینه ۲ ۶۰

دقت وسایل مدرج معمولاً دو برابر قدرمطلق خطای وسیله است. پس دقت دماسنج A معادل، $0 / 1^\circ \text{C}$ می‌باشد. از آنجا که دقت اندازه‌گیری دو دماسنج برابر است، بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج B نیز معادل $0 / 1^\circ \text{C}$ خواهد بود و در نتیجه عددی که این دماسنج دیجیتال گزارش می‌کند باید به گونه‌ای باشد که سمت راست‌ترین رقم، هم مرتبه با دقت باشد. پس عدد نشان داده شده توسط این دماسنج معادل $28 / 7^\circ \text{C}$ خواهد بود.

گزینه ۳ ۶۱

- می‌دانیم که معمولاً در موارد زیر از تخمین استفاده می‌شود:
- ۱) دقت بالا در محاسبه‌ها، اهمیت چندانی نداشته باشد.
 - ۲) زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.
 - ۳) همه یا بخشی از داده‌های مورد نیاز، در دسترس نباشد.

بنابراین گزینه «۳» نادرست است و هنگام دسترسی به اطلاعات کامل و دقیق، حل واقعی مسئله بر حل تخمینی آن اولویت دارد. دقت کنید که در روش تخمین مرتبه بزرگی که در فیزیک کاربرد زیادی دارد، عدد تخمین زده شده به صورت توانی از ۱۰ بیان می‌گردد.

گزینه ۴

در روش تخمین مرتبه بزرگی، نخست اعداد را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم، سپس بر اساس این که ضریب، عددی کوچک‌تر از ۵ است یا بزرگ‌تر یا مساوی ۵، قاعده تخمین مرتبه بزرگی را اعمال می‌نماییم. در این سؤال داریم:

گزینه «۱» نادرست است، زیرا:
 $0.00084 = 8/4 \times 10^{-4} \sim 10^1 \times 10^{-4} = 10^{-3}$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:
 $310000 = 3/1 \times 10^5 \sim 10^0 \times 10^5 = 10^5$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا:
 $0.049 \times 10^{-4} = (4/9 \times 10^{-2}) \times 10^{-4} = 4/9 \times 10^{-6} \sim 10^0 \times 10^{-6} = 10^{-6}$

گزینه «۴» درست است، زیرا:
 $950 \times 10^{-3} = (9/5 \times 10^2) \times 10^{-3} = 9/5 \times 10^{-1} \sim 10^0 \times 10^{-1} = 10^0 = 1$

گزینه ۳

ابتدا هر یک از اعداد را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم، سپس قاعده تخمین مرتبه بزرگی را بر حسب کوچک‌تر بودن یا بزرگ‌تر یا مساوی بودن ضریب در مقایسه با عدد ۵، اعمال می‌نماییم. داریم:

درست $\rightarrow 761 = 7/61 \times 10^2 \sim 10^1 \times 10^2 = 10^3$

$13/5 \times 10^6 = (1/35 \times 10^1) \times 10^6 = 1/35 \times 10^7 \sim 10^0 \times 10^7 = 10^7$ درست

نادرست $\rightarrow 1/7 \times 10^{-4} \sim 10^0 \times 10^{-4} = 10^{-4}$

درست $\rightarrow 0.059 = 5/9 \times 10^{-2} \sim 10^0 \times 10^{-2} = 10^{-1}$

همان گونه که ملاحظه می‌کنید، سه مورد از تخمین‌ها درست هستند و گزینه «۳» پاسخ سؤال است.

گزینه ۳

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یکای km را به یکای cm تبدیل نموده و حاصل را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم. سپس از قاعده تخمین مرتبه بزرگی کمک می‌گیریم، داریم:

$d = 1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$

$\Rightarrow d = 150 \times 10^6 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2}} = 150 \times 10^{11} \text{ cm}$

$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} d = 1/5 \times 10^{13} \text{ cm} \xrightarrow{1/5 < 5} d \sim 10^0 \times 10^{13} = 10^{13} \text{ cm}$

گزینه ۱

ابتدا قیمت انرژی الکتریکی مصرفی سالانه یک خانواده ایرانی را برآورد می‌نماییم:

قیمت \times انرژی مصرفی هر ماه \times تعداد ماه‌های سال = قیمت انرژی مصرفی سالانه یک خانواده
 $\Rightarrow 12 \times 180 \times 500 = (1/2 \times 10^1) \times (1/8 \times 10^2) \times (5 \times 10^2)$

قیمت انرژی مصرفی سالانه یک خانواده
 $\xrightarrow{1/2 < 5, 1/8 < 5} d \geq 5$
 $\sim (10^0 \times 10^1) \times (10^0 \times 10^2) \times (10^1 \times 10^2) = 10^6$ ریال

از سوی دیگر، باید تعداد خانواده‌های ایرانی را تخمین بزنیم، داریم:

$2 \times 10^7 = \frac{80 \times 10^6}{4} = 20 \times 10^6 = 2 \times 10^7$

$\xrightarrow{2 < 5} \sim 10^0 \times 10^7 = 10^7$

بنابراین تخمین مرتبه بزرگی قیمت انرژی الکتریکی مصرفی سالانه خانوارهای ایرانی برابر خواهد بود با:

ریال $10^{13} = 10^6 \times 10^7 \sim$ قیمت انرژی مصرفی سالانه خانوارهای ایرانی

گزینه ۲

با مطالعه دقیق صورت سؤال، می‌توان متوجه شد که رابطه زیر برقرار است:
 ظرفیت \times (تعداد واگن‌های) \times (تعداد قطارهای) = حداکثر تعداد مسافر
 هر قطار \times فعال \times در طول سال

تعداد روزهای \times دفعات طی کردن \times سال
 مسیر در هر روز

\Rightarrow حداکثر تعداد مسافر در طول سال
 \Rightarrow $(7 \times 10^0) \times (1/3 \times 10^2) =$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال

\Rightarrow $(3/65 \times 10^2) \times (8 \times 10^0) \times (1/8 \times 10^2) =$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال

$\xrightarrow{1/3 < 5, 1/8 < 5, 3/65 < 5} \rightarrow 7 \geq 5, 8 \geq 5}$

$\sim (10^0 \times 10^2) \times (10^1 \times 10^0) \times (10^0 \times 10^2)$ حداکثر تعداد مسافر در طول سال

$\times (10^1 \times 10^0) \times (10^0 \times 10^2)$

\Rightarrow 10^8 نفر حداکثر تعداد مسافر در طول سال

گزینه ۲

ابتدا مرتبه بزرگی قدمت شهر و مرتبه بزرگی زمان یک سال (برحسب میکروثانیه) را به دست می‌آوریم:

$1/2 < 5 \rightarrow 12000 \text{ year} = 1/2 \times 10^4 \text{ year}$ قدمت شهر

$10^0 \times 10^4 = 10^4 \text{ year}$ قدمت شهر

$365 \text{ day} = 365 \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}$ زمان یک سال

$\times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{10^6 \mu\text{s}}{1 \text{ s}} \rightarrow$

زمان یک سال $= (3/65 \times 10^2) \times (2/4 \times 10^1) \times (6 \times 10^1)$

$\times (6 \times 10^1) \times (1 \times 10^6)$

$\xrightarrow{3/65 < 5, 2/4 < 5, 1 < 5} \rightarrow 6 \geq 5}$

$(10^0 \times 10^2) \times (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^6) = 10^{13} \mu\text{s}$

حالا می‌توانیم مرتبه بزرگی قدمت شهر برحسب میکروثانیه را به دست آوریم:

$10^4 \text{ year} \times \frac{10^{13} \mu\text{s}}{1 \text{ year}} = 10^{17} \mu\text{s}$ قدمت شهر

گزینه ۳

ابتدا مرتبه بزرگی هر یک از کمیت‌ها را تخمین می‌زنیم. می‌دانیم که یک سال نوری مسافتی است که نور در طی یک سال می‌پیماید. ضمناً نور در هر ثانیه $3 \times 10^8 \text{ m}$ در خلأ طی می‌کند.

$25 \times 10^3 \text{ ly} = (2/5 \times 10^1) \times 10^3 = 2/5 \times 10^4 \sim 10^4 \text{ ly}$

$v_{\text{light}} = 3 \times 10^8 \sim 10^8 \text{ m/s}$

روز $365 = 3/65 \times 10^2 \sim 10^2$ روز = یک سال

ساعت $24 = 2/4 \times 10^1 \sim 10^1$ ساعت = یک روز

دقیقه $60 = 6 \times 10^1 \sim 10^2$ دقیقه = یک ساعت

ثانیه $60 = 6 \times 10^1 \sim 10^2$ ثانیه = یک دقیقه

بنابراین داریم:

$25 \times 10^3 \text{ ly} \sim 10^4 \times 10^2 \times 10^1 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^8 = 10^{19} \text{ m}$



۶۹ گزینة ۱

ابتدا مرتبة بزرگی عمر فرد را بر حسب دقیقه به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \text{عمر فرد} &= 60 \text{ year} \times \frac{365 \text{ day}}{1 \text{ year}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \Rightarrow \\ \text{عمر فرد} &= (6 \times 10^1) \times (3/65 \times 10^2) \times (2/4 \times 10^1) \times (6 \times 10^1) \\ &\xrightarrow{2/4 < 5, 3/65 < 5} \\ &\xrightarrow{6 \geq 5} \\ \text{عمر فرد} &= (10^1 \times 10^1) \times (10^0 \times 10^2) \times (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) \\ &= 10^7 \text{ min} \end{aligned}$$

از سوی دیگر، مرتبة بزرگی تعداد نفس در هر دقیقه برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد نفس در دقیقه} &= 1/4 < 5 \xrightarrow{1/4 < 5} \\ &= 1/4 \times 10^1 = 10^0 \text{ نفس} \\ &\text{نفس} \\ \text{حالا مرتبة بزرگی تعداد نفس در کل عمر را محاسبه می نماییم:} \\ \text{نفس} &= 10^8 \text{ نفس} \\ &= 10^7 \text{ min} \times 10^1 \text{ نفس} \\ &\text{نفس} \end{aligned}$$

۷۰ گزینة ۱

ابتدا قد و قطر گلبول قرمز را به یکایی یکسان (هر دو متر) تبدیل کرده، سپس قاعده تخمین را در مورد آن‌ها به کار می بریم. داریم:

$$\begin{aligned} \text{قد: } h &= 175 \text{ cm} = 175 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} = 1/75 \text{ m} \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} h = 1/75 \times 10^0 \text{ m} \xrightarrow{1/75 < 5} \\ h &\sim 10^0 \times 10^0 = 1 \text{ m} \\ \text{قطر گلبول قرمز: } D &= 7/5 \mu\text{m} = 7/5 \mu\text{m} \times \frac{1 \text{ m}}{10^6 \mu\text{m}} \\ &= 7/5 \times 10^{-6} \text{ m} \xrightarrow{7/5 \geq 5} D \sim 10^1 \times 10^{-6} = 10^{-5} \text{ m} \\ \text{در نتیجه، تعداد گلبول‌های قرمز لازم، برابر خواهد بود با:} \\ n &= \frac{h}{D} = \frac{1}{10^{-5}} = 10^5 \text{ گلبول قرمز} \end{aligned}$$

۷۱ گزینة ۲

ابتدا مساحت کره زمین را بر حسب مترمربع برآورد می کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} A &= 4\pi R^2 \xrightarrow{\pi=3/14} \\ R &= 6400 \text{ km} = 6/4 \times 10^6 \text{ m} \\ A &= 4 \times 3/14 \times (6/4 \times 10^6)^2 \xrightarrow{} \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} A = 12/56 \times (6/4)^2 \times 10^{12} \\ A &= (1/256 \times 10^1) \times (6/4 \times 10^0)^2 \times 10^{12} \xrightarrow{1/256 < 5} \\ &\xrightarrow{6/4 \geq 5} \\ A &\sim (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^0)^2 \times 10^{12} = 10^{15} \text{ m}^2 \\ \text{نظر به این که هر هکتار برابر است با } 10^4 \text{ m}^2 \text{، با استفاده از روش تبدیل} \\ &\text{زنجره‌ای داریم:} \end{aligned}$$

$$A = 10^{15} \text{ m}^2 \times \frac{1 \text{ هکتار}}{10^4 \text{ m}^2} = 10^{11} \text{ هکتار}$$

۷۲ گزینة ۲

ابتدا تخمین مرتبة بزرگی تعداد صفحات کتاب و نیز مساحت هر صفحه را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد صفحات} &= 560 = 5/6 \times 10^2 \sim 10^1 \times 10^2 = 10^3 \\ \text{چون هر صفحه از هر طرف } 1 \text{ cm} \text{ حاشیة خالی دارد، پس ابعاد قسمتی از هر} \\ \text{صفحه که شامل کلمات است، معادل } 20 \text{ cm} \times 27 \text{ cm} \text{ می شود و می توان} \\ \text{نوش:} \\ \text{مساحت قسمت مفید صفحه} &= 20 \text{ cm} \times 27 \text{ cm} = 540 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 5/4 \times 10^2 = 10^1 \times 10^2 = 10^3 \text{ cm}^2 \\ &\downarrow \\ &\text{بیش تر از } 5 \\ \text{هم چنین تخمین مرتبة بزرگی مساحت متوسط هر کلمه چنین می شود:} \\ \text{مساحت هر کلمه} &= 0/5 \text{ cm}^2 = 5/10 \times 10^{-1} \text{ cm}^2 \sim 10^1 \times 10^{-1} = 1 \text{ cm}^2 \\ &\downarrow \\ &\text{بزرگتر یا مساوی } 5 \\ \text{اکنون تعداد کلمات این کتاب را به صورت زیر تخمین می زنیم:} \\ \text{کلمه } &= 10^6 \\ &= \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ cm}^2} \times \frac{1 \text{ کلمه}}{1 \text{ cm}^2} \times \text{صفحه } 10^3 \end{aligned}$$

۷۳ گزینة ۲

ابتدا حجم مکعب و حجم اتم را به یکایی یکسان (هر دو مترمکعب) تبدیل کرده، سپس قاعده تخمین را در مورد آن‌ها به کار می بریم. داریم:

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب: } V &= 96 \text{ mm}^3 = 96 \text{ mm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{(10^3)^3 \text{ mm}^3} \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} V = 96 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \\ V &= (9/6 \times 10^1) \times 10^{-9} = 9/6 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \xrightarrow{9/6 \geq 5} \\ V &\sim 10^1 \times 10^{-8} = 10^{-7} \text{ m}^3 \\ \text{حجم اتم: } V' &= 52 \times 10^{-32} \text{ m}^3 \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \\ V' &= (5/2 \times 10^1) \times 10^{-32} = 5/2 \times 10^{-31} \text{ m}^3 \xrightarrow{5/2 \geq 5} \\ V' &\sim 10^1 \times 10^{-31} = 10^{-30} \text{ m}^3 \\ \text{در نتیجه، تعداد اتم‌های لازم، برابر خواهد بود با:} \\ n &= \frac{V}{V'} = \frac{10^{-7}}{10^{-30}} = 10^{23} \text{ اتم} \end{aligned}$$

۷۴ گزینة ۲

ابتدا مرتبة بزرگی مساحت زمین کشاورزی (A) و ارتفاع آب حاصل از باران (h) را تخمین می زنیم:

$$\begin{aligned} A &= 600 \text{ km}^2 = 600 \text{ km}^2 \times \frac{(10^3)^2 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} \\ &= 600 \times 10^6 \text{ m}^2 \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \\ A &= (6 \times 10^2) \times 10^6 = 6 \times 10^8 \text{ m}^2 \xrightarrow{6 \geq 5} \\ A &\sim 10^1 \times 10^8 = 10^9 \text{ m}^2 \\ h &= 12 \text{ mm} = 12 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} = 12 \times 10^{-3} \text{ m} \\ &\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} h = (1/2 \times 10^1) \times 10^{-3} = 1/2 \times 10^{-2} \text{ m} \\ &\xrightarrow{1 < 5} h \sim 10^0 \times 10^{-2} = 10^{-2} \text{ m} \\ \text{سپس مرتبة بزرگی حجم باران را محاسبه می نماییم:} \\ V_1 &= Ah = 10^9 \times 10^{-2} = 10^7 \text{ m}^3 \\ \text{حالا مرتبة بزرگی حجم هر قطره باران را به دست می آوریم:} \\ V_2 &= \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow{\pi=3} \\ r &= 1/4 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4} \text{ m} \\ V_2 &= \frac{4}{3} \times 3 \times (2 \times 10^{-4})^3 = 32 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \\ V_2 &= (3/2 \times 10^1) \times 10^{-9} = 3/2 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \xrightarrow{3/2 < 5} \\ V_2 &\sim 10^0 \times 10^{-8} = 10^{-8} \text{ m}^3 \\ \text{بدین ترتیب، مرتبة بزرگی تعداد قطره‌های باران برابر است با:} \\ n &= \frac{V_1}{V_2} = \frac{10^7}{10^{-8}} = 10^{15} \text{ قطره} \end{aligned}$$

