

نام و نام خانوادگی:

نام معلم:

نام مدرسه:

کلاس:

سال تحصیلی:

دفتر ریاضی پایه دهم
(دوره دوم متوسطه)



درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌های اعداد

کار در کلاس

صفحه ۲ و ۳ کتاب درسی



۱ الف) مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ چه نام دارد؟ آن را روی شکل مقابل هاسور بزنید و در عضو دلخواه از آن را در ناحیه هاسور خورده بنویسید.

ب) دو عدد گویا مثال بزنید که عدد صحیح نباشند و آن‌ها را روی شکل مقابل در محل مناسب بنویسید.

پ) اعداد زیر را روی شکل و در محل مناسب بنویسید.

$$\sqrt{17}, \dots, 200, \frac{\pi}{4}, 2/6, 2\sqrt{5}, -\frac{25}{3}, -9$$

ت) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را با نمایش اعضا بنویسید.

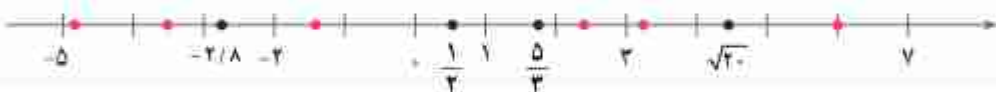
$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{ \quad \quad \quad \}$$

ث) مجموعه $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ چند عضو دارد؟

۲ هریک از اعداد داده‌شده را در یکی از جاهای مشخص‌شده روی محور بنویسید. کدام یک از این‌ها عدد، گنگ‌اند؟ زیر

آن‌ها خط بکشید.

$$2/45, \frac{-7}{4}, 6, -4/9, \pi, -\sqrt{2}$$



بازها

مقاله

صفحه ۳ کتاب درسی

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، به طوری که $a < b$ ، آن‌گاه جدول زیر را کامل کنید:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هتمی
باز		$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته			
نیم‌باز	$[a, b)$		
نیم‌باز	$(a, b]$		
		$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\}$	



اگر a عدد حقیقی دلخواهی باشد، جدول زیر را کامل کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش شکلی
		$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$		
	$(-\infty, a)$		
		\mathbb{R}	
		$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$	

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید :

الف) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{3}, 2)$

ب) $-2 \in (-2, 0]$

پ) $0 \in (-2, 0]$

ت) $-2 \in \{-2, 0\}$

ث) $-1 \in \{-2, 0\}$

ج) $[-1, 2] \subset (-1, 2)$

چ) $\{0, 1\} \subset [-1, 2)$

ح) $\emptyset \subset (-17, 0]$

خ) $[2, 5) = (2, 5]$

د) $\sqrt{2} \in (0, 1)$



۲. هریک از اعداد زیر، عضو یک یا چند تا از بازه‌های داده‌شده هستند. هر عدد را به بازه یا بازه‌های نظیر آن وصل کنید.

$$-۳ \quad \sqrt{۳} \quad -۵ \quad \frac{-۵}{۲} \quad ۶,۰۲۲ = ۱,۲۳ \quad ۰,۱۲$$

$$[۱, ۴] \quad (-\infty, -۲) \quad [-۲, ۰) \quad [۳, +\infty) \quad \left(\frac{-۱}{۲}, \frac{۱}{۲}\right] \quad (-۲, ۳)$$

۳. نمایش هندسی دو بازه $A = (-۴, ۲]$ و $B = (-۱, ۲]$ را روی محور زیر رسم کنید و سپس حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.



الف) $A \cap B$

ب) $A \cup B$

پ) $A - B$

ت) $B - A$

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مثالیت

صفحه ۵ کتاب درسی

فرض کنید A مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از ۴ و B مجموعه اعداد صحیح کم‌تر از ۴ باشد.

الف) این دو مجموعه را با نمایش اعضای آن‌ها مشخص کنید.

$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب) A چند عضو دارد؟

پ) درباره تعداد اعضای B چه می‌توان گفت؟

مجموعه‌هایی مانند A را که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است مجموعه‌های متناهی می‌نامیم.



