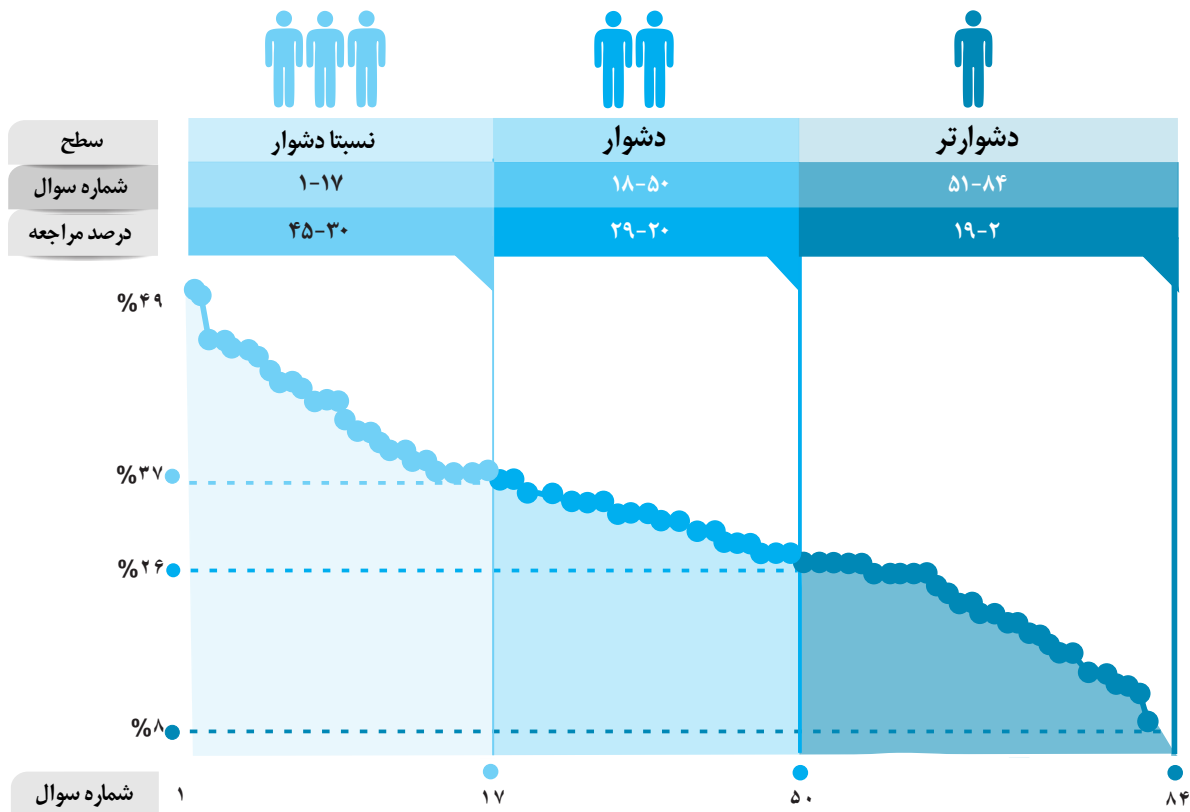


برای هر مبحث کتاب، جدول و نمودار سطح بندی سؤال‌ها مانند نمودار پایین تهیه شده، در این جدول تعداد و شماره سؤال‌های هر سطح، (نسبتاً دشوار، دشوار، دشوارتر)، درصد‌های مراجعه ابتدایی و انتهایی هر سطح مشخص و نمودار براساس درصد مراجعه به سؤال و شماره سؤال‌ها تنظیم شده است. بدیهی است که این نمودار باید شیب منطقی داشته و هر چه رو به پایان می‌رویم درصد مراجعه کمتر و سؤال‌ها دشوارتر شود.



### معرفی نشانه‌ها

در شناسنامه هر سؤال نشانه‌هایی به شرح زیر استفاده شده است که بیان‌گر اطلاعات آماری هر سؤال است:

به معنای جمعیت شرکت کنندگان در آن آزمون است.



به معنای تاریخ برگزاری آزمون است.

به معنای درصدی از شرکت کنندگان می‌باشد که به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند.



به معنای درصد مراجعه کنندگان به سؤال، از کل دانش‌آموزان شرکت کننده در آزمون است.

## سؤال‌های نسبتاً دشوار؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۵ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به (۶ یا ۷) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۸ سوال پاسخ دهند.

- ۱- تابع یک به یک  $f$  مفروض است. اگر دامنه این تابع به صورت  $\{-1, 1, -2, a^2\}$  و برد این تابع به صورت  $\{-1, 1, 2\}$  باشد، حداکثر چند مقدار برای عدد  $a$  می‌تواند وجود داشته باشد؟

۲۷۱۶۳ ۹۲/۰۹ ۱۴٪ ۴۵٪

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

- ۲- تابع  $f(x) = \frac{1}{|x|}$  مفروض است. در کدام‌یک از بازه‌های زیر، برای هر  $x_1$  و  $x_2$  عضو این بازه رابطه

$$f(x_1) > f(x_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2 \text{ برقرار است؟}$$

۲۷۱۶۳ ۹۶/۰۹ ۲۸٪ ۴۰٪

- (۱)  $(-3, -1)$  (۲)  $(-2, 0)$  (۳)  $(-1, 1)$  (۴)  $(0, 1)$

- ۳- در کدام محدوده از دامنه تابع  $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ ، تابع  $f \circ f$  قابل تعریف است؟

