مهروماه

به نام پروردگار مهربان

رشتهٔ تجربی

کنکور ۹۹

ویرایش جدید

فیزیک جامع

پایهٔ دوازدهم

جلد پاسخ

• نصرالله افاضل • یاشار انگوتی • مصطفی کیانی • حسن محمدی

مدیر و ناظر علمی گروه فیزیک: نصرالله افاضل

مقدمه

دانش‌آموز گرامی؛

در جلد اول کتاب فیزیک جامع دوازدهم، در بخش درس‌نامه‌ها، مثال‌های متنوع همراه با پاسخ‌های روان و آموزشی برایتان آوردیم تا یادگیری مطالب درسی در این مرحله کامل شود. همچنین در قسمت سؤال‌ها، انواع تست‌ها با کیفیت و کمیت بسیار خوبی طراحی کردیم و گنجاندیم. ترتیب تست‌ها را نیز با روند آموزشی و از ساده به دشوار در نظر گرفتیم تا مباحث در ذهنتان تثبیت شود و در نهایت بر آنها مسلط شوید.

اما سؤال خوب پاسخ خوب هم لازم دارد. پاسخ‌ها را با وسواس زیادی نوشته‌ایم و با گام‌بندی و ارائه روش‌های گوناگون تستی و مفهومی کوشیدیم تا نه تنها ابهامی برای شما باقی نماند، بلکه مفاهیم درسی برایتان مرور شود. از این رو پیشنهاد می‌کنیم تست‌هایی را که درست پاسخ دادید، را هم ببینید. احتمالاً راه و روش دیگری را هم یاد خواهید گرفت.

در پایان لازم می‌دانیم از همهٔ همکاران بزرگوار مهروماه به ویژه جناب آقای احمد اختیاری که ما را از هر گونه حمایت خود بهره‌مند ساختند سپاسگزاری کنیم.

مؤلفان کتاب

گام سوم: اکنون با توجه به نمودار، می‌توان دریافت جسم در بازهٔ $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۴s$ در مکان منفی است؛ اما فقط در بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۴s$ در جهت مثبت حرکت می‌کند؛ پس مدت زمان آن برابر ۱s است.

روش ۲ تابع مکان ـ زمان را تعیین علامت می‌کنیم. چون معادله مکان ـ زمان سهمی و دارای یک اکسترمم (ماکزیمم یا مینیمم) است، هرگاه از نقطهٔ اکسترمم از مکان مثبت به سمت ریشهٔ صفر نزدیک شویم، حرکت در جهت منفی است و هرگاه از نقطهٔ اکسترمم و از مکان منفی به سمت ریشهٔ صفر نزدیک شویم، حرکت در جهت مثبت است.

بنابراین در زمان بین ۳s تا ۴s، جسم در مکان منفی و به طرف +x در حرکت است.

۲۶. گزینه ۴

یادآوری: ۱ ثانیهٔ دوم، بازهٔ زمانی بین $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۲s$ است.
۲ $\sin(\frac{\pi}{۲})=۱$ و $\sin(\frac{۳\pi}{۲})=-۱$

گام اول: مکان جسم را در لحظه‌های $t_۱=۱s$ و $t_۲=۲s$ مشخص می‌کنیم:

$$x=۰/۵+\sin(\pi t+\frac{\pi}{۲})$$

$$t_۱=۱s: x_۱=۰/۵+\sin(\pi\times۱+\frac{\pi}{۲})$$

$$=۰/۵+\sin(\frac{۳\pi}{۲})=۰/۵-۱=-۰/۵m$$

$$t_۲=۲s: x_۲=۰/۵+\sin(\pi\times۲+\frac{\pi}{۲})$$

$$\Rightarrow x_۲=۰/۵+\sin(۲\pi+\frac{\pi}{۲})=۰/۵+\sin(\frac{\pi}{۲})=۰/۵+۱=۱/۵m$$

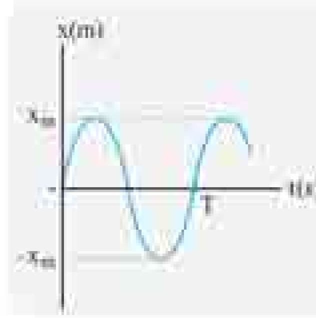
گام دوم: جابه‌جایی جسم را از رابطهٔ $\Delta x=x_۲-x_۱$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=x_۲-x_۱=۱/۵-(-۰/۵)=۲m$$

۲۷. گزینه ۱

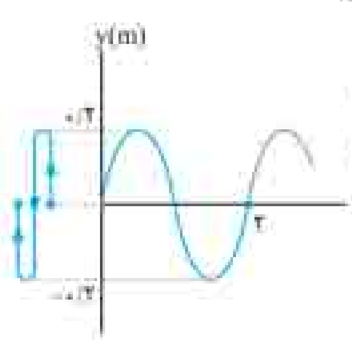
یادآوری: نمودار تابع سینوسی مکان ـ زمان با دورهٔ تناوب T به شکل کلی روبه‌رو است.

$$x=x_m\sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$



گام اول: در این تست، دورهٔ تناوب تابع برابر است با: $\frac{۲\pi}{T}=\pi\Rightarrow T=۲s$

به‌جای محور x محور y در نظر گرفته شده است.

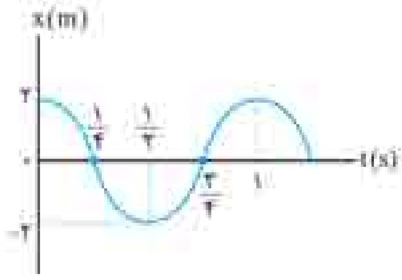


گام دوم: از لحظهٔ صفر تا ۲s، یک دورهٔ تناوب است و مطابق شکل، طول مسیر طی‌شدهٔ جسم روی محور yها برابر است با:

$$\ell=۰/۲+۰/۴+۰/۲=۰/۸m$$

تذکر: اگر معادلهٔ حرکت به‌صورت سینوسی یا کسینوسی $(x=x_m\sin\frac{۲\pi}{T}t)$ باشد، مسافت طی‌شده در یک دوره تناوب برابر $۴x_m$ است.

۲۸. گزینه ۲



بهترین روش برای حل این تست که معادلهٔ مکان ـ زمان آن، تابعی کسینوسی است، رسم نمودار (x−t) است.

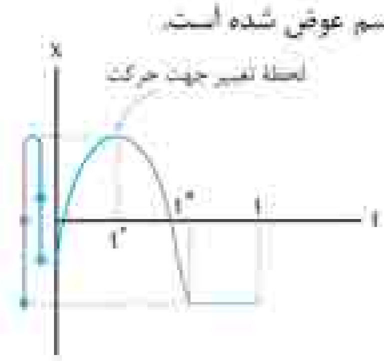
$$x=۲\cos(۲\pi t)$$

$$\xrightarrow[\text{به‌دست آوردن نقطهٔ تقاطع با محور x}]{x=۰m} ۲\cos(۲\pi t)=۰\Rightarrow\begin{cases}۲\pi t=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۱}{۴}s\\ ۲\pi t=\frac{۳\pi}{۲}\Rightarrow t=\frac{۳}{۴}s\\ \vdots\end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در بازهٔ زمانی $[\frac{۱}{۴}, \frac{۳}{۴}]$ برحسب ثانیه، متحرک در مکان‌های منفی قرار داشته و بردار مکان، در خلاف جهت محور x است.

۲۹. گزینه ۲

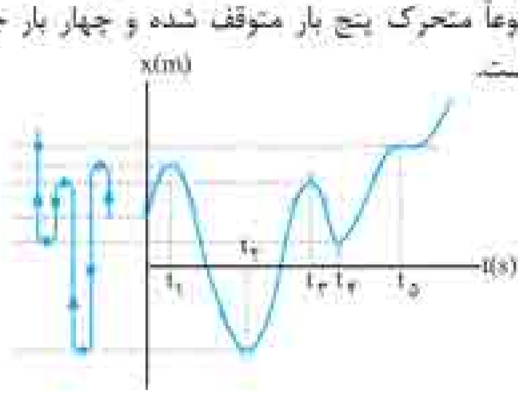
همان‌طور که در شکل زیر ملاحظه می‌کنید، مسیر حرکت جسم روی محور x به گونه‌ای است که جسم از لحظه $t=۰s$ تا t' در جهت مثبت x در حرکت است و در لحظهٔ t' جهت حرکتش به طرف منفی x تغییر می‌کند و تا لحظهٔ t'' در همین جهت حرکت کرده و از لحظهٔ t'' تا t ساکن می‌ماند؛ پس یک بار جهت حرکت جسم عوض شده است.



۳۰. گزینه ۲

گام اول: در نقاط قله یا دره، جهت حرکت جسم تغییر می‌کند. در لحظهٔ $t_۵$ نیز جسم متوقف شده است، اما چون در این لحظه، متحرک نسبت به لحظات قبل و بعد در بیشترین فاصله از مبدأ قرار ندارد، متحرک در این لحظه تنها متوقف شده و تغییر جهت نداده است.

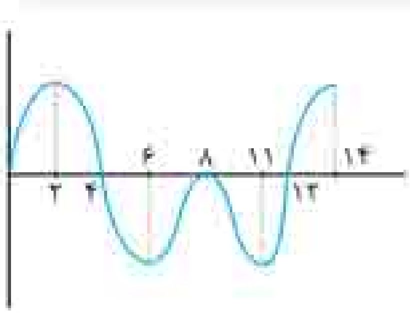
گام دوم: در این تست، متحرک تنها در لحظات $t_۱$، $t_۲$، $t_۳$ و $t_۴$ تغییر جهت داده و در لحظهٔ $t_۵$ متوقف شده و مجدداً در همان جهت قبلی به حرکت ادامه داده است؛ بنابراین مجموعاً متحرک پنج بار متوقف شده و چهار بار جهت حرکت خود را تغییر داده است.



۳۱. گزینه ۱

نکته: تغییر جهت بردار مکان با مفهوم تغییر جهت حرکت متحرک متفاوت است. جهت بردار مکان در لحظه‌هایی تغییر می‌کنند که متغیر از مبدأ مکان عبور می‌کند و x تغییر علامت می‌دهد و در لحظه‌هایی که متحرک در مبدأ مکان قرار می‌گیرد ولی از آن عبور نمی‌کند، جهت بردار مکان تغییری نکرده است.

گام اول: جهت بردار مکان در دو لحظهٔ ۴s و ۱۲s تغییر کرده است (دقت کنید که در لحظهٔ $t=۸s$ متحرک در مبدأ مکان قرار گرفته ولی از آن عبور نکرده است؛ بنابراین جهت بردار مکان در این لحظه تغییر نکرده است.