ابتدا مساحت کره زمین را برحسب مترمربع برآورد می‌کنیم. داریم:

$$A = 4\pi R^2 \xrightarrow{\pi=3/14} R=6400 \text{ km} = 6/4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$A = 4 \times 3/14 \times (6/4 \times 10^6)^2$$

$$\Rightarrow A = 12/56 \times (6/4)^2 \times 10^{12} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A = (1/256 \times 10^1) \times (6/4 \times 10^0)^2 \times 10^{12} \xrightarrow{1/256 < 5, 6/4 \geq 5}$$

$$A \sim (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^0)^2 \times 10^{12} = 10^{15} \text{ m}^2$$

نظر به این که ۷۵ درصد سطح کره زمین از آب پوشیده شده، برای برآورد مساحت آب‌های کره زمین (A') داریم:

$$A' = \frac{75}{100} \times A = (75 \times 10^{-2}) \times 10^{15} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A' = (7/5 \times 10^{-1}) \times 10^{15} = 7/5 \times 10^{14} \xrightarrow{7/5 \geq 5}$$

$$A' \sim 10^1 \times 10^{14} = 10^{15} \text{ m}^2$$

با توجه به ارتفاع ۵ کیلومتری آب، برای محاسبه تخمینی از حجم آب موجود روی کره زمین، داریم:

$$V = A'h \xrightarrow{h=5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}, A'=10^{15} \text{ m}^2} V = 10^{15} \times (5 \times 10^3)$$

$$\xrightarrow{5 \geq 5} V \sim 10^5 \times (10^1 \times 10^3) = 10^{19} \text{ m}^3$$

چون یکای خواسته مسئله، لیتر است، به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$V = 10^{19} \text{ m}^3 \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 10^{22} \text{ L}$$

هر مولکول آب، $10 = (2 \times 1) + 8$ الکترون دارد. با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$\text{مولکول} \frac{6/022 \times 10^{23}}{18 \text{ g}} \times 30 \times 10^3 \text{ g} = \text{تعداد الکترون‌های بدن کودک}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \frac{\text{الکترون}}{\text{مولکول}} \times$$

$$\text{تعداد الکترون‌های بدن کودک} = (3 \times 10^4) \times \left(\frac{6/022 \times 10^{23}}{18 \times 10^1} \right) \times (10^1)$$

$$\xrightarrow{3 < 5, 1/18 < 5, 6/022 \geq 5} \sim (10^0 \times 10^4) \times \text{تعداد الکترون‌های بدن کودک}$$

$$\times \left(\frac{10^1 \times 10^{23}}{10^0 \times 10^1} \right) \times (10^1) = 10^{28}$$

با مطالعه دقیق صورت سؤال، می‌توان متوجه شد که رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\text{km}}{\text{year}} \times 10000 \times \text{دستگاه} = 40000000 \text{ متوسط مصرف روزانه}$$

بنزین توسط خودروهای

سواری در تهران

$$\times \frac{13 \text{ L}}{100 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ year}}{365 \text{ day}} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$\text{متوسط مصرف روزانه} = (4 \times 10^6) \times (1 \times 10^4)$$

بنزین توسط خودروهای

سواری در تهران

$$\times \left(\frac{1/3 \times 10^1}{1 \times 10^2} \right) \times \left(\frac{1}{3/65 \times 10^2} \right) \xrightarrow{4 < 5, 1 < 5, 1/3 < 5, 3/65 < 5}$$

$$\sim \text{متوسط مصرف روزانه} (10^0 \times 10^6) \times (10^0 \times 10^4)$$

بنزین توسط خودروهای

سواری در تهران

$$\times \left(\frac{10^0 \times 10^1}{10^0 \times 10^2} \right) \times \left(\frac{1}{10^0 \times 10^2} \right) \Rightarrow \sim 10^7 \frac{\text{L}}{\text{day}}$$

بنزین توسط خودروهای

سواری در تهران

ابتدا با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، مرتبه بزرگی جرم جو را برآورد می‌کنیم. در این رابطه به جای F، وزن جو زمین (mg) و به جای A، مساحت سطح زمین ($4\pi R^2$) را قرار می‌دهیم.

$$A = 4\pi R^2 = 4 \times 3/14 \times (6/4 \times 10^6)^2$$

$$= 12/56 \times (6/4)^2 \times 10^{12} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

$$A = (1/256 \times 10^1) \times (6/4 \times 10^0)^2 \times 10^{12} \xrightarrow{1/256 < 5, 6/4 \geq 5}$$

$$A \sim (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^0)^2 \times 10^{12} = 10^{15} \text{ m}^2$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \Rightarrow F \sim 10^5 \times 10^{15} \Rightarrow F \sim 10^{20} \text{ N}$$

$$F = mg \Rightarrow m = \frac{F}{g} = \frac{10^{20}}{10} = 10^{19} \text{ kg}$$

حالا با استفاده از درصد جرمی گاز آرگون، جرم آن را محاسبه می‌کنیم. باید دقت شود که جرم برحسب تن خواسته شده است.

درصد جرمی آرگون \times جرم جو زمین = جرم گاز آرگون در جو زمین
ضریب تبدیل kg به ton

$$\xrightarrow{10^{-2} \sim 10^{-2} = 1/28 \times 10^{-2} = \text{درصد جرمی آرگون}}$$

$$10^{19} \text{ kg} \times 10^{-2} \times \frac{1 \text{ ton}}{10^3 \text{ kg}} = 10^{14} \text{ ton}$$

با فرض دایره‌ای بودن مدار زمین، مسافت پیموده شده توسط زمین در طول یک سال را تخمین می‌زنیم:

$$\text{مسافت پیموده شده} = 2\pi R \xrightarrow{\pi=3/14} R=1/5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت پیموده شده} = 2 \times 3/14 \times (1/5 \times 10^{11})$$

$$\xrightarrow{6/28 \geq 5, 1/5 < 5} \text{مسافت پیموده شده} = 6/28 \times (1/5 \times 10^{11})$$

$$\sim 10^1 \times (10^0 \times 10^{11}) = 10^{12} \text{ m}$$

از سوی دیگر، مرتبه بزرگی زمان یک سال (برحسب ثانیه) برابر است با:

$$\text{زمان یک سال} = 365 \text{ day} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$$

$$\Rightarrow \text{زمان یک سال} = (3/65 \times 10^2) \times (2/4 \times 10^1) \times (6 \times 10^1)$$

$$\xrightarrow{3/65 < 5, 2/4 < 5, 6 \geq 5} (6 \times 10^1)$$

$$\sim (10^0 \times 10^2) \times (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1)$$

$$\times (10^1 \times 10^1) = 10^7 \text{ s}$$

حال طبق تعریف تندی، می‌توان نوشت:

$$\text{تندی زمین} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}} = \frac{10^{12}}{10^7} = 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ابتدا تندی حرکت زمین به دور خورشید را به دست می‌آوریم. دقت کنید که زمین در یک سال یک دور به دور خورشید می‌چرخد. ابتدا مسافتی را که زمین در یک سال طی می‌کند، می‌یابیم:

$$d = 2\pi R = 2 \times 3/14 \times 1/5 \times 10^{11} = 9/5 \times 10^{11} \sim 10^{12} \text{ m}$$

حال مدت زما ت یک سال را بر حسب ثانیه تخمین می‌زنیم:

$$\frac{V_{Cu} = \frac{f}{\rho} \pi R_{Cu}^2}{V_{Al} = \frac{f}{\rho} \pi R_{Al}^2} \rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2$$

$$\frac{D_{Al} = 2D_{Cu} \rightarrow R_{Al} = 2R_{Cu}}{m_{Al} = 2/4 m_{Cu}} \rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 2/4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0/4$$

۸۶ گزینه ۴

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \rightarrow \frac{V_A = A_A h_A = (\pi R_A^2) h_A}{V_B = A_B h_B = (\pi (R_B^2 - R_B'^2)) h_B}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{R_B^2 - R_B'^2}{R_A^2} \times \frac{h_A}{h_B}$$

$$\frac{m_A = m_B, h_A = h_B}{R_A = R_B = R, R_B' = \frac{1}{2} R_B = \frac{1}{2} R} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{R^2 - (\frac{1}{2} R)^2}{R^2} \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{R^2 - \frac{1}{4} R^2}{R^2} = \frac{\frac{3}{4} R^2}{R^2} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4}$$

۸۷ گزینه ۳

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. با توجه به این که حجم مخروط از رابطه $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ بدست می‌آید، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h}{V_2 = a^3} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{a^3}{\frac{1}{3} \pi r^2 h}$$

$$\frac{h = a, r = \frac{a}{2}}{\pi = 3, m_1 = m_2} \rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 \times \frac{a^3}{\frac{1}{3} \times 3 \times (\frac{a}{2})^2 \times a} = \frac{a^3}{\frac{a^3}{4}} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = 4$$

۸۸ گزینه ۱

ابتدا تخمین مرتبه بزرگی حجم کره زمین را به دست می‌آوریم:

$$R = 6400 \text{ km} = \frac{6}{4} \times 10^6 \text{ m} \sim 10^1 \times 10^6 = 10^7 \text{ m}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \approx \frac{4}{3} \times 3 \times (10^7)^3 = 4 \times 10^{21} \text{ m}^3 \sim 10^0 \times 10^{21} = 10^{21} \text{ m}^3$$

اکنون جرم زمین را با فرض داشتن چگالی ستاره‌های کوتوله سفید، به دست آورده و در نهایت بر جرم خورشید تقسیم می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m}{10^{21}} = 10^8 \Rightarrow m_{\text{زمین}} = 10^{29} \text{ kg}$$

$$m_{\text{خورشید}} = \frac{1/989 \times 10^{30}}{5} \sim 10^0 \times 10^{30} = 10^{30} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{\text{زمین}}}{m_{\text{خورشید}}} = \frac{10^{29}}{10^{30}} = 10^{-1} = 0/1$$

۸۹ گزینه ۳

هرگاه چگالی جسمی بیش‌تر از چگالی آب باشد، جسم در آب فرو می‌رود و اگر چگالی جسم کم‌تر از چگالی آب باشد، جسم روی آب می‌ماند. در شکل «الف»، چگالی پرتقال با پوست کم‌تر از چگالی آب است، پس روی آب شناور می‌ماند. در شکل «ب»، وقتی پوست پرتقال کنده شود، علی‌رغم این که جرم آن کاهش می‌یابد، ولی کاهش حجم بیش‌تری خواهد داشت و چگالی آن نسبت به چگالی آب بیش‌تر می‌شود و در نتیجه درون آب فرو می‌رود.

۹۰ گزینه ۳

جرم شخص ۶۰ kg است و حدود ۸ درصد از جرم بدن وی را خون تشکیل می‌دهد، بنابراین جرم خون برابر است با:

$$t = 365 \times 24 \times 60 \times 60$$

$$= (3/65 \times 10^2) \times (2/4 \times 10^1) \times (6 \times 10) \times (6 \times 10) \sim 10^7 \text{ s}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{10^{12}}{10^7} = 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس تندی حرکت زمین برابر است با:

حال مرتبه بزرگی جرم زمین را به دست می‌آوریم:

$$m = 6 \times 10^{24} \sim 10^1 \times 10^{24} = 10^{25} \text{ kg}$$

در نهایت انرژی جنبشی زمین برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \approx \frac{1}{2} \times 10^{25} \times (10^5)^2 = 5 \times 10^{24} \times 10^{10} \sim 10^{35} \text{ J}$$

۸۱ گزینه ۲

با به کارگیری روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\rho = 3/6 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 3/6 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 3/6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = 3/6 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 3/6 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{(10^{-3})^3 \text{ m}^3}{1 \text{ mm}^3}$$

$$= 3/6 \times 10^{-6} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

۸۲ گزینه ۴

برای به دست آوردن جرم باران باریده شده، طبق رابطه $m = \rho V$ ، به چگالی و حجم باران نیاز داریم. با توجه به معلوم بودن چگالی، برای محاسبه حجم کافی است مساحت سطح بارش را در ارتفاع باریده شده ضرب کنیم. داریم:

$$A = 2500 \text{ km}^2 \times \frac{(10^3)^2 \text{ m}^2}{1 \text{ km}^2} = 2/5 \times 10^9 \text{ m}^2$$

$$V = Ah = \frac{2/5 \times 10^9 \text{ m}^2 \times 4 \text{ mm}}{10^3 \text{ mm}} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$V = (2/5 \times 10^9) \times (4 \times 10^{-2}) = 10^8 \text{ m}^3$$

حالا می‌توان نوشت:

$$m = \rho V = \frac{\rho = 10^2 \text{ kg}}{V = 10^8 \text{ m}^3} \rightarrow m = 10^3 \times 10^8 = 10^{11} \text{ kg}$$

۸۳ گزینه ۱

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \rightarrow \frac{\rho_A = 1/5, V_A = 200 \text{ cm}^3}{V_B = 500 \text{ cm}^3, m_B = 200 \text{ g}}$$

$$1/5 = \frac{m_A}{200} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = \frac{1/5 \times 200 \times 2}{5} = 120 \text{ g}$$

۸۴ گزینه ۳

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \rightarrow \frac{V_B = \frac{f}{\rho} \pi R_B^2}{V_A = \frac{f}{\rho} \pi R_A^2}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 \rightarrow \frac{m_A = m_B}{R_A = 3 \text{ cm}, R_B = 6 \text{ cm}}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 1 \times 2^2 \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 4$$

۸۵ گزینه ۳

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{V_{Al}}$$

گزینه ۴ ۹۵

می‌دانیم که در هر دو حالت، جرم مجموعه برابر است با جرم ظرف توخالی به اضافه جرم مایع درون ظرف. در حالت اول داریم:

$$\text{جرم مایع } 1 + \text{جرم ظرف} = \text{جرم مجموعه توخالی}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مایع } 1 = 240 \text{ g}$$

چون جرم و چگالی مایع را داریم، با استفاده از رابطه چگالی، حجم آن (که برابر است با حجم ظرف توخالی) قابل محاسبه است. داریم:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \Rightarrow \frac{\rho_1 = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m_1 = 240 \text{ g}} \rightarrow 1/2 = \frac{240}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{240}{1/2} = 480 \text{ cm}^3$$

در حالت دوم نیز ابتدا باید جرم مایع ۲ (روغن) را به دست آورده و سپس با معلوم بودن جرم و حجم، چگالی‌اش را حساب کرد، یعنی می‌توان نوشت:

$$\text{جرم مایع } 2 + \text{جرم ظرف} = \text{جرم مجموعه توخالی}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مایع } 2 = 160 \text{ g}$$

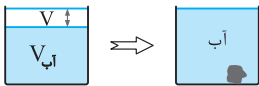
$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow \frac{m_2 = 160 \text{ g}}{V_2 = V_1 = 480 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho_2 = \frac{160}{480} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

در نهایت برای تبدیل یکای $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ به یکای $\frac{\text{g}}{\text{L}}$ ، با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\rho_2 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

گزینه ۲ ۹۶

با توجه به شکل، هنگامی که در ظرف آب داریم حجم خالی بالای ظرف را V و هنگامی که روغن داریم، حجم خالی بالای ظرف را V' در نظر می‌گیریم.