۲۷۱۶۳ ۹۶/۰۹ ۲۶٪ ۴۰٪

- (۱)  $x \geq -1$  (۲)  $x \geq 1$  (۳)  $x \leq 3$  (۴)  $-1 \leq x \leq 3$

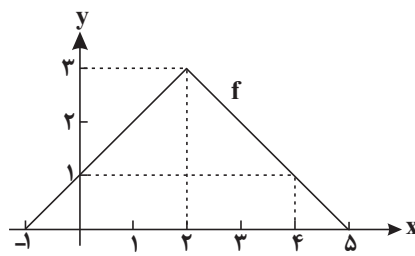
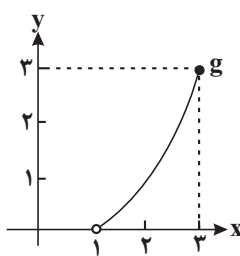
- ۴- اگر  $f = \{(2, 3), (-1, 2), (-4, 1), (3, 0)\}$  و  $g = \{(0, 2), (2, -4), (3, 2), (-4, -2)\}$  آن‌گاه، حاصل  $(f \circ g \circ f^{-1})(3)$  کدام است؟

۲۷۱۶۳ ۹۶/۰۹ ۱۰٪ ۳۹٪

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

- ۵- اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند، دامنه تابع  $g \circ f$  کدام است؟

۲۷۱۶۳ ۹۶/۰۹ ۱۳٪ ۳۹٪



(۱)  $[-1, 5]$

(۲)  $(0, 4]$

(۳)  $(1, 3]$

(۴)  $(0, 4)$



۶- اگر  $f(x) = \tan x$  و  $g(x) = \cot x$  آن‌گاه، دامنه تابع  $f \cdot g$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

۳۸% ۱۴% ۹۳/۱۰ ۲۷۰۰۰

(۲)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi\}$

(۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi\}$

(۴)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{2}\}$

(۳)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

۷- اگر  $f = \{(2,3), (1,2), (c,1)\}$  و  $g = \{(2,a), (b,4), (3,5)\}$  دو تابع باشند و  $f + g = \{(2,4), (1,6), (d,6)\}$  باشد،

تعداد مقادیر ممکن برای  $d$  کدام است؟

۳۷% ۹% ۹۳/۱۰ ۲۷۰۰۰

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸- اگر  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  و  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ x + 3 & x > 0 \end{cases}$  باشد،  $f \circ g(\sqrt{2} - 1) - g \circ f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

۳۶% ۲۵% ۹۶/۰۴ ۲۷۰۰۰

(۴) ۲

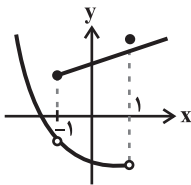
(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) صفر

۹- نمودار زیر، مربوط به رابطه  $R$  است. کوچک‌ترین بازه‌ای از مقادیر  $x$ ها، که با حذف آن، رابطه  $R$  به یک تابع تبدیل می‌شود، کدام است؟

۳۶% ۱۵% ۹۱/۱۰ ۱۵۱۰۷



(۱)  $[-1, 1]$

(۲)  $(-1, +\infty)$

(۳)  $(-1, 1]$

(۴)  $(-\infty, 1]$

۱۰- اگر  $f = \{(-1, -2), (0, 2), (2, 1)\}$ ،  $g = \{(1, -1), (2, a^2 + a), (0, 1)\}$  و  $(2, 2) \in f \circ g$  باشد، مجموعه

مقادیر  $a$  کدام است؟

۳۵% ۲۸% ۹۶/۰۱ ۱۵۱۰۷

(۴)  $\{0, -1\}$

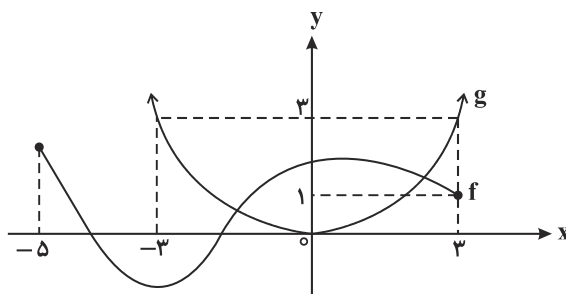
(۳)  $\{0, 1\}$

(۲)  $\{1, -2\}$

(۱)  $\{1, 2\}$

۱۱- اگر نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۳۴% ۲۱% ۹۶/۰۳ ۱۵۱۰۷



(۱)  $[-3, 3]$

(۲)  $[1, 3]$

(۳)  $[-5, 3]$

(۴)  $\mathbb{R}$

۱۲- اگر  $f(x+1) = \frac{x^2-1}{x+1}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(3)$  کدام است؟ (تمام عبارتها تعریف شده‌اند).

۱۸۵۲۹ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۲/۱۰ درصد درست است. ۱۳٪ صحیح است. ۳۴٪ اشتباه است.