۱ متاهی یا نامتاهی بودن هریک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید. دربارهٔ مجموعه‌های متاهی سعی کنید تعداد دقیق یا تقریبی اعضای هریک از آن‌ها را بنویسید.

مجموعه	نامتاهی متاهی	تعداد اعضا (در مورد مجموعه‌های متاهی)
مجموعهٔ اعداد اول یک‌رقمی		
مجموعهٔ انسان‌های روی زمین		
مجموعهٔ اعداد طبیعی فرد		
مجموعهٔ سلول‌های عصبی مغز یک انسان		
مجموعهٔ تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات		
مجموعهٔ دانش‌آموزان مدرسهٔ شما		
مجموعهٔ اعداد طبیعی ددرقمی		
مجموعهٔ درخت‌های جنگل‌های آمازون		
مجموعهٔ کسرهای مثبت یا صورت یک		
مجموعهٔ مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰		
بازهٔ $(۱, ۰)$		
مجموعهٔ مولکول‌های موجود در یک مول مشخص از آب		

۲ دو مجموعهٔ متاهی نام ببرید.

۳ دو مجموعهٔ نامتاهی مثال بزنید که یکی از آن‌ها زیرمجموعهٔ دیگری باشد.

۴ دو مجموعهٔ نامتاهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بوده و $B - A$ تک‌عضوی باشد.

تذکره: تعداد اعضای برخی از مجموعه‌های متاهی، ممکن است بسیار زیاد باشد یا این‌حال، با داشتن امکانات لازم و صرف وقت کافی، می‌توان تعداد آن‌ها را به‌دست آورد.

**فعالیت**

صفحه ۷ کتاب درسی

الف $\frac{1}{3}$ عددی بین ۰ و ۱ است. چهار عدد گویای دیگر از بازه (۰، ۱) بنویسید و جواب خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.

ب آیا می‌توان بین ۰ و ۱ به هر تعداد دلخواه، عدد گویا ارائه کرد؟

پ در مورد منتهای یا نامنتهای بودن اعداد گویای موجود در بازه (۰، ۱) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ت در مورد منتهای یا نامنتهای بودن \mathbb{Q} چه می‌توان گفت؟ث اگر A دارای یک زیرمجموعه نامنتهای باشد، آن‌گاه A یک مجموعه خواهد بود.**تمرین**

صفحه ۷ کتاب درسی

۱ فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.الف U را با نمایش اعضای آن بنویسید.ب U منتهای است یا نامنتهای؟پ یک زیرمجموعه منتهای از U بنویسید.ت دو زیرمجموعه نامنتهای مانند C و D از U بنویسید؛ به طوری که $C \subseteq D$.

۲ منتهای یا نامنتهای بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی.

ب) مجموعه شماره‌ده‌های طبیعی عدد ۳۶.

پ) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$.ت) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$.

ث) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰.

۳ دو مجموعه نامنتهای مثال بزنید که اشتراک آن‌ها مجموعه‌ای منتهای باشد.

۴ حاصل هریک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازدهای آنها روی یک محور به دست آورید :

$$\text{الف) } (-3, 0) \cup (-2, 5)$$

$$\text{ب) } (-\infty, 6] \cap (2, 9)$$

$$\text{پ) } (3, +\infty) \cap (6, 10]$$

$$\text{ت) } (-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$$

$$\text{ث) } (3, +\infty) - [2, 4)$$

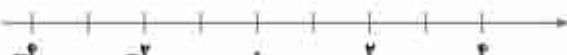
$$\text{ج) } [2, 4) - (3, +\infty)$$

۵ مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۶ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

صفحه ۸ کتاب درسی

الف) دو مجموعه زیر را در نظر بگیرید و اعضای هر یک را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 2\}$$


$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$$


ب) A را با نمایش اعضا و B را به صورت یک بازه بنویسید.

پ) در مورد A، اگر مجموعه مرجع را Z در نظر بگیریم، A^c را مشخص کنید.

ت) در مورد B با فرض این که IR مجموعه مرجع باشد، B^c را مشخص کنید و آن را روی محور نمایش دهید.



صفحه ۹ و ۱۰ کتاب درسی

۱) اگر U مجموعه شامل تمام استان های کشورمان باشد و A مجموعه استان های غیر ساحلی، آن گاه A^c را با نمایش اعضای آن بنویسید.

