

بخش اول: ریاضیات پایه

تست دروسنامه

۳۳۳	۲۰	یادآوری اتحادها، تجزیه و عبارتهای گویا	فصل صفرم: یادآوری اتحادها، تجزیه و عبارتهای گویا	
	۱۴	پاسخ تشریحی		
۳۳۴	۲۰	قسمت اول: معادله درجه اول و روشهای حل آن	فصل اول: معادله درجه دوم	
۳۳۶	۲۱	قسمت دوم: معادله درجه دوم و روشهای حل آن		
۳۴۲	۲۴	قسمت سوم: کاربردهای معادله درجه دوم	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۱)	
۳۴۵	۲۷	قسمت چهارم: معادلههای شامل عبارتهای گویا		
	۲۹	پاسخ تشریحی		
۳۵۰	۲۲	قسمت اول: مفهوم رابطه و روشهای نمایش آن	فصل دوم: تابع (۱)	
۳۵۳	۲۲	قسمت دوم: مفهوم تابع و روشهای نمایش آن		
۳۵۹	۴۴	قسمت سوم: مقدار تابع در یک نقطه - دامنه و برد تابع	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۲)	
۳۶۴	۴۶	قسمت چهارم: توابع خطی و کاربرد آنها در حل مسائل		
۳۷۱	۵۱	قسمت پنجم: سهمی (نمودار تابع درجه دوم)		
	۵۶	پاسخ تشریحی		
۳۸۰	۷۸	قسمت اول: توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همبندی	فصل سوم: تابع (۲)	
۳۸۵	۸۳	قسمت دوم: توابع یکنواختی و قدرمطلق	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۳)	
۳۹۲	۸۹	قسمت سوم: اعمال روی توابع		
	۹۷	پاسخ تشریحی		
۴۰۳	۱۱۴	قسمت اول: گردآوری دادهها - انواع متغیرها	فصل چهارم: کار با دادههای آماری	
۴۰۸	۱۱۶	قسمت دوم: معیارهای گرایش به مرکز (حد وسط)	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۴)	
۴۱۴	۱۱۹	قسمت سوم: معیارهای (شاخصهای) پراکندگی		
	۱۲۲	پاسخ تشریحی		
۴۲۳	۱۳۱	قسمت اول: نمودارهای تکمتغیره	فصل پنجم: نمایش دادهها	
۴۲۸	۱۳۵	قسمت دوم: نمودارهای چندمتغیره	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۵)	
	۱۳۷	پاسخ تشریحی		
۴۳۳	۱۴۳	قسمت اول: شاخصهای آماری	فصل ششم: آمار	
۴۳۹	۱۴۸	قسمت دوم: سریهای زمانی	(ریاضی و آمار دهم، فصل ۶)	
	۱۵۱	پاسخ تشریحی		

تست در ستاره

۲۴۴ ۱۵۷
 ۲۴۷ ۱۵۸
 ۲۵۱ ۱۶۲
 ۲۵۵ ۱۶۹
 ۱۷۳

قسمت اول: گزاره‌ها - منطقی ریاضی
 قسمت دوم: ترکیب عطفی و فصلی
 قسمت سوم: گزاره‌های شرطی و دئو شرطی
 قسمت چهارم: استدلال‌های ریاضی
 پاسخ تشریحی

فصل هفتم:

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی
 (ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۱)



بخش دوم: ریاضیات دوازدهم

۲۶۰ ۱۸۵
 ۲۶۲ ۱۸۸
 ۲۶۷ ۱۹۰
 ۲۷۵ ۱۹۷
 ۲۷۸ ۱۹۹
 ۲۰۵

قسمت اول: اصول شمارش
 قسمت دوم: تبدیل - ترکیب
 قسمت سوم: احتمال (۱)
 قسمت چهارم: احتمال (۲)
 قسمت پنجم: چرخه آمار در حل مسائل
 پاسخ تشریحی

فصل هشتم:

آمار و احتمال
 (ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۱)



۲۸۲ ۲۳۶
 ۲۸۹ ۲۳۰
 ۲۳۶

قسمت اول: مدل سازی و دنباله
 قسمت دوم: دنباله جسامی (عددی)
 پاسخ تشریحی

فصل نهم:

الگوهای خطی
 (ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۲)



۲۹۹ ۲۵۰
 ۵۰۷ ۲۵۵
 ۵۱۵ ۲۶۰
 ۲۶۵

قسمت اول: دنباله هندسی
 قسمت دوم: ریشه n ام و توان‌های گویا
 قسمت سوم: تابع نمایی
 پاسخ تشریحی

فصل دهم:

الگوهای غیرخطی
 (ریاضی و آمار دوازدهم - فصل ۳)



کتاب آزمون فصلی و جامع

۲۸۲
 ۲۸۷
 ۲۹۰
 ۲۹۳
 ۲۹۵
 ۲۹۸
 ۳۰۱
 ۳۰۴
 ۳۰۶
 ۳۰۸
 ۳۱۱
 ۳۱۵
 ۵۱۹

آزمون (۱): آزمون جامع فصل اول
 آزمون (۲): آزمون جامع فصل دوم
 آزمون (۳): آزمون جامع فصل سوم
 آزمون (۴): آزمون جامع فصل چهارم
 آزمون (۵): آزمون جامع فصل پنجم
 آزمون (۶): آزمون جامع فصل ششم
 آزمون (۷): آزمون جامع فصل هفتم
 آزمون (۸): آزمون جامع فصل هشتم
 آزمون (۹): آزمون جامع فصل نهم
 آزمون (۱۰): آزمون جامع فصل دهم
 آزمون (۱۱): آزمون جامع کل کتاب
 آزمون (۱۲): آزمون جامع کل کتاب

کنگور سراسری ۱۴۰۰

معادله درجه دوم

فصل ۱

قسمت اول: معادله درجه اول و روش‌های حل آن

حل معادله درجه اول - صدق کردن جواب معادله در خود معادله

۶۱: مقدار x از تساوی $(x+2)^2 + (x+1)^2 = 2x(x-1) + 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۲: معادله $x(x^2 - 2) = x(x^2 + x + 1)(x - 1)$ دارای چند جواب است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۶۳: اگر $x = 2$ جواب معادله $1 + \frac{x}{3} = mx + m - 1$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $-\frac{1}{3}$

۶۴: اگر $a \neq 2b$ باشد، جواب معادله $a(x-1) - 2bx + 2b = 0$ کدام است؟ a و b را عدد فرض کنید.

- (۱) -1 (۲) a (۳) b (۴) 1

کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

۶۵: عرض یک مستطیل، نصف طول آن است. اگر محیط مستطیل ۱۵ واحد باشد، اختلاف طول و عرض آن چند واحد است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

۶۶: اضلاع یک مثلث به صورت $1 - 2x$ ، $x + 4$ و x می‌باشند. اگر محیط این مثلث ۳۵ باشد، طول بزرگ‌ترین ضلع آن کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۶۷: طول اضلاع یک مثلث، سه عدد زوج متوالی می‌باشند. اگر محیط این مثلث ۲۴ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

۶۸: اندازه زوایای مثلثی متناسب با اعداد ۷ و ۱۱ و ۱۸ می‌باشد. نوع مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی‌الساقین (۲) قائم‌الزاویه (۳) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین (۴) نامشخص

۶۹: اگر مساحت قسمت رنگی ۸ واحد مربع باشد، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{2-\pi}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{4-\pi}}$
(۳) $\frac{2}{2-\pi}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{4-\pi}}$

۷۰: نقطه $A(2m-1, m+3)$ روی خط $y = -2x + 1$ قرار دارد. نقطه A در کدام ربع مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۷۱: نگین ۸ سال بزرگ‌تر از دو خواهر دو قلویی است. اگر مجموع سن هر سه دختر ۳۲ سال باشد، نگین چند سال سن دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۷۲: وقتی سیامک به دنیا آمد، پدرش ۳۰ ساله بود. اگر ۵ سال دیگر سن پدر سیامک سه برابر سن سیامک باشد، سیامک چند سال دارد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۷۳: محیط یک مربع از $\frac{3}{4}$ ضلع آن مربع $\frac{6}{5}$ واحد بیش‌تر است. مساحت مربع چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵