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) صفر (۴) ۴

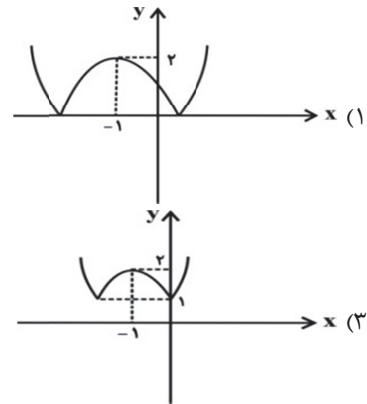
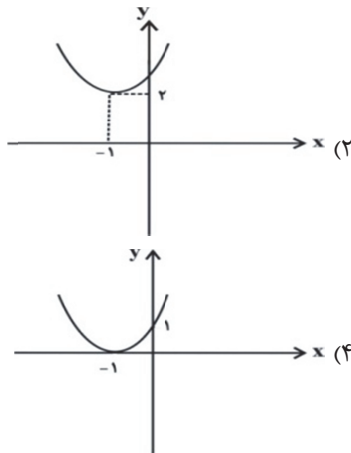
۱۳- اگر  $f(x) = 3 - \sqrt{x+1}$ ، آنگاه دامنه تابع  $f \circ f$  شامل چند عدد صحیح است؟

۹۱۳۹۶ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۳/۰۹ درصد درست است. ۱۷٪ صحیح است. ۳۴٪ اشتباه است.

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۱۴- اگر خط به معادله  $x = -1$  محور تقارن نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = mx^2 + (m-1)x + 1$  باشد، آنگاه نمودار تابع  $y = |f(x)|$  کدام است؟

۶۰۶۵۲ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۰/۰۹ درصد درست است. ۱۴٪ صحیح است. ۳۲٪ اشتباه است.



۱۵- تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  یک تابع پیوسته و نزولی اکید است که محور  $x$  ها را با طول یک قطع می‌کند. دامنه تابع  $\sqrt{xf(x)}$  کدام است؟

۶۰۶۵۲ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۶/۰۹ درصد درست است. ۱۸٪ صحیح است. ۳۱٪ اشتباه است.

- (۱)  $[1, +\infty)$  (۲)  $[0, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, 1]$  (۴)  $[0, 1]$

۱۶- توابع  $f(x) = x^3 - 7$  و  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x \geq 2 \\ \frac{x-1}{x+1} & ; x < 2 \end{cases}$  مفروضند. معادله  $(f \circ g)(x) = 1$  چند جواب حقیقی دارد؟

۶۰۶۵۲ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۶/۱۰ درصد درست است. ۱۷٪ صحیح است. ۳۱٪ اشتباه است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷- تابع  $f(x) = |\sin x|$  مفروض است. در کدام یک از بازه‌های زیر، برای هر  $x_1$  و  $x_2$  عضو این بازه، رابطه  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$  برقرار است؟

۷۳۲۵۸ نفر شرکت کرده‌اند. ۹۳/۰۹ درصد درست است. ۱۸٪ صحیح است. ۳۰٪ اشتباه است.

- (۱)  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  (۲)  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  (۳)  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  (۴)  $[0, \frac{\pi}{2}]$

## سؤال‌های دشوار؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ سوال پاسخ دهند.  
 انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به (۳ یا ۴) سوال پاسخ دهند.  
 انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۵ سوال پاسخ دهند.

۱۸- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x, & x \geq 2 \\ 1 + \sin x, & x < 2 \end{cases}$  باشد، آنگاه حاصل  $f(\pi f(\frac{\pi}{4}))$  کدام است؟

۲۹٪  ۱۸٪  ۹۵/۰۹  ۷۳۲۵۸

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۹- تابع  $f(x) = a^2x - 3ax + 3 + 2x$  یک به یک نیست. مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

۲۹٪  ۱۴٪  ۹۲/۰۹  ۲۰۱۷۲

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) صفر

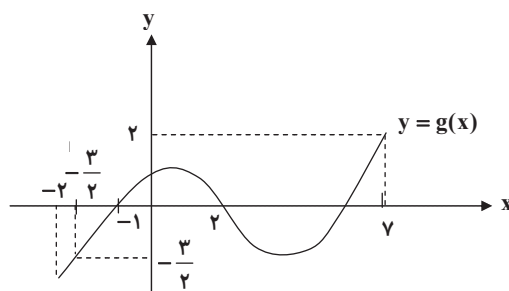
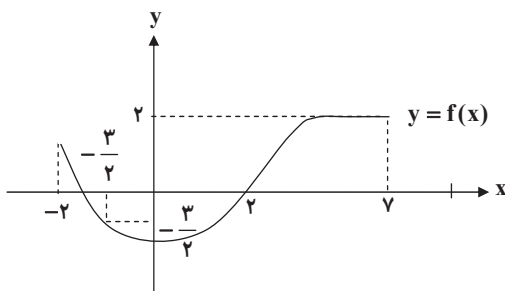
۲۰- اگر  $f(x) = \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = 3 - 2x$  باشد، دامنه تابع  $f \circ g + g \circ f$  کدام است؟

۲۸٪  ۱۵٪  ۹۲/۱۱  ۳۲۰۰۰

- (۱)  $\{ \}$  (۲)  $\{1, 2\}$  (۳)  $[-1, 2]$  (۴)  $[-1, 1]$

۲۱- نمودارهای توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر هستند. عبارت  $\frac{1}{\sqrt{f(x) - g(x)}}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟

۲۸٪  ۱۲٪  ۹۲/۱۰  ۲۱۳۷۰



(۲)  $[-2, -\frac{3}{2}] \cup [2, 2]$

(۱)  $(-2, 2) \cup (2, 2)$

(۴)  $[-2, -\frac{3}{2}] \cup (2, 2)$

(۳)  $(-2, 2) - \{-\frac{3}{2}, 2\}$

۲۲- اگر  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{3x+2}$ ، آنگاه حاصل  $(f \circ g^{-1})(-\frac{1}{9})$  کدام است؟