۲) فرض کنیم U مجموعه تمام اتومبیل های بلاک گذاری شده کشور و B مجموعه اتومبیل های با پلاک فرد باشد. در این صورت B^c چه مجموعه ای خواهد بود؟

۳) با فرض آن که N مجموعه مرجع باشد، هر مجموعه را به متمم خودش وصل کنید.

- | | |
|---------------------------------|--|
| $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ | $\{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, \dots\}$ |
| $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$ | $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ |
| $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ | $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, \dots\}$ |
| $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ | $\{10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$ |

۴ مجموعه مرجع و A زیر مجموعه دلخواهی از آن می‌باشد. طرف درم تساوی‌های زیر را بنویسید.

$$Q' = \quad U' =$$

$$A \cup A' = \quad A \cap A' =$$

۵ الف) اگر Z را به‌عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آن‌گاه \mathbb{N}' را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید.

ب) اگر \mathbb{R} را به‌عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، در این صورت \mathbb{N}' را روی محور نمایش دهید.

۶ فرض کنیم $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 4\}$ ابتدا A' و B' را بنویسید و سپس جدول‌های زیر را کامل کنید. از هر قسمت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$A' = \{ \quad \quad \quad \} \quad B' = \{ \quad \quad \quad \}$$

$(A')'$	$\Rightarrow (A')' = A$
$\{1, 2, 3\}$	

$A \cup B$	$(A \cup B)'$	$A' \cap B'$	$\Rightarrow \quad =$
$\{ \quad \quad \}$	$\{ \quad \}$	$\{ \quad \}$	

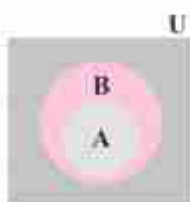
$A \cap B$	$(A \cap B)'$	$A' \cup B'$	$\Rightarrow \quad =$
$\{ \quad \}$	$\{ \quad \quad \}$	$\{ \quad \quad \}$	

$A - B$	$A - (A \cap B)$	$A \cap B'$	$\Rightarrow \quad =$
$\{ \quad \}$	$\{ \quad \}$	$\{ \quad \}$	

۷ الف) فرض کنیم $A \subseteq B \subseteq U$ که در آن U مجموعه مرجع است.



A' را هاشور بزنید



B' را هاشور بزنید

در نمودارهای مقابل A' و B' را مشخص کنید و سپس تعیین کنید که آیا بین A' و B' هم رابطه زیر مجموعه بودن برقرار است. چگونه؟

ب) اگر $U = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c\}$ ، در این صورت $A \subseteq B$ می‌باشد.

با به‌دست آوردن A' و B' نشان دهید که بین A' و B' هم رابطه زیرمجموعه بودن برقرار است.

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

مثالیت

صفحة ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی

A

آیتنا
زهره
الناز
الهام

B

فاطمه
معصومه
فرزانه

۱ یک تیم کوهنوردی متشکل از ۴ دانش‌آموز و ۳ دانشجوی عضو یک مؤسسه طرفدار محیط زیست است. اعضای این تیم به‌طور داوطلبانه در روزهای جمعه هر هفته، کوه‌های اطراف شهر خود را از وجود زباله پاک‌سازی می‌کنند. اعضای دانش‌آموز این تیم، مجموعه {آیتنا، زهره، الناز، الهام} = A و اعضای دانشجوی آن، مجموعه {فاطمه، معصومه، فرزانه} = B هستند. همان‌گونه که دیده می‌شود، این دو مجموعه هیچ عضو مشترکی ندارند؛ به عبارت دیگر $A \cap B = \emptyset$.

به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه **جدا از هم** یا **مجزا** می‌گوییم.

الف) اعضای $A \cup B$ را که بیان‌گر اعضای تیم کوهنوردی می‌باشد، بنویسید و جدول زیر را تکمیل کنید.

$A \cup B =$

$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cup B)$	$n(A \cap B)$
۴			

۴

ب) تعداد عضوهای $A \cup B$ چه رابطه‌ای با $n(A)$ و $n(B)$ دارد؟ این رابطه را به صورت یک فرمول بنویسید.

