درسنامه ۲

تبدیل یکاها

تبدیل یکاها: با توجه به زمینهٔ کاری، لازم است تا یکای کمیتی را تغییر دهیم. به عنوان مثال $\frac{m}{s}$ را به $\frac{km}{h}$ تبدیل کنیم و ... . در روش تبدیل زنجیره‌ای، اندازهٔ کمیت را در یک ضریب تبدیل، ضرب می‌کنند. ضریب تبدیل نسبتی از یکاها و برابر عدد یک است. ضریب تبدیل طوری نوشته می‌شود تا یکای اولیه به یکاهای مورد نظر تبدیل شود. به دو مثال زیر توجه کنید:

$$۷۶cm = ۷۶cm \times (۱) = ۷۶\cancel{cm} \times \frac{۱m}{۱۰۰\cancel{cm}} = ۰/۷۶m$$

$$۷۲\frac{km}{h} \times (۱) \times (۱) = ۷۲\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \times \frac{۱\cancel{h}}{۳۶۰۰s} \times \frac{۱۰۰۰m}{۱\cancel{km}} = ۲۰\frac{m}{s}$$

توجه: به تعداد تبدیل‌ها از ضریب تبدیل استفاده می‌شود. در تبدیل یکای دوم به دو تبدیل نیاز داشتیم تا km و h را به‌ترتیب به m و s تبدیل کنیم.

مثال

تغییر هر کمیت نسبت به زمان را معمولاً آهنگ آن کمیت می‌گویند. آب با آهنگ $۴۲۵\frac{cm^۳}{s}$ از لوله‌ای عبور می‌کند. این آهنگ چند لیتر بر دقیقه $\left(\frac{L}{min}\right)$ است؟ (هر یک لیتر معادل $۱۰۰۰cm^۳$ است.)

پاسخ:

$$۴۲۵\frac{cm^۳}{s} = ۴۲۵\frac{cm^۳}{s} \times (۱) \times (۱) = ۴۲۵\frac{\cancel{cm^۳}}{\cancel{s}} \times \frac{۱L}{۱۰۰۰\cancel{cm^۳}} \times \frac{۶۰\cancel{s}}{۱min} = ۲۵/۵\frac{L}{min}$$

سازگاری یکاها: در جایگذاری یکاها در روابط فیزیکی باید به سازگاری آن‌ها توجه شود. به عنوان مثال در رابطهٔ فشار $P = \frac{F}{A}$ ، اگر فشار برحسب پاسکال (Pa) باشد، باید نیروی F بر حسب نیوتون (N) و مساحت برحسب مترمربع $(m^۲)$ باشد.

پیشوندهای یکاها: برای بیان عددهای بزرگ و کوچک از پیشوندهایی که توان معینی از ده هستند، استفاده می‌شود که مشابه مثال‌های زیر به صورت یک عامل ضرب به کار می‌رود:

میکرومتر (میکرون) $۰/۰۰۰۰۰۲m = ۲ \times ۱۰^{-۶}\, m = ۲\mu m$

کیلووات $۳۰۰۰W = ۳ \times ۱۰^{+۳}\, W = ۳kW$

پیشوندهای یکاها

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
$۱۰^{۲۴}$	یوتا	Y	$۱۰^{-۲۴}$	یوکتو	y
$۱۰^{۲۱}$	زِتا	Z	$۱۰^{-۲۱}$	زِپتو	z
$۱۰^{۱۸}$	اِگزا	E	$۱۰^{-۱۸}$	آتو	a
$۱۰^{۱۵}$	پِتا	P	$۱۰^{-۱۵}$	فِمتو	f
$۱۰^{۱۲}$	تِرا	T	$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p
$۱۰^{۹}$	گیگا (جیگا)	G	$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^{۶}$	مِگا	M	$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ
$۱۰^{۳}$	کیلو	k	$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^{۲}$	هِکتو	h	$۱۰^{-۲}$	سانتی	c
$۱۰^{۱}$	دِکا	da	$۱۰^{-۱}$	دِسی	d

پیشوندهای که کاربرد بیش‌تری دارند و بهتر است آن‌ها را به‌خاطر بسپارید با زمینهٔ رنگی نشان داده شده‌اند.

درسنامه ۲

نکته

در تبدیل پیشوند یکاها به یکدیگر اگر یکا دارای توان باشد، ضریب تبدیل هم به توان موردنظر می‌رسد. به مثال سادهٔ زیر توجه کنید:

$$1m^3 = ?cm^3$$

$$1m^3 \times (1)^3 = 1m^3 \times \left(\frac{100cm}{1m}\right)^3 = 1\cancel{m^3} \times \frac{100^3 cm^3}{1\cancel{m^3}} = 10^6 cm^3$$

مثال

$24\frac{\mu m^2}{s^3}$ برابر چند $\frac{m^2}{ns^3}$ است؟

پاسخ: دو تبدیل واحد داریم بنابراین نیاز به دو ضریب تبدیل داریم و به توان ۲ و ۳ توجه کنید.

$$24\frac{\mu m^2}{s^3} \times (1)^2 \times (1)^3 = \left(24\frac{\mu m^2}{s^3}\right) \times \left(\frac{10^{-6} m}{1\mu m}\right)^2 \times \left(\frac{10^{-9} s}{1ns}\right)^3 = 24\frac{\cancel{\mu m^2}}{\cancel{s^3}} \times \frac{10^{-12} m^2}{\cancel{\mu m^2}} \times \frac{10^{-27} \cancel{s^3}}{ns^3} = 24 \times 10^{-39} \frac{m^2}{ns^3}$$

نکته

برای تبدیل پیشوند یکاها به یکدیگر می‌توانید مانند مثال زیر به جای پیشوند، مقدار عددی آن را جایگذاری کنید:

$$4/2km^2 = x\,mm^2 \Rightarrow x = 4/2 \times \frac{(10^3 m)^2}{(10^{-3} m)^2} = \frac{4/2 \times 10^6 \cancel{m^2}}{10^{-6} \cancel{m^2}} = 4/2 \times 10^{12}$$