۲۷٪  ۲۳٪  ۹۷/۰۱  ۲۱۳۷۰

- (۱) صفر (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳)  $-\frac{19}{30}$  (۴)  $\frac{1}{3}$



۲۳- در بزرگترین بازه‌ای که تابع با ضابطه  $f(x) = 2x + |2x + 1|$  وارون پذیر است، ضابطه وارون آن کدام است؟

21370 96/09 9% 27%

$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}; x \geq -\frac{1}{2}$  (۲)

$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}; x \geq -1$  (۱)

$f^{-1}(x) = 4x + 1; x \geq -\frac{1}{4}$  (۴)

$f^{-1}(x) = 4x + 1; x \geq -1$  (۳)

۲۴- اگر  $f(x) = 5 - (\frac{1}{2})^x$ ،  $f^{-1}(g(a)) = -1$  و  $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$  باشند، مقدار  $a$  کدام است؟

21370 97/03 23% 27%

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

۲۵- ضابطه وارون تابع  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$  در بزرگ‌ترین بازه‌ای که وارون پذیر است، کدام است؟

21370 97/03 19% 27%

$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}, x \leq 1$  (۲)

$f^{-1}(x) = x - 1, x \geq -1$  (۱)

$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}, x \leq 1$  (۴)

$f^{-1}(x) = x + 1, x \geq -1$  (۳)

۲۶- در تابع  $f(x) = ax + 5$ ،  $a < 0$  و  $f(f(3)) = 7$  است.  $f(-3)$  کدام است؟

22524 93/09 13% 27%

۴) ۷

۳) -۲

۲)  $\frac{1}{3}$

۱) ۱۱

۲۷- اگر  $f(x) = \log(x-1)$  و  $g(x) = \log \frac{-1}{x+1}$ ، آن‌گاه ضابطه  $(f-g)(x)$  کدام است؟

27000 90/10 10% 27%

$\log(x^2 - 1)$  (۲)

$\log(1 - x^2)$  (۱)

۴) قابل تشکیل نیست.

$\log(\frac{x^2}{x+1})$  (۳)

۲۸- اگر  $f(x) = 3x - 1$  و  $D_f = [-1, 2]$  و دامنه  $f \circ f$  بازه  $[a, b]$  باشد،  $b - a$  کدام است؟

27000 97/04 23% 26%

۴

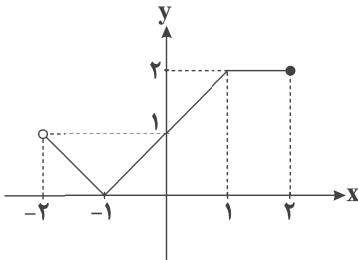
۳) ۲

۲) ۱

۱)  $\frac{1}{2}$

۲۹- اگر نمودار  $y = f(x-1)$  به صورت مقابل باشد، دامنه تابع  $y = \sqrt{f(x)-1}$  کدام است؟

27000 97/03 17% 26%



$[-2, -1] \cup [0, 2]$  (۱)

$[-1, 0] \cup [1, 2]$  (۲)

$(-3, -1]$  (۳)

$[-1, 1]$  (۴)

۳۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0 \\ 2x + 1, & x < 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \frac{x-1}{2}$ ، آنگاه مجموع طول نقاط برخورد تابع  $f \circ g$  با محور  $x$  ها کدام است؟

۲۵% ۱۳% ۹۵/۰۹ ۳۲۰۰۰

۲ (۴)                      ۳ (۳)                      -۱ (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۱)

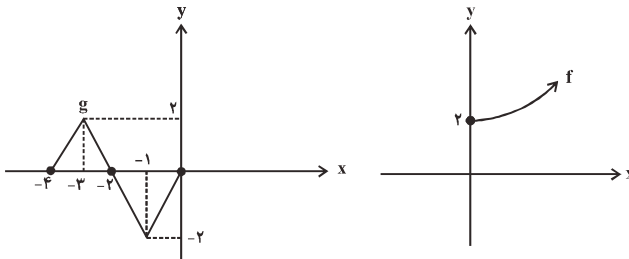
۳۱- توابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-1}}$  و  $g(x) = \frac{x+1}{-x+1}$  مفروض هستند. دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۲۵% ۱۳% ۹۲/۱۱ ۳۲۰۰۰

(۱)  $(0, +\infty) \cup (1, +\infty)$                       (۲)  $(0, +\infty)$   
(۳)  $(0, 1)$                       (۴)  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$

۳۲- اگر نمودارهای  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند، دامنه تابع  $(f \circ g)(x)$  کدام است؟

۲۵% ۱۳% ۹۱/۱۱ ۳۲۰۰۰



(۱)  $[-4, 0]$   
(۲)  $[-4, -2] \cup \{0\}$   
(۳)  $[0, 2]$   
(۴)  $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$

۳۳- با توجه به ماشین زیر، اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  و  $g$  یک به یک باشد و داشته باشیم  $g(m) = 2$ ، مقدار  $m$  کدام است؟

$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow x$

۲۵% ۱۹% ۹۳/۰۹ ۷۳۲۵۸

۲ (۱)                      ۲ (۱)  
۱ (۴)                      ۱/۵ (۳)

۳۴- اگر  $f(x) = 2x + a$  و  $g(x) = 3x^2 + 1$  باشد، از تساوی  $f(g(1)) = g(f(0))$  مقدار  $a$  کدام است؟