ب) تحت چه شرایطی، این فرمول برای دو مجموعه دلخواه A و B برقرار است؟

۲ الف) مجموعه شمارنده‌های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را به ترتیب A و B می‌نامیم. موارد خواسته‌شده را بنویسید.

A = { } $\Rightarrow n(A) = 6$: مجموعه شمارنده‌های عدد ۲۸

B = { } $\Rightarrow n(B) =$: مجموعه شمارنده‌های عدد ۳۰

$A \cap B = \{$: شمارنده‌های مشترک ۲۸ و ۳۰ $\Rightarrow n(A \cap B) =$

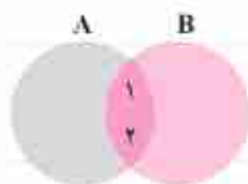
$A \cup B = \{$ $\Rightarrow n(A \cup B) =$

$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cap B)$	$n(A \cup B)$
۶			

۶

ب) جدول زیر را کامل کنید.

ب) چرا رابطه‌ای که در فعالیت (۱) به دست آوردید؛ یعنی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ در این مثال برقرار نیست؟



ت) با تکمیل نمودار مقابل، سعی کنید رابطه درست برای $n(A \cup B)$ را حدس بزنید.

همان‌طور که دیدیم، اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

با توجه به نمودار فوق، در مورد علت درستی این رابطه با دوستان خود بحث کنید.

کار در کلاس

صفحة ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی:

۱ یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آن‌ها ۷ فیلم بویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد. به طوری که ۳ تا از فیلم‌های بویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم‌هایی که:

الف) بویانمایی یا طنزند. ب) غیر بویانمایی و غیر طنزند.

روش اولی حل: مجموعه شامل تمام فیلم‌ها را با U ، مجموعه فیلم‌های بویانمایی را با C و مجموعه فیلم‌های طنز را با T نشان می‌دهیم. جاهای خالی را پر کنید و جواب‌ها را بیابید.

الف) $n(C \cup T) = n(C) + n(T) - n(C \cap T) = 7 + \dots - \dots = \dots$

ب) $n(C \cup T)^c = n(U) - n(C \cup T) = \dots - \dots = \dots$

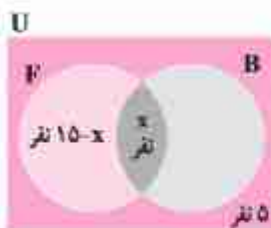
روش دوم حل: در نمودار ون مقابل، دو مجموعه C و T سطح درون U را به چهار ناحیه جداگانه تقسیم کرده‌اند که عدد مربوط به دو تا از توابعی نوشته شده است. با نوشتن اعداد مربوط به دو قسمت دیگر، جواب قسمت‌های الف) و ب) را بیابید.





۲. در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند.

روش اول حل: با تکمیل نمودار زیر مقدار x را بیابید.



روش دوم حل: چون ۵ نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، پس $n(B \cup F) = 20$. حال با نوشتن فرمول $n(B \cup F)$ می توان $n(B \cap F)$ را بدست آورد.

تمرین

صفحه ۱۲ و ۱۳ کتاب تخرسی

۱. \mathbb{R} را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس هریک از مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید.

(الف) $A = [-۲, ۳)$

(ب) $B = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, \dots\}$

(پ) $C = (۰, +\infty)$

(ت) $D = (-\infty, ۱]$

۴) N را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید.

الف) مجموعه‌ای نامتناهی مثل A مثال بزنید که A^c هم نامتناهی باشد.

ب) مجموعه‌ای نامتناهی مثل B مثال بزنید که B^c متناهی باشد.

ب) مجموعه‌ای متناهی مثل C مثال بزنید و C^c را بدست آورید. C^c متناهی است یا نامتناهی؟

۵) اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ ، آن‌گاه $n(B)$ را محاسبه کنید.

۶) فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ ، $n(A) = 60$ ، $n(B) = 40$ و

$n(A \cap B) = 20$ ، مطلوب است :

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A \cap B^c)$

ب) $n(A^c \cap B)$

ت) $n(A^c \cap B^c)$

۷) در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان، عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آن‌ها عضو گروه تنابند. اگر ۵ نفر از

دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است :

الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.