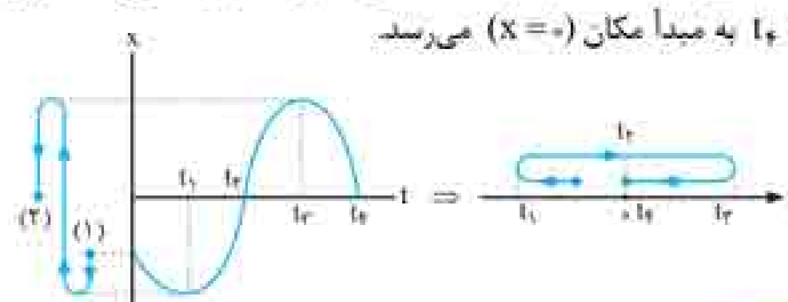


همچنین برای یادآوری، بهتر است بدانید که متحرک در لحظه‌های ۲s، ۶s، ۸s و ۱۲s تغییر جهت داده است.)

گام دوم: متحرک در لحظه‌هایی که شیب نمودار مکان ـ زمان (که نشان‌دهندهٔ v است) منفی است، در جهت منفی محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین متحرک در بازه‌های زمانی $2s < t < 6s$ و $8s < t < 11s$، یعنی مجموعاً به مدت ۷s در جهت منفی محور x حرکت کرده است.

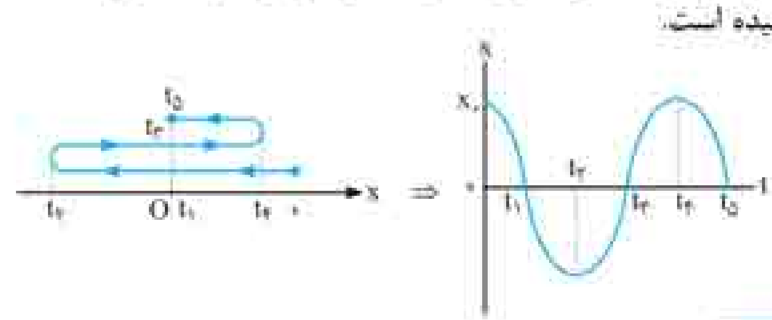
۳۲. گزینه ۲

متحرک در مبدأ زمان از نقطه‌ای در سمت منفی محور x در جهت منفی شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ t_1 تغییر جهت داده و در سمت مثبت محور xها به حرکت خود ادامه می‌دهد. در لحظهٔ t_2 از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور کرده و در لحظهٔ t_3 باز هم تغییر جهت داده و در سمت منفی محور x حرکت می‌کند. در نهایت در لحظهٔ t_4 به مبدأ مکان $(x=0)$ می‌رسد.



۳۳. گزینه ۲

مطابق شکل، متحرک در مبدأ زمان $(t=0)$ از نقطه‌ای در xهای مثبت، در جهت منفی محور x شروع به حرکت کرده است و در لحظهٔ t_1 از مبدأ مکان $(x=0)$ عبور کرده است؛ سپس در لحظهٔ t_2 تغییر جهت داده و در سمت مثبت محور x به حرکت خود ادامه داده است. پس از عبور مجدد از مبدأ مکان در لحظهٔ t_3، متحرک در لحظهٔ t_4 در نقطه‌ای در سمت مثبت محور x مجدداً تغییر جهت داده است و در جهت منفی محور x حرکت کرده و در انتهای حرکت به مبدأ مکان رسیده است.



۳۴. گزینه ۲

گزینه «۱» نادرست است. متحرک در بازه زمانی ۳s تا ۱۰s در جهت مثبت محور x و در بازه زمانی ۱۴s تا ۱۸s در جهت منفی محور حرکت می‌کند؛ بنابراین در لحظهٔ ۸s رو به سوی مثبت و در لحظهٔ ۱۶s رو به سوی منفی در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینه «۲» درست است. متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳s و ۱۴s تا ۱۸s و در مجموع به مدت ۷s در خلاف جهت محور x حرکت نموده است.

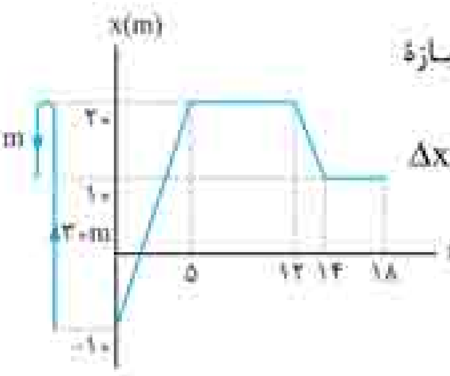
گزینه «۳» نادرست است. در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۴s و به مدت ۴ ثانیه متحرک ساکن و در نتیجه سرعت آن صفر بوده است.

گزینه «۴» نادرست است، تندی متوسط برابر مسافت طی شده تقسیم بر بازه زمانی است. چون برای جسم در حال حرکت، هیچ وقت مسافت طی شده صفر نمی‌شود، لذا تندی متوسط نیز صفر نخواهد شد.

دقت کنید، در بازه زمانی صفر تا ۱۶ ثانیه چون جابه‌جایی متحرک صفر است، سرعت متوسط آن صفر خواهد شد.

۳۵. گزینه ۲

گام اول: در لحظهٔ $t=0s$ جسم در مکان $x_1=-10\,m$ و در لحظهٔ جسم در مکان $x_2=10\,m$ است.



بنابر تعریف، جابه‌جایی جسم در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10-(-10) = 20\,m$$

و چون بزرگی جابه‌جایی مدنظر است:

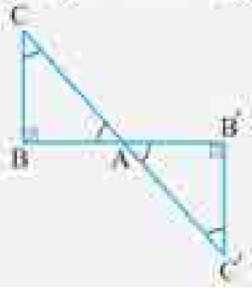
$$|\Delta x| = 20\,m$$

گام دوم: همان‌طور که در شکل نشان داده‌ایم، مسافت طی‌شدهٔ جسم شامل مسیر ۳۰ متری در بازهٔ $t=0s$ تا $t=5s$، در جهت مثبت و ۱۰ متری در بازهٔ تا $t=14s$ در جهت منفی است و در بازه $t=5s$ تا $t=12s$، جسم ساکن بوده است؛ بنابراین در کل ۱۴ ثانیه جسم مسافت $\ell=10+30=40\,m$ را طی می‌کند؛ بنابراین نسبت جابه‌جایی به مسافت طی‌شده برابر است با:

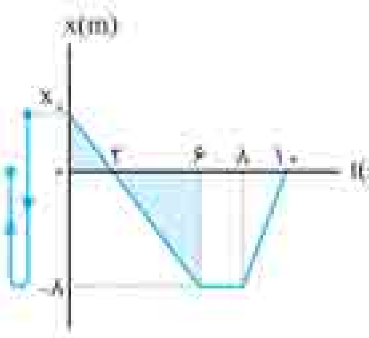
$$\frac{|\Delta x|}{\ell} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

۳۶. گزینه ۴

یادآوری: در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر با یکدیگر برابر است. مثلاً در شکل زیر، به این دلیل که زاویه‌های دو مثلث با یکدیگر برابرند (چون زوایای متقابل به رأس برابرند و هر مثلث یک زاویه قائمه دارد) دو مثلث متشابه‌اند؛ از این‌رو می‌توان نوشت:



$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'}$$

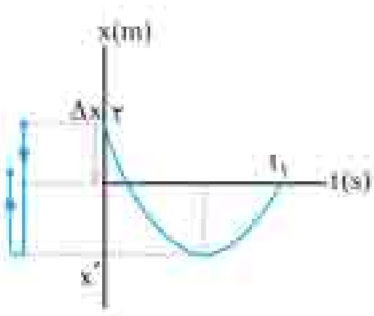


گام اول: با استفاده از یادآوری فوق، مکان جسم را در لحظهٔ $t=0s$ به‌دست می‌آوریم. دو مثلث هاشورخورده متشابه‌اند و می‌توان نوشت:

$$\frac{x_0}{|-8|} = \frac{2}{|2-6|} \Rightarrow x_0 = 4\,m$$

گام دوم: در سمت چپ نمودار، مسیر حرکت جسم را مشخص کرده‌ایم. از مکان $x_0=4\,m$ تا مکان $x=-8\,m$، متحرک در جهت منفی حرکت کرده است. از این‌رو مسافت طی‌شده در جهت $-x$ برابر با $\ell=|4+8|=12\,m$ است. توجه کنید که در بازه $t=6s$ تا $t=8s$، جسم حرکت نکرده است و در بازه $t=8s$ تا $t=10s$ جسم $8\,m$ در جهت $+x$ حرکت کرده است.

۳۷. گزینه ۲



x' مکانی است که جهت حرکت جسم تغییر می‌کند و چون جابه‌جایی جسم از ۰ تا t_1 برابر $\Delta x=-2\,m$ و نسبت اندازهٔ جابه‌جایی به مسافت طی‌شده برابر $\frac{1}{7}$ است می‌توان نوشت:

$$\frac{|\Delta x|}{\ell} = \frac{1}{7} \xrightarrow[\ell=2+2x']{|\Delta x|=2} \frac{2}{2+2x'} = \frac{1}{7} \Rightarrow |x'| = 6\,m$$

۳۸. گزینه ۱

یادآوری: اگر معادلهٔ مکان ـ زمان درجهٔ دوم باشد، نمودار آن سهمی است و برای لحظه‌هایی که تا لحظهٔ رأس سهمی، فاصلهٔ زمانی یکسان دارند، مکان جسم یکسان است. به عبارت دیگر، نقاطی که نسبت به رأس سهمی متقارن هستند، مکان یکسانی دارند.

در این تست همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، لحظهٔ $t=6s$ مربوط به رأس سهمی است و هر یک از لحظه‌های $t=3s$ و $t=9s$، نسبت به لحظهٔ $t=6s$ متقارن هستند، یعنی فاصلهٔ زمانی یکسانی با لحظهٔ $t=6s$ دارند و می‌توان نتیجه گرفت مکان متحرک در لحظه‌های $t=3s$ و $t=9s$، یکسان است؛ در نتیجه جابه‌جایی متحرک بین بازهٔ $t_1=3s$ تا $t_2=9s$ برابر صفر است.

$$\Delta x = x_9 - x_3 = 0\,m$$

۳۹. گزینه ۴

گام اول: مطابق شکل زیر، می‌توان با استفاده از جابه‌جایی $\Delta x=+10\,m$، مکان پایانی جسم را به‌دست آوریم. در این جابه‌جایی، مکان اولیه جسم برابر $x_1=10\,m$ است و می‌توان با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی $\Delta x = x_2 - x_1$ نوشت:

گام دوم: اکنون جابه‌جایی نوک عقربه را به دست می‌آوریم. با توجه به مثلث شکل روبه‌رو (که متساوی‌الاضلاع است) می‌توان نوشت:

$$d = r = 20\,cm \Rightarrow v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0/2}{10 \times 60} = \frac{1}{3000}\,m/s$$

تذکر: مقدار را می‌توان از رابطه $d = 2r\sin(\frac{60}{2})$ که در سؤالات قبل اثبات کردیم هم به‌دست آورد.