۷۴. ۵ سال دیگر مجموع سن رضا و مجید ۳۰ سال خواهد شد. اگر سال گذشته سن رضا دو برابر سن مجید بوده باشد، اختلاف سن آن‌ها کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵
۷۵. نیکا تعدادی شکلات داشت که ثلث آن را به مادرش و نیمی از بقیه را به پدرش داد. اگر برای نیکا ۶ شکلات باقی مانده باشد، تعداد شکلات‌های اولیه نیکا چند تا بوده است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰
۷۶. سارا از اول ماه شروع به دویدن کرده به طوری که هر روز ۲ برابر روز قبل دویده است. اگر سارا در روز هشتم ۱۹۲ دقیقه دویده باشد در این ۸ روز، مجموعاً چند دقیقه دویده است؟
 (۱) ۳۸۲/۵ (۲) ۳۸۳ (۳) ۳۸۳/۵ (۴) ۳۸۴
۷۷. سه شریک از یک پروژه ۹۰ میلیون تومان سود کسب می‌کنند. اگر سرمایه نفر اول سه برابر نفر دوم و سرمایه نفر دوم نصف نفر سوم بوده باشد، بیش‌ترین سود مربوط به نفر چندم است و چقدر است؟
 (۱) اول - ۳۰ (۲) سوم - ۳۰ (۳) سوم - ۴۵ (۴) اول - ۴۵
۷۸. قیمت هر دفتر ۴ برابر قیمت هر عداد و قیمت هر عداد $\frac{5}{3}$ قیمت هر پاکت است. اگر مجموع بهای ۴ دفتر، ۳ عداد و ۵ پاکت ۵۵ هزار تومان باشد، قیمت هر عداد چند تومان است؟
 (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۲۵۰۰ (۴) ۲۰۰۰
۷۹. قیمت کالایی پس از ۶۵ درصد تخفیف برابر ۷ هزار تومان است. قیمت این کالا پس از ۷۰ درصد تخفیف چقدر است؟
 (۱) ۵۰۰۰ (۲) ۶۵۰۰ (۳) ۵۵۰۰ (۴) ۶۰۰۰
۸۰. ۱۴ برابر عددی از ۸ برابر آن، ۴۵ واحد بیش‌تر است. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) ۷/۵ (۳) ۸ (۴) ۸/۵
۸۱. اگر از سه برابر عددی ۴ واحد کم شود، سپس به حاصل، نصف همان عدد اضافه گردد، عدد به دست آمده برابر با ۱۰ می‌گردد. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴) ۱۴
۸۲. ۵۵ درصد از ثلث عددی، ۷ واحد از $\frac{5}{11}$ آن عدد کم‌تر است. آن عدد کدام است؟
 (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵
۸۳. برای بافت یک قالی به ابعاد $2/1 \times 2/8$ متر به تعداد 50850000 گره استفاده شده است. اگر یک قالبیاف برای بافت این قالی ۹۰۰ روز زمان بگذارد، او به طور متوسط هر روز چند گره زده است؟
 (۱) ۴۵۰۰ (۲) ۶۰۰۰ (۳) ۶۵۰۰ (۴) ۷۰۰
۸۴. مجموع سه عدد طبیعی فرد متوالی برابر ۵۱ است. یکان عدد وسطی کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹
۸۵. مجموع چهار عدد فرد متوالی برابر ۵۶ می‌باشد. حاصل ضرب بزرگ‌ترین آن‌ها در کوچک‌ترین آن‌ها کدام است؟
 (۱) ۱۷۸ (۲) ۱۸۷ (۳) ۷۸۱ (۴) ۸۷۱



قسمت دوم: معادله درجه دوم و روش‌های حل آن



حل معادله درجه دوم - متدق کردن جواب معادله در خود معادله

۸۶. به ازای کدام مقدار m ، یکی از جواب‌های معادله $x^2 - mx - m = 1$ برابر با ۴ است؟
 (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) -۲ (۴) -۳
۸۷. اگر m جواب معادله $x^2 + x + 5 = 0$ باشد، حاصل $3m^2 - m + 1$ کدام است؟
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
۸۸. در معادله درجه دومی که مجموع ضرایب آن صفر است، کدام عدد همواره جواب معادله است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) صفر
۸۹. معادلات زیر، روی هم چند جواب دارند؟ (k عددی حقیقی و مخالف صفر است)
 $x^2 - kx - 1 = 0$ ، $x^2 + x - k^2 = 0$ ، $kx^2 + x - k = 0$ ، $k^2x^2 + kx + 1 = 0$
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(اینکده از کتاب ریاضی)

۹۰. جواب کوچک‌تر معادله $(x-1)(x+2) = (x-1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

[میان‌رسانی خارج از کشور نظام قدیم - ۱۹۹]

۹۱. به ازای کدام مقدار k ، معادله درجه دوم $2x^2 + (k+3)x + 2k = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) ۴ و -۱ (۲) ۳ و ۶ (۳) ۸ و ۲ (۴) ۹ و ۱

۹۲. مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۹۳. تفاضل جواب‌های معادله $9(x-1)^2 = 25$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{6}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۹۴. در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر $b = 0$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) اگر $ac < 0$ ، آن‌گاه معادله دارای دو جواب فریبه است.

(۲) اگر $ac < 0$ ، آن‌گاه معادله یک جواب دارد.

(۳) اگر $ac > 0$ ، آن‌گاه معادله دارای دو جواب فریبه است.

(۴) اگر $ac > 0$ ، آن‌گاه معادله یک جواب دارد.

۹۵. برای حل معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 8 = 0$ به روش مربع کامل کردن، در مرحله استفاده از خاصیت ریشه زوج، از کدام عدد جذر می‌گیریم؟

- (۱) $\frac{19}{2}$ (۲) $\frac{41}{2}$ (۳) $\frac{23}{6}$ (۴) ۱۷

۹۶. برای حل معادله درجه دوم $2x(x-2) = 3$ به روش مربع کامل، کدام مقدار را باید به طرفین تساوی اضافه کنیم؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) صفر

[استاندارد خارج از کشور - ۱۹۶]

۹۷. تعداد جواب‌های معادله $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

[مشابه: عناصری - ۱۹۵]

۹۸. به ازای کدام مقدار n ، معادله $x(3x+4) = n$ دارای ریشه مضاعف است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

[میان‌رسانی خارج از کشور - ۱۸۷]

۹۹. اگر در معادله درجه دوم $ax^2 - 12x + 9 = 0$ ، تفاضل دو جواب برابر صفر باشد، یک جواب این معادله کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۱۰۰. ریشه مضاعف معادله $mx^2 + mx + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) $-\frac{1}{2}$

[استاندارد - ۱۹۸]

۱۰۱. معادله درجه دوم $x(2x-5) = n$ ، به ازای یک مقدار n دارای جواب مضاعف است. مقدار این جواب کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۰۲. تفاضل ریشه‌های معادله $ax^2 + 6x + 1 = 0$ برابر صفر است. ریشه بزرگ‌تر معادله $x^2 - ax + 20 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) -۵

۱۰۳. به ازای چه مقدار n ، معادله درجه دوم $m^2x^2 - 6mx + 2m + n = 0$ دارای ریشه مضاعف $\frac{3}{4}$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

[استاندارد خارج از کشور - ۱۹۱]

۱۰۴. به ازای کدام مقدار n ، معادله درجه دوم $3x^2 + nx - 3 = 0$ دو جواب حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) هر مقدار n (۲) هیچ مقدار n (۳) $n = \pm 6$ (۴) $n > 6$

۱۰۵. تعداد جواب‌های معادله، از بقیه کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{x^2}{5} = x$ (۲) $2x^2 - 32 = 0$ (۳) $(3x-4)^2 - 16 = 0$ (۴) $2x^2 + 20 = 0$

۱۰۶. ریشه مثبت معادله $(2x-1)^2 - 25 = 0$ در معادله $(x+1)^2 = k^2$ صدق می‌کند، مقدار k کدام است؟

- (۱) ± 1 (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۱۰۷-۱. معادله $x^2 - x - 1 = 0$ دارای چند جواب گویا است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) حداقل یکی

(سراسری - ۸۷)

۱۰۸-۱. در معادله درجه دوم $6 = (x-1)^2 + 2\sqrt{3}(x-1)$ ، بزرگ‌ترین جواب x کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{3}$ (۲) $3 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۰۹-۱. اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 4ax + 4 = 0$ برابر ۱ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) وجود ندارد (۳) -۱ (۴) ۲

۱۱۰-۱.۱. اگر معادله $x^2 - 4x = 3k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده k کدام است؟

- (۱) $k > 0$ (۲) $k > -\frac{4}{3}$ (۳) $k < 0$ (۴) $k < -\frac{4}{3}$

۱۱۱-۱. یکی از ریشه‌های معادله $(2-3x)^2 + 1 = 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) -۱ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۲

۱۱۲-۱. اگر در معادله $ax^2 - bx + c = 0$ رابطه $b = a + c$ برقرار باشد، کدام گزینه همواره ریشه‌ای برای معادله است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{c}{a}$ (۳) -۱ (۴) ۱

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

۱۱۳-۱. مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم $(2x-1)^2 = (2-x)^2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۱

(سراسری نظام قدیم - ۱۱۳)

۱۱۴-۱. به ازای کدام مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $kx^2 - 7x + k = 0$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(سراسری - ۱۱۷)

۱۱۵-۱. در معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$ مجموع دو ریشه $\frac{5}{4}$ می‌باشد، ریشه مثبت کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

(سراسری - ۱۱۶)

۱۱۶-۱. در معادله درجه دوم $x^2 - (b-2)x + 2b = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر ۱۰ است، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۱۷-۱. در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 4 = 0$ ، به ازای یک مقدار a ، مجموع دو ریشه حقیقی برابر $-\frac{9}{4}$ است، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(سراسری مانده از کشور - ۱۱۰)

۱۱۸-۱. در معادله درجه دوم $4x^2 + kx = 21$ ، اگر مجموع دو ریشه برابر (-2) باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

(سراسری خانقاه کشور - ۸۷)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{2}$

(سراسری - ۱۱۹)

۱۱۹-۱. در معادله درجه دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{4}{3}$

(سراسری مانده از کشور - ۱۲۰)

۱۲۰-۱. در معادله درجه دوم $2x^2 + kx + 1 - k = 0$ ، اگر حاصل ضرب دو ریشه برابر ۵ باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۱-۱. به ازای کدام مقدار m ، ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۲-۱. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های $2x^2 + (m-1)x + 2m = 0$ یا هم برابرند، مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) -۱

۱۲۳-۱. یکی از جواب‌های معادله $(2m+1)x^2 + 7x + 2m = 0$ برابر -۲ است، جواب دیگر کدام است؟

- (۱) $-\frac{17}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{17}{3}$

۱۲۴. یکی از جواب‌های معادله $2x^2 - kx + 5 = 0$ برابر ۵ است. k و جواب دیگر معادله به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- (۱) ۹ و $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ و ۱۱ (۳) ۹ و ۳ (۴) ۳ و ۱۱