مثال

حجم مواد استفاده شده در ساخت قطعه‌ای $38/2cm^3$ است. این حجم چند nm^3 است؟

پاسخ:

$$38/2cm^3 = x\,nm^3 \Rightarrow x = 38/2 \times \frac{(10^{-2} m)^3}{(10^{-9} m)^3} = \frac{38/2 \times 10^{-6} \cancel{m^3}}{10^{-27} \cancel{m^3}} = 38/2 \times 10^{21}$$

نمادگذاری علمی: برای نوشتن عددهای بسیار بزرگ و بسیار کوچک از نمادگذاری علمی استفاده می‌شود که می‌تواند شامل سه بخش باشد:

$a \times 10^n \square$

a) عددی بین ۱ تا ۱۰ $(1 \le a < 10)$ n) توان صحیحی از ده □) یکای مناسب

به عنوان مثال جرم زمین بر حسب کیلوگرم، ۵۹۸ به همراه ۲۲ صفر مقابل آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$598 \times 10^{22} kg = 5/98 \times 10^{24} kg$$

مثال

فاصلهٔ زمین تا نزدیک‌ترین ستاره (به جز خورشید) $39 \times 10^4 Tm$ (ترامتر) است. این فاصله را با استفاده از نمادگذاری علمی برحسب متر بنویسید.

پاسخ:

$$39 \times 10^4 Tm = 39 \times 10^4 \times 10^{12} m = 39 \times 10^{16} m = 3/9 \times 10^{17} m$$

۱۱. با استفاده از روش زنجیره‌ای، تبدیل‌های زیر را انجام دهید.

آ) $12\frac{kg}{m^3} = ?\frac{g}{L}$, $(1m^3 = 1000L)$

ب) $48\frac{mile}{h} = ?\frac{km}{h}$, $(1mile \simeq 1/6km)$

پ) $800\frac{L}{s} = ?\frac{m^3}{min}$

۱۲. با پیدا کردن رابطه‌های مناسب، یکاهای فرعی زیر را بر حسب یکاهای اصلی بنویسید.

نیرو (N) ـ فشار (پاسکال) ـ انرژی (J) ـ توان (ژول بر ثانیه) ـ گرمای ویژه $\left(\frac{J}{kg\,K}\right)$

۱۳. تبدیل یکاهای زیر را انجام دهید.

آ) هر میکرو قرن چند دقیقه است؟

ب) یک میلیارد ثانیه چند سال است؟

پ) ۱۰۸ قیراط چند گرم است؟ (هر قیراط ۲۰۰ میلی‌گرم است.)

ت) ۳۰۰۰۰ پا (فوت) چند متر است؟ ($1in = 2/540cm$ ، (اینچ) $12in = 1ft$ (فوت))

۱۴. با توجه به جدول پیشوندهای SI، تبدیلات زیر را انجام دهید.

آ) شعاع هستهٔ اتمی $4/1\times10^{-15}m$ است. شعاع هسته چند «فمتومتر» و چند «نانومتر» است؟

ب) اندازهٔ سلول بیش‌تر موجودات $1\times10^{-5}m$ است. این اندازه چند «میکرومتر» است؟

پ) جرم هر الکترون حدوداً $9\times10^{-31}kg$ است. این جرم چند «یوکتوگرم» است؟

ت) میانگین عمر انسان $2\times10^{9}s$ است. این مدت چند «مگاثانیه» است؟

۱۵. هر «گرهٔ دریایی» معادل $0/5144\frac{m}{s}$ است. تندی $100\frac{km}{h}$ معادل چند گرهٔ دریایی است؟

۱۶. گیاهی در مدت ۱۰ روز به اندازهٔ ۱/۶ متر رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه چند میکرومتر بر ثانیه است؟

۱۷. شعاع کرهٔ زمین حدود $6400km$ است. اگر زمین را کرهٔ کامل فرض کنید، مساحت کرهٔ زمین چند هکتار است؟ هر هکتار ۱۰ هزار مترمربع است. ($\pi \simeq 3$)

۱۸. اعداد زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

آ) $6280000nm = ?m$

ب) $0/0000070s = ?s$

پ) $0/00020\mu C = ?C$

ت) $1/75\times10^{-4}m = ?pm = ?fm$

۱۹. تبدیل یکاهای زیر را انجام دهید و پاسخ را به‌صورت نماد علمی بنویسید.

آ) $24/5Gg = x\,\mu g$

ب) $97/2Ts^3 = x\,ns^3$

پ) $12/7hA^2 = x\,mA^2$

ت) $16/1fm^2 = x\,Gm^2$

۲۰. تبدیل یکاهای کسری زیر را انجام دهید.

آ) $6/4\frac{\mu g^2}{ns^3} = x\frac{Tg^2}{s^3}$

ب) $7/1\frac{mA^3}{cm^2} = x\frac{kA^3}{dm^2}$

پاسخ‌های تشریحی

۱۱ آ)

$$12\frac{kg}{m^3} = 12\frac{kg}{m^3}\times(1)\times(1)$$

$$= 12\frac{kg}{m^3}\times\frac{1000g}{1kg}\times\frac{1m^3}{1000L} = 12\frac{g}{L}$$

ب)

$$48\frac{mile}{h} = 48\frac{mile}{h}\times(1) = 48\frac{mile}{h}\times\frac{1/6km}{1mile} = 76/8\frac{km}{h}$$

پ)

$$800\frac{L}{s} = 800\frac{L}{s}\times(1)\times(1) = 800\frac{L}{s}\times\frac{60s}{1min}\times\frac{1m^3}{1000L}$$

$$= 48\frac{m^3}{min}$$

۱۲

نیرو : $F = ma \Rightarrow N \equiv kg\times\frac{m}{s^2}$

فشار : $P = \frac{F}{A} \Rightarrow Pa \equiv \frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2} \Rightarrow Pa \equiv \frac{kg}{ms^2}$

انرژی : $W = Fd \Rightarrow J \equiv \frac{kg\,m}{s^2}\times m = \frac{kg\,m^2}{s^2}$