۲۴% ۱۱% ۹۱/۰۹ ۲۱۳۸۸

(۱)  $\frac{-1 \pm \sqrt{85}}{6}$                       (۲)  $\frac{1 \pm \sqrt{85}}{2}$   
(۳)  $\frac{-1 \pm \sqrt{85}}{2}$                       (۴)  $\frac{1 \pm \sqrt{85}}{6}$

۳۵- اگر  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$  و  $g(x) = \{(1, 0), (0, 3), (4, 4), (3, 6)\}$  باشند، تابع  $g \circ f$  شامل چند زوج مرتب است؟

۲۴% ۳% ۹۲/۱۱ ۳۲۰۰۰

۴ (۲)                      ۲ (۱)  
۸ (۴)                      ۶ (۳)

۳۶- اگر  $f(x) = x + 2$  و  $g(x) = 2x^2 - 8x + 1$  باشند، آنگاه حاصل جمع ریشه‌های معادله  $g \circ f^{-1}(x) = 0$  کدام است؟

۲۴% ۱۹% ۹۳/۰۹ ۹۱۳۹۶

-۸ (۴)                      ۸ (۳)                       $\frac{25}{2}$  (۲)                       $-\frac{25}{2}$  (۱)

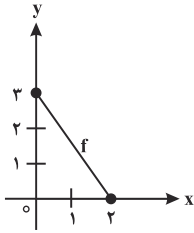
۳۷- اگر مجموعه  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$ ، دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 + 3x$  باشد، آنگاه برد تابع با ضابطه  $y = |f(x)|$  کدام بازه است؟

۶۳۲۷۷ ۹۱/۰۹ ۱۳٪ ۲۴٪

- (۱)  $(-2, 10)$  (۲)  $(2, 10)$  (۳)  $[0, 10)$  (۴)  $(\frac{9}{4}, 10)$

۳۸- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، دامنه تابع  $y = f \circ f(x)$  شامل چند عدد صحیح است؟

۶۳۲۷۷ ۹۵/۰۹ ۱۱٪ ۲۳٪



- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

۳۹- اگر  $f(x) = \sqrt{2-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-2}$ ، آنگاه دامنه  $f \circ g$  شامل چند عدد صحیح است؟

۲۷۷۲۹ ۹۰/۰۹ ۱۰٪ ۲۳٪

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۴۰- اگر  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 1} + \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{|x+1|}$ ، آنگاه مجموعه برد تابع  $f + g$  شامل چند عدد صحیح است؟

۲۷۰۰۰ ۹۱/۱۰ ۷٪ ۲۳٪

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ (۴) بی شمار

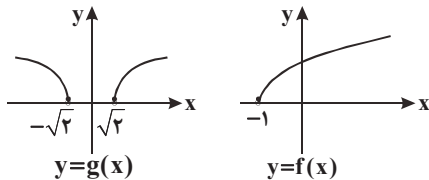
۴۱- اگر  $f(x) = |2-x| - 1$  و  $g(x) = x^2 - 4x + 5$ ، آنگاه حاصل  $(f \circ g)(\sqrt[3]{2} + 2)$  کدام است؟

۶۳۲۴۱ ۹۳/۰۱ ۱۶٪ ۲۳٪

- (۱)  $-\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3} + 1$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{3} - 2$

۴۲- اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، آنگاه دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۶۳۲۴۱ ۹۶/۰۱ ۸٪ ۲۲٪



- (۱)  $[\sqrt{2}, +\infty)$   
(۲)  $\mathbb{R} - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$   
(۳)  $[0, +\infty)$   
(۴)  $\mathbb{R} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

۴۳- اگر وارون رابطه  $f = \{(\frac{1}{m}, -m^2 + 1), (1, \sqrt[3]{-1}), (2^m, n-1), (m+2, -1)\}$  خود يك تابع باشد، آنگاه مجموعه برد

تابع  $f^{-1}$  چند عضو دارد؟ ( $n \neq 0$ )

۲۱۳۸۸ ۹۱/۰۹ ۹٪ ۲۲٪

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۴۴- تابع  $f(x) = \frac{a}{1-bx}$  مفروض است. اگر نمودار تابع  $f$  از نقطه  $(-1, -3)$  و نمودار تابع  $f^{-1}$  از نقطه  $(1, 2)$  بگذرد،

آنگاه نمودار تابع  $f$  محور  $y$ ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱۶۱۷۱ ۹۰/۱۰ ۱۳٪ ۲۲٪

- (۱) ۹ (۲) -۴ (۳) ۱ (۴) ۵



۴۵- اگر  $g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x - 3}}$  و تابع  $h(x) = (f \cdot g)(x)$  موجود و غیرتهی باشد، تابع  $f$  کدام نمی‌تواند باشد؟

۲۱٪ ۱۳٪ ۹۲/۱۰ ۲۷۰۰۰

$f(x) = \frac{1}{4-x}$  (۲)

$f(x) = \log_5^{2-x}$  (۱)

$f = \{(-5, 1), (3, 2)\}$  (۴)

$f(x) = \sqrt[3]{5+x}$  (۳)

۴۶- اگر  $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$  و  $g(x) = \cot x$  باشد، دامنه تابع  $fg$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

۲۱٪ ۴٪ ۹۲/۰۱ ۲۰۰۰۰

$\mathbb{R} - \{x \mid x = k\pi + \frac{\pi}{2}\}$  (۲)