گام سوم: برای محاسبه تندی متوسط نیز می‌توان نوشت:

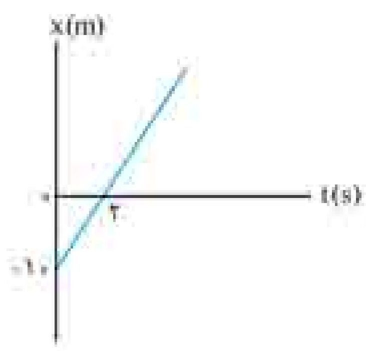
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\frac{2\pi r}{6}}{10 \times 60} = \frac{\pi}{9000}\,m/s$$

۹۳. گزینه ۴

گام اول: نمودار معادلهٔ مورد نظر یعنی $x = 5t - 10$ را رسم می‌کنیم. برای این کار می‌توانیم در معادله مقدار صفر را به‌جای x قرار دهیم:

$$5t - 10 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

این نقطهٔ تلاقی نمودار با محور t ها است. ضمناً مکان اولیهٔ جسم (عرض از مبدأ نمودار) نقطهٔ $x = -10m$ است.



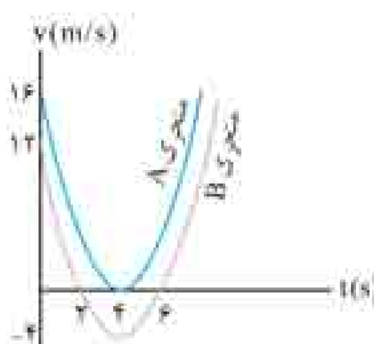
گام دوم: چون معادلهٔ مکان ـ زمان از درجهٔ یک و نمودار خطی است، شیب نمودار در همهٔ بازه‌های زمانی یکسان است و می‌توان شیب این نمودار را در هر بازهٔ دلخواه مطابق زیر به‌دست آورد:

$$\text{شیب خط} = \frac{0-(-10)}{2} = 5 \Rightarrow v = 5m/s$$

یعنی سرعت متحرک $5m/s$ است و چون شیب خط ثابت است، مقدار سرعت هم ثابت است و چون علامت سرعت مثبت است، جسم همواره در یک جهت (جهت مثبت) حرکت می‌کند.

۹۴. گزینه ۳

روش ۱ رسم نمودار معادلهٔ سرعت متحرک‌ها برحسب زمان که از درجهٔ دوم است. نمودار آن‌ها را در صفحهٔ $(v-t)$ رسم می‌کنیم. همان‌طور که از نمودار مشخص است، متحرک A در $t = 4s$ سرعتش به صفر رسیده اما در این لحظه تغییر جهت نداده است.



بنابراین متحرک A تغییر جهت نداده است. متحرک B در دو لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 6s$ تغییر جهت داده است (به یاد دارید که شرط تغییر جهت این است که در یک لحظه، سرعت متحرک صفر شود و قبل و بعد از آن لحظه، علامت سرعت متحرک الزاماً تغییر کند.) بنابراین، متحرک B دو بار تغییر جهت داده است.

روش ۲ استفاده از معادله

یادآوری: **ریشهٔ ساده:** ریشه‌ای از تابع است که در دو طرف آن علامت تابع متفاوت است؛ به‌عبارتی دیگر، تابع در ریشه‌های ساده تغییر علامت می‌دهد (ریشه‌های با توان فرد، ریشه‌های ساده هستند.)
ریشهٔ مضاعف: ریشه‌ای از تابع است که تابع در آن تغییر علامت نمی‌دهد. (ریشه‌های با توان زوج، ریشه‌های مضاعف هستند.)

در این تست، معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A برابر $v_A = (t-4)^2$ است؛ بنابراین:

$$v_A = \underbrace{(t-4)}_{\text{توان}\,2}{}^2 \Rightarrow \{t = 4\,s\ (\text{ریشهٔ مضاعف}) \Rightarrow \text{تغییر جهت نمی‌دهد}$$

و معادلهٔ $v-t$ برای متحرک B، $v_B = (t-2)(t-6)$ است:

$$v_B = \underbrace{(t-2)}_{\text{توان}\,1}\underbrace{(t-6)}_{\text{توان}\,1} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\,s\ (\text{ریشهٔ ساده}) \Rightarrow \text{لحظهٔ تغییر جهت} \\ t_2 = 6\,s\ (\text{ریشهٔ ساده}) \Rightarrow \text{لحظهٔ تغییر جهت} \end{cases}$$

۹۵. گزینه ۴

یادآوری: ۱ در تابع مکان ـ زمان، جهت حرکت متحرک در نقاط اکسترمم (ماکزیمم نسبی یا مینیمم نسبی) تغییر می‌کند و در این نقاط سرعت متحرک به صفر می‌رسد.

۲ تابع درجهٔ دوم در لحظهٔ $t' = -\frac{b}{2a}$ دارای اکسترمم است.

۳ در معادلهٔ مکان ـ زمان درجهٔ دوم، تا لحظهٔ رسیدن به اکسترمم و از لحظهٔ اکسترمم به بعد جهت حرکت تغییر نمی‌کند و در هر یک از این بازه‌های زمانی جابه‌جایی متحرک برابر مسافت طی شده است.

گام اول: تابع مکان ـ زمان درجهٔ دوم است و لحظه‌ای را که جهت حرکت تغییر می‌کند، از رابطهٔ $t' = \frac{-b}{2a}$ به‌دست می‌آوریم:

$$x = 2t^2 - 10t + 8 \xrightarrow[b=-10]{a=2} t' = \frac{-(-10)}{2 \times 2} = 2/5\,s$$

گام دوم: لحظهٔ $t = 2/5s$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم:

$$x_{2/5} = 2 \times 2/5^2 - 10 \times 2/5 + 8 = -4/5\ m$$

گام سوم: از لحظهٔ $t = 0s$ تا $t = 2/5s$، متحرک فقط در یک جهت حرکت کرده است؛ پس مسافتی که طی می‌کند، برابر است با:

$$t = 0s \Rightarrow x_0 = 2(0)^2 - 10(0) + 8 = 8m$$

$$\ell = |x_{2/5} - x_0| = |-4/5 - 8| = 12/5\,m$$

۹۶. گزینه ۱

یادآوری: نقطهٔ اکسترمم یک تابع درجهٔ دوم از رابطهٔ $t' = \frac{-b}{2a}$ به‌دست می‌آید.

گام اول: در نقاط اکسترمم تابع مکان ـ زمان، جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. پس با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان $x = -2t^2 + 8t - 10$ از درجهٔ دوم می‌باشد، لحظهٔ مربوط به اکسترمم تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + 8t - 10 \xrightarrow[b=+8]{a=-2} t' = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times (-2)} = 2s$$

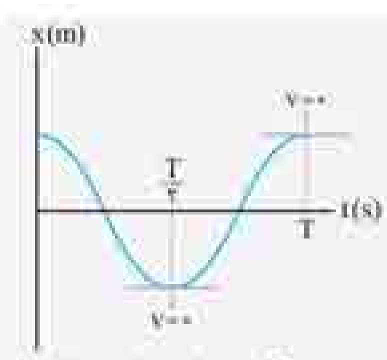
گام دوم: لحظهٔ $t' = 2s$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم تا فاصلهٔ جسم از مبدأ مکان را به‌دست آوریم.

$$x = -2t^2 + 8t - 10 \xrightarrow{t=2s} x = -2m$$

گام سوم: چون فاصله تا مبدأ مورد نظر است، مقدار $x = 2\,m$ پاسخ درست است.

تذکر: علامت منفی در مقدار $x = -2m$ به معنی این است که جسم در ۲ متری مبدأ مکان و در سمت منفی محور قرار دارد.

۹۷. گزینه ۱



یادآوری: ۱ تابع کسینوسی دارای اکسترمم‌های (بیشینه و کمینه‌های نسبی) متوالی است و بین دو اکسترمم به اندازهٔ نصف دورهٔ تناوب فاصلهٔ زمانی است.

۲ در نمودار مکان ـ زمان، در نقاط اکسترمم، جسم متوقف می‌شود. (چون شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که نشانگر v است در این لحظات صفر است.)

۳ دورهٔ حرکت تابع کسینوسی $x = a\cos(bt)$ از رابطهٔ $T = \frac{2\pi}{b}$ به‌دست می‌آید.

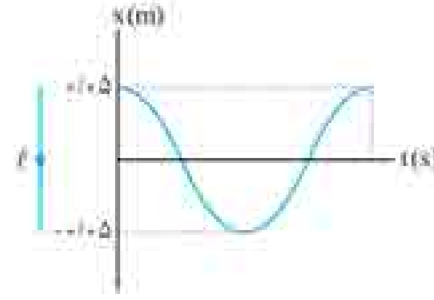
گام اول: دورهٔ حرکت تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$x = 0/05\cos(10\pi t) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} = 0/2s$$

گام دوم: نصف دورهٔ تناوب حرکت را به‌دست می‌آوریم تا مدت زمان بین دو توقف متوالی جسم مشخص شود:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{0/2}{2} = 0/1s$$

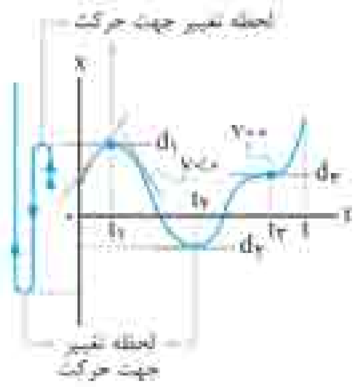
گام سوم: تابع کسینوس در لحظهٔ $t=۰$ بیشینه است، پس با قرار دادن $t=۰$ در معادله داریم:
$x=۰/۰۵\cos(۱۰\pi\times ۰)=۰/۰۵\ m$



گام چهارم: مطابق شکل، مسافت پیموده شدهٔ جسم در نیم دورهٔ حرکت برابر است با:
$\ell=۰/۰۵+۰/۰۵=۰/۱\ m$

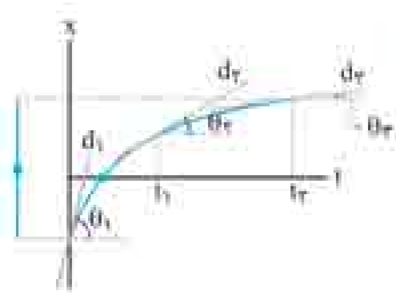
گام پنجم: تندی متوسط جسم را در این بازهٔ زمانی به‌دست می‌آوریم:
$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۰/۱}{۰/۱}=۱\ m/s$

۹۸. گزینه ۳
سوی حرکت متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2، تغییر کرده است؛ زیرا قبل از لحظهٔ t_1 علامت سرعت مثبت (شیب خط مماس مثبت) است و پس از t_1 علامت سرعت منفی است، همچنین قبل از لحظهٔ t_2 علامت سرعت منفی و پس از t_2 علامت سرعت مثبت است، در واقع نمودار شامل دو نقطهٔ اکسترمم است.