۶ در یک نظرسنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که ۷۰ نفر آن‌ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. هم‌چنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت، از هر دو شرکت خرید کرده‌اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:

(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ب) فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.

(ب) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

(ت) از هیچ‌یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.



فرس سومه الگو و دنباله

الگو

مثال

صفحة ۱۴ کتاب درسی

به شکل‌های زیر و تعداد چوب‌گیریت‌های به‌کاررفته در هر یک از آن‌ها توجه کنید.

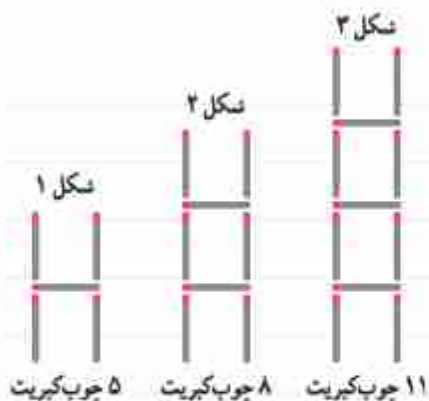
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n	...
تعداد چوب‌گیریت‌ها	۵	۸	۱۱
رابطه بین n و a_n	$a_1 = 5$	$a_2 = 8$	$a_3 = 11$	$a_n = \dots$...

با این نمادگذاری، a_n نشان‌دهنده چیست و مقدار آن چه قدر است؟

ب a_n به چه معناست؟

پ آیا می‌توانید حاصل a_n را برحسب n به‌دست آورید؟

برای این کار، فعالیت بعد را انجام دهید.

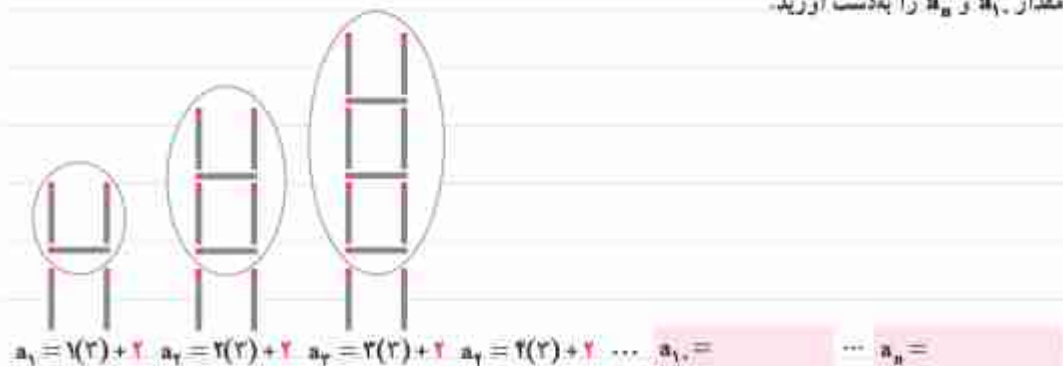


صفحة ۱۵ کتاب درسی

فعالیت

۱) ایده برای به‌دست آوردن حاصل a_n در مثال بالا، شکل‌های الگو را به‌صورت رویه‌رو در نظر گرفت. به‌کمک این روش،

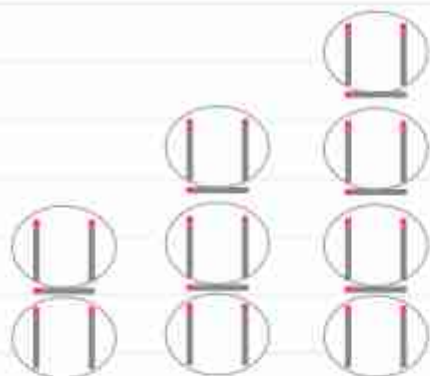
مقدار a_1 و a_n را به‌دست آورید.