(مسئله - ۱۸۶)

۱۲۵. اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $5x^2 - 3x + k = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

(مسئله - ۱۸۷)

۱۲۶. در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$ حاصل ضرب دو ریشه -2 می‌باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۷. در معادله $x^2 - 8x + m = 0$ یکی از ریشه‌ها، از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیش‌تر است. m کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۱۲۸. اگر یک ریشه معادله $2x^2 + 9x + a = 0$ دو برابر ریشه دیگر باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $-\frac{9}{2}$

(مسئله - ۱۸۷)

۱۲۹. در معادله درجه دوم $2x^2 - 4x + a = 0$ ، به ازای کدام مقدار a ، یکی از جواب‌ها ۲ واحد بیش‌تر از جواب دیگر است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) ۱ (۴) ۳

(مسئله - ۱۹۰)

۱۳۰. به ازای یک مقدار m ریشه‌های معادله $2x^2 + 3mx + 2m + 6 = 0$ معکوس یکدیگرند. مجموع این دو ریشه کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۱. به ازای چه مقدار از m ، ریشه‌های معادله درجه دوم $(m-3)x^2 + (m^2-9)x + 1 = 0$ قرینه یکدیگرند؟

- (۱) فقط ۳ (۲) فقط -3 (۳) ± 3 (۴) هیچ‌کدام

نوشتن معادله با داشتن ریشه‌ها

۱۳۲. در کدام معادله مجموعه جواب‌ها به صورت $\{3 + \frac{1}{4}\}$ است؟

- (۱) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (۲) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ (۳) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ (۴) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

(مسئله - ۱۹۱)

۱۳۳. جواب‌های کدام معادله به صورت $\frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$ است؟

- (۱) $x^2 + 2x - 1 = 0$ (۲) $x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$ (۳) $2x^2 - 2x + 1 = 0$ (۴) $2x^2 - 2x + 1 = 0$

قسمت سوم: کاربردهای معادله درجه دوم

کاربرد معادله درجه دوم در حل مسائل تومیقی

۱۳۴. حاصل ضرب اعداد طبیعی قبل و بعد عددی طبیعی برابر ۱۲۰ است. مجموع ارقام این عدد کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۹

۱۳۵. چند عدد صحیح وجود دارد که با قرینه مربع‌اش برابر باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۳۶. مربع تفاضل نصف عددی از ۳، برابر ۹ است. آن عدد کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۳۷. مربع عددی طبیعی از دو برابر آن عدد ۱۵ واحد بیش‌تر است. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۱۰ (۴) ۵

(برگرفته از کتاب دهم)

۱۳۸. محیط مربعی که قطر آن $4\sqrt{5}$ است، کدام عدد می‌باشد؟

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $8\sqrt{10}$ (۳) $8\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

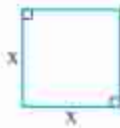
۱۳۹. چهار برابر مربع عددی از ۱۴ برابر آن ۹ واحد کم‌تر است. معکوس آن عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۴۰. کدام عدد طبیعی از سه برابر معکوسش، دو واحد بزرگ‌تر است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

(برگرفته از کتاب ریاضی)



۱۴۱. در شکل مقابل، اگر مساحت مثلث از مساحت مربع ۱ واحد کم‌تر باشد، محیط مربع کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt{3}} (۲)$$

۲ (۱)

۸ (۴)

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (۳)$$

۱۴۲. حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی از ۵ برابر عدد کوچک‌تر ۱۲ واحد بیش‌تر است. مجموع آن دو عدد کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۱۵ (۴)

۱۴۳. مجموع مربعات سه عدد صحیح متوالی برابر با ۵ برابر عدد وسطی است. بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

- ۱ صفر (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۴۴. عبارت $\frac{x^2-1}{(x-2)^2+k}$ به ازای تمامی مقادیر x تعریف شده است. حدود k کدام است؟

- $k < 0$ (۱) $k > 0$ (۲) $-1 < k < 1$ (۳) $k > -2$ (۴)

۱۴۵. طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۵ واحد بیش‌تر است. اگر مساحت این مستطیل ۱۸ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۲۲ (۴)

(برگرفته از کتاب ریاضی)

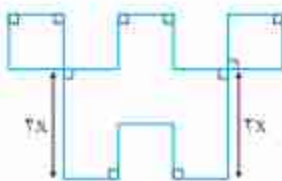
۱۴۶. اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر ۶ باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۷. در شکل زیر، طول تمام پاره‌خط‌ها به جز دو پاره‌خط مشخص شده برابر x است. اگر اندازه مساحت شکل برابر با اندازه محیط آن باشد، مقدار x کدام است؟

(برگرفته از کتاب ریاضی)



$$\frac{3}{7} (۱)$$

$$\frac{13}{4} (۲)$$

$$\frac{12}{7} (۳)$$

$$\frac{11}{4} (۴)$$

۱۴۸. برای ساخت نایفوی مقابل، از برچسب‌های سفید و رنگی استفاده شده است. هزینه 1 cm^2 برچسب سفید، ۳۰ تومان و هزینه 1 cm^2 برچسب رنگی ۱۰ تومان است. مجموع هزینه برچسب‌های سفید و رنگی ۲۷۰۰۰ تومان شده است. مقدار x کدام است؟ (یعنی سانتی‌متر مربع)

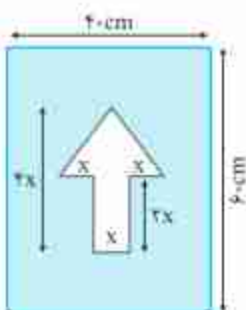
(برگرفته از کتاب ریاضی)

$$\sqrt{30} (۱)$$

$$\sqrt{30} (۲)$$

$$\sqrt{15} (۳)$$

$$\sqrt{10} (۴)$$



(مشابه به نمونه ۱۹۹)



۱۴۹. اگر مساحت ناحیه رنگی برابر با ۲۰ واحد باشد، مساحت مربع چقدر است؟

۸ (۱)

۱۶ (۲)

۶۴ (۳)

۲۶ (۴)

پاسخ
فصل

۱

معادله درجه دوم



۶۶ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

محیط $= (x+4) + x + (2x-1) = 35 \Rightarrow 2x+3=35$

$$\Rightarrow 4x = 35 - 3 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{4} = 8$$

بزرگ‌ترین ضلع $= 2(8) - 1 = 15$ اضلاع مثلث $\frac{2(8)-1}{15}$

۶۷ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

اضلاع مثلث $x, x+2, x+4$

محیط $= x + x + 2 + x + 4 = 24 \Rightarrow 3x + 6 = 24$

$$\Rightarrow 3x = 24 - 6 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$$



مثلث قائم‌الزاویه است $\rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2$ اضلاع مثلث $6, 8, 10$

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

من تعبیرم بر آفتاب منگست. قائم‌الزاویه است!

دیده، کلاً آنکه x, y و z سه ضلع به مثلث دلتا باشند و z بزرگ‌ترین ضلع باشد اون وقت آنکه رابطه تیتاغورث یعنی $z^2 = x^2 + y^2$ برقرار باشد می‌فهمیم که مثلث قائم‌الزاویه است. ضمناً آنکه این مثلث قائم‌الزاویه باشد مساحتش برابر با $\frac{x \cdot y}{2}$ است.

۶۸ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

زوایای مثلث را $11x, 7x$ و $18x$ در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر 180° است، داریم:

$$7x + 11x + 18x = 180^\circ \Rightarrow 36x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{36} = 5^\circ$$

مثلث قائم‌الزاویه است. $\Rightarrow \frac{7(5) \cdot 11(5) \cdot 18(5)}{2} = \frac{35 \cdot 55 \cdot 90}{2}$ اندازه زوایا

اما چون زاویه‌های برابری وجود ندارد، لذا متساوی‌الساقین نیست.

۶۹ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

اگر شعاع دایره را r در نظر بگیریم، ضلع مربع برابر با قطر دایره یعنی $2r$ است و داریم:

نصف مساحت بین مربع و دایره = مساحت رنگی

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ((2r)^2 - \pi r^2) = 8$$

مساحت دایره مساحت مربع

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (4r^2 - \pi r^2) = 8 \xrightarrow{\times 2} (4r^2 - \pi r^2) = 16$$

$$\Rightarrow (4 - \pi)r^2 = 16 \Rightarrow r^2 = \frac{16}{4 - \pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{16}{4 - \pi}} = \frac{4}{\sqrt{4 - \pi}}$$

۶۱ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

روش اول: ابتدا معادله را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(x+1)^2 + (x+2)^2 = 2x(x-1) + 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 2x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + 5 = 2x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x - 2x^2 + 2x = 3 - 5 \Rightarrow 8x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم:

نکته تستی: در این‌گونه سوالات می‌توانیم اعداد گزینه‌ها را به جای x های معادله قرار دهیم؛ اگر به ازای یک عدد مشخص، دو طرف معادله با هم برابر شدند، می‌گوییم آن عدد، ریشه معادله است.

اعداد گزینه‌ها را به جای x های معادله قرار می‌دهیم، فقط به ازای $x = -\frac{1}{4}$ دو طرف معادله با هم مساوی می‌شوند؛ پس جواب معادله $-\frac{1}{4}$ است.