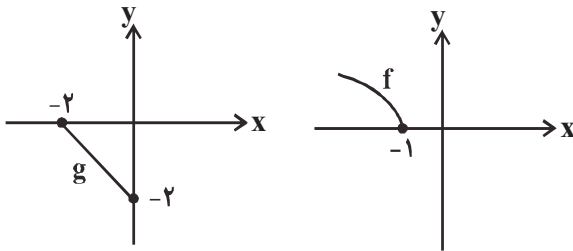
$\mathbb{R} - \{x \mid x = k\pi\}$  (۱)

$\mathbb{R}$  (۴)

$\mathbb{R} - \{x \mid x = \frac{k\pi}{2}\}$  (۳)

۴۷- نمودارهای زیر مربوط به توابع  $f$  و  $g$  هستند، اگر دامنه تابع  $fg$  به صورت  $[a, b]$  باشد،  $b - a$  کدام است؟

۲۱٪ ۱۷٪ ۹۳/۱۰ ۷۸۱۷۷



۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)

۴۸- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  را یک واحد به راست و سپس دو واحد به پایین انتقال دهیم، نمودار تابع

$g(x) = (x - 1)^2$  حاصل می‌شود. در این صورت تابع  $fg$  محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۲۰٪ ۱۳٪ ۹۵/۰۹ ۷۸۱۷۷

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۴۹- تابع  $y = ||x - 1| - 2|$  در کدام محدوده زیر، یک‌به‌یک است؟

۲۰٪ ۱۰٪ ۹۳/۱۰ ۲۲۷۰۱

$\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$  (۲)

$\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$  (۱)

$\{x \mid x \geq 1\}$  (۴)

$\{x \mid x \geq 3\}$  (۳)

۵۰- اگر  $f(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$  و  $g(x) = 2\cos^2 x$  باشد، مقدار  $(fg)(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟

۲۰٪ ۱۳٪ ۹۱/۱۱ ۳۲۰۰۰

$\frac{1}{2}$  (۲)

صفر (۱)

۲ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)

## سؤال‌های دشوارتر؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۴۷۵۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۱ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به (۲ یا ۳) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۴ سوال پاسخ دهند.

۵۱- اگر  $R = \{(1, 7), (0, 16^{\beta-1}), (27^{\alpha}, 3), (9^{\beta-3}, 3), (0, 4^{\alpha+1})\}$  يك تابع وارون پذیر باشد، مقدار  $\frac{\alpha}{\beta}$  کدام است؟

۳۲۵۲۴  ۹۳/۰۹  ۱۲٪  ۱۹٪

- (۱)  $-\frac{16}{9}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{9}{16}$  (۴)  $-2$

۵۲- اگر  $f(x) = \tan x$  و  $(g \circ f)(x) = \sqrt{\sin 2x}$  باشد، مقدار  $g(1)$  کدام است؟

۲۰۰۰۰  ۹۳/۰۱  ۱۵٪  ۱۹٪

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sin 2$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۵۳- در ماشین  $x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} x$  اگر  $f(x) = x^3 + 4x$ ، آن‌گاه  $g(-5)$  کدام است؟

۳۲۰۰۰  ۹۲/۱۱  ۱۵٪  ۱۹٪

- (۱)  $1$  (۲)  $-1$  (۳)  $-2$  (۴)  $2$

۵۴- تابع با ضابطه  $f(x) = x - |x - 2| + 1$  در بازه‌ای وارون پذیر است. ضابطه معکوس آن در بازه مذکور کدام است؟

۶۲۹۷۴  ۹۵/۰۴  ۱۰٪  ۱۹٪

- (۱)  $y = \frac{x-1}{2}; x \leq 2$  (۲)  $y = \frac{x+1}{2}; x \leq 2$   
(۳)  $y = \frac{x-1}{2}; x \leq 3$  (۴)  $y = \frac{x+1}{2}; x \leq 3$

۵۵- تابع  $f(x) = 4x + n - 2mx$  تابعی خطی و غیر یک‌به‌یک است و نمودار آن از نقطه  $(3, -5)$  می‌گذرد. حاصل  $m^2 + n^2$  کدام است؟

۳۲۵۲۴  ۹۳/۰۹  ۸٪  ۱۸٪

- (۱)  $29$  (۲)  $20$  (۳)  $13$  (۴)  $25$

۵۶- تابع  $f(x) = x^2 - 5x + 3$  در کدام محدوده زیر، وارون پذیر است؟

۱۶۷۵۶  ۹۲/۰۱  ۷٪  ۱۸٪

- (۱)  $x \geq \frac{5}{2}$  (۲)  $x \leq \frac{9}{2}$  (۳)  $x \geq 2$  (۴)  $x \leq \frac{7}{2}$

۵۷-  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  را در نظر بگیرید.  $f$  و  $g$  تابع‌هایی خطی هستند به طوری که نمودار  $f$  نیم‌ساز ناحیه‌های دوم و

چهارم دستگاه‌های مختصات است و نمودار  $g$  دارای شیب منفی است. اگر دامنه  $h$  به صورت  $R - \{2\}$  باشد، کدام گزینه می‌تواند ضابطه تابع  $h(x)$  را نشان دهد؟

۱۸٪  ۱۱٪  ۹۴/۱۰  ۲۰۲۷۰

(۴)  $h(x) = \frac{-x}{x-2}$  (۳)  $h(x) = \frac{x}{x-2}$  (۲)  $h(x) = \frac{-x}{\frac{3}{2}x-3}$  (۱)  $h(x) = \frac{x}{4-2x}$