توان : $P = \frac{E\ (\text{ژول})}{t\ (\text{ثانیه})} \Rightarrow W \equiv \frac{kg\frac{m^2}{s^2}}{s} = kg\frac{m^2}{s^3}$

گرمای ویژه : $c = \frac{Q}{m\Delta T} \Rightarrow \frac{J}{kgK} \equiv \frac{\frac{kg\,m^2}{s^2}}{kgK} = \frac{m^2}{s^2K}$

۱۳ آ) $۱\mu \text{ قرن} = ۱۰^{-۶} \text{ قرن}$

$= ۱۰^{-۶} \text{ قرن} \times \frac{۱۰۰ \text{ سال}}{۱ \text{ قرن}} \times \frac{۳۶۵ \text{ روز}}{۱ \text{ سال}} \times \frac{۲۴ \text{ ساعت}}{۱ \text{ روز}} \times \frac{۶۰ \text{ دقیقه}}{۱ \text{ ساعت}}$

$= ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \text{ دقیقه} = ۵۲/۵۶ \text{ min}$

ب) $۱ \times ۱۰^{۹} \text{ s} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱ \text{ day}}{۲۴ \text{ h}} \times \frac{۱ \text{ year}}{۳۶۵ \text{ day}} \simeq ۳۱/۷۱ \text{ year}$

پ) $۱۰۸ \text{ قیراط} \times \frac{۲۰۰ \text{ mg}}{۱ \text{ قیراط}} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ g}}{۱ \text{ mg}} = ۲۱/۶ \text{ g}$

ت) $۳۰۰۰۰ \text{ ft} \times \frac{۱۲ \text{ in}}{۱ \text{ ft}} \times \frac{۲/۵۴۰ \text{ cm}}{۱ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} = ۹/۱۴۴ \times ۱۰^{۳} \text{ m}$

---

۱۴ آ) $۴/۱ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m} \times \frac{۱ \text{ fm}}{۱۰^{-۱۵} \text{ m}} = ۴/۱ \text{ fm}$

$۴/۱ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m} \times \frac{۱ \text{ nm}}{۱۰^{-۹} \text{ m}} = ۴/۱ \times ۱۰^{-۶} \text{ nm}$

ب) $۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ m} \times \frac{۱ \mu\text{m}}{۱۰^{-۶} \text{ m}} = ۱۰ \mu\text{m}$

پ) $۹ \times ۱۰^{-۳۱} \text{ kg} \times \frac{۱ \text{ yg}}{۱۰^{-۲۴} \text{ g}} = \frac{۹ \times ۱۰^{-۳۱} \times \overset{k}{۱۰^{۳}}}{۱۰^{-۲۴}} \text{ yg} = ۹ \times ۱۰^{-۴} \text{ yg}$

ت) $۲ \times ۱۰^{۹} \text{ s} \times \frac{۱ \text{ Ms}}{۱۰^{۶} \text{ s}} = ۲ \times ۱۰^{۳} \text{ Ms}$

۱۵

$۱۰۰ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times (۱) \times (۱) = ۱۰۰ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ km}}$

$= \frac{۱۰۰۰}{۳۶} \frac{\text{m}}{\text{s}} \simeq ۲۷/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$۲۷/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{۱ \text{ گره}}{۰/۵۱۴۴ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \simeq ۵۴ \text{ گره}$

۱۶

$۱ \text{ day} \times \frac{۲۴ \text{ h}}{۱ \text{ day}} \times \frac{۳۶۰۰ \text{ s}}{۱ \text{ h}} = ۸۶۴۰۰ \text{ s}$

$\frac{۱/۶ \text{ m}}{۱۰ \text{ day}} \times (۱) \times (۱) = \frac{۱/۶ \text{ m}}{۱۰ \text{ day}} \times \frac{۱ \mu\text{m}}{۱۰^{-۶} \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ day}}{۸۶۴۰۰ \text{ s}} \simeq ۱/۸۵ \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$

---

۱۷ $A = ۴\pi R^{۲} \Rightarrow A = ۴ \times ۳ \times (۶۴۰۰ \times ۱۰^{۳} \text{ m})^{۲}$

$= ۴۹۱۵۲ \times ۱۰^{۴} \times ۱۰^{۶} \text{ m}^{۲} = ۴۹۱۵۲ \times ۱۰^{۱۰} \text{ m}^{۲}$

$۴۹۱۵۲ \times ۱۰^{۱۰} \text{ m}^{۲} \times \frac{۱ \text{ هکتار}}{۱۰^{۴} \text{ m}^{۲}} = ۴۹۱۵۲ \times ۱۰^{۶} \text{ هکتار}$

---

۱۸ آ) $۶/۲۸ \times ۱۰^{۶} \text{ nm} = ۶/۲۸ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{-۹} \text{ m} = ۶/۲۸ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}$

ب) $۷/۰ \times ۱۰^{-۵} \text{ s}$

پ) $۲/۰ \times ۱۰^{-۳} \text{ μC} = ۲/۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۶} \text{ C} = ۲/۰ \times ۱۰^{-۹} \text{ C}$

ت) $۱/۷۵ \times ۱۰^{-۴} \text{ m} \times \frac{۱ \text{ pm}}{۱۰^{-۱۲} \text{ m}} = ۱/۷۵ \times ۱۰^{۸} \text{ pm}$

$۱/۷۵ \times ۱۰^{-۴} \text{ m} \times \frac{۱ \text{ fm}}{۱۰^{-۱۵} \text{ m}} = ۱/۷۵ \times ۱۰^{۱۱} \text{ fm}$

---

۱۹ با توجه به تبدیل پیشوندهای SI، فقط کافی است به جای پیشوندها مقدار عددی قرار دهیم:

آ) $x = \frac{۲۴/۵ G g}{\mu g} = \frac{۲۴/۵ \times ۱۰^{۹}}{۱۰^{-۶}} = ۲۴/۵ \times ۱۰^{۱۵} = ۲/۴۵ \times ۱۰^{۱۶}$