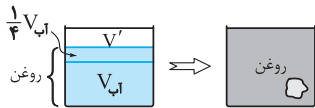


$$\text{حجم جسم در این حالت} = V + 100 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

در حالت دوم که هم جرم با آب، روغن در ظرف می‌ریزیم، حجم روغن داخل ظرف برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{V_{\text{روغن}}}{V_{\text{آب}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{m_{\text{آب}}} \times \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{روغن}}} = 1 \times \frac{1}{0.8} = \frac{5}{4}$$

پس حجم روغن داخل ظرف $\frac{5}{4}$ برابر حجم آب است.



$$\text{حجم جسم در این حالت} = V' + 200 \text{ cm}^3 \quad (2)$$

از طرفی با توجه به شکل‌ها داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} V + 100 = V' + 200$$

$$V - V' = 100 \text{ cm}^3 \quad (3)$$

از طرفی با توجه به شکل‌ها برای جسم داخل ظرف در هر حالت داریم:

$$V_{\text{آب}} + V = V_{\text{روغن}} + V' \xrightarrow{V_{\text{روغن}} = \frac{5}{4} V_{\text{آب}}} V_{\text{آب}} + V = \frac{5}{4} V_{\text{آب}} + V'$$

$$V_{\text{آب}} + V = \frac{5}{4} V_{\text{آب}} + V'$$

$$\Rightarrow V - V' = \frac{1}{4} V_{\text{آب}} \xrightarrow{(3)} 100 = \frac{1}{4} V_{\text{آب}} \Rightarrow V_{\text{آب}} = 400 \text{ cm}^3$$

پس جرم آب موجود در ظرف برابر است با:

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} \times V_{\text{آب}} = 1 \times 400 = 400 \text{ g}$$

$$\text{جرم خون} = m = \frac{\lambda}{100} \times 60 \text{ kg} = 4/8 \text{ kg}$$

عدد چگالی داده شده بر حسب $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است که با استفاده از روش تبدیل

زنجیره‌ای آن را بر حسب $\frac{\text{kg}}{\text{L}}$ می‌نویسیم:

$$\rho = 1/0.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 1/0.5 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/0.5 = \frac{4/8}{V} \Rightarrow V = 4/6 \text{ L}$$

گزینه ۲ ۹۱

می‌دانیم که برای محاسبه چگالی یک جسم، به جرم و حجم آن جسم نیاز داریم. در این سؤال، جرم جسم مستقیماً داده شده است. حجم جسم نیز برابر است با حجم مایع جابه‌جا شده، لذا داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{m = 42 \text{ g}}{V = 54 - 50 = 4 \text{ cm}^3} \rightarrow \rho = \frac{42}{4} = 10.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۱ ۹۲

برای محاسبه جرم قطعه فلز، به چگالی و حجم آن نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم قطعه فلز، باید توجه داشت که این حجم برابر است با حجم الکل بیرون ریخته شده. لذا قبل از هر چیزی، با در اختیار داشتن جرم و چگالی الکل، حجمش را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_{\text{الکل}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{V_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل}} = 160 \text{ g}}{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow$$

$$0.8 = \frac{160}{V_{\text{الکل}}} \Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{160}{0.8} = 200 \text{ cm}^3$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{فلز}} = 2/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_{\text{فلز}} = V_{\text{الکل}} = 200 \text{ cm}^3} \rightarrow 2/7 = \frac{m_{\text{فلز}}}{200}$$

$$\Rightarrow m_{\text{فلز}} = 2/7 \times 200 = 540 \text{ g}$$

گزینه ۱ ۹۳

برای محاسبه جرم الکل بیرون ریخته شده، به چگالی و حجم الکل نیاز داریم. چگالی مستقیماً داده شده است. در مورد حجم الکل، باید توجه داشت که حجم الکل برابر است با حجم گلوله آهنی. پس قبل از هر چیزی، با توجه به دانستن جرم و چگالی گلوله، حجمش را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_{\text{گلوله}} = \frac{m_{\text{گلوله}}}{V_{\text{گلوله}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{گلوله}} = 3900 \text{ g}}{\rho_{\text{گلوله}} = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow$$

$$7/8 = \frac{3900}{V_{\text{گلوله}}} \Rightarrow V_{\text{گلوله}} = \frac{3900}{7/8} = 500 \text{ cm}^3$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{الکل}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{V_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{الکل}} = 800 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_{\text{الکل}} = V_{\text{گلوله}} = 500 \text{ cm}^3} \rightarrow$$

$$0.8 = \frac{m_{\text{الکل}}}{500} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 0.8 \times 500 = 400 \text{ g}$$

گزینه ۱ ۹۴

ابتدا اختلاف حجم ظاهری و واقعی را که برابر با $\frac{1}{4}$ حجم جسم است، به دست

$$\Delta V = (32/1) - (25/5) = 6/6 \text{ mL} = 6/6 \times 10^{-3} \text{ L}$$

می‌آوریم: اکنون حجم جسم و چگالی آن به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\Rightarrow V_{\text{جسم کل}} = 4 \Delta V = 4 \times 6/6 \times 10^{-3} = 26/4 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{19/8}{26/4 \times 10^{-3}} = 750 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$



گزینه ۹۷

می‌دانیم که هرگاه چند مایع مخلوط نشدنی در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، مایعی که بیشترین چگالی را دارد، به پایین‌ترین لایه رفته و سایر مایع‌ها به ترتیب کاهش چگالی در لایه‌های بالایی قرار می‌گیرند. بنابراین مایع F که در پایین‌ترین لایه است، بیشترین چگالی و مایع A که در بالاترین لایه است، کمترین چگالی را دارد و می‌توان نوشت:

$$\rho_F > \rho_E > \rho_D > \rho_C > \rho_B > \rho_A$$

از سوی دیگر، طبق تعریف چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$)، چون مایع‌ها جرم مساوی دارند، چگالی با حجم نسبت عکس دارد و خواهیم داشت:

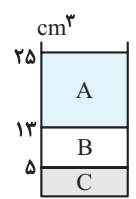
$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \rho \propto \frac{1}{V}$$

$$\rho_F > \rho_E > \dots > \rho_A \rightarrow V_A > V_B > V_C > V_D > V_E > V_F$$

که ترتیب‌های ذکر شده برای چگالی و حجم مایع‌های فوق، تنها در گزینه «۳» به درستی آورده شده‌اند.

گزینه ۹۸

مایعی که چگالی بیش‌تری دارد، پایین‌تر از همه و مایع با چگالی کم‌تر، بالاتر از همه قرار می‌گیرد. پس C همان جیوه، B آب و A روغن است. با توجه به رابطه چگالی و مشخص بودن حجم مایع‌ها، می‌توان جرم هر مایع را محاسبه کرد، داریم:



$$V_C = 5 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_C = \rho_C V_C = 13/6 \times 5 = 68 \text{ g}$$

$$V_B = 13 - 5 = 8 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_B = \rho_B V_B = 1 \times 8 = 8 \text{ g}$$

$$V_A = 25 - 13 = 12 \text{ cm}^3$$

$$m_A = \rho_A V_A = 0/85 \times 12 = 10/2 \text{ g}$$

گزینه ۹۹

به دلیل کم‌تر بودن چگالی یخ از آب، در اثر ذوب شدن یخ، حجم مخلوط کاهش پیدا می‌کند. اگر جرم یخ ذوب شده را m در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta V = V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}}$$

$$\frac{m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} = m, \Delta V = -5 \text{ cm}^3}{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{یخ}} = 0/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow -5 = \frac{m}{1} - \frac{m}{0/9}$$

$$\Rightarrow -5 = m - \frac{10m}{9} \Rightarrow -5 = \frac{-m}{9} \Rightarrow m = 45 \text{ g}$$

گزینه ۱۰۰

ابتدا نسبت چگالی دو مایع را با توجه به نمودار می‌یابیم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{V}{V} \times \frac{10}{7/5} = \frac{4}{3}$$

پس چگالی مایع B از چگالی A بیش‌تر است، لذا اگر آن‌ها را در داخل یک ظرف بریزیم در این صورت مایع B در پایین قرار می‌گیرد.

$$\begin{cases} h_A + h_B = H (1) \\ m_A = m_B = \rho_A V_A = \rho_B V_B \end{cases}$$

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{4}{3} (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} \frac{4}{3} h_B + h_B = H \Rightarrow h_B = \frac{3}{7} H, h_A = \frac{4}{7} H$$

پس حجم اشغال شده توسط مایع A، $\frac{4}{7}$ حجم کل ظرف می‌باشد.

گزینه ۱۰۱

برای محاسبه حجم حفره، ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم ۶ kg، حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطه چگالی پیدا می‌کنیم. (بدیهی است که در صورت حفره‌دار بودن جسم، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است.) درنهایت، با کم کردن حجم‌ها از یکدیگر، حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow{\rho = \frac{6}{V'}} \lambda = \frac{6000}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{6000}{\lambda} = 750 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{ظاهری}} &= a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ V' &= 750 \text{ cm}^3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} > V'} \rightarrow$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{جسم حفره‌دار است}$$

گزینه ۱۰۲

ابتدا با این فرض که قطعه طلا حفره ندارد، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow{\rho = \frac{19000 \text{ kg}}{19 \text{ cm}^3} = 19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \lambda = \frac{199/5}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{199/5}{19} = 10/5 \text{ cm}^3$$

حجم حفره برابر است با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = 12 - 10/5 = 1/5 \text{ cm}^3$$

گزینه ۱۰۳

ابتدا با این فرض که کره فلزی حفره ندارد، حجم آن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow{\rho = \frac{2/7 \text{ g}}{10/80 \text{ cm}^3} = \frac{10/80}{V'}} \lambda = \frac{10/80}{V'}$$

$$\Rightarrow V' = \frac{10/80}{2/7} = 400 \text{ cm}^3$$

ضمناً حجم ظاهری کره فلزی برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R=5 \text{ cm}} V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

در نتیجه، حجم حفره برابر خواهد بود با حجم ظاهری منهای حجم محاسبه شده با فرض عدم وجود حفره، یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

در این صورت خواسته مسئله یعنی درصد حجم حفره از حجم کره بدین شکل حساب می‌شود:

$$\text{درصد حجم حفره} = \frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

گزینه ۱۰۴

ابتدا با در اختیار داشتن جرم و چگالی کره و به کمک رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$)، حجم واقعی کره (V') را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \xrightarrow{\rho = \frac{8 \text{ kg}}{L} = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \lambda = \frac{28}{V'}$$

$$V' = \frac{28}{8000} = 3/5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

از آنجایی که حجم حفره برابر است با حجم ظاهری منهای حجم واقعی، داریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' \Rightarrow \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 - 3/5 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \frac{R^3}{8}\right) = 3/5 \times 10^{-3} \xrightarrow{\pi=3}$$

$$3/5 R^3 = 3/5 \times 10^{-3} \Rightarrow R^3 = 10^{-3}$$

$$\Rightarrow R = 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

با توجه به پر شدن حفره با مایع، حجم مایع برابر با حجم حفره خواهد بود. ضمناً حجم فلز یعنی حجم واقعی برابر با حجم ظاهری منهای حجم حفره می‌باشد. چون جرم کل مکعب در حالت پر شدن حفره درون آن با مایع داده شده، می‌توان نوشت:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{فلز}} + m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} + \rho_{\text{مایع}} V_{\text{حفره}}$$

$$\frac{V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{فلز}}}{V_{\text{مایع}} = V_{\text{حفره}}}$$

$$m_{\text{کل}} = \rho_{\text{فلز}} (V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}}) + \rho_{\text{مایع}} V_{\text{حفره}}$$

$$\frac{m_{\text{کل}} = 28g, V_{\text{ظاهری}} = 2^3 = 8cm^3}{\rho_{\text{فلز}} = 8 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{مایع}} = 2 \frac{g}{cm^3}}$$

$$28 = 8(8 - V_{\text{حفره}}) + 2V_{\text{حفره}} \Rightarrow 28 = 64 - 8V_{\text{حفره}} + 2V_{\text{حفره}}$$

$$\Rightarrow 6V_{\text{حفره}} = 36 \Rightarrow V_{\text{حفره}} = \frac{36}{6} = 6cm^3$$

اکنون برای محاسبه جرم مایع درون حفره، داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{حفره}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} = 2 \frac{g}{cm^3}}{V_{\text{حفره}} = 6cm^3}$$

$$m_{\text{مایع}} = 2 \times 6 = 12g$$

برای به‌دست آوردن چگالی مخلوط، می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$$

$$\frac{m_1 = \rho_1 V_1}{m_2 = \rho_2 V_2} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\frac{V_1 = \frac{1}{3}V, V_2 = \frac{2}{3}V}{\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{1}{3}\rho_1 V + \frac{2}{3}\rho_2 V}{\frac{1}{3}V + \frac{2}{3}V}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\cancel{V}(\frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2)}{\cancel{V}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2 = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده، حجم ماده A و جرم ماده B را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \rightarrow \frac{m_A = 600g}{\rho_A = 20 \frac{g}{cm^3}} \rightarrow 20 = \frac{600}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{600}{20} = 30cm^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \rightarrow \frac{V_B = 40cm^3}{\rho_B = 7/5 \frac{g}{cm^3}} \rightarrow 7/5 = \frac{m_B}{40}$$

$$\Rightarrow m_B = 7/5 \times 40 = 300g$$

اکنون از رابطه چگالی مخلوط استفاده می‌کنیم. داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 15 \frac{g}{cm^3}, m_A = 600g, m_B = 300g$$

$$\frac{V_A = 30cm^3, V_B = 40cm^3}{15 = \frac{600 + 300}{30 + 40 - \Delta V} \Rightarrow 15 = \frac{900}{70 - \Delta V}}$$

$$\Rightarrow 70 - \Delta V = \frac{900}{15} \Rightarrow 70 - \Delta V = 60 \Rightarrow \Delta V = 10cm^3$$

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط و با توجه به این که رابطه باید برحسب حجم و چگالی مواد باشد، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

$$\frac{m_A = \rho_A V_A}{m_B = \rho_B V_B} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.75 \frac{g}{cm^3} \times 10^3 \frac{cm^3}{L} = 750 \frac{g}{L}$$

$$\rho_A = 600 \frac{g}{L}, \rho_B = 800 \frac{g}{L}$$

$$750 = \frac{600V_A + 800V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750V_A + 750V_B = 600V_A + 800V_B$$

$$\Rightarrow 150V_A = 50V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \quad \frac{V_A = \frac{m_A}{\rho_A}}{V_B = \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \quad \frac{\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{4}{5}\rho_A}{\rho_A = \frac{5}{3}\rho_B \rightarrow \rho_B = \frac{3}{5}\rho_A}$$

$$\frac{4}{5}\rho_A = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\frac{3}{5}\rho_A}}$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{4}{5}\rho_A \left(\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{5}{3}\frac{m_B}{\rho_A} \right)$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{4}{5}m_A + \frac{4}{5} \times \frac{5}{3}m_B$$

$$\Rightarrow m_A + m_B = \frac{4}{5}m_A + \frac{4}{3}m_B$$

$$\Rightarrow m_A - \frac{4}{5}m_A = \frac{4}{3}m_B - m_B \Rightarrow \frac{1}{5}m_A = \frac{1}{3}m_B \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{5}{3}$$

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، داریم: (Au نماد شیمیایی طلا و Ag نماد شیمیایی نقره است.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}} + \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5cm^3$$

$$\rho_{\text{Au}} = 19 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}$$

$$13/6 = \frac{19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}}}{5} \Rightarrow 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68$$

اگر دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنیم، مقادیر V_{Au} و V_{Ag} به‌دست می‌آید:

$$\rho = 0.68 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 680 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

حال جرم این بنزین مایع را می‌یابیم:

$$m = \rho V \Rightarrow m = 680 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times 1.5 \times 10^8 \text{ L}$$

$$= 680 \times 10^2 \times 1.5 \times 10^8 = 6.8 \times 10^8 \times 10^2 = 6.8 \times 10^{10} \text{ g} = 6.8 \times 10^7 \text{ kg} = 68 \text{ kg}$$

۱۱۴ گزینه ۴

حجم مایع داخل ظرف استوانه‌ای از رابطه $V = Ah$ به دست می‌آید که با توجه به ثابت بودن سطح مقطع ظرف، می‌توان گفت که حجم مایع با ارتفاع آن متناسب بوده و رابطه خطی دارد. چون طبق صورت سؤال، ارتفاع مایع ۲۰٪ افزایش یافته، پس حجم آن نیز ۲۰٪ افزایش پیدا کرده و می‌توان نوشت:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \frac{20}{100} V_{\text{مایع}} = \frac{1}{5} V_{\text{مایع}}$$

از طرفی، حجم مایع جابه‌جا شده با حجم گلوله برابر است، پس:

$$V_{\text{گلوله}} = \Delta V_{\text{مایع}} = \frac{1}{5} V_{\text{مایع}} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{1}{5} \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}$$

$$\frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{1}{5} \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{1}{5} \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}$$

$$\frac{m_{\text{گلوله}}}{2/4} = \frac{1}{5} \frac{m_{\text{مایع}}}{0.8} \Rightarrow m_{\text{گلوله}} = \frac{3}{5} m_{\text{مایع}}$$

لذا خواسته سؤال به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\frac{m_{\text{مایع}} - m_{\text{گلوله}}}{m_{\text{مایع}}} \times 100 = \frac{\frac{3}{5} m_{\text{مایع}} - m_{\text{مایع}}}{m_{\text{مایع}}} \times 100 = -40\%$$

یعنی جرم گلوله فلزی ۴۰٪ کمتر از جرم کل مایع درون ظرف است.