۶۲ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

برانتفا را در هم ضرب می‌کنیم

$$(x-1)(x^2+x+1) = x(x^2-2) \Rightarrow x^3-1 = x^3-2x$$

$$\Rightarrow x^3 - x^3 + 2x = 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۶۳ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

جواب معادله در معادله صحت می‌کند:

$$mx + m - 1 = 1 + \frac{x}{2} \xrightarrow{x=2} 2m + m - 1 = 1 + \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow 3m - 1 = 2 \Rightarrow 3m = 2 + 1 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{3} = 1$$

۶۴ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$a(x-1) - 2bx + 2b = 0 \Rightarrow ax - a - 2bx + 2b = 0$$

$$\Rightarrow \frac{ax - 2bx}{x} = a - 2b \Rightarrow (a - 2b)x = a - 2b$$

فاکتور از x

$$\xrightarrow{a-2b \neq 0} x = \frac{a-2b}{a-2b} = 1$$

۶۵ (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

طول مستطیل را x در نظر می‌گیریم، بنابراین عرض مستطیل برابر با $\frac{x}{4}$ است و داریم:

محیط $= 2(x + \frac{x}{4}) = 2 \times \frac{5}{4}x = 2.5x$

$$\xrightarrow{\text{محیط}=15} 2.5x = 15 \Rightarrow \text{طول} : x = \frac{15}{2.5} = 6$$

$$\Rightarrow \text{عرض} = \frac{x}{4} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\text{طول} - \text{عرض} = 6 - 1.5 = 4.5$$

?

آزمون ۱ جامع فصل اول

۱۴۹۲. در معادله $(2x-1)^2 = 36$ دو برابر قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴)

۱۴۹۵. حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{3x}{x+1} - \frac{x-1}{2x} = 3$ کدام است؟

- ۶ (۱) -۶ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴)

۱۴۹۶. معادله $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$ چند جواب قابل قبول دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴۹۷. بین ریشه‌های معادله $x^2 + 3x - m + 1 = 0$ رابطه $\alpha^2 + \beta^2 = 13$ برقرار است. مقدار m کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴)

۱۴۹۸. معادله درجه دومی با ریشه‌های $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{3}$ کدام است؟

(۱) $x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{4}{9} = 0$ (۳) $x^2 + \frac{2}{3}x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{4}{9} = 0$

۱۴۹۹. در معادله $2x^2 + (m-1)x - 3 = 0$ مجموع معکوس ریشه‌ها برابر ۴ است. m کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۵۰۰. اگر بین ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + m - 8 = 0$ رابطه $x^2 + 3x = 5$ برقرار باشد، مقدار m کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

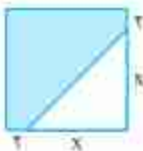
۱۵۰۱. در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی برابر با ۲۸ مترمربع است. مقدار x کدام است؟

- ۸ (۱)

- ۹ (۲)

- ۱۲ (۳)

- ۴ (۴)



۱۵۰۲. اگر یکی از ریشه‌های معادله $3x^2 + (m-1)x - 6 = 0$ برابر با ۳ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۱۵۰۳. اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2mx^2 - (m-3)x + 7 = 0$ برابر $-\frac{7}{3}$ باشد، مجموع ریشه‌های معادله کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴)

۱۵۰۴. به ازای چه مقداری از m معادله $x^2 + 4x - m + 3 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴)

۱۵۰۵. در روش مربع کامل کردن برای حل معادله $2x^2 - 8x + 6 = 0$ پس از آن که ضرب x^2 به یک تبدیل شد، در مرحله آخر از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴)

۱۵۰۶. اگر $x = 1$ ریشه معادله $5x + 3k = -16$ باشد، ریشه معادله $5x + 7x^2 + 1 - kx(x-2) = 0$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $-\frac{1}{19}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{2}{8}$

۱۵-۷. طول مستطیلی ۴ برابر عرض آن است. اگر محیط آن ۶۰ متر باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟

- ۲۰۰ (۴) ۱۴۴ (۳) ۱۲۴ (۲) ۸۸ (۱)

۱۵-۸. وقتی دو جایگر با هم کار کنند، فیش حقوق کارمندان در $\frac{۶}{۵}$ ساعت چاب می‌شود. اگر جایگر قدیمی‌تر به تنهایی برای این کار ۱ ساعت

زمان بیش‌تر نسبت به جایگر جدیدتر نیاز داشته باشد هر کدام از جایگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهند؟

- ۲۰، ۱ (۴) ۳۰، ۲ (۳) ۵۰، ۴ (۲) ۸۰، ۷ (۱)

پاسخ‌آزمون جامع

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\text{طبیعی فرض: } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4 \Rightarrow \frac{S}{P} = 4$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(m-1)}{2}, P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{S}{P} = 4 \Rightarrow \frac{\frac{-(m-1)}{2}}{\frac{-3}{2}} = 4 \Rightarrow \frac{m-1}{3} = 4 \Rightarrow m-1 = 12 \Rightarrow m = 13$$

۱۵-۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$x' + 2x'' = 5$$

$$x' + x'' = \frac{-b}{a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

$$(-1) \times \begin{cases} x' + x'' = 2 \\ x' + 2x'' = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = 2 \\ -x' - 2x'' = -5 \end{cases}$$

$$-x'' = -2 \Rightarrow x'' = 2$$

$$\text{در معادله اصلی به جای } x \text{ ما } 2 \text{ می‌گذاریم} \Rightarrow 2^2 - 2(2) + m - 8 = 0 \Rightarrow m = 10$$

۱۵-۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

مساحت مربع = مساحت مثلث + مساحت قسمت رنگی

$$\Rightarrow 28 + \frac{x \cdot x}{2} = (x+x)^2 \Rightarrow 28 + \frac{x^2}{2} = 4 + 4x + x^2$$

$$\text{حاصلات را در ۲ ضرب می‌کنیم} \Rightarrow 56 + x^2 = 8 + 8x + 2x^2$$

$$\text{مرتب می‌کنیم} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \text{ (غرض)} \\ x = 4 \text{ (فرض)} \end{cases}$$

۱۵-۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{-6}{3} = -2$$

حالا به جای α یا β عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$2\beta = -2 \Rightarrow \beta = \frac{-2}{2} = -1$$

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$(2x-1)^2 = 36 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x-1 = \pm 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 6 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \\ 2x-1 = -6 \Rightarrow x = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 2 \left| \frac{7}{2} - \left(\frac{-5}{2} \right) \right| = 2 \left| \frac{7+5}{2} \right| = 2 \times 6 = 12$$

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$2x(x-1) \left(\frac{2x}{x+1} \right) - 2x(x+1) \left(\frac{x-1}{2x} \right) = 2x(x+1) \times 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 1 = 0 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\text{ضرب طرفین تساوی در} \frac{1}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow \left(\frac{x-3}{x+2} - \frac{x}{x-2} = \frac{18}{(x-2)(x+2)} \right)$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 - x(x+2) = 18 \Rightarrow -9x = 9 \Rightarrow x = -1$$

جواب قابل قبول است چون هیچ مخارجی را به صفر تبدیل نمی‌کند. پس معادله فقط یک جواب قابل قبول دارد.

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3, P = \frac{c}{a} = \frac{-m+1}{1} = -m+1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 12 \Rightarrow S^2 - 2P = 12 \Rightarrow (-3)^2 - 2(-m+1) = 12$$

$$\Rightarrow 9 + 2m - 2 = 12 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = \frac{6}{2} = 3$$

۱۳۹۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$S = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2}$$

$$P = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1-\sqrt{5}^2}{4} = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4}$$

$$\xrightarrow{x^2 - Sx + P = 0} x^2 - \frac{2}{2}x - \frac{4}{4} = 0$$

آزمون ۱۳ جامع کل کتاب



۱۶۶۴. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $-x^2 + (2m-1)x - m^2 = 0$ دارای ریشه حقیقی نیست؟

(۱) $m > \frac{1}{4}$ (۲) $m < \frac{1}{4}$ (۳) $m > \frac{1}{4}$ (۴) $m < \frac{1}{4}$

۱۶۶۵. اگر x تعداد کالاهای تولیدی در یک کارخانه باشد و روابط زیر برقرار باشند:

$$R(x) = 240x - \frac{1}{3}x^2 \quad \text{و} \quad C(x) = 36000 + 40x$$

بیشترین سود کارخانه کدام است؟

(۱) ۲۶۴۰۰۰۰ (۲) ۱۶۴۰۰۰۰ (۳) ۵۸۰۰۰۰۰ (۴) ۶۸۰۰۰۰۰

۱۶۶۶. در مورد معادله $1 = \frac{2x+2}{x^2+x} + \frac{3x-2}{x}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو جواب مثبت دارد. (۲) جواب‌های آن صفر و -1 هستند.
(۳) یک جواب قابل قبول دارد. (۴) فاقد جواب است.

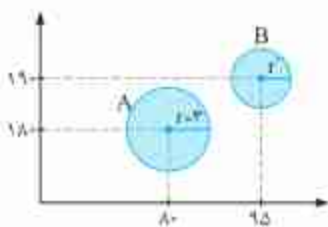
۱۶۶۷. نمودار سهمی به معادله $y = x^2 + 6x - 3$ از کدام نواحی محورهای مختصات می‌گذرد؟

- (۱) فقط اول و دوم (۲) فقط دوم و چهارم (۳) فقط دوم و سوم (۴) همه نواحی

۱۶۶۸. در یک جامعه آماری نرمال، تقریباً ۶۸ درصد از مشاهدات، بین ۱۲۰ و ۱۲۴ قرار دارند. واریانس این داده‌ها کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۲۵

۱۶۶۹. در نمودار حیاتی زیر، مساحت دایره‌ها مقدار درآمد افراد را بر حسب میلیون تومان نشان می‌دهند. اگر درآمد فرد A دو برابر درآمد فرد B باشد، شعاع دایره B کدام است؟



فرد B باشد، شعاع دایره B کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

$(\sim p \vee F) \wedge (p \vee q) = ?$

$\sim p \wedge q$ (۴)

$p \wedge \sim q$ (۳)

۱۶۷۰. طرف دوم هم‌ارزی مقابل کدام است؟

(۱) p (۲) q

۱۶۷۱. با توجه به جدول زیر، در جاهای خالی، چه ارزش‌هایی باید قرار بگیرند؟

<p>گزاره q: دمای هوا، متغیر کیفی ترتیبی است.</p>	<p>$\sim q \leftrightarrow \sim p$</p>
<p>گزاره p: نمودار x، تابع است.</p>	

$\square \equiv T, \triangle \equiv F, \bigcirc \equiv F$ (۲)

$\square \equiv T, \triangle \equiv T, \bigcirc \equiv T$ (۱)

$\square \equiv F, \triangle \equiv T, \bigcirc \equiv F$ (۴)

$\square \equiv F, \triangle \equiv F, \bigcirc \equiv T$ (۳)

۱۶۷۲. برد تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ کدام است؟ (sign تابع علامت یا ساین است.)