ب) $x = \frac{۹۷/۲ T s^{۳}}{n s^{۳}} = \frac{۹۷/۲ \times (۱۰^{۱۲})^{۳}}{(۱۰^{-۹})^{۳}} = \frac{۹۷/۲ \times ۱۰^{۳۶}}{۱۰^{-۲۷}}$

$= ۹۷/۲ \times ۱۰^{۶۳} = ۹/۷۲ \times ۱۰^{۶۴}$

پ) $x = \frac{۱۲/۷ h A^{۲}}{m A^{۲}} = \frac{۱۲/۷ \times (۱۰^{۲})^{۲}}{(۱۰^{-۳})^{۳}} = \frac{۱۲/۷ \times ۱۰^{۴}}{۱۰^{-۶}}$

$= ۱۲/۷ \times ۱۰^{۱۰} = ۱/۲۷ \times ۱۰^{۱۱}$

ت) $x = \frac{۱۶/۱ f m^{۲}}{G m^{۲}} = \frac{۱۶/۱ \times (۱۰^{-۱۵})^{۲}}{(۱۰^{۹})^{۲}} = \frac{۱۶/۱ \times ۱۰^{-۳۰}}{۱۰^{۱۸}} = ۱۶/۱ \times ۱۰^{-۴۸}$

$= ۱/۶۱ \times ۱۰^{-۴۷}$

---

۲۰ با توجه به این‌که پیشوندهای SI تبدیل می‌شوند، بنابراین کافی است به‌جای پیشوند مقدار عددی (ضریب) آن‌ها را قرار دهیم:

آ) $x = ۶/۴ \times \frac{(۱۰^{-۶} g)^{۲}}{(۱۰^{-۹} s)^{۳}} \times \frac{s^{۳}}{(۱۰^{۱۲} g)^{۲}}$

$= ۶/۴ \frac{۱۰^{-۱۲} g^{۲}}{۱۰^{-۲۷} s^{۳}} \times \frac{s^{۳}}{۱۰^{۲۴} g^{۲}} = ۶/۴ \times ۱۰^{-۹}$

ب) $x = ۷/۱ \times \frac{(۱۰^{-۳} A)^{۳}}{(۱۰^{-۲} m)^{۲}} \times \frac{(۱۰^{-۱} m)^{۲}}{(۱۰^{۳} A)^{۳}}$

$= ۷/۱ \times \frac{۱۰^{-۹} A^{۳}}{۱۰^{-۴} m^{۲}} \times \frac{۱۰^{-۲} m^{۲}}{۱۰^{۹} A^{۳}} = ۷/۱ \times ۱۰^{-۱۶}$

درسنامه ۳

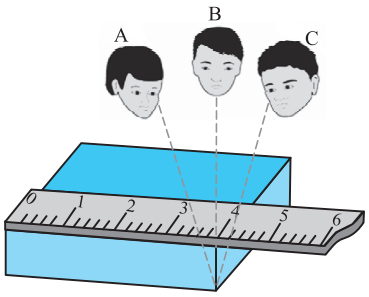
خطا ـ دقت

در اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی همواره مقداری خطا و عدم قطعیت وجود دارد. سه عامل مهم نقش اساسی در افزایش دقت اندازه‌گیری دارد:

۱) دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری: در ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، هرچه تقسیم‌بندی وسیله کوچک‌تر باشد، دقت وسیله بیش‌تر می‌شود و طبق یک قاعدهٔ کلی، خطای اندازه‌گیری وسیله‌ها $\pm\frac{۱}{۲}$ کمینهٔ تقسیم‌بندی مقیاس آن وسیله است. بنابراین هر چه دقت وسیله بیش‌تر باشد، خطای اندازه‌گیری آن کم‌تر است.

به کمینهٔ تقسیم‌بندی هر وسیلهٔ مدرج، دقت وسیله می‌گویند. در خطکشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده است، دقت اندازه‌گیری برابر ۱cm و خطای اندازه‌گیری ±۰/۵ سانتی‌متر است ولی در خطکشی که برحسب میلی‌متر مدرج شده است، دقت اندازه‌گیری برابر ۱mm و خطای اندازه‌گیری ±۰/۵ میلی‌متر است.

توجه: برای وسیله‌های دیجیتال (رقمی)، مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقم، نشانگر خطای وسیله است. به عنوان مثال دماسنج دیجیتالی که عدد ۳۲/۴°C را نشان می‌دهد، دقت دماسنج برابر ۰/۱°C و خطای وسیله برابر ±۰/۱°C است.



۲) مهارت شخص آزمایش‌گر: مهارت شخص آزمایش‌کننده تأثیر بسیار مهمی روی دقت اندازه‌گیری دارد. یکی از این مهارت‌ها نحوهٔ مشاهده است. شخصی که دقیقاً از روبه‌رو مشاهده کند، دقت بیش‌تری در بیان نتیجهٔ اندازه‌گیری دارد.

۳) تعداد دفعات اندازه‌گیری: برای کاهش خطا در اندازه‌گیری، معمولاً اندازه‌گیری را چند بار تکرار می‌کنند. اگر آزمایش چندین بار تکرار شود، ابتدا عددهایی که با بقیه اختلاف زیادی دارند را حذف کرده و سپس میانگین بقیهٔ اعداد را به عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری می‌نویسند.

گزارش نتیجهٔ اندازه‌گیری

رقم‌های نوشته شده به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری را رقم‌های بامعنا می‌گویند. در بیان نتیجهٔ اندازه‌گیری در روش جدید کتاب درسی، اگر عددی به‌صورت ۵۴/۲cm ± ۰/۵cm گزارش شود این اندازه‌گیری سه رقم بامعنا دارد (۵۴/۲) و عدد بعد از نماد ±، نصف کمینهٔ مقیاس‌بندی وسیله را نشان می‌دهد یعنی تقسیم‌بندی وسیله ۱cm است. آخرین رقم یعنی رقم ۲ را اصطلاحاً رقم «غیرقطعی» و یا «حدسی» می‌گویند.

مثال

در هر عدد گزارش شده تعداد رقم‌های بامعنی و کمینهٔ تقسیم‌بندی (دقت) وسیله را بیان کنید.