متحرک در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 متوقف شده است. (زیرا شیب خط مماس بر نمودار، در این لحظه‌ها صفر است، پس سرعت جسم در این لحظه‌ها نیز صفر است.)

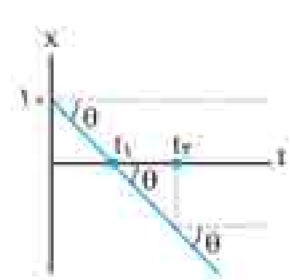
۹۹. گزینه ۴
همان‌طور که در شکل زیر ملاحظه می‌کنید، خطوط مماس بر نمودار در لحظه‌های $t=۰$، t_1 و t_2 را رسم کرده‌ایم، با گذشت زمان و ادامهٔ حرکت شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است $(\theta_3<\theta_2<\theta_1)$؛ از این رو سرعت جسم به طور پیوسته در حال کاهش می‌باشد.



پس گزینه‌های «۱» و «۳» نادرست و گزینهٔ «۴» درست است اما دربارهٔ گزینهٔ «۲»، در کنار نمودار و موازی محور مکان مسیر حرکت جسم را نیز رسم کرده‌ایم، همان طور که مشخص است، سوی حرکت جسم تا لحظهٔ t_2 به سمت مثبت محور x است.
همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار همواره زاویه‌ای کم‌تر از ۹۰° با محور زمان می‌سازد، می‌توان دریافت جهت حرکت جسم در سوی مثبت محور x است.

نکته: در نمودار مکان ـ زمان (حرکت روی خط راست)، در نقاط اکسترمم، جهت حرکت عوض می‌شود.

۱۰۰. گزینه ۱

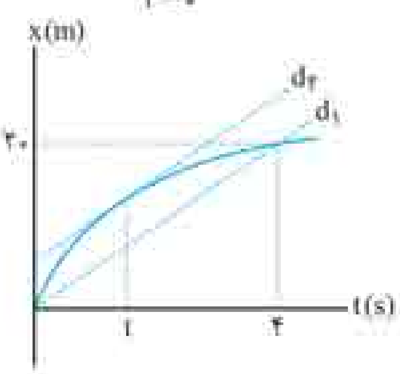


در این سؤال چون شیب نمودار مکان ـ زمان، در همهٔ لحظه‌ها مقداری ثابت و یکسان است، سرعت متوسط جسم در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت (لحظه‌ای) جسم در هر لحظه از حرکت جسم است. پس در لحظهٔ t_2، بزرگی سرعت برابر $۵\ m/s$ است.

۱۰۱. گزینه ۲
شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در هر لحظه، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه اتومبیل از حالت سکون شروع به حرکت کرده $(v_0=۰)$ و در نهایت نیز متوقف شده است $(v_{\text{نهایی}}=۰)$، باید نموداری را انتخاب کنیم که شیب مماس بر آن در ابتدا و انتهای حرکت برابر صفر باشد، که این ویژگی تنها در گزینهٔ «۲» وجود دارد.

۱۰۲. گزینه ۴
دقت کنید که شیب خط مماس بر هر سه نمودار در لحظهٔ $t=۰$ و لحظهٔ توقف برابر صفر است و بین این دو لحظه اندازهٔ شیب خط مماس ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود، که مربوط به جسمی است که از حالت سکون به حرکت درمی‌آید و سپس دوباره می‌ایستد. در گزینهٔ «۱» جهت حرکت همواره مثبت است و جسم از مکان منفی وارد مکان مثبت می‌شود. در گزینهٔ «۲» جهت حرکت همواره مثبت است و مکان جسم نیز همواره مثبت است. در گزینهٔ «۳» جهت حرکت همواره منفی است و جسم از مکان مثبت به مکان منفی وارد می‌شود.

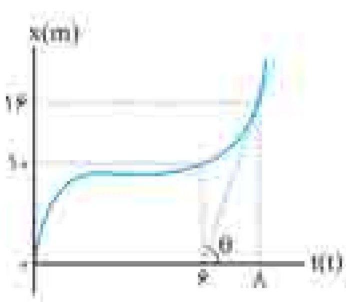
۱۰۳. گزینه ۱
گام اول: شیب خط d_1 را به‌دست می‌آوریم: d_1 شیب $=\frac{۲۰-۰}{۴-۰}=۵m/s$



گام دوم: چون خط d_2 در لحظهٔ t بر نمودار مکان ـ زمان جسم مماس است، سرعت جسم در لحظهٔ t برابر شیب خط d_2 است و چون دو خط d_1 و d_2 موازی هستند (یعنی شیب خط d_2 برابر شیب خط d_1 است)، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در لحظهٔ t برابر $۵m/s$ است:
d_1 شیب $=d_2$ شیب $=۵m/s\Rightarrow v_t=d_2$ شیب $=۵m/s$

۱۰۴. گزینه ۳
شیب خط در نمودار $x-t$ برابر سرعت است و بیشترین شیب مربوط به بازه‌ای است که نمودار به‌صورت خط است و با توجه به خانه‌های این نمودار بازهٔ زمانی $t=۱۰s$ تا $t=۱۶s$ مربوط به بیشترین سرعت است.
$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۷\times ۶}{۶}=۷m/s$
چون ۵ قسمت نمودار محور y ها ۳۰ واحد است، پس هر قسمت آن را ۶ واحد در نظر می‌گیریم و چون از لحظهٔ ۱۰s تا ۱۶s، ۷ قسمت داریم، در نتیجه ۷×۶ یعنی ۴۲ متر بالا رفتیم.

۱۰۵. گزینه ۴

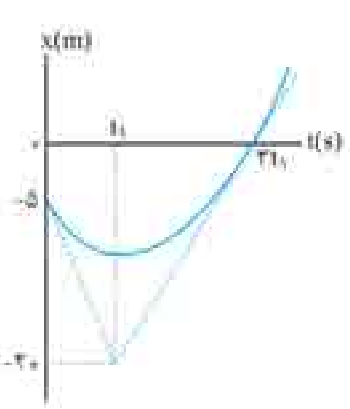


گام اول: برای محاسبهٔ سرعت جسم در لحظهٔ $t=۸s$، شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=۸s$ که مربوط به مکان $x=۱۶m$ است را به‌دست می‌آوریم:
$v_۸=\frac{۱۶-۰}{۸-۶}=\frac{۱۶}{۲}\Rightarrow v_۸=۸m/s$
(می‌توانستیم با استفاده از روابط مثلثاتی نیز شیب خط مماس را به‌دست آوریم)
$\text{شیب خط مماس}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۱۶}{۲}=۸m/s$

گام دوم: برای محاسبهٔ سرعت متوسط در ۸ ثانیهٔ اول از رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم:
$v_{av}=\frac{۱۶-۰}{۸-۰}=۲m/s$

گام سوم: نسبت $\frac{v_۸}{v_{av}}$ را به‌دست می‌آوریم: $\frac{v_۸}{v_{av}}=\frac{۸}{۲}=۴$

۱۰۶. گزینه ۲



گام اول: با توجه به نمودار می‌توان دریافت که در لحظهٔ $۲t_1$، جسم از مکان $x=۰\ m$ یعنی مبدأ مکان عبور می‌کند و برای محاسبهٔ سرعت لحظه‌ای جسم در این مکان، شیب خط مماس بر نمودار را می‌توان به‌دست آورد؛ بنابراین می‌توان نوشت:
$v_{۲t_1}=\frac{۰-(-۲۰)}{۲t_1-t_1}=\frac{۲۰}{۲t_1}=\frac{۱۰}{t_1}$

علامت شتاب منفی است، یعنی شتاب در خلاف جهت حرکت آسانسور و رو به بالاست.

گام سوم: نیروی طناب را می‌توان از قانون دوم نیوتون حساب کرد (جهت مثبت رو به پایین):

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow T = m(g-a)$$
$$\Rightarrow T = m \times (10+2) = 12m$$

گام چهارم: نسبت نیروی طناب به نیروی وزن جسم برابر است با:

$$\frac{T}{mg} = \frac{12m}{10m} = 1/2$$

۶۹۲. گزینه ۴

گام اول: هنگامی‌که آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب آسانسور نسبت به زمین صفر است. اگر هر جسمی را در این حالت درون آسانسور رها کنیم، شتاب جسم نسبت به زمین و نسبت به آسانسور برابر g خواهد بود. به عبارت دیگر، پس از این‌که جسم رها می‌شود، بر جسم فقط نیروی گرانشی اثر می‌کند و بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

گام دوم: چون شتاب حرکت گلوله برابر $a = g$ و سرعت اولیهٔ آن نسبت به آسانسور صفر است، از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان یعنی $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = 1m \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = \sqrt{0/2}\ s$$

۶۹۳. گزینه ۲

یادآوری: اگر برایند سه بردار که در یک نقطه اثر می‌کنند صفر باشد، می‌توان نشان داد که برایند دو بردار برابر قرینهٔ بردار سوم است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

گام اول: به این دلیل که شتاب آسانسور به طرف بالاست (کندشونده رو به پایین حرکت می‌کند)، برای دو نیروی T' و mg می‌توانیم رابطهٔ زیر را بر اساس قانون دوم نیوتون بنویسیم (جهت بالا را مثبت در نظر می‌گیریم):

$$T' - mg = ma \Rightarrow T' = 20 + 4 = 24N$$

گام دوم: سر دیگر نخ متصل به جرم m، به نقطهٔ O وصل است و دو نخ دیگر با کشش‌های T_1 و T_2 نیز در نقطهٔ O متصل‌اند. دقت کنید هرچند آسانسور با شتاب رو به بالا حرکت می‌کند، اما چون جرم نقطهٔ O ناچیز است، برایند سه نیروی T_1، T_2 و T' برابر صفر است:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}' = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{T}'$$

پس بزرگی برایند $\vec{T}_1$ و $\vec{T}_2$ برابر با $24N$ و جهت آن به‌طرف بالاست.