- (۱) $\{-1, 0, 1\}$ (۲) $\{-2, 0, 2\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{-1, 0\}$

۱۶۷۳. اگر $f = \{(1, 4), (5, \frac{1}{8}), (9, -6)\}$ و $g(x) = |x^2 - 3x - 1|$ باشند، حاصل $(\frac{f}{g})(5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{73}$ (۲) $\frac{1}{80}$ (۳) ۷۳ (۴) ۸۰

۱۶۷۴. فردی که تنها شاغل یک خانواده ۴ نفری است، درآمد ماهیانه‌اش ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان است. اگر خط فقر را داخلی فرض کنیم، دولت باید حداقل چقدر به حقوق این فرد اضافه کند تا خودش و هیچ کدام از اعضای خانواده‌اش، زیر خط فقر نیافتند؟ (خط فقر داخلی را ۵۴۰ هزار تومان فرض کنید.)

- (۱) ۱۲۰۰۰۰۰ تومان (۲) ۱۶۰۰۰۰۰ تومان
(۳) ۲۰۰۰۰۰۰ تومان (۴) همگی آن‌ها بالای خط فقرند و نیازی به افزایش حقوق نیست.

۱۶۷۵. تعداد زلزله‌های بالای ۶ ریشتر در یک کشور در سال‌های اخیر به صورت زیر است:

سال	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم
تعداد زلزله‌ها	۱۰	۸	۴	۱۳	۱۲	۲۶	۲	۲۵	۳۵

تعداد زلزله‌ها در سال یازدهم به روش برون‌یابی کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

۱۶۷۶. با حروف کلمه «improve» چند کلمه هفت حرفی می‌توان ساخت که با حرف «i» شروع شوند و حروف کلمه «pro» همیشه در کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶۰

۱۶۷۷. اگر تساوی $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{18!}{15!}$ برقرار باشد، حاصل $C(\frac{n}{3}, 3)$ کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۸ (۴) ۷۲

۱۶۷۸. مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی ۱۵ و مجموع سه جمله دوم آن ۳۳ است. جمله اول چیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۶۷۹. مجموع چند جمله از دنباله حسابی $10, \frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \dots$ برابر با ۱۵ می‌شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۶۸۰. اگر جمله سیزدهم دنباله مربعی برابر $a^2 - 27$ و جمله دوازدهم دنباله مثلثی برابر $a + b^2$ باشند، جمله n ام دنباله فیبوناتچی چیست؟ ($a, b > 0$)

- (۱) ۱۳ (۲) ۲۱ (۳) ۸ (۴) ۳۴

۱۶۸۱. در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات چهارم و ششم، ۵ برابر جمله نهم است. جمله اول دنباله کدام است؟ ($a_1, r \neq 0$)

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۶۸۲. جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{9}{3}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۱۶۸۳. اگر نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ به صورت مقابل باشد، حاصل $f(-3) + f(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{3}$ (۲) $\frac{14}{3}$
(۳) $\frac{28}{3\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{14}{3\sqrt{3}}$



فصل ۱ معادله درجه دوم

قسمت اول: معادله درجه اول و روش‌های حل آن

موبان سلام. قطعاً همگی شما کلمه «معادله» به گوشتون طوره. نه فقط نوی ریاضی، بلکه در معادله‌ها و گفتگوهای معمول هم قبلی‌ها از این کلمه استفاده می‌کنن. در علم اقتصاد هم مفهومی‌هایی داریم به نام‌های معادله تقاضا، معادله درآمد، معادله هزینه و معادله سود. علاوه‌کاربرد معادله‌ها در ریاضی پیش‌تر از انهار و تهریه نباشه کم‌ترم نیست. اینا رو گفته که این قسمت‌های قبلی، قبلی جبری و دقیق بقونید.



معادله درجه اول و حل آن

معادله، یک تساوی شامل یک یا چند متغیر است که به ازای بعضی از مقادیر برای متغیرها، این تساوی برقرار است. حل یک معادله به‌دست آوردن همه این مقادیری است که به ازای آن‌ها تساوی برقرار باشد. این مقادیر را جواب‌های معادله می‌گویند.

معادله‌ای که پس از ساده شدن بصورت $ax + b = 0$ درآید که در آن $a \in \mathbb{R}$ ، $a \neq 0$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، یک معادله درجه اول نامیده می‌شود.

قبلاً باطل این‌ها آشنا شدیم. همون که معلوم‌ها رو به طرف و مجهول‌ها رو به طرف دیگه می‌بریم و در نهایت جواب می‌شد. طرف معلوم، تقسیم بر ضریب مجهول.

نکته: حاصل ضرب تمام ریشه‌های معادلات زیر کدام است؟

$$2x(x-4) = (2x-1)(x+2) \quad \text{پ}$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} \quad \text{ب}$$

$$2x+12 = 3x+2 \quad \text{آ}$$

$$30 \quad \text{د}$$

$$40 \quad \text{ز}$$

$$\frac{40}{11} \quad \text{س}$$

$$\frac{11}{40} \quad \text{ح}$$

پاسخ: (ا) معلوم‌ها را یک طرف و مجهول‌ها را هم به طرف دیگر می‌بریم و با هم جمع جبری می‌کنیم. فقط به این نکته توجه می‌کنیم که هر

$$2x+12 = 3x+2 \Rightarrow 2x-3x = 2-12 \Rightarrow -x = -10$$

عبارتی را که جابه‌جا می‌کنیم، قرینه می‌شود.

$$x = \frac{-10}{-1} = 10$$

حالا مقدار x برابر است با طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول.

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{2(x+1) - 3(x-1)}{6} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{2x+2-3x+3}{6} = \frac{x}{4}$$

(ب) روش اول: (مخرج مشترک گرفتن)

مخرج مشترک می‌گیریم

$$\Rightarrow \frac{-x+5}{6} = \frac{x}{4} \xrightarrow{\text{طرفین بسط}} 4x = 6(-x+5) \Rightarrow 4x = -6x+30 \Rightarrow 4x+6x = 30 \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{10} = 3$$

روش دوم: (از بین بردن مخرج‌ها) می‌توانیم از همان اول دو طرف معادله را در مخرج مشترک کنیم (مخرج مشترک همان کم‌مخرج‌هاست.)

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} \xrightarrow{\times 12} 4\left(\frac{x+1}{3}\right) - 6\left(\frac{x-1}{2}\right) = 3\left(\frac{x}{4}\right) \Rightarrow 4(x+1) - 6(x-1) = 3x \Rightarrow 4x+4-6x+6 = 3x$$

$$\Rightarrow 4x-6x-3x = -4-6 \Rightarrow -5x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-5} = 2$$

$$2x(x-4) = (2x-1)(x+2) \Rightarrow 2x^2 - 8x = 2x^2 + 4x - x - 2 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 2x^2 - 4x + x = -2 \Rightarrow -11x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-11} = \frac{2}{11} \quad \text{پ}$$

پس حاصل ضرب تمام ریشه‌ها برابر است با $\frac{2}{11} \times 2 \times 10 = \frac{40}{11}$. بنابراین گزینه (س) درست است.

نکته: جواب معادله $\frac{4x}{3} - \frac{7x}{12} = \frac{2x+1}{4} + \frac{1}{4}$ کدام است؟

$$3 \quad \text{د}$$

$$3 \quad \text{ز}$$

$$2 \quad \text{س}$$

$$1 \quad \text{ح}$$

پاسخ: کم‌مخرج‌ها ۱۲ است. یعنی کوچک‌ترین عددی که بر تمام مخرج‌ها بخش‌پذیر باشد ۱۲ است. لذا تمام جملات را در ۱۲ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{4x}{3} - \frac{7x}{12} = \frac{2x+1}{4} + \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 12} 4(4x) - 7x = 3(2x+1) + 3$$

$$\Rightarrow 16x - 7x = 6x + 3 + 3 \Rightarrow 16x - 7x - 6x = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \text{گزینه (س) صحیح است}$$

نکته: جواب‌های یک معادله در آن معادله صدق می‌کنند. یعنی اگر جواب (ریشه) یک معادله (درجه اول) داده شود، آن جواب را به جای متغیر معادله قرار می‌دهیم تا مجهول خواسته شده به دست آید.