آ) ۴۴/۳s ± ۰/۵s　　ب) ۴۷°C ± ۱°C

پاسخ: آ) ۴۴/۳s (سه رقم بامعنا) و رقم ۳ غیرقطعی است. کمینهٔ تقسیم‌بندی ۲ × ۰/۵s = ۱s است.

ب) ۴۷°C (دو رقم بامعنا) و رقم ۷ غیرقطعی است. کمینه تقسیم‌بندی ۲ × ۱°C = ۲°C می‌باشد.

نکته

اگر شخصی طول جسمی را به‌صورت ۱۲/۳mm ± ۰/۵mm گزارش دهد مفهوم آن این است که وی طول را بزرگ‌تر از ۱۲mm و کوچک‌تر از ۱۳mm اندازه‌گیری کرده است.

مثال

طبق گزارش‌های اندازه‌گیری زیر، مقدار هر کمیت در چه محدوده‌ای بوده است؟

آ) ۸۳°C ± ۲°C　　ب) ۲۴/۵cm ± ۰/۵cm

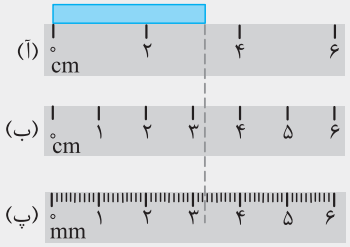
پاسخ: آ) با توجه به عدد ±۲°C مشخص می‌شود که کمینهٔ تقسیم‌بندی (دقت) دماسنج ۴°C است. با توجه به عدد ۸۳°C مشخص می‌شود که شخص اندازه‌گیری کننده دما را بین ۸۰°C و ۸۴°C تشخیص داده است.

ب) طبق عدد ±۰/۵cm مشخص می‌شود که کمینهٔ تقسیم‌بندی (دقت) وسیله ۱cm است و طبق عدد ۲۴/۵cm مشخص می‌شود که طول اندازه‌گیری شده از نظر شخص اندازه‌گیری کننده بین ۲۴cm و ۲۵cm و حدوداً وسط بوده است.

درسنامه ۳

مثال

طول جسم مقابل را با خطکش‌های موردنظر گزارش دهید.



پاسخ: آ) طول بین ۲cm و ۴cm و تقریباً وسط است: ۳cm ± ۱cm

ب) طول بین ۳cm و ۴cm می‌باشد و حدوداً ۳/۲cm است: ۳/۲cm ± ۰/۵cm

پ) طول بین ۳۲ و ۳۳ میلی‌متر است: ۳۲/۵mm ± ۰/۵mm

نکته

۱- در وسایل دیجیتال (رقمی) به آخرین رقم، غیرقطعی و مشکوک می‌گویند. یعنی اگر زمان ۲۴/۱۷s باشد رقم ۷ غیرقطعی است.

۲- در گزارش دادن عدد اندازه‌گیری شده باید رقم حدسی نیز بیان شود به‌عنوان مثال اگر کمینهٔ تقسیم‌بندی خطکشی میلی‌متر باشد باید یک رقم بعد از اعشار گزارش شود مانند ۴۲/۱mm

۳- اگر تعداد رقم‌های اعشاری خطا، بیشتر از تعداد رقم‌های اعشاری عدد گزارش شده باشد، باید خطا را رو به بالا طوری گِرد کنید که تعداد رقم‌های اعشاری عدد و خطا یکسان شود:

کمینهٔ تقسیم‌بندی خطکش: ۰/۵cm : ۴/۲cm ± ۰/۲۵cm ⇒ ۴/۲cm ± ۰/۳cm

کمینهٔ تقسیم‌بندی دماسنج: ۵°C : ۲۷°C ± ۲/۵°C ⇒ ۲۷°C ± ۳°C

مثال

کمینهٔ تقسیم‌بندی (دقت) خطکشی سانتی‌متر است. گزارش‌های اندازه‌گیری درست و نادرست را مشخص کنید.

آ) ۴۲cm ب) ۴۲/۰cm پ) ۸/۱۲cm

ت) ۸/۱cm ث) ۷/۲۰cm

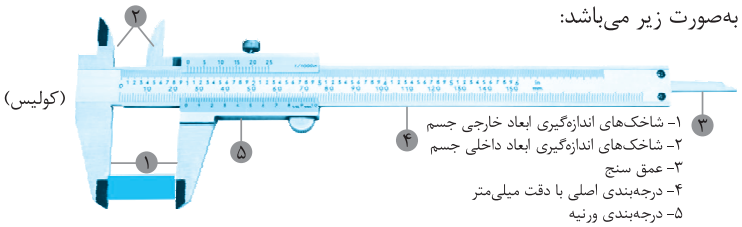
پاسخ: کمینهٔ تقسیم‌بندی، یک سانتی‌متر است بنابراین باید رقم حدسی کم‌تر از یک سانتی‌متر باشد یعنی یک رقم بعد از اعشار داشته باشیم بنابراین گزینه‌های (ب) و (ت) صحیح هستند.

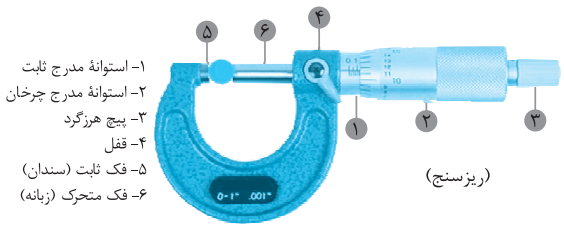
کولیس و ریزسنج

این دو وسیله برای اندازه‌گیری طول با دقت بالا استفاده می‌شود. دقت کولیس‌ها و ریزسنج‌های استفاده شده در آزمایشگاه‌ها متفاوت هستند ولی معمولاً کمینهٔ تقسیم‌بندی کولیس ۰/۱mm است، بنابراین به‌عنوان مثال نحوهٔ گزارش عدد باید به‌صورت ۲/۴۰mm ± ۰/۰۵mm باشد.