$a_1 = 1(2) + 2$ $a_2 = 2(2) + 2$ $a_3 = 3(2) + 2$ $a_4 = 4(2) + 2$... $a_1 =$... $a_n =$



۲. ایسا روش دیگری را به کار برد. او تعداد جوب کبریت‌های افقی و عمودی در هر شکل را به‌طور جداگانه مورد توجه قرار داد تا بتواند به مقدار a_n دست یابد. مقدار حاصل برای a_n از این روش را در جای مشخص‌شده بنویسید.



$$a_1 = 1 + 2(2) \quad a_2 = 2 + 2(2) \quad a_3 = 3 + 2(2) \quad a_4 = 4 + 2(2) \quad \dots \quad a_n = 1 + (1+1)2 \quad \dots \quad a_n =$$

جوب‌های افقی جوب‌های عمودی

۳. آیا نسا راه دیگری را برای به‌دست آوردن حاصل a_n می‌دانید؟

۴. همان‌طور که در قسمت‌های (۱) و (۲) دیدیم، ایسا مقدار a_n را به‌ترتیب به‌صورت‌های $a_n = 2n + 2$ و $a_n = n + (n+1)(2)$ به‌دست آوردند. جواب ایسا را ساده کنید تا به شکل جواب ایسا در آید.

۵. به کمک رابطه $a_n = 2n + 2$ تعداد جوب کبریت‌های شکل بیستم را بیابید.

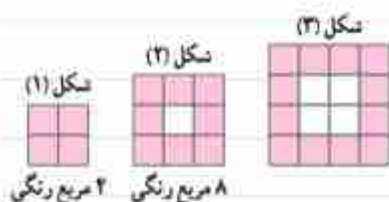
۶. با استفاده از رابطه $a_n = 2n + 2$ مشخص کنید که چندمین شکل در الگوی بالا دارای ۷۷ قطعه جوب کبریت است.

الگوی خطی

کار در کلاس

صفحه ۱۷ کتاب درسی

۱. شکل بعدی را در الگوی زیر رسم و جدول را کامل کنید.



n - شماره شکلی	۱	۲	۳	۴	۵
b_n - تعداد مربع‌های رنگی	۴	۸
رابطه بین n و b_n	$b_1 = 4$	$b_2 =$

۱ توضیح دهید که چرا این الگو یک الگوی خطی محسوب می‌شود.

۲ با توجه به میزان افزایش جملات الگو، مقدار a در رابطه $b_n = an + h$ را بیابید و پس از حدس زدن مقدار h ، حاصل b_n را به دست آورید.

۳ شکل شماره ۲۵۰ دارای چند مربع رنگی است؟




۵ در چه مرحله‌ای از الگوی بالا، تعداد مربع‌های رنگی برابر ۱۴۴ است؟

الگوهای غیرخطی

فعالیت

صفحه ۱۷ و ۱۸ کتاب‌درسی

۱ در الگوی زیر، شکل بعدی را رسم کنید و جدول را کامل نمایید.

شکل (۱)	شکل (۲)	شکل (۳)
		
۵ نقطه	۱۶ نقطه	

n - شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵
t_n - تعداد نقطه‌ها	۵	۱۶
رابطه بین n و t_n	$t_1 = 5$	$t_2 =$

۲ آیا این الگو یک الگوی خطی است؟ چرا؟



۳ امیررضا برای یافتن جمله عمومی این الگو، مجموعه نقاط هر شکل را به صورت زیر دسته بندی کرد. از شکل های امیررضا کمک بگیرید و مقدار t_n را بیابید.



$$t_1 = (1)^2 + 2(1) \quad t_2 = (2)^2 + 2(2) \quad t_3 = (3)^2 + 2(3) \quad t_4 = (4)^2 + 2(4) \quad \dots \quad t_n =$$

۴ امیرمحمد نگاه دیگری به مسئله داشت، او برای هر شکل این الگو، شکل دیگری را به صورت زیر نظیر کرد. با استفاده از این شکل ها، مقدار t_n را بنویسید.



$$t_1 = 2^2 - 2 \quad t_2 = 3^2 - 2 \quad t_3 = (3+2)^2 - 2 \quad t_4 = (4+2)^2 - 2 \quad \dots \quad t_n =$$

$$= (1+2)^2 - 2 = (2+2)^2 - 2$$

۵ نشان دهید که دو مقدار به دست آمده برای t_n در دو قسمت قبلی، برابرند.