۵۸- اگر  $f = \{(1,0), (-1,1), (3,-1)\}$  و  $g = \{(-1,1), (2,4), (1,0)\}$ ، آن‌گاه تابع  $h = f + \frac{f}{g}$  کدام است؟

۱۸٪  ۱۳٪  ۹۲/۰۲  ۳۱۰۰۰

(۴)  $\{(-1,1), (1,-1)\}$  (۳)  $\{(-1,1)\}$  (۲)  $\{(-1,1), (2,-1)\}$  (۱)  $\{(-1,2)\}$

۵۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - x|x|} - 8$  و  $g(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x+1}}$ ، آن‌گاه دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۱۸٪  ۱۱٪  ۹۱/۱۱  ۳۲۰۰۰

(۴)  $x \geq 2$  (۳)  $-2 < x < 0$  (۲)  $0 \leq x < 1$  (۱)  $\emptyset$

۶۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$  و  $g(x) = x^2 + 1$ ، به‌ازای چند مقدار از  $x$ ، معادله

$f(g(x)) - f(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = x^2 - 2$  برقرار است؟

۱۸٪  ۱۰٪  ۹۲/۰۱  ۲۰۰۰۰

(۴) هیچ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱) ۱

۶۱- اگر تابع با ضابطه  $f(x) = 2x^2 - ax$  در بازه  $[4, +\infty)$  وارون‌پذیر باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱۷٪  ۴٪  ۹۳/۱۱  ۲۶۸۹۵

(۲)  $a \leq 16$  (۱)  $a \geq 4$   
(۴)  $16 \leq a \leq 20$  (۳)  $a \geq 16$

۶۲- نمودار تابع  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + |x + 1|$  در بازه  $[a, b]$  موازی محور  $x$ ها می‌باشد. ماکزیمم مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

۱۷٪  ۱۳٪  ۹۳/۰۹  ۹۱۳۹۶

(۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱) ۱

۶۳- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 + ax + 4$  در آن اکیداً نزولی است  $(-\infty, 1]$  باشد، آن‌گاه مینیمم تابع  $f$  چه قدر است؟

۱۷٪  ۱۳٪  ۹۳/۰۱  ۶۳۳۴۱

(۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱) ۲

۶۴- اگر  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$  و  $g = \{(-3, 5), (-1, 4), (0, 7)\}$ ، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار تابع  $(g - f) \cdot 2g$  کدام است؟

۱۷٪  ۱۳٪  ۹۳/۰۹  ۷۳۲۵۸

(۴) ۴۲ (۳) ۸۴ (۲) ۶۴ (۱) ۳۲

۶۵- بزرگ‌ترین فاصله‌ای که تابع  $f(x) = |x-1| - |x+3|$  معکوس پذیر است، کدام است؟

۱۷% ۱۱% ۹۴/۰۱ ۵۱۳۴۱

(۲)  $[-3, 1]$

(۱)  $[-4, 4]$

(۴)  $\emptyset$

(۳)  $[-1, 1]$

۶۶- تابع خطی  $f$  مفروض است. اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  محور  $x$ ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند،  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

۱۷% ۱۰% ۹۶/۰۲ ۵۱۳۴۱

(۲) صفر

(۱) -۱

(۴) ۲

(۳) ۱

۶۷- اگر  $f(x) = 2x + 3$  و  $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$  باشند، ضابطه  $f \circ g$  کدام است؟

۱۶% ۱۱% ۹۳/۱۱ ۳۲۰۰۰

(۲)  $2x^2 - 3x + 7$

(۱)  $2x^2 - 7x + 3$

(۴)  $4x^2 - 4x + 11$

(۳)  $4x^2 - 2x + 13$

۶۸- اگر  $f(x) = \frac{1}{x} - x$  و  $(g \circ f)(x) = \frac{1}{x^2} + x^2 - 3$  باشد، مقدار  $g(2)$  کدام است؟

۱۵% ۱۲% ۹۵/۱۰ ۳۱۳۹۹

(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۶

(۳) ۳

۶۹- اگر  $f(x) = \sqrt{1-x}$ ، آن‌گاه دامنه تابع  $y = \sqrt{1+f^{-1} \circ f(x)}$  کدام است؟

۱۴% ۷% ۹۵/۰۱ ۷۶۷۴۴

(۲)  $[-1, 1]$

(۱)  $[0, 1]$

(۴)  $(-\infty, 1]$

(۳)  $(-\infty, -1]$

۷۰- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اختلاف طول ضلع‌های زاویه قائمه یک واحد است. اگر  $f$  تابعی باشد که طول وتر مثلث را

برحسب طول کوچک‌ترین ضلع مثلث بیان کند، مقدار عبارت  $B = f(3) - 5f^{-1}(\sqrt{5})$  کدام است؟

۱۳% ۵% ۹۱/۰۹ ۲۱۳۸۸

(۲) ۱

(۱) ۵

(۴) -۴

(۳) صفر

۷۱- تابع  $y = |x^2 - 1|$  در کدام بازه زیر وارون پذیر است؟

۱۳% ۸% ۹۱/۰۱ ۶۰۷۲۳

(۲)  $[-2, 0]$

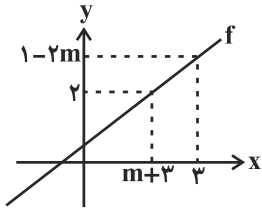
(۱)  $[-1, 1]$

(۴)  $[1, 3]$

(۳)  $[0, 2]$

۷۲- نمودار تابع خطی  $f$  به صورت زیر است. اگر  $f^{-1}(f^{-1}(2)) = 3$  باشد، آنگاه  $f(\frac{7}{3})$  کدام است؟

۱۲٪ ۵٪ ۹۱/۰۹ ۲۱۳۸۸



- (۱)  $\frac{7}{3}$
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴)  $-\frac{7}{3}$

۷۳- اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = [x+1] + [-x]$ ، آنگاه برد تابع fog شامل چند عدد صحیح است؟ [ ] علامت جزء صحیح است.