همچنین اگر کمینهٔ تقسیم‌بندی ریزسنج ۰/۰۱mm باشد، عدد گزارش شده باید به‌صورت ۴/۱۵۰mm ± ۰/۰۰۵mm باشد.

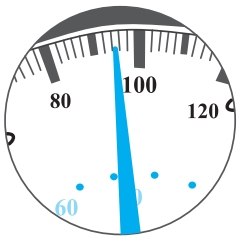
قسمت‌های مختلف کولیس و ریزسنج به‌صورت زیر می‌باشد:





۲۱. اعداد نمایش داده شده توسط ریزسنج و کولیس دیجیتال به ترتیب به‌صورت $۱۴/۰۲۶\,mm$ و $۲۴/۱۳\,mm$ است. عدد غیرقطعی و خطای هر وسیله را بیان کنید.

۲۲. با توجه به صفحهٔ تندی‌سنج اتومبیل، تندی را بیان کرده و رقم غیرقطعی را بیان کنید.



۲۳. اعداد به‌دست آمده توسط چند وسیلهٔ دیجیتال به صورت زیر هستند. عدد غیرقطعی و خطای اندازه‌گیری را در هر حالت مشخص کنید.

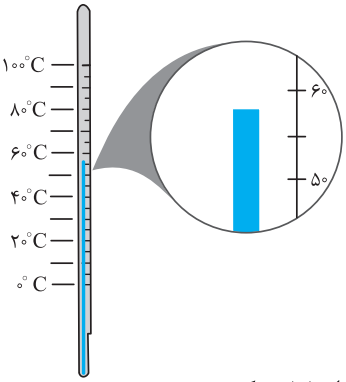
آ) $m = ۱۲/۲۵\,g$ ب) $L = ۸۹/۴cm$ پ) $t = ۱۰/۹۵۴s$

۲۴. اندازه‌گیری‌های زیر توسط وسایل غیر دیجیتال انجام شده‌اند. تعداد ارقام با معنا، رقم غیرقطعی و کمینه تقسیم‌بندی وسیله را بیان کنید.

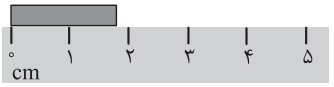
آ) $۸۲/۰mm \pm ۱mm$ ب) $۲۴/۵A \pm ۰/۵A$

پ) $۱۴^\circ C \pm ۲^\circ C$ ت) $۸۶kg \pm ۴kg$

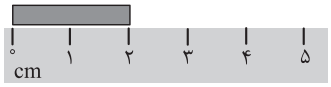
۲۵. عدد دماسنج را گزارش کرده و تعداد ارقام بامعنی، رقم غیرقطعی و خطا را بیان کنید.



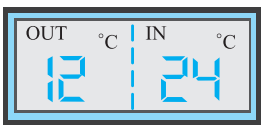
۲۶. در هر یک از شکل‌های (آ) تا (پ) طول جسم را چقدر گزارش می‌کنید؟ رقم غیرقطعی و خطای وسیله را مشخص کنید.

آ)


ب)

پ)


۲۷. یک دماسنج دیجیتال، دمای داخل و بیرون گلخانه را به ترتیب $۲۴^\circ C$ و $۱۲^\circ C$ نشان می‌دهد. عدد غیرقطعی و خطای دماسنج را مشخص کنید.



۲۸. با توجه به کمینهٔ تقسیم‌بندی هر وسیله، کدام گزارش صحیح نیست؟

آ) دماسنج $۲^\circ C$: $۱۵^\circ C$ ، $۸۳/۵^\circ C$

ب) خط‌کش $۱mm$: $۱۲/۲\,mm$ ، $۱/۱۴\,mm$

۲۹. آزمایش‌های زیر را طراحی کنید:

آ) تعیین جرم و حجم قطره

ب) تعیین ضخامت یک سیم نازک یا نخ به وسیلهٔ خط‌کش

پاسخ‌های تشریحی

۲۱ $۱۴/۰۲۶\,mm$: عدد ۶، رقم غیرقطعی است و $\pm ۰/۰۰۱\,mm$ خطای ریزسنج است.

$۲۴/۱۳\,mm$: عدد ۳، رقم غیرقطعی است و $\pm ۰/۰۱\,mm$ خطای کولیس است.

---

۲۲ فاصلهٔ هر دو خط $۲\,\frac{km}{h}$ است، بنابراین خطا $\pm ۱\,\frac{km}{h}$ است.

$$۹۵\,\frac{km}{h} \pm ۱\,\frac{km}{h}$$

رقم ۵ غیرقطعی است.

---

۲۳ آخرین رقم، غیرقطعی است و یک واحد از آخرین رقم، خطای اندازه‌گیری است.

آ) ۵، رقم مشکوک و غیرقطعی و خطا $\pm ۰/۰۱\,g$ است.

ب) ۴، رقم غیرقطعی و $\pm ۰/۱\,cm$ خطای اندازه‌گیری است.

پ) ۴، رقم غیرقطعی و $\pm ۰/۰۰۱\,s$ خطای اندازه‌گیری است.

۲۴

آ) رقم غیرقطعی ↓ $۸۲/۰\,mm \pm ۱\,mm$

۳ رقم با معنا — کمینهٔ تقسیم‌بندی $۱ \times ۲ = ۲\,mm$

ب) رقم غیرقطعی ↓ $۲۴/۵\,A \pm ۰/۵\,A$

۳ رقم با معنا — کمینهٔ تقسیم‌بندی $۰/۵ \times ۲ = ۱\,A$

پ) رقم غیرقطعی ↓ $۱۴^\circ C \pm ۲^\circ C$

۲ رقم با معنا — کمینهٔ تقسیم‌بندی $۲ \times ۲ = ۴^\circ C$

ت) رقم غیرقطعی ↓ $۸۶\,kg \pm ۴\,kg$

۲ رقم با معنا — کمینهٔ تقسیم‌بندی $۴ \times ۲ = ۸\,kg$

---

۲۵ سطح مایع دماسنجی بین $۵۵^\circ C$ و $۶۰^\circ C$ است.