۶۹۴. گزینه ۴

لختی ویژگی از جسم و جرم است که تمایل به حفظ حرکت خود دارد.

۶۹۵. گزینه ۴

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نیروی گرانش از محیط گوناگون و خلأ عبور می‌کند.

گزینه «۲»: هنگام سقوط جسم در هوا نیروی مقاومت هوا بر جسم به طرف بالا وارد می‌شود و سبب می‌شود که شتاب جسم کم‌تر از شتاب g باشد

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a < g$$

گزینه «۳»: واکنش نیروی وزن (یعنی زمین بر جسم) نیرویی است که جسم بر زمین وارد می‌کند.

گزینه «۴»: نیروی گرانش زمین بر یک جسم به مکان جسم بستگی دارد؛ زیرا بنابر رابطهٔ $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ اگر فاصلهٔ جسم از زمین افزایش یابد، نیروی گرانش کاهش می‌یابد.

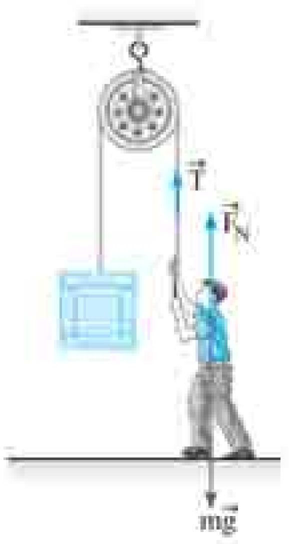
۶۹۶. گزینه ۱

گام اول: بنابر قانون دوم نیوتون می‌توانیم برایند نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را برابر $m\vec{a}$ قرار دهیم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$$
$$\Rightarrow (2\vec{i} - 4\vec{j}) + (10\vec{i} + 13\vec{j}) = 0/5\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 24\vec{i} - 18\vec{j}\ m/s^2$$

گام دوم: بزرگی شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم: $a = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 m/s^2$

۶۹۷. گزینه ۲



گام اول: اگر شخص نیروی $200N$ بر طناب به طرف پایین وارد کند، بنابر قانون سوم نیوتون طناب نیز بر شخص نیروی $200N$ به طرف بالا وارد می‌کند و آن را با T نشان داده‌ایم.

گام دوم: وزن شخص $mg = 850N$ است و به‌طرف پایین می‌باشد. پس چون نیروی کشش طناب بر شخص کم‌تر از وزن او است، شخص روی زمین قرار دارد و بر زمین نیرو وارد می‌کند و نیروی عمودی زمین نیز بر شخص به‌طرف بالا اثر می‌کند.

گام سوم: چون شخص ساکن است برایند نیروهای وارد بر آن صفر است و رابطه آن را می‌نویسیم:

$$F_{net} = 0N \Rightarrow T + F_N - mg = 0 \Rightarrow 200 + F_N - 850 = 0 \Rightarrow F_N = 650N$$

۶۹۸. گزینه ۲

نیرویی که شخص بر قایق وارد می‌کند به قایق شتاب می‌دهد. واکنش این نیرو از قایق بر شخص وارد می‌شود و شخص با شتاب $2m/s^2$ روی اسکله می‌پرد. بنابر قانون سوم نیوتون بزرگی این دو نیرو با یکدیگر برابر است:

$$\underset{(\text{قایق بر شخص})}{F_1} = \underset{(\text{شخص بر قایق})}{F_2}$$

و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = m_2 a_2$$
$$\xrightarrow[m_2 = 120kg]{a_1 = 2m/s^2,\ m_1 = 60kg} 60 \times 2 = 120 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 1 m/s^2$$

۶۹۹. گزینه ۲

یادآوری: چگالی یک جسم توپر از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ و حجم مکعب از رابطهٔ $V = \ell^3$ به‌دست می‌آید. (ℓ ضلع مکعب است.)

گام اول: از معادلهٔ شتاب ثابت یعنی $a = \frac{v - v_0}{t}$، می‌توانیم شتاب جسم را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow[t=5s]{v=10m/s,\ v_0=0m/s} a = \frac{10-0}{5} = 2m/s^2$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون یعنی $F_{net} = ma$ را به‌کار می‌گیریم و جرم جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow[a=2m/s^2]{F_{net}=5N} m = \frac{5}{2} = 2/5kg$$

گام سوم: با استفاده از مکعب $V = \ell^3$ و رابطهٔ چگالی یک جسم می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[V=(0/1)^3=10^{-3}m^3]{m=2/5kg} \rho = \frac{2/5}{10^{-3}} = 2500 kg/m^3 \Rightarrow \rho = 2/5\ g/cm^3$$

۷۰۰. گزینه ۴

گام اول: در حالتی که مقاومت هوا ناچیز باشد و نیروی دیگری به‌جز وزن بر جسم اثر نکند، شتاب جسم برابر شتاب گرانش است.

$$mg = ma \Rightarrow a = g$$

گام دوم: شتاب جسم ثابت و برابر $g=۱۰m/s^۲$ است و می‌توانیم از معادلهٔ سرعت ـ زمان یعنی $v=at+v_۰$ استفاده کنیم و به‌ازای $t=۵s$، سرعت جسم (v) را به‌دست آوریم:

$$v=at+v_۰ \xrightarrow[a=۱۰m/s^۲]{v_۰=۰m/s,\ t=۵s} v=۱۰\times۵+۰ \Rightarrow v=۵۰m/s$$

۷۰۱. گزینه ۴

همواره دقت کنید که جهت شتاب آسانسور کدام سمت است. در این‌جا جهت شتاب مشخص نشده است پس می‌تواند به‌طرف بالا یا به‌طرف پایین باشد و می‌توان نوشت:

اگر شتاب رو به بالا باشد:

$$F_N-mg=ma \Rightarrow F_N=m(g+a) \Rightarrow F_N=۶۰(۱۰+۲)=۷۲۰N$$

اگر شتاب رو به پایین باشد:

$$mg-F_N=ma \Rightarrow F_N=m(g-a) \Rightarrow F_N=۶۰(۱۰-۲)=۴۸۰N$$

بنابراین هم گزینه «۲» و هم گزینه «۳» می‌تواند درست باشد.

۷۰۲. گزینه ۴

گام اول: در حالت اول برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر $m\vec{a}$ قرار می‌دهیم:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_۱+\vec{F}_۲=m\vec{a} \quad \boxed{۱}$$

گام دوم: اگر $\vec{F}_۱$ حذف شود داریم:

$$\vec{F}_۲=-m\vec{a} \quad \boxed{۲}$$

گام سوم: از دو معادلهٔ $\boxed{۱}$ و $\boxed{۲}$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$\vec{F}_۱-m\vec{a}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_۱=۲m\vec{a} \Rightarrow F_۱=۲F_۲$$

گام چهارم: برایند دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ که بر هم عمود باشند را به‌دست می‌آوریم:

$$F'_{net}=\sqrt{F_۱^۲+F_۲^۲}=\sqrt{(۲F_۲)^۲+F_۲^۲}=\sqrt{۵}F_۲$$

$$\sqrt{۵}F_۲=ma' \xrightarrow{F_۲=ma} \sqrt{۵}a=a' \Rightarrow \frac{a'}{a}=\sqrt{۵}$$

۷۰۳. گزینه ۱

گام اول: از نقش قطره‌های روغن می‌توان دریافت که حرکت جسم شتاب‌دار است و می‌توان فرض کرد. جابه‌جایی‌های اتومبیل در مدت زمان‌های ۲s و متوالی، معادل فاصلهٔ قطره‌های روغن است. این جابه‌جایی‌ها یک تصاعد حسابی با قدر نسبت ۲m را تشکیل می‌دهند. شتاب اتومبیل ثابت است و از رابطهٔ تصاعد در حرکت شتاب‌دار می‌توان نوشت:

$$d=aT^۲ \xrightarrow[d=۲m]{T=۲s} ۲=a\times۲^۲ \Rightarrow a=۰/۵m/s^۲$$

گام دوم: از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی پیشران اتومبیل را به‌دست می‌آوریم:

$$F-f=ma \Rightarrow F-۲۰۰=۸۰۰\times\frac{۱}{۲} \Rightarrow F=۶۰۰N$$

۷۰۴. گزینه ۴

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ رابطهٔ $f_s=\mu_s F_N$ فقط برای حالتی برقرار است که جسم در آستانهٔ حرکت باشد.

ب) نادرست؛ هنگامی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی می‌تواند حداکثر برابر نیروی محرک باشد.

پ) نادرست؛ هنگامی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیروی خالصی است که بر جسم وارد می‌شود و در این حالت نیروی عمودی سطح تأثیری بر نیروی اصطکاک ندارد.

ت) نادرست؛ مثلاً هنگامی که شروع به حرکت می‌کنیم، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر پاهای ما وارد می‌شود و سبب حرکت ما می‌شود. در این حالت نیروی اصطکاک هم‌جهت با حرکت بر بدن ما وارد می‌شود.

۷۰۵. گزینه ۴

بررسی سایر گزینه‌ها

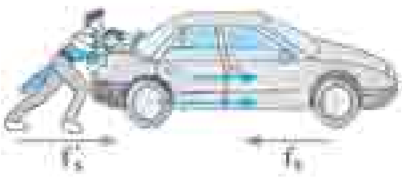
گزینه «۱» نادرست؛ زیرا در حالتی که مداد را در دست گرفته‌ایم، با اضافه کردن نیرو به مداد، نیروی عمودی وارد بر آن را زیاد می‌کنیم و چون ساکن است نیروی اصطکاک برابر نیروی وزن است. در نتیجه نیروی اصطکاک نیز ثابت می‌ماند.

گزینه «۲» نادرست؛ ضریب اصطکاک به جنس سطوح و زبری و نرمی آن‌ها بستگی دارد، اما نیروی اصطکاک علاوه بر این موضوع، به نیرویی که جسم را می‌خواهد حرکت دهد و همچنین به نیروی عمودی نیز بستگی دارد.

گزینه «۳» نادرست؛ اگر اصطکاک ناچیز باشد، درگیر شدن کف کفش با زمین صورت نمی‌گیرد و زمین بر ما نیرو وارد نمی‌کند و حرکت امکان‌پذیر نیست.