۶ آیا تساوی دیگری برای یافتن t_n می شناسید؟ پاسخ خود را با جواب دوستانتان مقایسه کنید.

دنباله

کار در کلاس

صفحه ۱۹ و ۴۰ کتاب درسی

۱ دو دنباله دلخواه مثال بزنید.

۲ جمله عمومی چند دنباله، داده شده است. در هر مورد، جاهای خالی را پر کنید.

الف) $a_n = n^2 - 1: 0, 3, \dots, 15, 22$

ب) $b_n = -n + 4: 2, 2, 1, 0, \dots, -2$

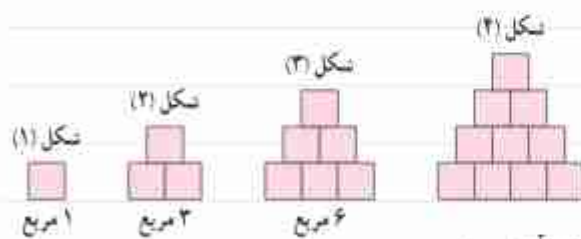
ج) $c_n = -12 + 2n: -11, \dots, -7, \dots, -3$



۲۳ در هر سطر از جدول زیر، یک دنباله آمده است. در هر مورد، سه جمله بعدی را بنویسید. هم‌چنین در پنج مورد اول، سعی کنید یک جمله عمومی برای دنباله نیز حدس بزنید.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	...	a_n	...
-۱	-۲	-۳	-۴				...	-۱۱	...
۱	$\sqrt{۳}$	$\sqrt{۵}$	$\sqrt{۷}$			
۱	۲	۹	۱۶			
-۱/۱	-۱/۱	-۱/۱۰۱	-۱/۱۰۰۱			
-۱	۸	-۲۷	۶۴			
۵	۱۸	۳۱	۴۴			
-۲	۱	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$			
۱	۲	۴	۷			
۳	۱	۴	۱	۵		
۱	۱	۲	۳	۵		
۲	۳	۵	۷			

۲۴ الگوی مقابل را در نظر بگیرید.



الف) تعداد مربع‌ها در الگو را به صورت یک دنباله تا جمله ششم آن بنویسید.

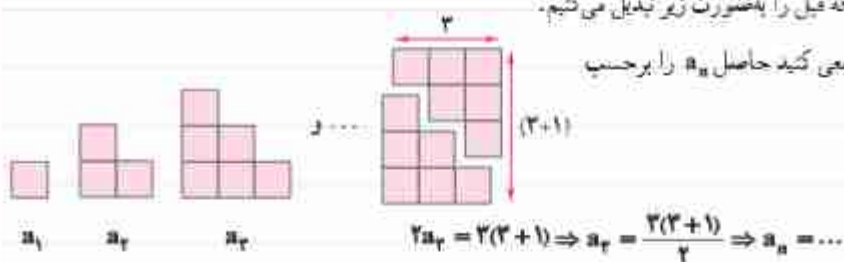
ب) آیا دنباله حاصل، یک دنباله خطی است؟ چرا؟



ب) شکل های الگوی صفحه قبل را به صورت زیر تبدیل می کنیم.

با دقت در تصویر مقابل، سعی کنید حاصل a_n را بر حسب

n بدست آورید.



ت) به کمک مرحله قبل، حاصل عبارت زیر را بنویسید.

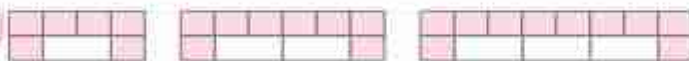
$$1 + 2 + 3 + \dots + n =$$

صفحه ۲۰ کتاب درسی

تمرین

۱ به الگوی زیر توجه کنید.

۲۳



۶ کاشی تیره
۱ کاشی سفید

۸ کاشی تیره
۲ کاشی سفید

۱۰ کاشی تیره
۳ کاشی سفید

الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی های تیره آن را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی های تیره در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله هتم آن بنویسید.

پ) اگر n تعداد کاشی های سفید و t_n تعداد کاشی های تیره باشد، مقدار t_n را بر حسب n بنویسید.

ت) برای ۱۰۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟

ث) آیا در این الگو، شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی های سفید آن چقدر است؟