کمینهٔ تقسیم‌بندی $۵^\circ C$ است بنابراین خطا $\pm ۲/۵^\circ C$ است و به‌صورت $\pm ۳^\circ C$ گرد می‌شود.

رقم حدسی ↓ $۵۸^\circ C \pm ۳^\circ C$

دو رقم بامعنا

---

۲۶ آ) طول بین $۱\,cm$ و $۲\,cm$ است و حدس می‌زنیم حدود ۱/۸ است:

رقم غیرقطعی ↓ $۱/۸\,cm \pm ۰/۵\,cm$

خطای اندازه‌گیری

ب) رقم غیرقطعی ↓ $۱۶/۲ \pm ۰/۵\,mm$

خطای اندازه‌گیری

پ) انتهای جسم دقیقاً روی ۲ است.

رقم غیرقطعی ↓ $۲/۰ \pm ۰/۵\,cm$

خطای اندازه‌گیری

---

۲۷ آخرین رقم سمت راست، غیرقطعی است. $۱۲^\circ C$ و $۲۴^\circ C$ یعنی ۴ و ۲ غیرقطعی هستند. خطا یک واحد از آخرین رقم است، بنابراین خطا $\pm ۱^\circ C$ است.

---

۲۸ آ) کمینهٔ تقسیم‌بندی $۲^\circ C$ است بنابراین رقم غیرقطعی و حدسی نباید اعشار داشته باشد و می‌توانند رقم حدسی رقم فرد باشد بنابراین $۸۳/۵^\circ C$ نادرست ولی $۱۵^\circ C$ درست است.

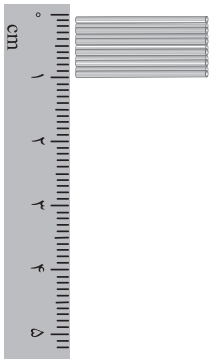
ب) کمینهٔ تقسیم‌بندی $۱\,mm$ است بنابراین رقم غیرقطعی و حدسی می‌توانند یک رقم اعشاری داشته باشد بنابراین $۱۲/۲\,mm$ درست ولی $۱/۱۴\,mm$ نادرست است.

---

۲۹ آ) جرم: به کمک قطره‌چکان، تعداد قطرات زیادی را روی کفهٔ یک ترازوی حساس بریزید تا عددی مانند $۱/۵\,g$ را نشان دهد. سپس جرم کل را تقسیم بر تعداد قطرات کنید (اگر امکان ریختن قطرات روی کفهٔ ترازو نبود، از ظرفی استفاده کنید و قبل از ریختن قطرات، جرم ظرف را هم لحاظ کنید.).

حجم: درون یک ظرف مدرج به کمک قطره‌چکان، آن‌قدر آب بریزید تا حجم آب به مقیاس‌بندی روی ظرف برسد، سپس حجم را بر تعداد قطرات تقسیم کنید.

ب) یک تکه سیم نازک را برداشته و به قطعات کوچک تقسیم کنید و آن‌ها را مطابق شکل، کنار هم و بدون فاصله قرار دهید. طول خوانده شده روی خطکش را بر تعداد سیم‌ها تقسیم کنید تا ضخامت هر سیم به‌دست آید.



درسنامه ۴

تخمین مرتبهٔ بزرگی

در موارد زیر معمولاً از برآورد یا تخمین استفاده می‌شود:

۱) عدم اهمیت دقت بالا در محاسبات، ۲) عدم وجود وقت کافی برای محاسبه‌های دقیق، ۳) عدم دسترسی به اطلاعات کامل و دقیق. یکی از تخمین‌های مهم، تخمین مرتبهٔ بزرگی است. در تخمین مرتبهٔ بزرگی، عدد را به صورت توانی از ۱۰ بیان می‌کنند و برای تبدیل عدد به توان ۱۰، پس از تبدیل اعداد به نمادگذاری علمی، از قاعدهٔ کلی زیر استفاده می‌کنند:

$۱ \le x < ۵ \Rightarrow x \sim ۱۰^{۰}$: $۳/۵ \sim ۱۰^{۰}$ ، $۵ \le x < ۱۰ \Rightarrow x \sim ۱۰^{۱}$: $۸/۴ \sim ۱۰^{۱}$

توجه: پس از تعیین مرتبهٔ بزرگی، گاهی اوقات ممکن است مرتبهٔ بزرگی پاسخ با پاسخ واقعی یک یا دو مرتبه تفاوت داشته باشد و به همین دلیل در سؤالات تستیِ تعیین مرتبه بزرگی، توان‌های ۱۰ با یکدیگر بیش از ۲ عدد فرق دارند.

مثال

در شهری با مساحت $۱۴۰km^۲$ در یک روز بارانی، $۸/۰mm$ باران باریده است. مرتبهٔ بزرگی تعداد قطره‌های باران را تخمین بزنید. (قطر هر قطرهٔ باران را $۴/۰mm$ فرض کنید.)

پاسخ: ابتدا مرتبهٔ مساحت (A) و ارتفاع بارندگی (d) و حجم باران (V) را تعیین می‌کنیم:

$$A = ۱۴۰km^۲ = ۱۴۰ \times ۱۰^۶ m^۲ = ۱/۴ \times ۱۰^۸ m^۲ \sim ۱۰^۰ \times ۱۰^۸ m^۲ \sim ۱۰^۸ m^۲$$

$$d = ۸/۰mm = ۸ \times ۱۰^{-۳} m \sim ۱۰^۱ \times ۱۰^{-۳} m \sim ۱۰^{-۲} m$$

$$V = Ad = (۱۰^۸ m^۲) \times (۱۰^{-۲} m) \sim ۱۰^{+۶} m^۳$$

اگر قطره را به‌صورت کره در نظر گرفته و قطر هر قطرهٔ باران را $۴/۰mm$ فرض کنیم:

$$V' = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \left(\frac{۴}{۳} \times ۳/۱۴\right) \times (۲/۰ \times ۱۰^{-۳} m)^۳ \sim ۴ \times ۸/۰ \times ۱۰^{-۹} m^۳ = ۳/۲ \times ۱۰^{-۸} m^۳ \sim ۱۰^{-۸} m^۳$$

$$N = \frac{V}{V'} \sim \frac{۱۰^{+۶} m^۳}{۱۰^{-۸} m^۳} \sim ۱۰^{۱۴}$$

۳۰. مرتبهٔ بزرگی تعداد اسکناس‌هایی که باید روی هم قرار دهید تا ارتفاعی برابر برج میلاد (حدود $۴۱۲m$) داشته باشند را تعیین کنید. (ضخامت کاغذ پول را $۰/۱mm$ در نظر بگیرید)