۱۱۵ گزینه ۳

طبق صورت سؤال، $m_2 = 2m_1$ و $V_1 = \frac{2}{5} V_2$ است. ابتدا با استفاده از صورت مقایسه‌ای رابطه چگالی، جرم مایع سوم را بر حسب جرم مایع اول می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{1000}{800} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1000}{800} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow m_2 = 2m_1$$

در نتیجه خواهیم داشت: درصد جرمی مایع دوم

$$m_1 = \frac{1}{2} m_2, m_2 = 2m_1 = 2\left(\frac{1}{2} m_2\right) = m_2$$

$$\text{درصد جرمی مایع دوم} = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \times 100 = \frac{m_2}{\frac{1}{2} m_2 + m_2 + m_2} \times 100 = \frac{m_2}{\frac{5}{2} m_2} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

آزمون جمع‌بندی پایان فصل

۱۱۶ گزینه ۳

نادیده گرفتن اثر «ابعاد جسم»، «تغییر وزن جسم با ارتفاع» و «مقاومت هوا» پیش‌بینی مدل را دچار اشتباه نمی‌کند، لذا این عوامل اثر جزئی دارند و می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد. اما «وزن جسم»، «اصطکاک جسم با سطح شیبدار» و «تأثیر مقدار شیب سطح» از عوامل مهم و تأثیرگذار در بررسی این پدیده فیزیکی هستند و نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد.

۱۱۷ گزینه ۴

کمیت‌های اصلی دستگاه SI شامل هفت کمیت می‌باشند که عبارتند از: طول، جرم، زمان، مقدار ماده، شدت روشنایی، دما و جریان الکتریکی و بقیه کمیت‌ها فرعی هستند.

$$\begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ 19V_{\text{Au}} + 19V_{\text{Ag}} = 95 \end{cases}$$

$$9V_{\text{Ag}} = 27$$

$$\Rightarrow V_{\text{Ag}} = 3 \text{ cm}^3, V_{\text{Au}} = 2 \text{ cm}^3$$

خواسته مسئله، محاسبه جرم نقره به کار رفته است، پس طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho_{\text{Ag}} = \frac{m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \frac{m_{\text{Ag}}}{3 \text{ cm}^3} = 10 \Rightarrow m_{\text{Ag}} = 10 \times 3 = 30 \text{ g}$$

سؤال‌های ویژه برترها

۱۱۱ گزینه ۳

ابتدا آهنگ $30 \text{ dm}^3/\text{min}$ را به cm^3/s تبدیل می‌کنیم:

$$30 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 30 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ dm}^3} \times \frac{10^2 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \right) \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 500 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

حال مدت زمانی را که قسمت پایینی مخزن پر می‌شود، t و مدت زمانی را که قسمت بالایی پر می‌شود، t' در نظر می‌گیریم:

$$\text{حجم قسمت پایینی} : 5A \times 2h = 500t \quad (1)$$

$$\text{حجم قسمت بالایی} : A \times 3h = 60t' \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{10Ah}{3Ah} = \frac{500t}{60t'} \Rightarrow \frac{t}{t'} = \frac{2}{5} \quad (3)$$

کل مدت زمانی که مخزن پر می‌شود برابر با ۷۰ دقیقه است، لذا داریم:

$$t + t' = 70 \xrightarrow{(3)} \frac{2}{5} t' + t' = 70 \Rightarrow \frac{7}{5} t' = 70$$

$$\Rightarrow t' = 50 \text{ min} = 3000 \text{ s} \text{ و } t = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$$

حال حجم مخزن برابر است با:

$$\text{حجم مخزن} = 500 \times 1200 + 3000 \times 60 = 600000 + 180000 = 780000 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{حجم کل مخزن} = 780 \text{ L}$$

۱۱۲ گزینه ۱

از آن‌جا که فاصله یک سانتی‌متری خط‌کش به ده قسمت مساوی تقسیم شده پس کمیته تقسیم‌بندی مقیاس این خط‌کش ۰/۱ cm است و چون کمیته تقسیم‌بندی مقیاس خط‌کش دوم ۵ برابر کمیته تقسیم‌بندی مقیاس خط‌کش اول است، بنابراین این مقدار برای خط‌کش دوم معادل $5 \times 0.1 = 0.5 \text{ cm}$ می‌باشد و در نتیجه داریم:

$$\text{کمیته تقسیم‌بندی مقیاس} = \pm \frac{1}{4} = \pm 0.25 \text{ cm}$$

$$= \pm \frac{1}{4} (0.5 \text{ cm}) = \pm 0.125 \text{ cm}$$

اما عدد گزارش شده با خط‌کش جدید، با توجه به درجه‌بندی روی آن با رقم حدسی مربوطه باید به صورت ۱۸/۴ باشد (چون عدد گزارش شده اولیه کمتر از ۱۸/۵ cm است پس ۱۸/۷ نمی‌تواند طول جسم باشد) و چون ارقام اعشار عدد گزارش شده و خطای اندازه‌گیری متفاوت است، خطا را گرد کرده و به صورت $\pm 0.3 \text{ cm}$ می‌نویسیم. پس نتیجه اندازه‌گیری به صورت $18.4 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ cm}$ است.

۱۱۳ گزینه ۱

ابتدا حجم بخار بنزین تولیدی در کل کشور در یک سال را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \text{حجم بخار بنزین تولیدی} &= 365 \times 3 \times 90 \times 10^6 \\ &= 365 \times 10^2 \times 3 \times 90 \times 10^6 \\ &= 365 \times 3 \times 90 \times 10^8 \sim 10 \times 10^2 \times 10^8 = 10^{11} \text{ L} \end{aligned}$$

حال مقدار بنزین مایع موجود در این حجم بخار بنزین را می‌یابیم:

$$\text{بنزین مایع} = \frac{1}{5} \text{ لیتر بنزین مایع} \times \frac{10^{11} \text{ L}}{1000 \text{ لیتر بخار بنزین}} = 1/5 \times 10^8 \text{ L}$$

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه «۱»: جابه‌جایی (اصلی - برداری). انرژی جنبشی (فرعی - نرده‌ای) - شتاب (فرعی - برداری).
 گزینه «۲»: جریان الکتریکی (اصلی - نرده‌ای)، نیرو (فرعی - برداری)، جابه‌جایی (اصلی - برداری).
 گزینه «۳»: جرم (اصلی - نرده‌ای)، تندی (فرعی - نرده‌ای)، مسافت (اصلی - نرده‌ای).
 گزینه «۴»: مسافت (اصلی - نرده‌ای)، تندی (فرعی - نرده‌ای)، سرعت (فرعی - برداری).

۱۱۸ گزینه ۱

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست با یکای عبارت سمت چپ یکی باشد، یعنی:

$$[A] = [E] \xrightarrow{[A]=N} [E] = N$$

$$[A] = [B \times C \times D] \Rightarrow [A] = [B] \times [C] \times [D]$$

$$[A]=N, [B]=\text{kg}, [C]=\frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow N = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}} \times [D]$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{N \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}} \xrightarrow{N=\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} [D] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{1}{\text{s}}$$

۱۱۹ گزینه ۲

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$\text{سوت} = ۳۶۰۰۰ = \frac{۱ \text{ سوت}}{۱ \text{ mg}} \times \frac{۱ \text{ mg}}{۱۰^{-۳} \text{ g}} \times \frac{۰/۲ \text{ g}}{۱ \text{ قیراط}} \times \frac{۱۸۰ \text{ قیراط}}{۱ \text{ جرم الماس}}$$

$$\text{سوت} = ۳/۶ \times ۱۰^۴ = \text{جرم الماس} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}}$$

۱۲۰ گزینه ۳

ابتدا فاصله دو کوه را برحسب متر به دست می‌آوریم:

$$d = ۱۵۰ \text{ کیلومتر} \times \frac{۱۰^۴ \text{ متر}}{۱ \text{ کیلومتر}} \times \frac{۱ \text{ متر}}{۱۰۰ \text{ سانتی‌متر}} \Rightarrow d = ۱۵۶ \text{ متر}$$

اکنون تندی صوت را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\text{تندی صوت} = ۳/۱۲ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{Mm}}{\text{hs}} \times \frac{۱۰^۶ \text{ m}}{۱ \text{ Mm}} \times \frac{۱ \text{ hs}}{۱۰^۲ \text{ s}} = ۳۱۲ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق رابطه $\text{مسافت} = \text{تندی} \times \text{زمان}$ ، می‌توان زمان رفت صوت از یک کوه به کوه دیگر را به دست آورد:

$$۳۱۲ = \frac{۱۵۶}{\text{زمان}} \Rightarrow \text{زمان} = ۰/۵ \text{ s}$$

پس زمان یک رفت و برگشت (اولین انعکاس صوتی) معادل ۱ s و در نتیجه مدت زمان شنیدن دومین انعکاس برابر با ۲ s خواهد بود.

۱۲۱ گزینه ۴

ابتدا با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای یکای $\text{mm}^۲$ را به یکای $\mu\text{m}^۲$ تبدیل می‌نماییم. سپس طول ضلع مکعب را برحسب μm به دست می‌آوریم. داریم:

$$S = ۱/۶ \times ۱۰^۷ \text{ mm}^۲ \times \frac{(۱۰^{-۳})^۲ \text{ m}^۲}{۱ \text{ mm}^۲} \times \frac{۱ \mu\text{m}^۲}{(۱۰^{-۶})^۲ \text{ m}^۲}$$

$$= ۱/۶ \times ۱۰^{۱۳} \mu\text{m}^۲ = ۱۶ \times ۱۰^{۱۲} \mu\text{m}^۲ \xrightarrow{S=a^۲}$$

$$a^۲ = ۱۶ \times ۱۰^{۱۲} \xrightarrow{\text{جذرگیری}} a = ۴ \times ۱۰^۶ \mu\text{m}$$

اکنون با در اختیار داشتن طول ضلع مکعب، حجم آن را محاسبه می‌نماییم:

$$V = a^۳ = (۴ \times ۱۰^۶)^۳ = ۶۴ \times ۱۰^{۱۸} \mu\text{m}^۳$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} V = ۶/۴ \times ۱۰^{۱۹} \mu\text{m}^۳$$

۱۲۲ گزینه ۴

عدد $۵/۸۵ \text{ cm}$ با سایر اعداد تفاوت زیادی دارد، بنابراین طول جسم میانگین ۴ عدد دیگر است:

$$\text{طول جسم} = \frac{۵/۴۶ + ۵/۴۷ + ۵/۴۵ + ۵/۴۶}{۴} = ۵/۴۶ \text{ cm}$$

خطای ابزار اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) برابر با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند، بنابراین:

$$\text{خطا} = \pm ۰/۰۱ \text{ cm}$$

لذا نتیجه اندازه‌گیری به صورت زیر خواهد بود:

$$(۵/۴۶ \pm ۰/۰۱) \text{ cm}$$

۱۲۳ گزینه ۲

با توجه به شکل صورت سؤال، خطکش طول $۰/۹۰ \text{ cm}$ را نشان می‌دهد. کمینه درجه‌بندی این خطکش نیز برابر $۰/۲۵ \text{ cm}$ است و مطابق قاعده خطای اندازه‌گیری در وسایل مدرج، خطای اندازه‌گیری آن به صورت $\pm ۰/۱۲۵ \text{ cm}$ بیان می‌شود که از آن جایی که طول قرائت شده برحسب سانتی‌متر، ۲ رقم اعشار دارد، خطا نیز باید به صورت $\pm ۰/۱۳ \text{ cm}$ گرد شود تا گزارش نتیجه اندازه‌گیری از نظر محاسبه‌های فیزیکی درست باشد. بنابراین می‌توان نتیجه اندازه‌گیری توسط این خطکش را به شکل $\pm ۰/۱۳ \text{ cm}$ گزارش کرد. در مورد تعداد ارقام بامعنا (رقم‌های ثبت شده بعد از اندازه‌گیری) نیز با چشم‌پوشی از صفر سمت چپ که جزو ارقام بامعنا نیست، ۲ رقم بامعنا (ارقام ۹ و ۰) داریم.

۱۲۴ گزینه ۲

با توجه به این که وسیله اندازه‌گیری رقمی (دیجیتال) است، دقت اندازه‌گیری‌اش (با توجه به خطای داده شده) برابر با $۰/۱ \text{ mm}$ می‌باشد. حال کافی است یکای هر چهار گزینه را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای به mm تبدیل نماییم و گزینه‌ای که دقتی غیر از $۰/۱ \text{ mm}$ دارد، انتخاب کنیم، داریم:

$$۴/۲۶۱ \text{ dm} = ۴/۲۶۱ \text{ dm} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰ \text{ dm}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mm}}{۱ \text{ m}}$$

$$= ۴۲۶/۱ \text{ mm} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۱ \text{ mm}$$

گزینه «۲»:

$$۷۲۶/۵ \times ۱۰^{-۴} \text{ m} = ۷۲۶/۵ \times ۱۰^{-۴} \text{ m} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mm}}{۱ \text{ m}}$$

$$= ۷۲/۶۵ \text{ mm} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۰۱ \text{ mm}$$

گزینه «۳»:

$$۲۹/۱۵ \text{ cm} = ۲۹/۱۵ \text{ cm} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰^۲ \text{ cm}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mm}}{۱ \text{ m}}$$

$$= ۲۹۱/۵ \text{ mm} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۱ \text{ mm}$$

گزینه «۴»:

$$۰/۰۰۰۸۱ \text{ dam} = ۰/۰۰۰۸۱ \text{ dam} \times \frac{۱۰^۱ \text{ m}}{۱ \text{ dam}} \times \frac{۱۰^۳ \text{ mm}}{۱ \text{ m}}$$

$$= ۸/۱ \text{ mm} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۱ \text{ mm}$$

۱۲۵ گزینه ۲

سن پیدا شدن سنگ‌نوشته برابر با $۱۴۰ \text{ year} = ۱۲۵۸ - ۱۳۹۸$ است. ابتدا مرتبه بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته و مرتبه بزرگی زمان یک سال (برحسب ثانیه) را به دست می‌آوریم:

$$۱۴۰ \text{ year} = ۱/۴ \times ۱۰^۲ \text{ year} \xrightarrow{۱/۴ < ۵}$$

$$۱۰^۲ \text{ year} = ۱۰^۰ \times ۱۰^۲ \sim \text{سن پیدا شدن سنگ‌نوشته}$$

$$\frac{۳۶۵ \text{ day}}{۱ \text{ day}} \times \frac{۲۴ \text{ h}}{۱ \text{ day}} \times \frac{۶۰ \text{ min}}{۱ \text{ h}} \times \frac{۶۰ \text{ s}}{۱ \text{ min}}$$

$$= (۳/۶۵ \times ۱۰^۲) \times (۲/۴ \times ۱۰^۱) \times (۶ \times ۱۰^۱) \times (۶ \times ۱۰^۱)$$

$$\frac{۳/۶۵ < ۵, ۲/۴ < ۵}{۶ \geq ۵}$$

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2 \times \frac{h_{Cu}}{h_{Al}}$$

$$\frac{m_{Al}=m_{Cu}, h_{Cu}=h_{Al}}{\rho_{Al}=2700 \frac{kg}{m^3}, \rho_{Cu}=8100 \frac{kg}{m^3}}$$

$$\frac{2700}{8100} = 1 \times \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2 \times 1 \Rightarrow \left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{D_{Cu}=2R_{Cu}}{D_{Al}=2R_{Al}} \Rightarrow \frac{D_{Cu}}{D_{Al}} = \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۳ ۱۲۹