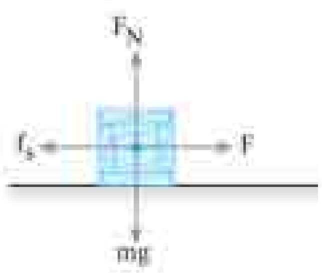
۷۰۶. گزینه ۲

گام اول: برای این‌که اشخاص بتوانند بر اتومبیل نیرو وارد کنند، باید از طریق پاها بر سطح زمین به طرف عقب نیرو وارد کنند و واکنش این نیرو، نیرویی است که از سطح زمین بر اشخاص به طرف جلو وارد می‌شود و این نیرو، نیروی اصطکاک است.



گام دوم: اشخاص نیروی خود را بر اتومبیل به طرف جلو وارد می‌کنند و اتومبیل تمایل به حرکت به طرف جلو دارد، پس نیروی اصطکاک وارد بر اتومبیل به طرف چپ وارد می‌شود.

۷۰۷. گزینه ۴



همواره یادتان باشد، جسمی که ساکن است، در حال تعادل است و برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. در این سؤال نیروهای وارد بر جسم را در شکل روبه‌رو رسم کرده‌ایم. در راستای موازی سطح دو نیرو بر جسم اثر می‌کنند و برایند این نیروها برابر صفر است:

$$F-f_s=۰ \Rightarrow F=f_s$$

نتیجهٔ دیگری که می‌توان از این تساوی گرفت، این است که چون نیروی اصطکاک ایستایی همواره کوچک‌تر یا مساوی $f_{s,max}$ است، می‌توان نوشت:

$$۰<f_s\le f_{s,max} \Rightarrow ۰<f_s\le\mu_s mg \Rightarrow ۰<f_s\le۰/۴\times۴۰ \Rightarrow ۰<f_s\le۱۶N$$

بنابراین اگر نیروی F کم‌تر یا برابر با $۱۶N$ باشد، نیروی اصطکاک برابر نیروی F و کم‌تر یا برابر $۱۶N$ می‌تواند باشد.

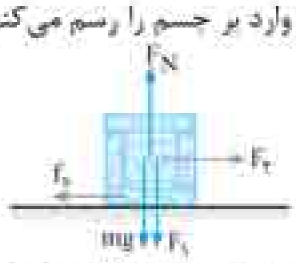
۷۰۸. گزینه ۴

گام اول: اگر نیروی $۶N$ کم‌تر از بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی یعنی $f_{s,max}=\mu_s F_N$ باشد، جسم ساکن می‌ماند، اما نیروی اصطکاک از $۵N$ به $۶N$ افزایش می‌یابد.

گام دوم: اگر نیروی $۶N$ بیشتر از $f_{s,max}$ باشد، جسم شروع به حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک از نوع جنبشی می‌شود. (همان‌طور که به یاد دارید نیروی اصطکاک جنبشی از نیروی اصطکاک ایستایی کم‌تر است.)

۷۰۹. گزینه ۳

گام اول: در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام دوم: چون جسم ساکن است، بنا به قانون اول نیوتون، نیروهای وارد بر جسم باید متوازن باشند. بنابراین در هر یک از راستاهای موازی سطح و عمود بر سطح، برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$F_T=۰\begin{cases}F_x=۰ \Rightarrow F_۲-f_s=۰ \Rightarrow F_۲=f_s & \boxed{۱}\\ F_y=۰ \Rightarrow F_N-F_۱-mg=۰ \Rightarrow F_N=mg+F_۱ & \boxed{۲}\end{cases}$$

گام سوم: با توجه به معادلهٔ $\boxed{۲}$، زمانی که $F_۱$ زیاد می‌شود، F_N نیز زیاد می‌شود که در نتیجهٔ آن $f_{s,max}$ $(f_{s,max}=\mu_s F_N)$ زیاد می‌شود، اما مقدار f_s تغییری نمی‌کند.

گام چهارم: با توجه به رابطهٔ $\boxed{۲}$، با ۲ برابر شدن $F_۱$، به این دلیل که نیروی وزن $W=mg$ ثابت است، F_N کم‌تر از ۲ برابر زیاد می‌شود.

۱۳۸۱. گزینه ۳

روش ۱ زاویهٔ بین جبهه‌های موج بازتابیده با سطح مانع $\alpha=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ است.

بنابراین با نوشتن رابطهٔ بین زوایای داخلی برای مثلث هاشورخورده داریم:

$\alpha+\beta+90^\circ=180^\circ \xrightarrow{\alpha=50^\circ} \beta=40^\circ$

بنابراین $\theta_i=\theta_r=90^\circ-\beta=50^\circ$ است.

روش ۲ زاویه‌ای که جبهه‌های موج بازتابیده (یا تابیده) با سطح مانع تخت می‌سازند، برابر با زاویهٔ بازتابش است.

بنابراین داریم: $\theta_i=\theta_r=\alpha=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

۱۳۸۲. گزینه ۳

گام اول: در مثلث هاشورخورده داریم: $\beta+90^\circ=150^\circ \Rightarrow \beta=60^\circ$

یادآوری: زاویهٔ انحراف پرتوی تابش پس از بازتاب برابر $180^\circ-2\theta$ است که $\theta=\theta_i=\theta_r$ است.

β همان زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع تخت است؛ بنابراین این زاویه برابر با زاویهٔ تابش است.

$\beta=\theta_i=\theta_r=60^\circ$

گام دوم: حال به‌سادگی زاویهٔ انحراف پرتوی موج را به‌دست می‌آوریم:

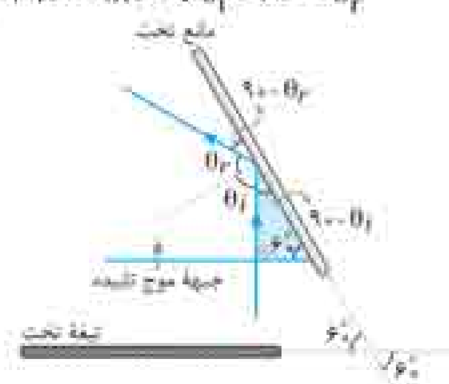
$D=180^\circ-2\theta_i=180^\circ-2\times(60^\circ)=60^\circ$

۱۳۸۳. گزینه ۴

گام اول: تیغهٔ تخت، جبهه‌های موجی موازی خود ایجاد می‌کند. بنابراین زاویهٔ برخورد جبهه‌های تابیده با سطح مانع طبق ویژگی خطوط موازی و مورب، 60° است.

گام دوم: پرتوی موج تابیده را مطابق شکل، عمود بر جبههٔ موج تابیده رسم می‌کنیم و در مثلث هاشورخورده، رابطهٔ زوایای داخلی را می‌نویسیم:

$60^\circ+(90^\circ-\theta_i)+90^\circ=180^\circ \Rightarrow \theta_i=60^\circ=\theta_r$



گام سوم: زاویهٔ پرتوی موج بازتابیده با سطح مانع برابر با $90^\circ-\theta_r=30^\circ$ است.

۱۳۸۴. گزینه ۲

همان‌طور که در درسنامه گفته شد، زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده با هم می‌سازند برابر با $\beta=2\theta_i$ یا $\alpha=180-2\theta_i$ می‌باشد. در این تست $\theta_i=60^\circ$ است؛ در نتیجه $\beta=120^\circ$ و $\alpha=60^\circ$ است. در بین گزینه‌ها فقط $\alpha=60^\circ$ وجود دارد که پاسخ درست مسأله است.

۱۳۸۵. گزینه ۴

همان‌طورکه در درسنامه گفته شد، اگر زاویهٔ تابش را θ در نظر بگیریم، زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده با جبهه‌های موج بازتابیده 2θ یا $180-2\theta$ است.

بنابراین داریم:

۱ $2\theta=80^\circ \Rightarrow \theta=40^\circ$

۲ $180^\circ-2\theta=80^\circ \Rightarrow \theta=50^\circ$

بنابراین بسته به شرایط هر یک از گزینه‌های «۱» و «۲» می‌تواند درست باشد.

۱۳۸۶. گزینه ۲

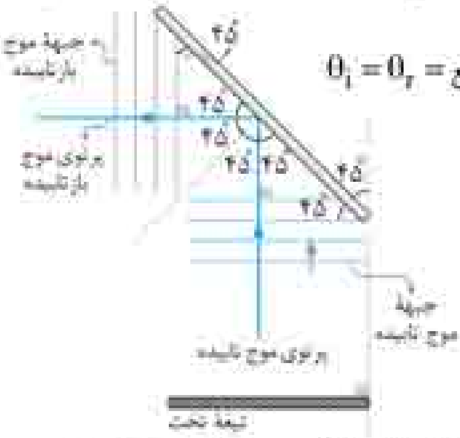
طبق نکتهٔ گفته‌شده در درسنامه زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده با جبهه‌های موج بازتابیده یعنی 2θ برابر 70° داده شده است؛ بنابراین داریم:

$2\theta=70^\circ \Rightarrow \theta=35^\circ \Rightarrow \theta_i=\theta_r=\theta=35^\circ$

۱۳۸۷. گزینه ۲

گام اول: تیغهٔ تخت، جبههٔ موج تابیده‌ای مطابق شکل ایجاد می‌کند. این جبهه‌ها با زاویهٔ 45° به مانع برخورد می‌کنند. برای به‌دست آوردن جبهه‌های موج بازتابیده، پرتوی موج تابش را عمود بر جبهه‌های موج تابیده رسم کرده و زوایای تابش و بازتابش را تعیین می‌کنیم.

$\theta_i=\theta_r=$ زاویهٔ برخورد جبههٔ موج تابیده با مانع $=45^\circ$

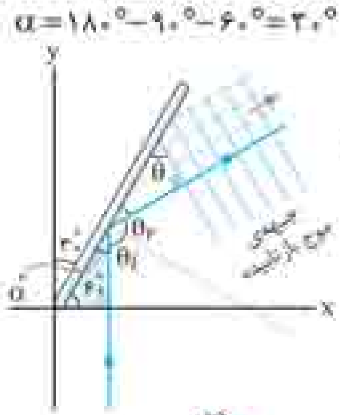


گام دوم: پرتوی موج بازتابش را با زاویهٔ بازتابش 45° رسم کرده و جبهه‌های موج بازتابیده را عمود بر آن مطابق شکل رسم می‌کنیم. (توجه کنید که زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج بازتابیده با مانع برابر زاویهٔ تابش است.)