۳۱. طی یک باستان‌شناسی، شهری با قدمت ۳۴۰۰ سال یافت شده است. مرتبهٔ این زمان برحسب دقیقه چقدر است؟

۳۲. مرتبهٔ بزرگی تعداد بال زدن مگس در طول عمر حدوداً ۲۰ روزهٔ خود چقدر است؟ (زمان بال زدن مگس حدوداً ۳ میلی ثانیه است.)

۳۳. تخمین بزنید در هر شبانه‌روز چند لیتر بنزین در شهر تهران مصرف می‌شود؟

۳۴. فشار هوا در سطح زمین $۱۰^۵ Pa$ است و مساحت ایران حدوداً $۱/۶۵ \times ۱۰^۶ m^۲$ است. مرتبهٔ بزرگی جرم هوای بالای ایران چند کیلوگرم است؟

۳۵. اگر هر شخص ایرانی روزانه یک لیوان در مصرف آب صرفه‌جویی کند، مرتبه بزرگی صرفه‌جویی در ماه چند لیتر می‌شود؟

پاسخ‌های تشریحی

۳۰ ضخامت کاغذ پول حدود ۰/۱mm است.

$$N \times ۰/۱mm = ۴۱۲m$$

$$\Rightarrow N = \frac{۴۱۲m}{۱\times۱۰^{-۱}\times۱۰^{-۳}m} = ۴/۱۲\times۱۰^{۶} \sim ۱۰^{۰}\times۱۰^{۶} \sim ۱۰^{۶}$$

۳۱

$$۳۴۰۰year \times \frac{۳۶۵day}{۱year} \times \frac{۲۴h}{۱day} \times \frac{۶۰min}{۱h}$$

$$= ۳۴۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ min$$

$$= ۳/۴\times۱۰^{۳}\times۳/۶۵\times۱۰^{۲}\times۲/۴\times۱۰^{۱}\times۶/۰\times۱۰^{۱} min$$

$$\sim (۱۰^{۰}\times۱۰^{۳})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۲})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۱}\times۱۰^{۱}) min$$

$$\sim ۱۰^{۳}\times۱۰^{۲}\times۱۰^{۱}\times۱۰^{۲} min \sim ۱۰^{۸} min$$

---

۳۲ مدت زمان بال زدن مگس در حدود میلی ثانیه است و تقریباً نیمی از عمر خود را درحال پرواز است یعنی ۱۰ روز:

$$۱۰day \times \frac{۲۴h}{۱day} \times \frac{۳۶۰۰s}{۱h} = ۱۰\times۲۴\times۳۶۰۰s$$

$$= ۱\times۱۰^{۱}\times۲/۴\times۱۰^{۱}\times۳/۶\times۱۰^{۳} \sim (۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۳})$$

$$\sim ۱۰^{۵}s$$

$$\text{تعداد بال زدن} = \frac{۱۰^{۵}\not{s}}{۳\times۱۰^{-۳}\not{s}} \sim \frac{۱۰^{۵}}{۱۰^{۰}\times۱۰^{-۳}} \sim ۱۰^{۸}$$

۳۳ جمعیت شهر تهران حدود ۱۲ میلیون نفر است و به‌طور متوسط خانواده‌های تهران سه نفره هستند و هر خانواده به‌طور میانگین یک اتومبیل دارد. اگر هر اتومبیل طی ۱۰ شبانه‌روز ۶۰ لیتر بنزین (حدوداً یک باک) مصرف داشته باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{۱۲\times۱۰^{۶}}{۳} = ۴\times۱۰^{۶} \text{ خانواده} \sim ۱۰^{۰}\times۱۰^{۶} = ۱۰^{۶} \text{ اتومبیل}$$

$$\text{بنزین مصرفی هر اتومبیل در شبانه‌روز} : \frac{۶۰L}{۱۰day} = ۶\frac{L}{day} \sim ۱۰\frac{L}{day}$$

$$\Rightarrow \text{حجم کل بنزین مصرفی} : ۱۰^{۶} \text{ اتومبیل} \times \frac{۱۰^{۱}L}{\text{هر اتومبیل}} \sim ۱۰^{۷}L$$

۳۴

$$A = ۱/۶۵\times۱۰^{۶}m^{۲} \sim ۱۰^{۰}\times۱۰^{۶}m^{۲} \sim ۱۰^{۶}m^{۲}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow ۱۰^{۵}Pa \sim \frac{F}{۱۰^{۶}m^{۲}} \Rightarrow F \sim ۱۰^{۱۱}N$$

$$F = mg \Rightarrow m \sim \frac{۱۰^{۱۱}N}{۱۰} \sim ۱۰^{۱۰}kg$$

---

۳۵ جمعیت ایران حدود ۸۰ میلیون نفر است و حجم هر لیوان حدود $\frac{۱}{۵}$ لیتر است:

$$V = ۸۰\times۱۰^{۶} \text{ نفر} \times \frac{\frac{۱}{۵}L}{۱} \times ۳۰ \text{ روزه} = ۸\times۱۰^{۷}\times۰/۲\times۳\times۱۰^{۱}$$

$$= (۸\times۱۰^{۷})\times(۲\times۱۰^{-۱})\times(۳\times۱۰^{۱})$$

$$\sim (۱۰^{۱}\times۱۰^{۷})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{-۱})\times(۱۰^{۰}\times۱۰^{۱}) \sim ۱۰^{۸}\times۱۰^{-۱}\times۱۰^{۱} \sim ۱۰^{۸}L$$