نسبت: اگر $x = 3k + 2$ ، جواب معادله $\frac{x-k}{2} + 4 = 2k - 3$ باشد، مقدار عددی $x+k$ کدام است؟

۲۴ (۱) ۲۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۰ (۴)

پاسخ: جواب معادله در معادله صدق می‌کند: $\frac{x-k}{2} + 4 = 2k - 3 \Rightarrow \frac{3k+2-k}{2} + 4 = 2k - 3 \Rightarrow \frac{2k+2}{2} + 4 = 2k - 3 \Rightarrow k+1+4 = 2k-3 \Rightarrow k-2k = -3-5 \Rightarrow -k = -8 \Rightarrow k = \frac{-8}{-1} = 8 \Rightarrow x = 3k+2 = 3(8)+2 = 26$

پس $x+k = 26+8 = 34$ و لذا گزینه (۱) صحیح است.

نسبت: اگر $x = -2$ ، جواب معادله $\frac{m+x}{2} = m+5$ باشد، مقدار m کدام است؟

-۱۲ (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: جواب معادله در معادله صدق می‌کند: $\frac{m+x}{2} = m+5 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} m-2 = 2(m+5) \Rightarrow m-2 = 2m+10 \Rightarrow m-2m = 10+2 \Rightarrow -m = 12 \Rightarrow m = -12$ صحیح است. گزینه (۱) صحیح است.

کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

از معادله درجه اول در حل بسیاری از مسائل ریاضی استفاده می‌شود. به این شکل که مجهول مسئله را یک متغیر مثل x, y, t و... در نظر می‌گیریم و با توجه به صورت مسئله یک معادله درجه اول برای مسئله می‌نویسیم و با حل این معادله، مجهول مسئله به دست می‌آید. در انتها باید جواب به دست آمده را امتحان کنیم که آیا در شرایط اولیه مسئله صدق می‌کند یا خیر؟ اگر صدق نکرد آن را قبول نمی‌کنیم، مثلاً فرض کنید شرط اولیه این باشد که عدد مجهول عددی طبیعی باشد حالا اگر به جواب $2/4$ یا -2 رسیدیم، جواب را رد می‌کنیم.

مسئله: عددی را بیابید که:

(ا) اگر از دو برابر آن سه واحد کم کنیم، حاصل برابر با ۲۵ گردد.

(ب) اگر به دو برابر آن سه واحد اضافه کنیم، حاصل برابر ۱۵ گردد.

پاسخ: (ا) آن عدد را x در نظر می‌گیریم، لذا خواهیم داشت:

$$2x - 3 = 25 \Rightarrow 2x = 25 + 3 \Rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$$

(ب) آن عدد را x در نظر می‌گیریم، پس خواهیم نوشت:

$$2x + 3 = 15 \Rightarrow 2x = 15 - 3 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

نسبت: طول و عرض یک مستطیل به نسبت ۳ به ۱ می‌باشند. اگر محیط این مستطیل ۵۶ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

۱۷۵ (۱) ۲۲۲ (۲) ۱۴۷ (۳) ۷۰ (۴)

پاسخ: اگر طول و عرض را به ترتیب x و y بنامیم آن‌گاه طبق فرض سؤال خواهیم داشت:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 3y$$

$$\text{محیط} = 2(x+y) \Rightarrow 56 = 2(3y+y) \Rightarrow 56 = 2(4y) \Rightarrow 56 = 8y \Rightarrow y = \frac{56}{8} = 7 \Rightarrow x = 3y = 3 \times 7 = 21$$

گزینه (۳) صحیح است. $x, y = 21 \times 7 = 147$

نسبت: مجموع سه عدد زوج متوالی برابر با ۴۲ می‌باشد. یکان عدد کوچک‌تر کدام است؟

۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: آن سه عدد زوج را $x, x+2, x+4$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x + x + 2 + x + 4 = 42 \Rightarrow 3x + 6 = 42 \Rightarrow 3x = 42 - 6 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{3} = 12$$

گزینه (۴) صحیح است. \Rightarrow عدد کوچک‌تر ۱۲ است.

بشیرا، مگر گفته اعداد متوالی بین نیاور اونوارو به صورت $x + 2 \cdot x + 1 \cdot x$ فرض کنیم؟

دیر، به گفته انا گفته زوج متوالی یعنی فاصله اون‌ها از هم دو واحد است. آنگه در متن سؤال، می‌گفت سه عدد طبیعی متوالی. حرفه شعا درست بود.

تفسیر: ریشه بزرگ‌تر معادله $(x+1)^2 + 3(x+1) - 4 = 0$ کدام است؟

۵ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: در کنکور، یک معادله را می‌توانید از هر روشی که دوست داشتید حل کنید ولی الان چون داریم روش تجزیه را آموزش می‌دهیم از این روش استفاده می‌کنیم. در این معادله $(x+1)$ و فریبش مشاهده می‌شوند پس $(x+1)$ جمله مشترک خواهد بود. حال دو عدد می‌خواهیم که ضربشان -4 و جمعشان $+3$ باشد که این دو عدد عبارتند از $+4$ و -1 حالا ادامه حل را ببینید.

$$(x+1)^2 + 3(x+1) - 4 = 0 \xrightarrow{\text{اعضای جمله مشترک}} [(x+1)-1][(x+1)+4] = 0$$

$$\Rightarrow (x+1-1)(x+1+4) = 0 \Rightarrow x(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه بزرگ‌تر: } x = 0 \\ \text{گزینه (۳) صحیح است.} \\ x+5=0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$



مفرد: همیشه روش ساده‌تری برای حل این جور معادله‌ها وجود ندارد.

بسیار مهم و وجود دارد. به روش همدست به ۳ روش تغییر منظر، البته در کتاب درسی به لایحه اشاره‌ای نشده ولی سرعت حل بعضی معادلات رو سریع‌تر می‌کند پس یادگیری ضرر ندارد. در این معادله $(x+1)$ و $(x+1)^2$ مشاهده می‌شود یعنی یک عبارت، دو بار تکرار شده حال $x+1$ رو مساوی با ۱ در نظر می‌گیریم $x+1=1$ پس در معادله اصلی، هر جا $(x+1)$ رو دیدیم به ۱ قرار می‌دهیم تا معادله‌ای بدست بیاد که راحت‌تر حل بشه.

$$(x+1)^2 + 3(x+1) - 4 = 0 \xrightarrow{x+1=1} 1^2 + 3 \cdot 1 - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اعضای جمله مشترک}} (1-1)(1+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1=1 \\ 1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ x+1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1-1=0 \\ x=4-1=3 \end{cases}$$

۲) روش ریشه‌گیری: بیان ساده این روش به این صورت است که اگر در یک معادله، دو طرف یا یک طرف معادله‌ای توان ۲ داشت (مانند $x^2 = 10$ یا $25 = (x+6)^2$ یا $(2x-3)^2 = (x+1)^2$ و امثال آن‌ها) کافی است از دو طرف تساوی، جذر گرفته و به سمت راست، علامت‌های \pm بدهیم.

$$A^2 = B^2 \Rightarrow A = \pm B \quad \text{یا} \quad A^2 = B \Rightarrow A = \pm\sqrt{B}$$

تفسیر: ریشه بزرگ‌تر تمام ریشه‌های معادلات زیر کدام است؟

۲ (۱) $x^2 - 9 = 0$ (ب) $4(x+1)^2 = 25$ (پ) $3x^2 + 27 = 0$
۲ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴)

پاسخ:

(۱) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

(ب) $(x+1)^2 = \frac{25}{4} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} (x+1) = \pm\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x+1 = \pm\frac{5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2} \\ x+1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{5}{2} - 1 = -\frac{7}{2} \end{cases}$

(پ) $3x^2 + 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -27 \Rightarrow x^2 = \frac{-27}{3} \Rightarrow \frac{\text{جواب ندارد}}{\text{مثلی ناممکن}}$

ریشه بزرگ‌تر معادلات (۱) و (ب) عدد ۳ می‌باشد، لذا گزینه (۲) درست است.

تفسیر: مجموع ریشه‌های معادله $(x-1)^2 = 4(x+1)^2$ را به توان ۲ رسانده‌ایم. حاصل کدام است؟

۱ (۱) $\frac{100}{36}$ (۲) $\frac{10}{9}$ (۳) $\frac{10}{9}$ (۴) $\frac{100}{9}$

پاسخ:

$$(x-1)^2 = 4(x+1)^2 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} x-1 = \pm 2(x+1) \Rightarrow x-1 = \pm(2x+2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+2 \Rightarrow x-2x = 2+1 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3 \\ x-1 = -2x-2 \Rightarrow x+2x = -2+1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها برابر می‌شود یا $\frac{-10}{3} - \frac{1}{3} = -3 - \frac{1}{3}$ حال جواب را به توان ۲ می‌رسانیم که برابر با $\frac{100}{9}$ می‌شود پس گزینه (۴) درست است.

تذکره: در معادله درجه دوم $x^2 + bx + c = 0$ اگر $b = 0$ و $c < 0$ باشد، یکی از جواب‌های معادله کدام است؟

(۱) $\sqrt{-c}$ (۲) $-\sqrt{-c}$ (۳) $\sqrt{-c}$ (۴) جواب ندارد

پاسخ: (۳) $x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{b=0} x^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -c$

چون $-c > 0$ پس $\sqrt{-c}$ و $-\sqrt{-c}$ می‌توان از ریشه‌گیری کمک گرفت:

گزینه (۳) صحیح است $\Rightarrow x = \pm\sqrt{-c} \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x^2 = -c$

اما همیشه هم کار به این راحتی نیست و به این سرعت نمی‌توان از ریشه‌گیری جواب‌های معادله رو پیدا کنیم. بعضی وقت‌ها باید اول عبارتی با توان ۲ (مربع کامل) بسازیم تا بعد بتوانیم از ریشه‌گیری کمک بگیریم. به این کار، روش مربع کامل کردن می‌گویند که الان باهاش آشنا میشویم.