چگالی یک جسم به صورت جرم واحد حجم، یعنی حاصل تقسیم جرم بر حجم اشغال شده توسط ذرات سازنده ماده تعریف می‌شود. چون شکل هندسی جسم، به صورت یک کره است و ۸۰٪ این کره توسط ذرات تشکیل دهنده جسم اشغال شده، خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad \frac{m=8kg, \pi=3}{r=10cm=10^{-1}m}$$

$$\rho = \frac{8}{\frac{4}{3}\pi \times (10^{-1})^3} = \frac{8}{\frac{4}{3}\pi \times 10^{-3}} = \frac{8 \times 3}{4\pi \times 10^{-3}} = \frac{6}{\pi} \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \approx 2000 \frac{kg}{m^3}$$

گزینه ۱ ۱۳۰

ابتدا رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \quad \frac{m_A=m_B}{V_A=150cm^3, V_B=400cm^3}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = 1 \times \frac{150}{400} = \frac{3}{8} \Rightarrow \rho_B = \frac{3}{8}\rho_A$$

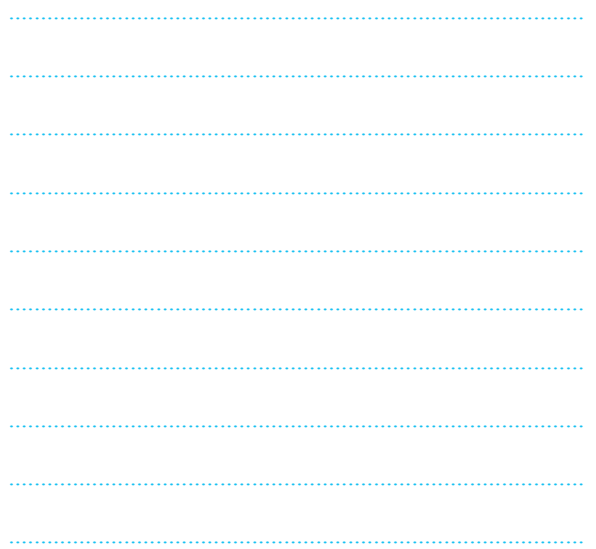
حالا با استفاده از رابطه چگالی مخلوط و با توجه به این که رابطه باید بر حسب جرم و چگالی مواد باشد، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \quad \frac{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}}{V_B=\frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \quad \frac{m_A=m_B}{\rho_B=\frac{3}{8}\rho_A}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_A}{\frac{3}{8}\rho_A}} = \frac{\rho_A + \rho_A}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{8m_A}{3\rho_A}} = \frac{2\rho_A}{\frac{11m_A}{3\rho_A}} = \frac{6}{11}\rho_A$$

یادداشت:



$$\sim (10^0 \times 10^2) \times (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) = 10^9 s$$

حالا می‌توانیم مرتبه بزرگی سن پیدا شدن سنگ‌نوشته بر حسب ثانیه را به دست آوریم:

$$\sim 10^2 \text{ year} \times \frac{10^7 s}{1 \text{ year}} = 10^9 s$$

گزینه ۲ ۱۲۶

ابتدا مرتبه بزرگی عمر انسان را بر حسب دقیقه به دست می‌آوریم:

$$\text{عمر انسان} = 75 \text{ year} \times \frac{365 \text{ day}}{1 \text{ year}} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}$$

$$= (75 \times 10^1) \times (365 \times 10^2) \times (24 \times 10^1) \times (6 \times 10^1) = 315 \times 10^5 = 3.15 \times 10^7$$

$$\frac{3.15 \times 10^7}{7.5 \times 10^5} = 42 \text{ min}$$

از سوی دیگر، مرتبه بزرگی تعداد تپش‌های قلب در هر دقیقه برابر است با:

$$= 75 = 7.5 \times 10^1 \quad \frac{7.5 \times 10^1}{7.5 \times 10^5} = 10^{-4}$$

$$\frac{\text{تپش}}{\text{min}} = 10^2 \times 10^{-4} = 10^{-2}$$

حالا مرتبه بزرگی تعداد تپش‌های قلب در کل عمر را محاسبه می‌نماییم:

$$\text{تپش} = 10^9 \times \frac{\text{تپش}}{\text{min}} = 10^9 \times 10^{-2} = 10^7$$

گزینه ۱ ۱۲۷

ابتدا مرتبه بزرگی فاصله زمین تا ستاره را بر حسب متر به دست می‌آوریم:

$$1 \text{ Ly} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \times 365 \text{ day} \times \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$$

$$= (3 \times 10^8) \times (365 \times 10^2) \times (24 \times 10^1) \times (6 \times 10^1) \times (6 \times 10^1) = 3.15 \times 10^{17} \text{ m}$$

$$1 \text{ Ly} \sim (10^0 \times 10^8) \times (10^0 \times 10^2) \times (10^0 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) \times (10^1 \times 10^1) = 10^{15} \text{ m}$$

$$\text{فاصله زمین تا ستاره} = 5 \times 10^6 \text{ Ly} \xrightarrow{5 \geq 5} 10^7 \text{ Ly}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله زمین تا ستاره} = 10^7 \text{ Ly} \times \frac{10^{15} \text{ m}}{1 \text{ Ly}} = 10^{22} \text{ m}$$

اکنون مرتبه بزرگی قطر یک گوی و سپس مرتبه بزرگی تعداد گوی‌ها را محاسبه می‌نماییم:

$$D = 2r = 2 \times 2 = 4 \text{ cm} \Rightarrow D = 4 \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} \xrightarrow{4 < 5} D \sim 10^0 \times 10^{-2} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$N = \frac{\text{فاصله زمین تا ستاره}}{D} \sim \frac{10^{22}}{10^{-2}} = 10^{24}$$

در نهایت مرتبه بزرگی حجم یک گوی و سپس مرتبه بزرگی حجم کل گوی‌ها را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times (2 \times 10^{-2})^3 = \frac{4}{3}\pi \times 8 \times 10^{-6} = \frac{32}{3}\pi \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\xrightarrow{3/2 < 5} V \sim 10^0 \times 10^{-5} = 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V_{\text{کل}} = N \times V = 10^{24} \times 10^{-5} = 10^{19} \text{ m}^3$$

گزینه ۴ ۱۲۸

برای حل این سؤال، رابطه چگالی را به صورت مقایسه‌ای نوشته و استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{V_{Al}} \quad \frac{V_{Cu}=A_{Cu}h_{Cu}=\pi R_{Cu}^2 h_{Cu}}{V_{Al}=A_{Al}h_{Al}=\pi R_{Al}^2 h_{Al}}$$

به کمک رابطه مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو حالت با ثابت ماندن جرم داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_2=1/44K_1}{v_2=v_1+5}$$

$$1/44 = \left(\frac{v_1+5}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1/2 = \frac{v_1+5}{v_1} \Rightarrow 1/2v_1 = v_1+5$$

$$\Rightarrow v_1 = 25 \text{ m/s}$$

گزینه ۴ ۱۳۴

در اینجا جرم جسم (m) و تندی جسم (v) هر دو تغییر کرده‌اند و در این تغییرات، انرژی جنبشی جسم (K) تغییر کرده است. ما باید درصد تغییر تندی جسم را طوری بیابیم که با درصد تغییر جرم و انرژی جنبشی همخوانی داشته باشد. ابتدا مقادیر جرم و انرژی جنبشی را برحسب مقادیر اولیه‌شان می‌یابیم:

$$m_2 = m_1 - 0/20m_1 = 0/8m_1 = \frac{4}{5}m_1$$

$$K_2 = K_1 + 0/25K_1 = 1/25K_1 = \frac{5}{4}K_1$$

به کمک رابطه انرژی جنبشی و مقایسه انرژی در دو حالت داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2=\frac{5}{4}K_1}{m_2=\frac{4}{5}m_1} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{4}{5} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{4} = 1/25$$

$$\text{درصد تغییر تندی} = \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right) \times 100$$

$$= (1/25 - 1) \times 100 = 25\%$$

گزینه ۱ ۱۳۵

در اینجا نسبت انرژی جنبشی جسم در دو حالت ($\frac{K_2}{K_1} = 2$) و تندی اولیه جسم (v_1) به ما داده شده است. برای یافتن میزان افزایش تندی جسم، باید ابتدا تندی نهایی جسم را با توجه به رابطه مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو حالت مختلف به دست آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{m_1=m_2, K_2=2K_1}{v_1=90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}} \rightarrow 2 = 1 \times \left(\frac{v_2}{25}\right)^2$$

$$\Rightarrow v_2 = 25\sqrt{2} \approx 35 \text{ m/s}$$

حال مقدار افزایش تندی متحرک را می‌یابیم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{v_2=25\sqrt{2} \text{ m/s}}{v_1=25 \text{ m/s}} \rightarrow \Delta v = 35 - 25 = 10 \text{ m/s}$$

دقت کنید: خواسته سؤال، مقدار تغییر تندی جسم بوده، نه تندی نهایی. بنابراین بی‌دقتی در متن سؤال باعث می‌شود شما گزینه «۳» را به اشتباه انتخاب کنید.

گزینه ۲ ۱۳۶

در اینجا تندی متحرک افزایش یافته ($v_2 = v_1 + 5$) و انرژی جنبشی نیز افزایش یافته است. ابتدا نسبت انرژی جنبشی در حالت دوم به حالت اول ($\frac{K_2}{K_1}$) را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$\Delta K = \frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{5}{4}K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{9}{4}K_1$$

حال به کمک رابطه مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو حالت با توجه به ثابت ماندن جرم ($m_1 = m_2$) داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_2=9/4K_1}{v_2=v_1+5}$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{v_1+5}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{v_1+5}{v_1} \Rightarrow 3v_1 = 2v_1+10$$

$$\Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

دقت کنید: افزایش انرژی جنبشی برحسب انرژی جنبشی اولیه ($\frac{\Delta K}{K_1}$) را با

راهبرد حل محاسبه انرژی جنبشی جسم

به‌طور کلی برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید که یکای انرژی جنبشی $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ خواهد بود و به آن ژول (J) می‌گوییم.

مسائل مربوط به انرژی جنبشی را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی کرد:

دسته اول: استفاده مستقیم از رابطه انرژی جنبشی برای یک جسم:

در این حالت یکی از کمیت‌های جرم جسم (m)، تندی جسم (v) و یا انرژی جنبشی جسم (K) مجهول است، بنابراین با داشتن دو کمیت معلوم و به کمک رابطه انرژی جنبشی به محاسبه مجهول می‌پردازیم.

دسته دوم: تغییر انرژی جنبشی را از ما می‌خواهد (کاهش یا افزایش انرژی جنبشی)

در صورتی که انرژی جنبشی جسم به واسطه تغییر تندی از v_1 به v_2 تغییر کند، در این شرایط برای محاسبه تغییر انرژی جنبشی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

دسته سوم: درصد تغییر انرژی جنبشی را می‌خواهد:

در این حالت، ابتدا نسبت انرژی جنبشی جسم در حالت دوم به حالت اول را تعیین می‌کنیم و سپس به محاسبه درصد می‌پردازیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\text{درصد تغییر} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100$$

دسته چهارم: مقایسه انرژی جنبشی دو جسم را از ما می‌خواهد

در این حالت کافی است، از رابطه مقایسه‌ای زیر کمک بگیریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

در حالت کلی هم v و هم m قابل تغییر است.

گزینه ۳ ۱۳۷

در اینجا انرژی جنبشی یک جسم در دو وضعیت K_1 ، K_2 و تندی اولیه جسم (v_1) به ما داده شده است و تندی نهایی (v_2) از ما خواسته شده است. به کمک روابط مربوط به مقایسه انرژی جنبشی در دو حالت داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{m_1=m_2, v_1=4 \text{ m/s}}{K_1=4 \text{ J}, K_2=5 \text{ J}} \rightarrow \frac{5}{4} = \left(\frac{v_2}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{v_2}{4}$$

$$\Rightarrow v_2 = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

گزینه ۱ ۱۳۸

در اینجا اندازه تندی جسم (v) تغییر کرده است و از ما درصد تغییر انرژی جنبشی را می‌خواهد. برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی یک جسم، جهت حرکت مهم نیست و فقط مقدار تندی دارای اهمیت می‌باشد. با داشتن تندی در حالت اول ($v_1 = 10 \text{ m/s}$) و تندی در حالت دوم ($v_2 = 8 \text{ m/s}$) داریم:

$$\text{درصد تغییر جرم ثابت} = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1\right) \times 100$$

$$\text{درصد تغییر} = \left(\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1\right) \times 100 = \left(\left(\frac{8}{10}\right)^2 - 1\right) \times 100 = -36\%$$

بنابراین انرژی جنبشی، ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

گزینه ۴ ۱۳۹

ابتدا انرژی جنبشی نهایی جسم (K_2) را برحسب انرژی جنبشی اولیه‌اش (K_1) به دست می‌آوریم:

$$K_2 = K_1 + 0/44K_1 = 1/44K_1$$



انرژی جنبشی نهایی بر حسب انرژی جنبشی اولیه ($\frac{K_2}{K_1}$) اشتباه نگرید و گزینه در حل سؤال با مشکل مواجه خواهید شد.

گزینه ۲ ۱۳۷

در این مسئله، هم جرم (m) و هم تندی (v) مجموعه تغییر کرده است. جرم مجموعه دو برابر شده ($m_2 = 2m_1$) و تندی مجموعه به اندازه 6 m/s کاهش یافته ($v_2 = v_1 - 6$) و محاسبه تندی اولیه (v_1) مد نظر سؤال است. از رابطه مربوط به مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو وضعیت داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$
$$\frac{m_2=2m_1}{K_2=\frac{1}{2}K_1, v_2=v_1-6} \rightarrow \frac{1}{2} = 2 \times \left(\frac{v_1-6}{v_1}\right)^2$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{v_1-6}{v_1} \Rightarrow 2v_1 - 12 = v_1 \Rightarrow v_1 = 12 \text{ m/s}$$

گزینه ۱ ۱۳۸

انرژی جنبشی یک جسم به جهت حرکت جسم بستگی ندارد. در اینجا جرم (m) و تندی (v) اجسام به ما داده شده است و مقایسه بین انرژی جنبشی آنها را از ما می‌خواهد. با توجه به این که جرم و تندی جسم‌های (۲) و (۳) بر حسب جرم و تندی جسم (۱) بیان شده‌اند، بهتر است انرژی جنبشی اجسام را بر حسب انرژی جنبشی جسم (۱) بیابیم. به کمک رابطه مقایسه انرژی جنبشی بین اجسام داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{m_2=m_1}{v_2=v_1} \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{4}K_1 \quad (K_1 > K_2)$$

مقایسه انرژی جنبشی جسم (۱) و (۳):

$$\frac{K_3}{K_1} = \frac{m_3}{m_1} \times \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2 \quad \frac{m_3=m_1}{v_3=2v_1} \rightarrow \frac{K_3}{K_1} = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$$
$$\Rightarrow K_3 = 2K_1 \quad (K_3 > K_1)$$

با توجه به نتایج به دست آمده خواهیم داشت:

$$K_3 > K_1 > K_2$$

گزینه ۲ ۱۳۹

نمودار انرژی جنبشی جسم (K) بر حسب تندی آن (v) به صورت سهمی می‌باشد. در اینجا انرژی جنبشی جسم در دو حالت به ما داده شده است، (K_1, v_1) در حالت اول و ($K_1 + 80, v_1 + 4$) در حالت دوم. با دقت در اطلاعات داده شده می‌بینیم که با افزایش تندی به اندازه 4 m/s انرژی جنبشی جسم 80 J افزایش یافته است، بنابراین داریم:

$$v_2 = v_1 + 4$$
$$K_2 = K_1 + 80 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 80 \quad \frac{m=2/\Delta=5 \text{ kg}}{v_2=v_1+4}$$
$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} (v_1 + 4)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} v_1^2 + 80 \quad \frac{\text{ضرب دو طرف معادله در } \Delta}{\rightarrow}$$
$$v_1^2 + 8v_1 + 16 = v_1^2 + 64 \Rightarrow 8v_1 = 48 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

گزینه ۲ ۱۴۰

در اینجا نمودار انرژی جنبشی دو جسم با جرم‌های معلوم (m_B, m_A) بر حسب تندی آنها به ما داده شده است. از روی نمودار در موقعیتی که تندی دو جسم یکسان است ($v_1 = v_2 = v'$) انرژی جنبشی جسم A به اندازه 16 J از انرژی جنبشی جسم B بیشتر است. بنابراین به کمک رابطه مقایسه انرژی جنبشی دو جسم داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2$$
$$\frac{K_A=K_1+16, m_A=1 \text{ kg}}{K_B=K_1, m_B=2 \text{ kg}} \rightarrow \frac{K_1+16}{K_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow K_1 = 4 \text{ J}$$

حال به کمک داده‌های مربوط به نمودار متحرک B (K_B, v_B) داریم:

$$K_B = \frac{1}{2}m_B v_B^2 \quad \frac{K_B=4 \text{ J}, v_B=v'}{m_B=2 \text{ kg}} \rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 2 \times v'^2$$
$$\Rightarrow v'^2 = 4 \Rightarrow v' = 2 \text{ m/s}$$

گزینه ۱ ۱۴۱

در حالت اول چون که نیروی دست ما بر جابه‌جایی عمود است، کار نیروی دست صفر است. در حالت دوم که تندی تغییر می‌کند، زاویه نیروی دست ما با راستای جابه‌جایی الزاماً عمود نمی‌باشد، بنابراین کار انجام شده غیر صفر خواهد بود.