۱۲٪ ۷٪ ۹۴/۰۱ ۵۱۳۴۱

- (۱) ۱
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۷۴- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ ، چند عدد طبیعی در دامنه تابع gof قرار ندارد؟

۱۱٪ ۴٪ ۹۲/۰۲ ۳۱۰۰۰

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۷۵- تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^2}{|x|}(x-1)$  در یک بازه، نزولی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱۰٪ ۴٪ ۹۶/۱۰ ۳۱۰۰۰

- (۱)  $-\frac{1}{4} \leq x < 0$  و  $\frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$
- (۲)  $-\frac{1}{4} \leq x < 0$  و  $\frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$
- (۳)  $-\frac{1}{4} \leq x < 1$  و  $\frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$
- (۴)  $-\frac{1}{4} \leq x < 1$  و  $\frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

۷۶- اگر تابع  $f(x) = ax + |x-1|$  یک به یک باشد، حدود a کدام است؟

۹٪ ۳٪ ۹۱/۱۰ ۸۲۷

- (۱)  $-1 < a < 1$
- (۲)  $a > 0$
- (۳)  $a > 1$  یا  $a < -1$
- (۴)  $a \geq 1$  یا  $a \leq -1$

۷۷- اگر  $f(x) = f^{-1}(5) + x - 3$  باشد، آنگاه  $f(5)$  کدام است؟

۹٪ ۲٪ ۹۴/۰۳ ۵۹۵۲۷

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۷۸- اگر  $f(x) = \log(\sqrt{x^2+1} + x)$  باشد، آنگاه حاصل  $f^{-1}(x) + f^{-1}(-x)$  کدام است؟

۷٪ ۵٪ ۹۶/۰۳ ۵۹۵۲۷

- (۱) x
- (۲)  $10^x - 10^{-x}$
- (۳) صفر
- (۴)  $x - 1$

۷۹- فرض کنید  $f$  تابعی خطی است که نقطه  $(4, 5)$  روی نمودار وارون آن قرار دارد. ضابطه تابع  $f$  کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

۱۶۷۵۶ ۹۲/۰۱ ۶٪ ۷٪

(۲)  $y = x - 1$

(۱)  $y = \frac{4}{5}x$

(۴)  $y = \frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{4\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5}}$

(۳)  $y = -x + 2$

۸۰- وارون تابع  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$  به صورت  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{ax+b} + c$  می‌باشد.  $a + b + c$  کدام است؟

۱۴۶۷ ۹۱/۱۱ ۳٪ ۷٪

(۲) -۴

(۱) -۳

(۴) ۴

(۳) -۲

۸۱- برد تابع  $f(x) = 2^{x+1}$  را به بازه  $(a, b]$  محدود کرده‌ایم به طوری که برای تابع  $g(x) = \sqrt{6-2x}$  ترکیب  $g \circ f^{-1}$  قابل انجام باشد. حداکثر مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

۱۴۶۷ ۹۵/۰۹ ۳٪ ۶٪

(۲) ۶

(۱) ۳

(۴) ۱۶

(۳) ۸

۸۲- دو تابع  $g(x) = \frac{x^2 + b}{2x}$  و  $f(x) = ax + \sqrt{x^2 + 1}$  وارون یکدیگرند. حاصل  $a + b$  کدام است؟

۱۴۶۷ ۹۶/۰۹ ۴٪ ۶٪

(۲) -۲

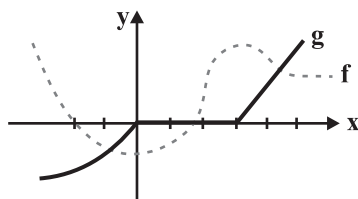
(۱) ۲

(۴) صفر

(۳) ۳

۸۳- در شکل زیر، خط ممند نشان دهنده نمودار تابع  $g$  و خط چین نشان دهنده نمودار تابع  $f$  است. به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟

۱۵۱۰۷ ۹۱/۱۰ ۳٪ ۵٪



(۱)  $(-\infty, -2] \cup (3, +\infty)$

(۲)  $[-2, 0) \cup (3, +\infty)$

(۳)  $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty) - \{\frac{5}{3}\}$

(۴)  $[-2, +\infty)$

۸۴- نمودار تابع  $f(x) = \log(ax + b)$  با دامنه  $(-\infty, 1)$  را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم و سپس آن را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم. اگر طول نقطه برخورد نمودار حاصل با نمودار  $f$ ، برابر  $-\sqrt{5}$  باشد، آنگاه  $f(-19)$  کدام است؟

۱۵۱۰۷ ۹۶/۰۱ ۱٪ ۲٪

(۲) -۱

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\log 9$

(۳) ۱