۲ روش مربع کامل: در این روش برای حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مراحل زیر را طی می‌کنیم:

مثال: $3x^2 - 6x - 1 = 0$

(A) اگر ضریب x^2 یک نبوده، دو طرف معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم:

(B) عدد ثابت را به سمت راست تساوی می‌بریم:

(C) نصف ضریب x را به توان ۲ می‌رسانیم و به طرفین معادله اضافه می‌کنیم:

(D) در این مرحله سمت چپ تساوی را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای، به صورت یک عبارت مربع کامل می‌نویسیم و سمت راست معادله، یک عدد است. حال از ریشه‌گیری برای محاسبه ریشه‌ها (جواب‌ها) استفاده می‌کنیم: (البته آنگه عدد سمت راست، منفی شد معادله جواب ندارد.)

$$(x-1)^2 = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{ریشه‌گیری}} x-1 = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow \begin{cases} x=1+\frac{2}{\sqrt{3}} \\ x=1-\frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

تذکره: دقت کنید که: $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

تذکره: در حل معادله $3x^2 + 9x - 1 = 0$ به روش مربع کامل، کدام عدد را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{9}{\Delta}$

پاسخ: (۳) $3x^2 + 9x - 1 = 0 \xrightarrow{+1} x^2 + 3x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = \frac{1}{3}$

پس عدد $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ را باید به طرفین معادله اضافه کنیم. بنابراین گزینه (۲) صحیح است. اگر در این تست گفته می‌شد در مرحله آخر باید از چه عددی جذر گرفت، جواب برابر $\frac{1}{3} + \frac{9}{4}$ یعنی $\frac{31}{12}$ می‌شد.

۲ حل معادله درجه دوم به روش کلی (Δ)

در این روش از یک معیار به نام Δ استفاده می‌کنیم که در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ عبارت Δ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

حال با توجه به علامت Δ حالت‌های زیر را داریم:

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow$ معادله دو ریشه متمایز دارد: $\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \xrightarrow{\text{به طور خلاصه}} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

۲) $\Delta = 0 \Rightarrow$ معادله یک ریشه (ریشه مضاعف) دارد: $x = \frac{-b}{2a}$

۳) $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه ندارد.

تست: مجموع ریشه‌های تمام معادلات زیر کدام است؟

$4x(x-1) = -1$ (پ)	$3x^2 - x + 2 = 0$ (ب)	$2x^2 - 3x + 1 = 0$ (آ)
۲ (۳)	۳ (۲)	۱ (۱)

پاسخ: (ب)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(1) = 9 - 8 = 1 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} \Rightarrow x = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+1}{4} = 1 \\ x = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (ا)$$

معادله ریشه ندارد. $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(2) = 1 - 16 = -15 < 0 \Rightarrow$ (ب)

$4x(x-1) = -1 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0$ (پ)

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(4)(1) = 16 - 16 = 0 \Rightarrow$ ریشه مضاعف $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(4)} = \frac{1}{2}$

گزینه (۳) درست است $\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ جمع ریشه‌ها \Rightarrow

تست: مقدار m به طوری که معادله $4x^2 - 12x + m = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، کدام است؟

۹ (۴)	۳ (۳)	۶ (۲)
-------	-------	-------

$4x^2 - 12x + m = 0$ (ب)

پاسخ: (۴)

گزینه (۴) صحیح است. $\Delta = 0 \Rightarrow (-12)^2 - 4(4)(m) = 0 \Rightarrow 144 - 16m = 0 \Rightarrow 16m = 144 \Rightarrow m = \frac{144}{16} = 9$

تست: اگر معادله $mx^2 - 4x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، بیش‌ترین مقدار صحیح برای m کدام است؟

۵ (۴)	۲ (۳)	۳ (۲)
-------	-------	-------

پاسخ: (۳)

$mx^2 - 4x + 1 = 0$ دو ریشه متمایز $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4(m)(1) > 0 \Rightarrow 16 - 4m > 0 \Rightarrow 4m < 16$

$\Rightarrow m < \frac{16}{4} \Rightarrow m < 4 \Rightarrow m = 3$ بیش‌ترین مقدار صحیح $m = 3$ (۳) صحیح است

در این تست اگر گفته می‌شد معادله ریشه ندارد از شرط $\Delta < 0$ استفاده می‌کردیم.

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های احتمالی را بیابیم: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ و $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

توجه: باید بررسی کنیم که معادله اصلاً جواب دارد یا نه. اگر جواب داشت می‌توانیم مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا کنیم. یعنی دلنا نباید منفی باشد. ضمناً $x_1 + x_2$ را یا S و $x_1 x_2$ را یا P هم نمایش می‌دهند. (البته ریشه‌ها را یا x' و x'' و یا α و β هم نمایش می‌دهند.)

مثال: مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادلات را به دست آورید. (در صورت وجود)

$3x^2 + 2x + 8 = 0$ (ب)	$3x^2 + 2x - 8 = 0$ (آ)
-------------------------	-------------------------

پاسخ: (ب)

$\Delta = 2^2 - 4(3)(-8) = 4 + 96 = 100 > 0 \Rightarrow$ معادله دو ریشه متمایز دارد $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{3} \end{cases} \quad (ا)$

معادله ریشه ندارد. $\Delta = 2^2 - 4(3)(8) = 4 - 96 = -92 < 0 \Rightarrow$ (ب)

نکته: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - x - 4 = 0$ باشند، مجموع معکوس ریشه‌ها کدام است؟

۱. (۱) $\frac{1}{4}$ ۲. (۲) $\frac{1}{2}$ ۳. (۳) $-\frac{1}{4}$ ۴. (۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: (۳)

گزینه (۴) صحیح است. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} = \frac{-b}{c} = \frac{b}{c} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$

نکته: در معادله $mx^2 - (fm-1)x - fm^2 = 0$ اگر مجموع ریشه‌ها برابر ۳ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

۱. (۱) -4 ۲. (۲) 4 ۳. (۳) 2 ۴. (۴) -2

پاسخ: (۳)

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(fm-1)}{m} = \frac{fm-1}{m} \Rightarrow \frac{fm-1}{m} = 3 \Rightarrow fm-1 = 3m \Rightarrow fm-3m = 1 \Rightarrow m = 1$

گزینه (۱) صحیح است. $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-fm^2}{m} = -fm = -f(1) = -4$

نکته: در معادله $-x^2 - 10x + 3 = 0$ اگر ریشه‌ها را با α و β نمایش دهیم، حاصل $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$ کدام است؟

۱. (۱) 20 ۲. (۲) -20 ۳. (۳) 30 ۴. (۴) -30

پاسخ: اگر بخواهیم معادله داده‌شده را حل کنیم و سپس جوابهایش را در عبارت $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta$ قرار دهیم حدوداً به یک ربع زمان نیاز داریم ولی راه ساده‌تر این است که از $\alpha\beta$ فاکتور بگیریم:

گزینه (۳) صحیح است. $\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta(\beta + \alpha) = P \times S = \frac{c}{a} \times \left(\frac{-b}{a}\right) = \frac{3}{-1} \times \left(\frac{-(-10)}{-1}\right) = (-3) \times (-10) = 30$

نکته: در معادله $x^2 - 5x - 7 = 0$ حاصل $x'^2 + x''^2$ کدام است؟ (x' و x'' ریشه‌های معادله هستند.)

۱. (۱) 29 ۲. (۲) 40 ۳. (۳) 21 ۴. (۴) 22

پاسخ: x' و x'' در واقع همان α و β هستند (برای راحتی بهتر است همیشه از α و β استفاده کنید). به کمک اتحادها می‌توان ثابت کرد که

حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ برابر با $S^2 - 2P$ می‌شود (بدون اثبات بپذیرید). لذا: $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = 5^2 - 2(-7) = 29$

پس گزینه (۱) درست است.

محاسبه: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$

۱. $\frac{c}{a}$

(ا) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد (یعنی $a + b + c = 0$)، آن‌گاه ریشه‌های معادله عبارتند از:

۱. $-\frac{c}{a}$

(ب) اگر $b = a + c$ باشد، آن‌گاه ریشه‌های معادله عبارتند از:

نکته: یکی از جواب‌های معادله $kx^2 - x - k + 1 = 0$ کدام است؟

۱. (۱) $\frac{k-1}{k}$ ۲. (۲) $\frac{1-k}{k}$ ۳. (۳) $\frac{k+1}{k}$

پاسخ: (۳)

گزینه (۳) صحیح است. $kx^2 - x - k + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{-k+1}{k} = \frac{1-k}{k} \end{cases}$

نوشتن معادله درجه دوم با ریشه‌های α و β

اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، آن‌گاه معادله مربوط به آن‌ها می‌تواند به شکل $(x-\alpha)(x-\beta)=0$ یا هر تقریبی از آن نوشته شود. یعنی بی‌شمار معادله به فرم مقابل داریم که α و β ریشه‌های آن‌هاست:

$$k(x-\alpha)(x-\beta)=0; (k \neq 0)$$

ضمناً اگر معادله، ریشه مضاعف $x=\alpha$ داشته باشد بی‌شمار معادله به شکل $k(x-\alpha)^2=0$ می‌توان نوشت که ریشه همه آن‌ها $x=\alpha$ است.



بیشتر من نمی‌فهمم! هر ضریبی از ریشه یعنی چی؟

دیدار: ببین مثلاً هم ریشه‌های معادله $(x-1)(x-2)=0$ ، اعداد ۱ و ۲ اند و هم ریشه‌های معادله $3(x-1)(x-2)=0$ برابر ۱ و ۲ اند و هم ریشه‌های معادله $5(x-1)(x-2)=0$ ، یعنی با تغییر k معادلات دیگری درست می‌ماند ولی ریشه‌های همه آن‌ها ۱ و ۲ است. ضمناً آن‌ها فقط به معادله ازت خواسته شد می‌تونی k رو ننویسی.