گزینه ۳ ۱۴۲

در اینجا کار نیروی \vec{F} را از ما می‌خواهد و اندازه این نیرو معلوم نیست. برای محاسبه این نیرو از صفر بودن نیروی خالص با توجه به ثابت بودن تندی کمک می‌گیریم:



$$F = f_k = 200 \text{ N}$$

جابه‌جایی جسم در مدت زمان یک دقیقه برابر است با:

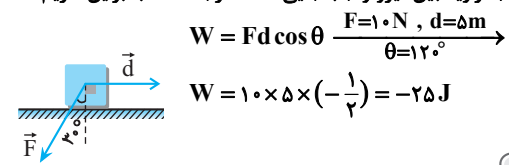
$$d = vt \quad \frac{v=4 \text{ m/s}}{t=60 \text{ s}} \rightarrow d = 4 \times 60 = 240 \text{ m}$$

برای محاسبه کار این نیرو داریم:

$$W = Fd \quad \frac{F=200 \text{ N}}{d=240 \text{ m}} \rightarrow W = 200 \times 240 = 48000 \text{ J} = 48 \text{ kJ}$$

گزینه ۲ ۱۴۳

برای محاسبه کار یک نیرو در یک جابه‌جایی مشخص، دانستن اندازه نیرو ($F = 10 \text{ N}$) و جابه‌جایی ($d = 5 \text{ m}$) و زاویه بین آنها ($\theta = 120^\circ$) لازم است. در اینجا زاویه بین نیرو و جابه‌جایی 120° درجه است بنابراین داریم:

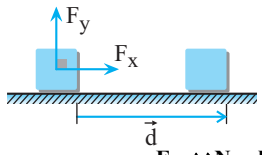


$$W = Fd \cos \theta \quad \frac{F=10 \text{ N}, d=5 \text{ m}}{\theta=120^\circ}$$

$$W = 10 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -25 \text{ J}$$

گزینه ۳ ۱۴۴

در اینجا مؤلفه‌های نیرو در دو راستا، یکی در امتداد جابه‌جایی ($F_x = 15 \text{ N}$) و دیگری عمود بر امتداد جابه‌جایی ($F_y = 20 \text{ N}$) به ما داده شده است و کار این نیرو را از ما می‌خواهد. ما می‌دانیم که کار نیروی عمود بر جابه‌جایی (F_y) صفر است ($\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow W = 0$) بنابراین کافی است کار نیرو در جهت جابه‌جایی (F_x) را بیابیم:



$$W = Fd \cos \theta \quad \frac{F_x=15 \text{ N}, d=10 \text{ m}}{\theta=0^\circ}$$
$$W = 15 \times 10 \times 1 = 150 \text{ J}$$

دقت کنید: در صورتی که اندازه بردار را حساب کنید $F = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \text{ N}$ و سپس از رابطه $W = Fd = 25 \times 10 = 250 \text{ J}$ استفاده می‌کردید، به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب می‌کردید.

گزینه ۲ ۱۴۵

در اینجا کار نیروی ثابت ورزشکار، در مسیر رفت و برگشت وزنه که به‌طور یکنواخت انجام گرفته را از ما می‌خواهد.

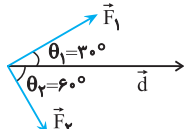
با توجه به این که وزنه به‌طور یکنواخت جابه‌جا می‌شود، برآیند نیروهای وارد بر وزنه صفر می‌باشد، بنابراین نیروی وزن و نیروی ورزشکار همواره مساوی و در خلاف جهت همدیگرند.

در مسیر بالا بردن وزنه، نیروی ورزشکار (\vec{F}) در جهت جابه‌جایی وزنه است و داریم:

$$W_F = Fd \cos \theta \quad \frac{F=mg=500 \text{ N}}{\theta=0^\circ, d=0/4 \text{ m}}$$

گزینه ۳ ۱۴۹

در اینجا اندازه نیروها ($F_1 = 6\text{ N}$ و $F_2 = 3\text{ N}$) و زاویهها ($\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 60^\circ$) به ما داده شده است و نسبت کار آنها در یک جابه‌جایی معین ($d = 10\text{ m}$) را از ما می‌خواهد. بنابراین کافی است از رابطه مقایسه‌ای بهره بگیریم:

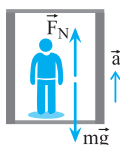


$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{d_1}{d_2} \times \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

$$\frac{F_1 = 6\text{ N}, F_2 = 3\text{ N}, \theta_1 = 30^\circ}{d_1 = d_2, \theta_2 = 60^\circ} \rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{6}{3} \times 1 \times \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۳ ۱۵۰

به کمک قانون دوم نیوتون ابتدا به محاسبه نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم می‌پردازیم:



$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow \vec{F}_N - mg = ma \Rightarrow \vec{F}_N = m(g + a)$$

$$m = 50\text{ kg}, g = 10\text{ m/s}^2, a = 2\text{ m/s}^2$$

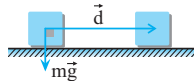
$$\vec{F}_N = 50(10 + 2) = 600\text{ N}$$

نیروی عمودی تکیه‌گاه به طرف بالا و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است، پس می‌توان نوشت:

$$W = \vec{F}_N d \cos \theta \quad \frac{\vec{F}_N = 600\text{ N}, d = 5\text{ m}}{\theta = 0^\circ} \rightarrow W = 600 \times 5 \times 1 = 3000\text{ J}$$

گزینه ۱ ۱۵۱

کار نیروی وزن در جابه‌جایی افقی همواره صفر است.

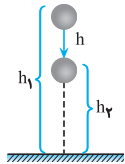


$$W = mg d \cos \theta = mg d \cos 90^\circ = 0$$

گزینه ۲ ۱۵۲

کار نیروی گرانش یا کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 رو به پایین برابر است با:

$$W = mgh \quad \frac{m = 0.2\text{ kg}, g = 10\text{ m/s}^2}{h = h_1 - h_2 = 10 - 7 = 3\text{ m}} \rightarrow W = 0.2 \times 10 \times 3 = 6\text{ J}$$



دقت کنید: کار نیروی وزن به مسیر بستگی ندارد و صرفاً به اختلاف ارتفاع دو موقعیت ابتدایی و پایانی (جابه‌جایی قائم) وابسته است. در اینجا جابه‌جایی نهایی به طرف پایین است و کار نیروی وزن مثبت می‌باشد.

راهبرد حل: کار نیروی وزن همواره از رابطه $W_{mg} = \pm mgh$ به دست می‌آید که $W_{mg} = +mgh$ برای حرکت رو به پایین و $W_{mg} = -mgh$ برای حرکت رو به بالا است. h جابه‌جایی جسم در امتداد قائم می‌باشد. دقت کنید که کار نیروی وزن برای جابه‌جایی در امتداد افق صفر است.

گزینه ۴ ۱۵۳

چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت و از رابطه $W_{mg} = +mgh$ به دست می‌آید:

$$W_{mg} = +mgh \quad \frac{m = 2\text{ kg}, h = 5\text{ m}}{W_{mg} = 2 \times 10 \times 5 = 100\text{ J}}$$

دقت کنید: نیازی به نیروی اصطکاک و زاویه در محاسبه کار نیروی وزن نیست.

$$W_F = 500 \times 0.4 \times 1 = 200\text{ J}$$

در مسیر پایین آوردن وزنه، نیروی ورزشکار (\vec{F}) در خلاف جهت جابه‌جایی وزنه است و داریم:

$$W_F = Fd \cos \theta \quad \frac{F = mg = 500\text{ N}}{\theta = 180^\circ, d = 0.4\text{ m}}$$

$$W_F = 500 \times 0.4 \times (-1) = -200\text{ J}$$

گزینه ۱ ۱۴۶

در اینجا جرم کل و شتاب حرکت مجموعه معلوم است. با دانستن این داده‌ها به کمک قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \quad \frac{m = 26 + 10 = 46\text{ kg}}{a = 0.5\text{ m/s}^2} \rightarrow F = 46 \times 0.5 = 23\text{ N}$$

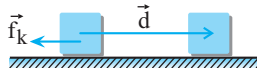
چون نیرو و جابه‌جایی در یک جهت‌اند، کار نیروی \vec{F} برابر است با:

$$W = Fd \quad \frac{F = 23\text{ N}}{d = 2.5\text{ m}} \rightarrow W = 23 \times 2.5 = 57.5\text{ J}$$

راهبرد حل: برای جسمی که روی یک سطح می‌لغزد، کار نیروی سطح برابر کار نیروی اصطکاک جنبشی است زیرا نیروی عمودی تکیه‌گاه به دلیل عمود بودن بر جابه‌جایی کاری انجام نمی‌دهد ($\cos \theta = \cos 90^\circ = 0$)

گزینه ۳ ۱۴۷

در اینجا کار نیروی سطح را از ما می‌خواهد. سطح به جسم دو نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه را وارد می‌کند. از طرفی کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است ($\theta = 90^\circ \Rightarrow W_{F_N} = 0$) بنابراین کافی است کار نیروی اصطکاک را محاسبه کنیم.



اندازه نیروی اصطکاک جنبشی برابر است با:

$$mg = \Delta f_k \quad \frac{m = 5\text{ kg}}{g = 10\text{ m/s}^2} \rightarrow 50 = \Delta f_k \Rightarrow f_k = 10\text{ N}$$

کار نیروی سطح که برابر با کار نیروی اصطکاک می‌باشد برابر است با:

$$W = f_k d \cos \theta \quad \frac{f_k = 10\text{ N}, d = 5\text{ m}}{\theta = 180^\circ}$$

$$W = 10 \times 5 \times \cos 180^\circ \Rightarrow W = -50\text{ J}$$

گزینه ۲ ۱۴۸

کاری که نیروی شخص انجام می‌دهد، از رابطه $W = Fd \cos \theta$ به دست می‌آید که برای هر دو حالت یکسان است. با توجه به اینکه جابه‌جایی در هر دو حالت یکسان است، داریم:

$$\frac{W_{F_2}}{W_{F_1}} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad \frac{d_1 = d_2}{W_{F_2} = W_{F_1}} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

برای محاسبه $\cos \theta_1$ و $\cos \theta_2$ به کمک قضیه فیثاغورث و نسبت‌های مثلثاتی خواهیم داشت:

$$\cos \theta_1 = \frac{1.2}{2} = 0.6$$

$$\cos \theta_2 = \frac{1.6}{2} = 0.8$$

نسبت نیرو در حالت دوم به حالت اول برابر است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\Rightarrow F_2 = 0.75 F_1$$

بنابراین نیرو باید ۲۵ درصد کاهش یابد تا کار انجام شده در هر دو حالت یکسان شود.

$$W_1 = F_1 d \cos \theta \quad \frac{F_1 = 600\sqrt{2} \text{ N}, d = 1000 \text{ m}}{\theta = 45^\circ}$$

$$W_1 = 600\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1000 = 6 \times 10^5 \text{ J}$$

$$W_f = f_k d \cos \theta \quad \frac{f_k = 420 \text{ N}, d = 1000 \text{ m}}{\theta = 180^\circ}$$

$$W_f = 420 \times 1000 \times (-1) = -4/2 \times 10^5 \text{ J}$$

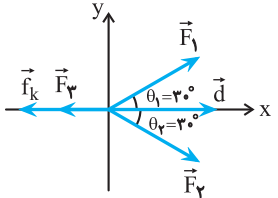
$$W_t = W_1 + W_f \quad \frac{W_1 = 6 \times 10^5 \text{ J}}{W_f = -4/2 \times 10^5 \text{ J}}$$

$$W_t = 6 \times 10^5 - 4/2 \times 10^5 = 1/8 \times 10^5 \text{ J}$$

کار کل برابر است با:

گزینه ۲ ۱۵۸

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم برابر است با جمع جبری کار تک تک نیروها، در اینجا کار کل صفر است. با مساوی قرار دادن کار کل نیروها برابر صفر نسبت نیروی اصطکاک به نیروی F به صورت زیر به دست می آید:



$$W_{\text{کل}} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{f_k}$$

$$= F_1 d \cos \theta_1 + F_2 d \cos \theta_2 - F_3 d - f_k d$$

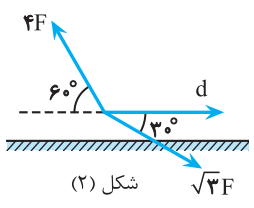
$$\frac{\theta_1 = 30^\circ}{\theta_2 = 30^\circ} \rightarrow W_{\text{کل}} = F d \cos 30^\circ + F d \cos 30^\circ - F d - f_k d = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} F d + \frac{\sqrt{3}}{2} F d - F d = f_k d \Rightarrow (\sqrt{3} - 1) F = f_k$$

$$\Rightarrow \frac{f_k}{F} = \sqrt{3} - 1$$

گزینه ۳ ۱۵۹

کار کل نیروهای وارد بر یک جسم با جمع جبری کار تک تک نیروها برابر است. در اینجا کار هر کدام از نیروها را جداگانه به دست می آوریم و با هم جمع می کنیم. سپس رابطه بین کار کل نیروها را در دو حالت می یابیم: بنابراین برای شکل (۲) فرض می کنیم جابه جایی به سمت راست باشد، لذا خواهیم داشت:



$$W_{\text{کل}} = W_{F_1} + W_{F_2}$$

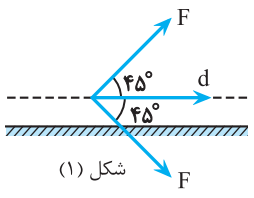
$$\Rightarrow W_f = F_1 d \cos \theta_1 + F_2 d \cos \theta_2$$

$$\frac{\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 120^\circ}{F_1 = \sqrt{2} F, F_2 = 4 F} \rightarrow$$

$$W_f = \sqrt{2} F d \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 F d \times \frac{1}{2}$$

$$= -0/5 F d$$

برای شکل (۱) داریم:



$$W_{\text{کل}} = W_{F_1} + W_{F_2}$$

$$\Rightarrow W_1 = F_1 d \cos \theta_1 + F_2 d \cos \theta_2$$

$$\frac{\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ}{F_1 = F_2 = F} \rightarrow$$

$$W_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} F d + \frac{\sqrt{2}}{2} F d = \sqrt{2} F d$$

برای به دست آوردن رابطه بین W_f و W_1 داریم:

$$\left| \frac{W_1}{W_f} \right| = \frac{\sqrt{2} F d}{-0/5 F d} = \frac{1/4}{0/5} = 2/8 \Rightarrow |W_1| = 2/8 |W_f|$$

راهبرد حل مسائلی که جسم مسیر دایره‌ای قائم را طی می کند

اگر پایین ترین نقطه‌ای که جسم متصل به طناب (در آونگ) از آن عبور می کند را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، ارتفاع جسم در هر مکان از رابطه $h = \ell(1 - \cos \alpha)$ به دست می آید که α انحراف آونگ از امتداد قائم است.

$$\cos \alpha = \frac{h'}{\ell} \Rightarrow$$

$$h' = \ell \cos \alpha$$

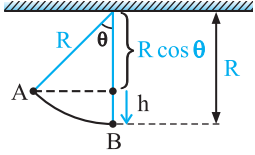
$$h = \ell - h' \quad \frac{h' = \ell \cos \alpha}{h = \ell(1 - \cos \alpha)}$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی $U=0$

گزینه ۱ ۱۵۴

جابه جایی جسم در راستای قائم به طرف پایین برابر است با:

$$h = R - R \cos \theta \quad \frac{R = 30 \text{ cm} = 0/3 \text{ m}}{\theta = 53^\circ}$$

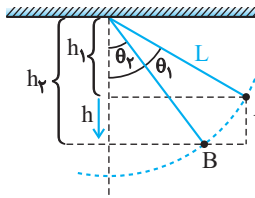
$$h = 0/3 - 0/3 \times 0/6 = 0/12 \text{ m}$$


کار نیروی وزن در جابه جایی به اندازه h به طرف پایین برابر است با:

$$W = mgh \quad \frac{mg = 1 \text{ N}}{h = 0/12 \text{ m}} \rightarrow W = 1 \times 0/12 = 0/12 \text{ J}$$

گزینه ۱ ۱۵۵

برای محاسبه کار نیروی وزن ابتدا جابه جایی جسم در امتداد قائم را به دست می آوریم و چون جابه جایی به سمت پایین است کار نیروی وزن مثبت و برابر $W_{mg} = +mgh$ است.