۱۳۸۸. گزینه ۴

گام اول: در ابتدا مطابق شکل پرتوی موج تابیده و بازتابیده را رسم کرده و در مثلث هاشورخورده، زاویهٔ برخورد پرتوی موج با سطح مانع را محاسبه می‌کنیم:

$\alpha=180^\circ-90^\circ-60^\circ=30^\circ$



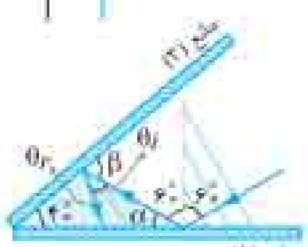
بنابراین $\theta_i=\theta_r=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ است.

گام دوم: جبهه‌های موج بازتابیده را عمود بر پرتوی موج بازتابیده رسم می‌کنیم. زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج بازتابیده با سطح مانع برابر است با:

$(90^\circ-\theta_r)+90^\circ+\theta=180^\circ$

$\xrightarrow{\theta_r=60^\circ} 30^\circ+\theta=90^\circ \Rightarrow \theta=60^\circ$

۱۳۸۹. گزینه ۱



گام اول: زاویهٔ تابش در برخورد پرتوی تابش با مانع (۱) برابر 60° است. از آن‌جایی که طبق قانون بازتاب عمومی $\theta_i=\theta_r=60^\circ$ است، زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم:

$\alpha=90^\circ-\theta_r=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

گام دوم: رابطهٔ بین زوایای داخلی و خارجی مثلث هاشورخورده را می‌نویسیم:

$\beta=\alpha+40^\circ \Rightarrow \beta=30^\circ+40^\circ=70^\circ$

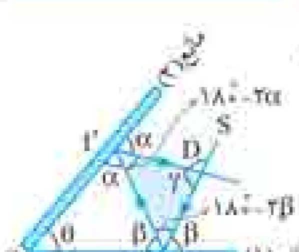
گام سوم: با توجه به این‌که $\beta=90^\circ-\theta_i$ است، داریم:

$\beta=90^\circ-\theta_i \Rightarrow \theta_i=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

و با استفاده از قانون بازتاب عمومی داریم:

$\theta_i=\theta_r=20^\circ$

۱۳۹۰. گزینه ۲



روش ۱ سؤال از ما زاویهٔ انحراف جبههٔ موج را خواسته است؛ بنابراین باید زاویهٔ D را به‌دست آوریم.

گام اول: در مثلث OII' داریم:

$\alpha+\beta+\theta=180^\circ \Rightarrow \alpha+\beta=180^\circ-\theta$ (*)

گام دوم: در مثلث هاشورخورده، رابطهٔ بین زوایای داخلی را می‌نویسیم:

$(180^\circ-2\beta)+(180^\circ-2\alpha)+\gamma=180^\circ \Rightarrow 2(\alpha+\beta)-180^\circ=\gamma$

$\xrightarrow{(*)} 2\times(180^\circ-\theta)-180^\circ=\gamma \Rightarrow \gamma=180^\circ-2\theta$

گام سوم: زاویهٔ D را که برابر $۱۸۰^\circ - \gamma$ است، محاسبه می‌کنیم:

$$D = ۱۸۰^\circ - \gamma \xrightarrow{\gamma = ۱۸۰^\circ - ۲\theta} D = ۱۸۰^\circ - (۱۸۰^\circ - ۲\theta) = ۲\theta$$

بنابراین انحراف مسیر حرکت پرتوها، به زاویهٔ تابش جبهه‌های موج بستگی ندارد و فقط به زاویهٔ بین دو مانع وابسته است.

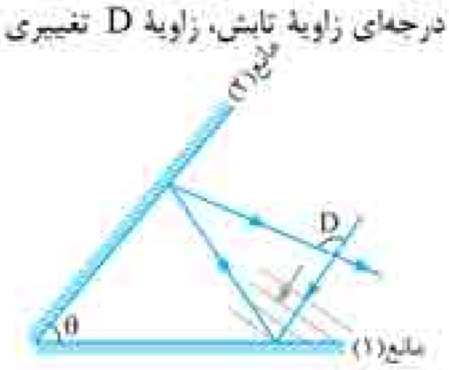
روش ۲ طبق نکتهٔ گفته شده در درسنامه، زاویهٔ انحراف پس از یک برخورد با هر مانع برابر با ۲θ می‌باشد (یعنی اگه این نکته رو یادمون باشه، دیگه نیازی به این همه محاسبه نیست).

۱۳۹۱. گزینه ۱

اگر زاویهٔ بین دو مانع را θ در نظر بگیریم، زاویهٔ انحراف بین پرتوی موج تابیده و پرتوی بازتابیده برابر $D = ۲\theta$ است. $D = ۲\theta \xrightarrow{D = ۸۰^\circ} ۸۰^\circ = ۲\theta \Rightarrow \theta = ۴۰^\circ$

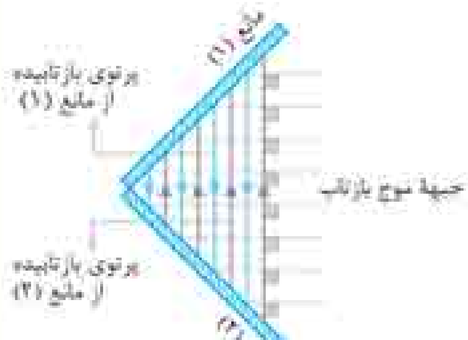
۱۳۹۲. گزینه ۱

زاویه‌ای که پرتوی بازتابیده از مانع (۲) با پرتوی تابیده بر مانع (۱) می‌سازد، برابر $D = ۲\theta$ است. یعنی زاویهٔ انحراف پرتوهای تابیده و بازتابیده فقط به زاویهٔ بین دو مانع تخت بستگی داشته و مستقل از زاویهٔ تابش است.
بنابراین با افزایش ۲۰ درجه‌ای زاویهٔ تابش، زاویهٔ D تغییری نمی‌کند.

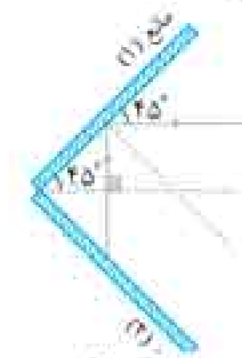


۱۳۹۳. گزینه ۲

پرتوهای ورودی با زاویهٔ ۴۵° به سطح مانع تخت برخورد کرده‌اند و مطابق شکل (۱) بازتابش شده‌اند. برای رسم جبههٔ موج بازتاب، به پرتوهای موج بازتاب نیاز داریم. پرتوهای بازتاب از مانع (۱) و (۲) را به‌صورت یکی در میان در شکل (۲) رسم کرده‌ایم؛ بنابراین جبهه‌های موج بازتابیده خطوطی عمود بر پرتوهای موج بازتابیده هستند.

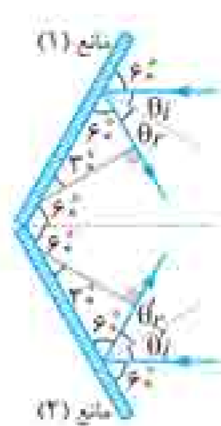


شکل (۲)



شکل (۱)

۱۳۹۴. گزینه ۲



گام اول: ابتدا مطابق شکل، پرتوهای موج تابیده و بازتابیده را رسم کرده و زوایای تابش و بازتابش را به‌دست می‌آوریم:
با استفاده از ویژگی خطوط موازی و مورب، زاویهٔ برخورد پرتوی تابیده با سطح مانع برابر ۶۰° است؛ بنابراین زاویهٔ تابش و بازتابش برابراست با:

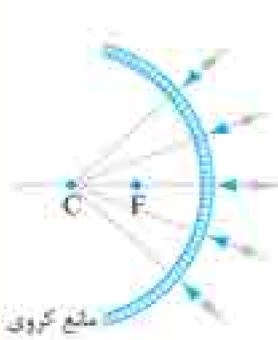
$$\theta_i = \theta_r = ۹۰^\circ - ۶۰^\circ = ۳۰^\circ$$

(برای پرتوهای تابیده به مانع (۲) نیز با استدلالی مشابه داریم $\theta'_i = \theta'_r = ۳۰^\circ$)

گام دوم: یک جبههٔ موج را به نمایندگی از جبهه‌های موج بازتابیده برای هر مانع عمود بر پرتوهای بازتابیده رسم می‌کنیم.

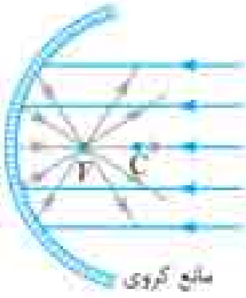
گام سوم: زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج با سطح مانع برابر با زاویهٔ تابش است؛ بنابراین زاویهٔ برخورد جبهه‌های موج با سطح دو مانع برابر ۳۰° است.

۱۳۹۵. گزینه ۳



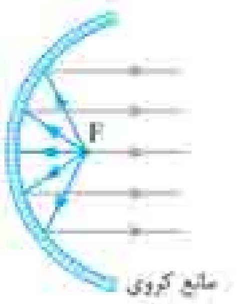
اگر امتداد پرتوهای موج تابیده به مانع کروی، مطابق شکل از مرکز مانع بگذرند، پرتوهای موج بازتابیده روی پرتوهای امواج تابیده باز خواهند گشت؛ بنابراین مطابق شکل، پرتوهای بازتابیده خطوطی هستند که امتداد آن‌ها در مرکز مانع کروی همگرا می‌شوند.

۱۳۹۶. گزینه ۳



می‌دانیم در مانع کروی، اگر پرتوهای تابش موازی محور اصلی به مانع کروی بتابند، پرتوهای بازتابش همگی پس از بازتاب در کانون مانع کروی همگرا خواهند شد.

۱۳۹۷. گزینه ۱



همان‌طور که می‌دانیم، گوی کوچکی که در تشت موج نوسان می‌کند، پرتوهای شعاعی ایجاد می‌کند. در این تست گوی روی کانون مانع کروی قرار دارد؛ بنابراین پرتوهای شعاعی ایجاد شده از کانون عبور کرده و به مانع می‌تابند. پس پرتوهای موج بازتابیده موازی محور اصلی مانع از سطح مانع بازتاب خواهند شد.