نکته: کدام گزینه می‌تواند یک معادله درجه دوم با ریشه مضاعف $x=3$ باشد؟

$$x^2+6x-9=0 \quad (1) \quad x^2+12x-18=0 \quad (2) \quad x^2+6x+9=0 \quad (3) \quad 2x^2-12x+18=0 \quad (4)$$

پاسخ: (3)

$$x^2+6x-9=0 \Rightarrow (x-3)^2=0 \Rightarrow x^2-6x+9=0$$

معادله $x^2-6x+9=0$ در گزینه‌ها دیده نمی‌شود ولی اگر تمام جملات آن را در ۲ ضرب کنیم به معادله $2x^2-12x+18=0$ می‌رسیم که در گزینه (۱) مشاهده می‌شود.

نکته: کدام گزینه می‌تواند یک معادله درجه دوم با ریشه‌های ۳ و $-\frac{1}{3}$ باشد؟

$$3x^2+10x-3=0 \quad (1) \quad 3x^2-8x-3=0 \quad (2) \quad 3x^2+8x-3=0 \quad (3) \quad 3x^2-10x-3=0 \quad (4)$$

پاسخ: (3)

$$(x-3)\left(x-\left(-\frac{1}{3}\right)\right)=0 \Rightarrow (x-3)\left(x+\frac{1}{3}\right)=0 \xrightarrow{\text{باشترها را فرهم ضرب می‌کنیم}} x^2+\frac{1}{3}x-3x-3\left(\frac{1}{3}\right)=0$$

$$\Rightarrow x^2-\frac{8}{3}x-3=0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2-8x-3=0 \Rightarrow \text{گزینه (3) صحیح است.}$$

استدلال: تمام جملات $x^2-\frac{8}{3}x-3=0$ رو در ۳ ضرب کردیم؟

دیدار: چون در تمام این معادله، توی گزینه‌ها وجود ندارد. پس اول معادله رو در ۳ ضرب کردیم تا مطرح ۳ از بین بره.

نکته: اگر ریشه‌های معادله درجه دوم داده شده باشند، روش دیگر پیدا کردن معادله مربوط به این دو ریشه این است که S و P را پیدا کرده (S یعنی جمع ریشه‌ها و P یعنی ضرب آن‌ها) و سپس در رابطه $x^2-Sx+P=0$ جایگذاری کنیم. مثلاً اگر ریشه‌های معادله درجه دومی $1-\sqrt{3}$ و $1+\sqrt{3}$ باشند، آن‌گاه:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = (1-\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3}) = 2 \\ P = \alpha \cdot \beta = (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3}) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1-3 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + (-2) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$$

معادله مطلوب: $x^2 - 2x - 2 = 0$

نکته: کدام معادله درجه دوم زیر، دارای ریشه‌های $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ است؟

$$x^2-x-1=0 \quad (1) \quad x^2-x+1=0 \quad (2) \quad x^2+x-1=0 \quad (3) \quad x^2+x+1=0 \quad (4)$$

پاسخ: (3)

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ P = \alpha \cdot \beta = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{2 \times 2} = \frac{1^2 - (\sqrt{5})^2}{4} = \frac{1-5}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 1x + (-1) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \text{گزینه (3) درست است.}$$



تست‌های کنکور سراسری ۱۴۰۰

۱. تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی، به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن به صورت $C(x) = 4x + b$ است.

(میانگین - ۱۴۰۰)

اگر فاصله دو نقطه سر به سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

۲. اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{y}{x} = 2$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{y}{3}$ (۴)

۳. تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f ، کدام است؟

(میانگین - ۱۴۰۰)

- ۳/۵ (۱) ۳/۷۵ (۲) ۲ (۳) ۴/۲۵ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

۴. ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جز صحیح است.)

- ۲x (۱) x+1 (۲) x-2 (۳) $2x + \frac{1}{3}$ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

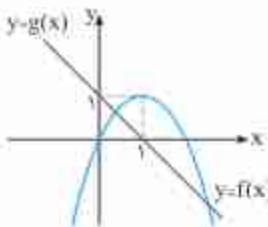
۵. معادله $\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟

- a < -۲ (۱) a ≥ -۲ (۲) a ≤ ۱ (۳) a < ۱ (۴)

۶. نمودار تابع یا ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل مقابل داده شده است.

(میانگین - ۱۴۰۰)

مجموع جواب‌های معادله $f(x) = g^2(x)$ ، کدام است؟



- ۲ (۱)
 $-\frac{1}{3}$ (۲)
 $\frac{1}{3}$ (۳)
۲ (۴)

۷. فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a \cdot a^2); a \in \{0, 1, 2\}\} \cup \{(a \cdot a + b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f ، کدام است؟

(میانگین - ۱۴۰۰)

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۸. نمودار تابع یا ضابطه $f(x) = a(\frac{1}{4})^x + b$ ، محور x ها را با طول ۱- و محور y ها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x=1$ ، کدام است؟

(میانگین - ۱۴۰۰)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

۹. مقدار عبارت $\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^{16}} \times \dots \times \frac{1}{3^{256}}$ ، کدام است؟

- $\frac{127}{3^{256}}$ (۱) $\frac{127}{3^{257}}$ (۲) $\frac{63}{3^{256}}$ (۳) $\frac{255}{3^{257}}$ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

۱۰. اگر z, x, y ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۱۱. مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله یازدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله، کدام است؟

(میانگین - ۱۴۰۰)

- ۱۳/۶ (۱) -۱۴/۸ (۲) -۱۵/۶ (۳) -۱۶/۸ (۴)

(میانگین - ۱۴۰۰)

۱۲. جمله چهاردهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ یا فرض $a_{17} = \frac{1597}{987}$ ، کدام است؟

- $\frac{233}{377}$ (۱) $\frac{377}{610}$ (۲) $\frac{377}{233}$ (۳) $\frac{610}{377}$ (۴)

۱۳. جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ یکسان نیست؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) $p \Rightarrow (q \vee r)$ (۲) $(p \wedge q) \vee r$ (۳) $\sim p \vee q \vee r$ (۴) $(p \Rightarrow q) \vee r$
۱۴. اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) $q \vee p \Rightarrow q$ (۲) $q \vee p \Rightarrow p$ (۳) $p \wedge \sim q$ (۴) $q \vee p \Rightarrow p \wedge q$
۱۵. اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (مجموعه مرجع است، S) (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) $A \subseteq B$ (۲) $A \subseteq B'$ (۳) $A \cup B = S$ (۴) $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$
۱۶. یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) $\frac{19}{21}$ (۲) $\frac{13}{14}$ (۳) $\frac{40}{21}$ (۴) $\frac{41}{22}$
۱۷. برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب‌کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معنا است، از کدام معیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) لسی (۲) نسبی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای
۱۸. میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) (۱۱۶، ۱۸۸) (۲) (۱۳۴، ۱۷۰) (۳) (۱۴۶، ۱۵۸) (۴) (۱۴۰، ۱۶۴)
۱۹. دامنه میان‌چارگی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول یا سبیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟ (سوالی - ۱۴۰۰)
- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۶۴ (۴) ۳۶
۲۰. تعداد کالای فروخته‌شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است: (سوالی - ۱۴۰۰)

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته‌شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۳

پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می‌رسد، ۸ کالا است. مقدار $x + y$ کدام است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۳۶ (۳) ۵۰ (۴) ۷۶



پاسخ تست‌های کنکور سراسری ۱۴۰۰

خای گذاری در معادله بود $\frac{P(x)=0}{P(x)=0} \Rightarrow -\frac{1}{4}(12)^2 + 4(12) - b = 0$

$\Rightarrow -\frac{1}{4} \times 144 + 48 - b = 0 \Rightarrow -36 + 48 - b = 0 \Rightarrow b = 12$

۲ ۱ ۲ ۱ ۲

عبارت $2x^2 - (2-x)^2$ را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$2x^2 - (2-x)^2 = (2x)^2 - (2-x)^2 = (2x - (2-x))(2x + (2-x))$
 $= (2x - 2 + x)(2x + 2 - x) = (2x - 2)(x + 2)$

خای گذاری در معادله اصلی $\frac{(2x-2)(x+2)}{x+2} = \frac{y}{x} = 2$

تحت تمام حلات در $x(2x-2) - y = 2x \Rightarrow 2x^2 - 2x - y - 2x = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 4x - y = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{2} = \frac{4}{2}$

۱ ۲ ۱ ۲ ۱ ۲

ابتدا تابع سود را تشکیل می‌دهیم:

$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - 4x - b$
 $= -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b$

ریشه‌های معادله $P(x) = 0$ نقاط سرسبز را به ما می‌دهد. از طرفی گفته شده فاصله دو نقطه سرسبز برابر ۱۲ است یعنی اختلاف ریشه‌های معادله بالا ۱۲ است لذا با فرض $x_1 > x_2$ داریم:

$P(x) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 4x - b = 0$
 $x_1 - x_2 = 12$ (۱)

از طرفی می‌دانیم در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ است لذا:

$x_1 + x_2 = -\frac{4}{-\frac{1}{4}} = 16$ (۲)

با حل دستگاه، مقدار یکی از ریشه‌ها را بدست می‌آوریم:

(۱)، (۲) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 12 \\ x_1 + x_2 = 16 \end{cases}$
 $2x_1 = 28 \Rightarrow x_1 = 14$