کار نیروی وزن در این جابه جایی رو به پایین برابر است با $W_{mg} = +mgh$ بنابراین داریم:

$$h = h_2 - h_1 \quad \frac{h_1 = \ell \cos \theta_1}{h_2 = \ell \cos \theta_2} \rightarrow h = \ell(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\frac{\ell = 10 \text{ cm} = 0/1 \text{ m}}{\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 53^\circ} \rightarrow h = 0/1(0/6 - 0/5) = 0/01 \text{ m}$$

$$W = +mgh \quad \frac{m = 2 \text{ kg}, g = 10 \text{ m/s}^2}{h = 0/01 \text{ m}}$$

$$W = 2 \times 10 \times 0/01 = 0/2 \text{ J}$$

گزینه ۳ ۱۵۶

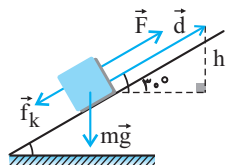
کار کل (کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم) با مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم برابر است. بنابراین اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی در یک مسیر صفر باشد، مجموع کار نیروهای وارد بر جسم در آن جابه جایی صفر است.

گزینه ۳ ۱۵۷

در اینجا نیروهای: (۱) نیروی تراکتور (\vec{F}_1)، (۲) نیروی اصطکاک (\vec{f}_k)، (۳) نیروی وزن، (۴) نیروی عمودی تکیه گاه به سورتمه وارد می شوند که کار نیروهای وزن و عمودی تکیه گاه صفر می باشد ($\theta = 90^\circ$) ابتدا کار نیروهای تراکتور و اصطکاک را به طور مجزا محاسبه می کنیم:

گزینه ۲ ۱۶۰

در اینجا سه نیروی وزن، اصطکاک جنبشی و \vec{F} به جسم وارد می‌شود و اندازه این نیروها، جابه‌جایی و زاویه بین این نیروها و جابه‌جایی معلوم‌اند. بنابراین کار نیروها را محاسبه و با هم جمع می‌کنیم:



$$W_{\text{کل}} = W_F + W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow W_{\text{کل}} = Fd - mgh - f_k d$$

$$\frac{F=30\text{N}, f_k=10\text{N}, mg=20\text{N}}{d = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{0.5} = 2\text{m}, h=1\text{m}} \rightarrow W_{\text{کل}} = 60 - 20 - 20 = 20\text{J}$$

گزینه ۳ ۱۶۱

نیروهای وارد بر اتومبیل نیروی وزن و نیروی اصطکاک می‌باشد که کار نیروی وزن به دلیل عمود بودن بر جابه‌جایی صفر ($\theta = 90^\circ$) و کار نیروی اصطکاک منفی است ($\theta = 180^\circ$). طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W = \Delta K \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \quad \frac{m=600\text{kg}, v_f=0}{v_i=54\text{km/h}=15\text{m/s}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 600 \times (0 - 15^2) = -67500\text{J} = -67.5\text{kJ}$$

گزینه ۱ ۱۶۲

هدف، محاسبه کار برآیند نیروهای وارد بر اتومبیل در یک بازه زمانی معین است که با داشتن جرم اتومبیل (m)، سرعت اولیه و ثانویه آن به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی قابل محاسبه است. بنابراین داریم:

$$W_f = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \quad \frac{m=2 \times 10^3\text{kg}}{v_i=2\text{m/s}, v_f=12\text{m/s}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 (12^2 - 2^2) = 140 \times 10^3\text{J} = 140\text{kJ}$$

گزینه ۲ ۱۶۳

در متن سؤال اشاره شده که جسم با سرعت ثابت بالا می‌رود، بنابراین انرژی جنبشی جسم همواره ثابت است. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی کار برآیند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، لذا با ثابت ماندن انرژی جنبشی جسم، کار برآیند نیروها صفر می‌باشد.

$$W_f = K_f - K_i \xrightarrow{K_i=K_f} W_f = 0$$

گزینه ۳ ۱۶۴

در اینجا جرم جسم (m) و تندی اولیه (v_1) و تندی ثانویه (v_2) جسم معلوم هستند. برای این‌که اتلاف انرژی جسم را محاسبه کنیم، به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی به صورت زیر به محاسبه این انرژی می‌پردازیم:

$$W_f = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad \frac{m=0.4\text{kg}, v_1=20\text{m/s}}{v_2=54\text{km/h}=15\text{m/s}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 0.4 (15^2 - 20^2) = -35\text{J}$$

بنابراین ۳۵ J اتلاف انرژی تکه گل می‌باشد.

دقت کنید تنها نیرویی که روی تکه گل کار انجام می‌دهد، کار نیروی اصطکاک (مقاومت هوا) است.

گزینه ۴ ۱۶۵

در اینجا کاهش تندی گلوله به معنای این است که نیروی وارد بر گلوله در خلاف جهت حرکت گلوله به آن وارد می‌شود. ابتدا با داشتن جرم گلوله (m) و تندی اولیه (v_1) و تندی ثانویه (v_2) گلوله به محاسبه تغییر انرژی جنبشی می‌پردازیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad \frac{m=42 \times 10^{-3}\text{kg}}{v_1=500\text{m/s}, v_2=100\text{m/s}}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \times 42 \times 10^{-3} (100^2 - 500^2) = -5040\text{J}$$

مقدار گرمای منتقل شده به گلوله برابر است با:

$$Q = 0.1 \Delta K = 0.1 \times (-5040) = -504\text{J}$$

برای محاسبه گرما برحسب کالری داریم:

$$Q = 504\text{J} \times \frac{1\text{cal}}{4.18\text{J}} = 120\text{cal}$$

گزینه ۳ ۱۶۶

ابتدا به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی به محاسبه رابطه بین انرژی جنبشی در نقاط A و B می‌پردازیم:

$$W_f = K_B - K_A \xrightarrow{W_f = -0.36 K_A} -0.36 K_A = K_B - K_A \Rightarrow K_B = 0.64 K_A$$

به کمک رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = 0.64 \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 0.8$$

اندازه تغییر تندی جسم به تندی اولیه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\left|\frac{\Delta v}{v_A}\right| = \left|\frac{v_B - v_A}{v_A}\right| = \left|\frac{0.8 v_A - v_A}{v_A}\right| = 0.2$$

دقت کنید تنها نیرویی که روی توپ کار انجام می‌دهد نیروی اصطکاک است به همین دلیل کار کل را برابر کار نیروی اصطکاک در نظر گرفتیم و نیز بدانید کار نیروی اصطکاک مقداری منفی است.

گزینه ۴ ۱۶۷

در اینجا سرعت جسم در دو موقعیت (v_1 و v_2) و جرم جسم (m) به ما داده شده و کار برآیند نیروهای وارد بر جسم (W_f) را از ما می‌خواهند. بنابراین به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_f = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad \frac{v_1=20\text{m/s}, v_2=10\text{m/s}}{m=2\text{kg}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 2 (10^2 - 20^2) = -300\text{J}$$

گزینه ۳ ۱۶۸

در اینجا کار برآیند نیروها را از ما خواسته که با محاسبه انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر قابل محاسبه است.

برای حل به صورت زیر عمل کنیم:

۱) ابتدا با داشتن سرعت جسم (v) و انرژی جنبشی آن (K) به محاسبه جرم آن می‌پردازیم که در محاسبه کار برآیند نیروها لازم است:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \frac{K_1=100\text{J}}{v_1=10\text{m/s}} \rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times m \times 100$$

$$\Rightarrow m = 2\text{kg}$$

۲) دقت کنید که انرژی جنبشی جسم به جهت حرکت بستگی ندارد و فقط اندازه سرعت (تندی) مهم است، لذا انرژی جنبشی در موقعیت بعدی برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad \frac{m=2\text{kg}}{v_2=20\text{m/s}} \rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = 400\text{J}$$

۳) کار برآیند نیروهای وارد بر جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است، بنابراین داریم:

$$W_f = K_2 - K_1 = 400 - 100 = 300\text{J}$$

گزینه ۲ ۱۶۹

در اینجا جرم مجموعه (m)، تندی اولیه (v_A) و کار کل (W_f) معلوم‌اند و تندی نهایی (v_B) را نداریم و باید به دست بیاوریم تا بتوانیم به محاسبه تغییرات تندی بپردازیم. با توجه به این‌که مسیر حرکت تأثیری در به‌کارگیری قضیه کار-انرژی جنبشی ندارد، خواهیم داشت:

$$W_f = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \frac{W_f=2/1 \times 10^3\text{J}, m=200\text{kg}}{v_A=36\text{km/h}=10\text{m/s}}$$

$$2/1 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 200 \times v_B^2 - \frac{1}{2} \times 200 \times (10)^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 121 \Rightarrow v_B = 11\text{m/s}$$

تغییر در تندی خودرو برابر است با:

$$\Delta v = v_B - v_A = 11 - 10 = 1\text{m/s}$$

گزینه ۳ ۱۷۰

متن سؤال نسبت کار کل برای یک خودرو در دو جابه‌جایی را از ما خواسته است که به راحتی به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی به محاسبه این نسبت می‌پردازیم.

تندی خودرو در سه مکان A، B و C داده شده، بنابراین داریم:

$$C \text{ تا } B: W_F = \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_B^2)$$

$$\frac{v_C = 3v}{v_B = v} \rightarrow W_F = \frac{1}{2} m (9v^2 - v^2) = 4mv^2$$

$$B \text{ تا } A: W_1 = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\frac{v_B = v}{v_A = 0} \rightarrow W_1 = \frac{1}{2} m (v^2 - 0) = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\frac{W_F}{W_1} = \frac{4mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = 8 \quad \text{نسبت } \frac{W_F}{W_1} \text{ برابر است با:}$$

گزینه ۴ ۱۷۵

در اینجا مجموعه شخص و آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند و نیروهای وارد بر شخص عبارتند از دو نیروی وزن و نیروی عمودی سطح (همان نیروی آسانسور به شخص). جمع کار این دو نیرو به دلیل ثابت بودن تندی جسم صفر می‌باشد. به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی به محاسبه کار نیروی آسانسور می‌پردازیم:

$$W_{\text{کل}} = W_{\text{mg}} + W_{F_N} = 0 \rightarrow W_{\text{mg}} = -mgh$$

$$W_{F_N} = mgh \rightarrow \frac{m=75\text{kg}}{h=6\text{m}} \rightarrow W_{F_N} = 75 \times 10 \times 6 = 4500\text{J}$$

گزینه ۳ ۱۷۶

در اینجا نیروی وارد بر قایق‌ها و جابه‌جایی قایق‌ها یکسان است. تنها نیروی وارد بر قایق‌ها در راستای جابه‌جایی، همان نیروی \vec{F} می‌باشد. بنابراین کل کار برابر کار نیروی \vec{F} می‌باشد. به این ترتیب داریم:

$$W_t = K_F - K_1 \xrightarrow{K_1=0} W_t = K_F \xrightarrow{W_t=Fd} K_F = Fd$$

برای هر دو قایق، F و d یکسان است، بنابراین $(K_F)_A = (K_F)_B$

$$(K_F)_A = (K_F)_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$\frac{m_A = m}{m_B = 2m} \rightarrow \left(\frac{m}{2m}\right) v_A^2 = (2m) v_B^2 \Rightarrow v_A = 2v_B$$

$$\Rightarrow v_A > v_B$$

گزینه ۱ ۱۷۷

هدف سؤال محاسبه مقدار و جهت نیرویی است که بر اثر وارد شدن به جسم، انرژی جنبشی آن را به 100J برساند. حال اگر این انرژی جنبشی بیشتر از انرژی جنبشی اولیه جسم باشد، نیرو در جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود و اگر این انرژی جنبشی کمتر از انرژی جنبشی اولیه جسم باشد، نیرو در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود. بنابراین با داشتن جرم (m) و سرعت اولیه جسم (v_1) به محاسبه انرژی جنبشی اولیه جسم می‌پردازیم:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{\frac{m=8\text{kg}}{v_1=10\text{m/s}}} K_1 = \frac{1}{2} \times 8 \times 100 = 400\text{J}$$

انرژی جنبشی جسم کاهش یافته $(K_2 < K_1)$ ، بنابراین نیروی مورد نظر در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود. برای محاسبه این نیرو به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = Fd = K_2 - K_1 \xrightarrow{d=4\text{m}, K_2=400\text{J}, K_1=100\text{J}}$$

$$4F = 100 - 400 \Rightarrow F = -75\text{N}$$

گزینه ۴ ۱۷۸

روش اول: انرژی جنبشی اولیه جسم (K_1) و نیروی \vec{F}_1 جابه‌جایی معلوم‌اند. ابتدا به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی کار نیروی \vec{F}_1 را محاسبه می‌کنیم. اگر کار این نیرو مثبت باشد، یعنی این نیرو در جهت محور x به جسم وارد شود و اگر کار این نیرو منفی باشد، یعنی این نیرو در خلاف جهت محور x به جسم وارد شده است. به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} = K_2 - K_1$$

$$W_{F_1} = F_1 d = 2 \times 5 = 10\text{J}, K_2 = 125\text{J}$$

$$\frac{K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = 125\text{J}}$$

$$100 + W_{F_2} = 200 - 125 \Rightarrow W_{F_2} = -25\text{J}$$

کار این نیرو منفی است، بنابراین در جهت منفی محور x به جسم وارد شده است. اندازه این نیرو (\vec{F}_2) برابر است با:

$$W_{F_2} = -F_2 d \Rightarrow -25 = -F_2 \times 5$$

$$\Rightarrow F_2 = 5\text{N} \Rightarrow \vec{F}_2 = -5\vec{i}$$

روش دوم: با توجه به متن سؤال برای حل، مراحل زیر را در نظر می‌گیریم:
 ۱) ابتدا انرژی جنبشی ثانویه جسم را محاسبه می‌کنیم تا با مقایسه آن با انرژی جنبشی اولیه دریابیم که برآیند نیروها در جهت حرکت به جسم وارد می‌شود یا در خلاف جهت حرکت جسم. با معلوم بودن جرم (m) و تندی جسم (v) داریم:

گزینه ۴ ۱۷۱

طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، کار کل با تغییر انرژی جنبشی جسم یکسان است. در اینجا اجسام از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین انرژی جنبشی اولیه آنها صفر است $(K_{1A} = K_{1B} = 0)$. با مساوی قرار دادن کار کل اجسام A و B به محاسبه نسبت تندی دو جسم به‌صورت زیر می‌پردازیم:

$$W_{tA} = W_{tB} \Rightarrow K_{2A} = K_{2B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$\frac{m_A = m}{m_B = 3m} \rightarrow m v_A^2 = 3m v_B^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{3}$$

گزینه ۳ ۱۷۲

برای این که ورزشکار توپ را با بیش‌ترین تندی ممکن پرتاب کند، باید نیرویی در جهت جابه‌جایی $(\theta = 0^\circ)$ به توپ وارد کند. در اینجا اندازه نیرو (F) ، جابه‌جایی (d) ، جرم توپ (m) و تندی اولیه (v_0) توپ معلوم است. بنابراین به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W = Fd = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2) \xrightarrow{\frac{F=80\text{N}, d=1/45\text{m}}{m=0/145\text{kg}, v_0=0}}$$

$$80 \times 1/45 = \frac{1}{2} \times 0/145 (v_1^2 - 0) \Rightarrow v_1^2 = 1600 \Rightarrow v_1 = 40\text{m/s}$$

گزینه ۳ ۱۷۳

در اینجا نیروی وزن $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت جعبه و نیروی دست شخص (\vec{F}) در جهت حرکت جعبه به آن وارد شده و تندی نهایی (v_2) را از ما می‌خواهد. ابتدا کار تک‌تک نیروها را محاسبه می‌کنیم و سپس به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی به محاسبه تندی نهایی می‌پردازیم. برای محاسبه کار کل داریم:

$$W_t = W_F + W_{mg} = Fd - mgh \xrightarrow{\frac{m=4\text{kg}, F=50\text{N}}{g=10\text{m/s}^2, h=1\text{m}}}$$

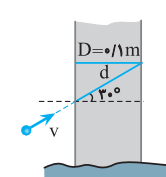
$$W_t = 50 - 40 = 10\text{J}$$

به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0} W_t = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\frac{W_t = 10\text{J}}{m = 4\text{kg}} \rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 5 \Rightarrow v = \sqrt{5}\text{m/s}$$

گزینه ۴ ۱۷۴



گلوله با انرژی جنبشی اولیه‌ای که دارد (K_1) به درخت برخورد می‌کند و به‌خاطر وجود نیروی مقاوم با کاهش انرژی جنبشی مواجه می‌شود که این کاهش انرژی برابر با کار این نیروی مقاوم است $(\Delta K = W_f)$. بنابراین برای محاسبه اندازه نیروی مقاوم وارد بر گلوله به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -fd = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$d = \frac{D}{\cos 30^\circ} = \frac{0/2}{\sqrt{3}}\text{m}$$

$$v_1 = 20\text{m/s}, v_2 = 10\text{m/s}, m = 0/1\text{kg}$$

$$-f \times \frac{0/2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times 0/1 (100 - 400) \Rightarrow f = 7/5\sqrt{3}\text{N}$$

کار نیروی اصطکاک برابر با تغییر انرژی مکانیکی جسم است:

$$W_f = E_f - E_1 = 64 - 145 = -81 \text{ J}$$

گزینه ۲ ۱۸۱

در اینجا کار نیروی \vec{F} را از ما می‌خواهد و با توجه به این که حرکت با سرعت ثابت انجام گرفته ($\Delta K = 0$)، کار این نیرو به کمک کار نیروهای دیگر قابل محاسبه است.

نیروهای وارد بر جسم که روی جسم کار انجام می‌دهند عبارتند از نیروی وزن، نیروی اصطکاک و نیروی \vec{F} .

کار نیروی وزن در جابه‌جایی به سمت پایین $W_{mg} = +mgh$ و کار نیروی اصطکاک جنبشی همواره $W_{f_k} = -f_k d$ است. با توجه به این که سرعت جسم ثابت است ($\Delta K = 0 \Rightarrow v_1 = v_2$)، کار کل طبق قضیه کار-انرژی جنبشی صفر است. بنابراین داریم:

$$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f_k} + W_F = 0 \Rightarrow mgh - f_k d + W_F = 0$$

$$\frac{m=20 \text{ kg}, f_k=0.2mg=40 \text{ N}}{h=d \sin \alpha = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}} \Rightarrow 240 - 40 + W_F = 0$$

$$\Rightarrow W_F = -160 \text{ J}$$

گزینه ۲ ۱۸۲

در این سؤال نیروهای وارد بر جسم عبارتند از: نیروی وزن، نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک. از طرفی جسم رها شده ($v_1 = 0$) و در نهایت متوقف شده است ($v_2 = 0$). کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم (کار کل نیروها) با تغییر انرژی جنبشی آن جسم یکسان است، بنابراین داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$$

$$W_{F_N} = 0, \Delta K = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = 0$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -W_{mg} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = -1$$

دقت کنید: کار نیروی عمودی سطح برای جابه‌جایی روی سطح همواره صفر است:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = F_N d \cos 90^\circ = 0$$

گزینه ۳ ۱۸۳

در اینجا جسم با سرعت ثابت 4 m/s حرکت می‌کند و چون انرژی جنبشی آن همواره ثابت است، تغییر انرژی جنبشی آن همواره صفر است. ابتدا جابه‌جایی جسم را در مدت 60 ثانیه محاسبه می‌کنیم و سپس به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی کار نیروی اصطکاک لغزشی را محاسبه می‌کنیم:

$$W_F + W_{f_k} = \Delta K = 0 \Rightarrow W_F = -W_{f_k} = f_k d$$

$$\frac{d=vt=4 \times 60=240 \text{ m}}{f_k=200 \text{ N}} \Rightarrow W_F = 48 \text{ kJ}$$

راهبرد حل: کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم که برابر با جمع جبری کار تک تک نیروها می‌باشد، با تغییرات انرژی جنبشی جسم یکسان است.

$$W_{\text{کل}} = W_{F_1} + W_{F_2} + \dots = K_2 - K_1$$

گزینه ۱ ۱۸۴

ابتدا با محاسبه انرژی جنبشی توپ در ابتدا و انتهای مسیر حرکتش (در مدتی که توپ از دست شخص جدا نشده است) کل کار انجام شده بر روی آن را می‌یابیم:

$$W_f = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0} W_f = \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, v_2=6 \text{ m/s}}$$

$$W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 36 = 36 \text{ J}$$

در این جابه‌جایی، دو نیروی وزن W_{mg} و نیروی شخص (\vec{F}) به جسم وارد می‌شوند. بنابراین کار کل، جمع جبری کار این دو نیرو است. از طرفی نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی و نیروی شخص در جهت جابه‌جایی توپ است. بنابراین داریم:

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{v_2=2\sqrt{10} \text{ m/s}, m=10 \text{ kg}} K_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 40 = 200 \text{ J}$$

انرژی جنبشی جسم افزایش یافته، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم در جهت حرکت جسم می‌باشد. توجه داشته باشید هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسمی در جهت حرکت جسم باشد، باعث افزایش انرژی جنبشی جسم می‌شود و برعکس.

۲) طبق قضیه کار-انرژی جنبشی به محاسبه اندازه برآیند نیروهای وارد بر جسم می‌پردازیم:

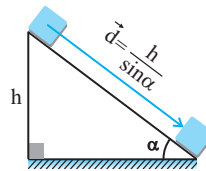
$$W_f = Fd = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=125 \text{ J}, K_2=200 \text{ J}, d=\Delta m}$$

$$\Delta F = 200 - 125 \Rightarrow F = 15 \text{ N}$$

۳) برای محاسبه نیروی \vec{F} با توجه به این که برآیند نیروها در جهت حرکت جسم (جهت مثبت محور x) می‌باشد داریم:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow 15\vec{i} = 20\vec{i} + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_2 = -5\vec{i}$$

گزینه ۴ ۱۲۹



در اینجا سرعت جسم ثابت است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی جسم همواره صفر می‌باشد. به کمک قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0}$$

$$W_{f_k} = -W_{mg} = -mgh \xrightarrow{h=d \sin \alpha = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}, m=2 \text{ kg}}$$

$$W_{f_k} = -2 \times 10 \times 1 = -20 \text{ J}$$

گزینه ۴ ۱۸۰

روش اول: کار کل نیروهای وارد بر یک جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی آن جسم است، بنابراین داریم:

$$W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

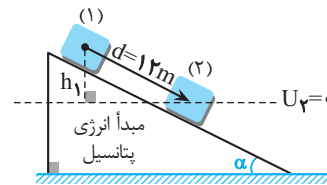
$$\Rightarrow mgh + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{h=d \sin \alpha = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ m}, m=2 \text{ kg}}{v_1=5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2=8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$2 \times 10 \times 6 + W_f = \frac{1}{2} \times 2 (8^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow W_f = 39 - 120 = -81 \text{ J}$$

روش دوم: تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است. ابتدا انرژی مکانیکی جسم را در لحظه پرتاب (E_1) به طرف پایین و در لحظه رسیدن به انتهای مسیر (E_2) محاسبه می‌کنیم و در رابطه $W_f = E_2 - E_1$ جایگذاری می‌کنیم.



$$\sin \alpha = \frac{h_1}{d} \Rightarrow h_1 = d \sin \alpha = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ m}$$

$$E_1 = mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{h_1=6 \text{ m}, m=2 \text{ kg}, v_1=5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$E_1 = 2 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 145 \text{ J}$$

$$E_2 = mgh_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{h_2=0, v_2=8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, m=2 \text{ kg}}$$

$$E_2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 64 = 64 \text{ J}$$

قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W = Fd = K_f - K_i \xrightarrow{d=20m, K_i=300J, K_f=480J}$$

$$20F = 480 - 300 \Rightarrow F = 9N$$

حال به کمک قانون دوم نیوتون و با داشتن اندازه نیرو (\vec{F}) و جرم جسم (m) داریم:

$$F = ma \xrightarrow{F=9N, m=4kg} 9 = 4a \Rightarrow a = 2/25 m/s^2$$

گزینه ۱ ۱۸۹

با توجه به این که نمودار سهمی است ابتدا به تعیین معادله سهمی (معادله درجه دوم) می پردازیم و سپس به کمک قضیه کار- انرژی جنبشی کار برآیند نیروها را محاسبه می کنیم.

معادله دارای ریشه مضاعف $t = 2s$ است، بنابراین معادله تندی بر حسب زمان (معادله سهمی) برابر است با:

$$v = (t-2)^2 \Rightarrow v = t^2 - 4t + 4$$

تندی جسم در لحظه $t_1 = 2s$ برابر با $v_1 = 0$ و در $t_2 = 4s$ برابر با $v_2 = 4m/s$ است. به کمک قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

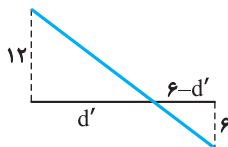
$$W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=2kg, v_1=0, v_2=4m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} \times 2 \times (16 - 0) = 16J$$

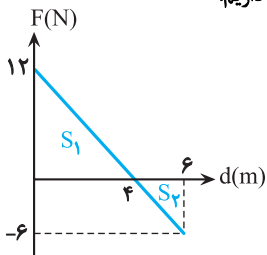
گزینه ۲ ۱۹۰

مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو- جابه جایی با محور جابه جایی برابر با کار برآیند نیروهای وارد بر جسم (یا تغییر انرژی جنبشی جسم) است. در اینجا برای محاسبه مساحت، لازم است ابتدا به کمک تشابه، مکانی که نیروی خالص وارد بر جسم صفر است را بیابیم:

$$\frac{12}{6} = \frac{d'}{6-d'} \Rightarrow 12 - 2d' = d' \Rightarrow d' = 4m$$



برای محاسبه تندی پس از $4m$ جابه جایی داریم:



$$W = S_1 + S_2 = \frac{12 \times 4}{2} + \frac{-6 \times 2}{2} = 18J$$

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{m=4kg, v_1=4m/s, W=18J}$$

$$18 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 16 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v = 5m/s$$

گزینه ۳ ۱۹۱

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم- زمین به صورت $U = mgh$ تعریف می شود که h فاصله جسم از سطح مبدأ پتانسیل گرانشی است. انرژی پتانسیل گرانشی جسم (U) با ارتفاع از سطح زمین (h) رابطه مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$U = mgh \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{h_2}{h_1} \xrightarrow{U_2=0.75U_1, h_1=h, h_2=h-30}$$

$$0.75 = \frac{h-30}{h} \Rightarrow 0.75h = h - 30 \Rightarrow h = 120m$$

$$W_t = W_{mg} + W_F \xrightarrow{W_{mg} = -mgh}$$

$$W_t = -mgh + W_F \xrightarrow{h=10m, W_t=36J, m=2kg, g=10m/s^2}$$

$$36 = -2 \times 10 \times 10 + W_F \Rightarrow W_F = 236J$$

گزینه ۲ ۱۸۵

نیروهای وارد بر جسم عبارتند از نیروی وزن، نیروی \vec{F} و نیروی اصطکاک. کار نیروی وزن در حرکت جسم به طور افقی صفر است. طبق قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{mg} + W_f + W_F = K_f - K_i$$

$$\xrightarrow{W_{mg}=0, K_i=0, K_f=K}$$

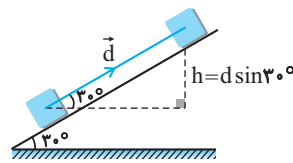
$$W - |W_f| = K \Rightarrow W = |W_f| + K \Rightarrow W > K$$

گزینه ۳ ۱۸۶

هر گاه جسمی روی سطح شیب دار حرکت کند، دو نیروی وزن و اصطکاک روی آن کار انجام می دهند (کار نیروی عمودی سطح صفر است). طبق قضیه کار- انرژی جنبشی برای مسیر رفت داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow -mgh + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$



$$\xrightarrow{m=2kg, v_i=5m/s, v_f=0, h=d \sin \alpha = 2 \sin 30^\circ = 1m}$$

$$-2 \times 10 \times 1 + W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (0 - 25) \Rightarrow W_f = -5J$$

کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت یکسان است، بنابراین کار نیروی اصطکاک در کل مسیر حرکت $-10J$ می باشد.

$$(W_f' = 2W_f = -10J)$$

دقت کنید: کار نیروی وزن در حرکت جسم به طرف بالا منفی و در برگشت مثبت است. به عبارتی کار نیروی وزن همواره $W = \pm mgh$ می باشد که h جابه جایی قائم جسم می باشد. برای پرتاب به بالا:

$$\begin{aligned} W &= Fd \cos \theta \\ W &= mgd \cos(90^\circ + \alpha) \\ &= -mgd \sin \alpha \\ &= -mgh \end{aligned}$$

گزینه ۱ ۱۸۷

در حالت اول نیروی خالص در جهت جابه جایی است ($\theta = 0^\circ$). حال اگر هر یک از نیروها دو برابر شوند، اندازه نیروی خالص بدون تغییر جهت دو برابر می شود، بنابراین به کمک قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

$$W_{کل} = F_t d = \Delta K \Rightarrow \frac{\Delta K'}{\Delta K} = \frac{F_t'}{F_t} \times \frac{d'}{d}$$

$$\xrightarrow{\Delta K=10J, d=d', F_t'=2F_t} \frac{\Delta K'}{10} = 2 \times 1 \Rightarrow \Delta K' = 20J$$

گزینه ۲ ۱۸۸

برای محاسبه شتاب حرکت جسم با داشتن جرم جسم، کافی است که نیروی وارد بر جسم را بیابیم ($a = \frac{F}{m}$).

با توجه به نمودار انرژی جنبشی بر حسب جابه جایی می بینیم که در اثر وارد شدن نیروی برآیند (خالص) F به جسم، $20m$ در جهت نیرو جابه جا شده و انرژی جنبشی آن از $300J$ به $480J$ افزایش یافته است. بنا بر