۱۳۹۸. گزینه ۱

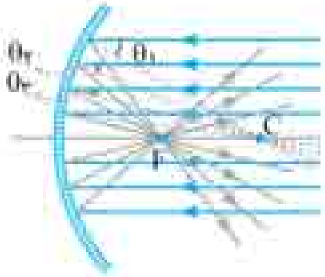
گوی کوچک، پرتوهای شعاعی مطابق شکل ایجاد خواهد کرد. همان‌طور که می‌دانید، اگر پرتوهای موج تابش از مرکز مانع کروی بگذرند و به مانع کروی بتابند، پرتوهای موج بازتابیده روی پرتوهای تابش بازخواهند گشت.

۱۳۹۹. گزینه ۲

پرتوهای موج همواره عمود بر جبهه‌های موج هستند. در این سؤال، پرتوهای موج، شعاعی و به مرکزیت نقطهٔ S (چشمهٔ موج) هستند. با توجه به این‌که در یک دایره (کره) شعاع همواره بر سطح عمود است، بنابراین جبهه‌های موج در دو بُعد، دایره و در سه بُعد، کره‌هایی به مرکزیت محل برخورد پرتوهای موج هستند.

تذکر: برای تشخیص سریع جواب تست و انتخاب ساده‌تر بین گزینه‌های «۲» و «۳»، به مرکزیت نقطهٔ S توجه کنید.

۱۴۰۰. گزینه ۳

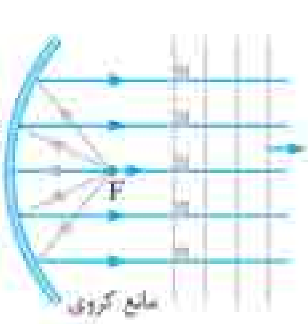


مطابق شکل، پرتوهای موج را عمود بر جبهه‌های موج رسم می‌کنیم. می‌دانیم که پرتوهای تابش موازی با محور اصلی، همگی پس از بازتاب از کانون عبور می‌کنند؛ بنابراین پرتوهای موج بازتابیده در فاصلهٔ $F = \frac{C}{۲} = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵\,\text{cm}$ از مانع همگرا می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه «۱» نادرست؛ چون پرتوهای موج بازتابیده موازی نیستند، موج بازتابیده تخت نیست.
گزینه «۲» نادرست؛ مطابق شکل، زاویهٔ تابش پرتوهای موج تابیده در تمام قسمت‌ها یکسان نیست و در قسمت‌های بالایی بزرگ‌تر است. $(\theta_۱ > \theta_۲ > \theta_۳)$
گزینه «۴» نادرست؛ پرتوهای موج بازتابیده در کانون مانع کروی همگرا می‌شوند.

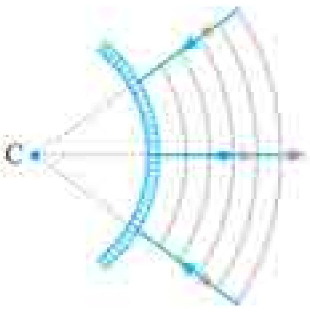
۱۴۰۱. گزینه ۱



گوی کوچک امواج شعاعی به مرکزیت کانون مانع کروی F ایجاد می‌کند. می‌دانیم که پرتوهای تابش گذرنده از کانون مانع کروی، موازی با محور اصلی مانع بازتاب می‌شوند؛ بنابراین مطابق شکل، جبهه‌های موج بازتابیده را عمود بر پرتوهای موج بازتابیده رسم می‌کنیم.

۱۴۰۲. گزینه ۱

می‌دانیم هرگاه امتداد پرتوی تابش از مرکز یک مانع کروی عبور کند، روی خودش باز می‌تابد. باید توجه داشت که چون پرتوهای موج فرودی در مرکز مانع کروی همگرا هستند، پرتوهای بازتاب واگرا هستند.



پرتوهای موج عمود بر جبهه‌های موج هستند. در این سؤال مطابق شکل، پرتوهای موج بازتابیده شعاعی به مرکزیت نقطهٔ C هستند و از آن‌جایی که در یک دایره شعاع همواره بر سطح عمود است، جبهه‌های موج در دو بعد، دایره‌ای به مرکز محل برخورد پرتوهای موج است.

گام دوم: بازهٔ زمانی داده شده را بر حسب دورهٔ تناوب محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{1}{80}}{\frac{1}{40}}=\frac{1}{2}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{2}$$

همان‌طور که در درسنامهٔ نوسان گفتیم، اگر نوسانگر هماهنگ ساده در مکان x_1 باشد، $\frac{T}{2}$ ثانیه پس از آن در مکان $x_2=-x_1$ خواهد بود، در نتیجه جابه‌جایی هر ذره برابر است با:

$$\Delta x=x_2-x_1\xrightarrow{x_2=-x_1}\Delta x=-x_1-x_1=-2x_1$$

گام سوم: حالا با استفاده از نتیجهٔ گام دوم، جابه‌جایی هر یک از ذرات A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A=-2x_{1A}\xrightarrow{x_{1A}=-2\,cm}\Delta x_A=-2\times(-2)=4\,cm$$

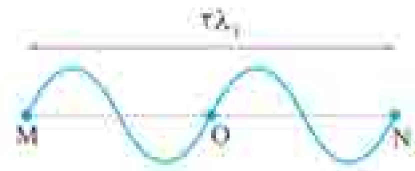
$$\Delta x_B=-2x_{1B}\xrightarrow{x_{1B}=\sqrt{3}\,cm}\Delta x_B=-2\times\sqrt{3}=-2\sqrt{3}\,cm$$

گام چهارم: حالا نسبت $|\frac{\Delta x_B}{\Delta x_A}|$ را محاسبه می‌کنیم:

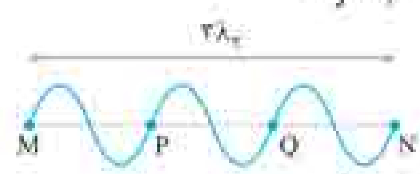
$$|\frac{\Delta x_B}{\Delta x_A}|=|\frac{-2\sqrt{3}}{4}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۵۹۹. گزینه ۴

گام اول: حداقل فاصلهٔ بین دو نقطه که وضعیت نوسانی مشابه دارند برابر با λ است. در حالت اول یک نقطهٔ دیگر نیز بین دو نقطهٔ M و N با وضعیت نوسانی مشابه وجود دارد. وضعیت M و N در این حالت مانند شکل زیر است. در این شکل N ،M و O وضعیت نوسانی مشابه دارند. $\Delta x_{MN}=2\lambda_1$



گام دوم: در حالت دوم یک نقطهٔ دیگر نیز با وضعیت نوسانی مشابه اضافه می‌شود وضعیت M و N در این حالت مانند شکل زیر است. در این شکل P ،N ،M و Q وضعیت نوسانی مشابه دارند. $\Delta x_{MN}=3\lambda_2$



گام سوم: فاصلهٔ بین M و N در هر دو حالت یکسان است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\underset{\text{(حالت اول)}}{\Delta x_{MN}}=\underset{\text{(حالت دوم)}}{\Delta x_{MN}}\Rightarrow 2\lambda_1=3\lambda_2\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{2}{3}$$

گام چهارم: با استفاده از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{f\text{ ثابت است}}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}\xrightarrow{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{2}{3}}\frac{v_2}{v_1}=\frac{2}{3}$$

گام پنجم: تندی انتشار موج در تار از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}\xrightarrow{\frac{v_2}{v_1}=\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{4}{9}$$

۱۶۰۰. گزینه ۳

گام اول: فرم کلی معادلهٔ نوسان میدان الکتریکی به‌صورت $E=E_{max}\cos\omega t$ است:

$$E=E_{max}\cos(2\pi\times10^8 t)\Rightarrow\omega=2\pi\times10^8$$

$$\xrightarrow{\omega=2\pi f}2\pi f=2\pi\times10^8\Rightarrow f=10^8\,Hz$$

گام دوم: بسامد $10^8\,Hz$ مربوط به امواج رادیویی (تلویزیون) می‌باشد.

۱۶۰۱. گزینه ۳

گام اول: طول موج را از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، محاسبه می‌کنیم:

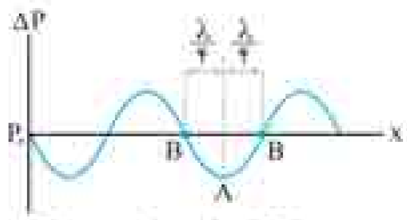
$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[f=850\,Hz]{v=340\,m/s}\lambda=\frac{340}{850}=0/4\,m\xrightarrow{\times100}\lambda=40\,cm$$

گام دوم: باید محاسبه کنیم که $\Delta x=10\,cm$ چه کسری از طول موج است:

$$\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{10\,cm}{40\,cm}=\frac{1}{4}\Rightarrow\Delta x=\frac{\lambda}{4}$$

یعنی بین دو نقطه‌ی A و B به‌اندازه‌ی $\frac{\lambda}{4}$ فاصله است.

گام سوم: نمودار تغییر فشار بر حسب مکان برای محیطی که صوت از آن عبور می‌کند مطابق شکل است.



زمانی که فشار نقطهٔ A کمینه است، یعنی در درهٔ نمودار قرار دارد. مشاهده می‌کنید که اگر از نقطهٔ A، $\Delta x=\frac{\lambda}{4}$ چه به چپ و چه به راست برویم به نقطهٔ تعادل و فشار عادی می‌رسیم، یعنی فشار در نقطهٔ B، مقدار عادی (P_0) خود را دارد.

۱۶۰۲. گزینه ۴

طبق اثر دوپلر می‌دانیم که اگر شنونده در حال نزدیک شدن به چشمهٔ صوت باشد، بسامد دریافتی توسط آن افزایش می‌یابد و به موجب این افزایش بسامد، امکان دارد که صوت وارد ناحیهٔ فراصوت شود و شنونده دیگر قادر به شنیدن این صدا نباشد؛ همچنین وقتی شنونده شروع به دور شدن از چشمه می‌کند بسامد صوت دریافتی توسط آن کاهش می‌یابد و این کاهش بسامد، ممکن است منجر به این شود که صوت وارد ناحیهٔ فروصوت شده و شنونده دیگر آن را نشنود؛ بنابراین موارد «الف» و «ب» درست هستند.

اگر شنونده شروع به حرکت به سمت چشمهٔ صوت کند، طبق اثر دوپلر، بسامد دریافتی توسط آن افزایش می‌یابد و این موضوع باعث افزایش ارتفاع صوت می‌شود؛ همچنین با نزدیک‌تر شدن شنونده به چشمه، شدت صوت نیز افزایش می‌یابد و افزایش شدت صوت منجر به افزایش بلندی صدای دریافتی می‌شود.

۱۶۰۳. گزینه ۴

پس از کشیدن دو وزنه به سمت راست و رها کردن آنها، هر کدام از وزنه‌ها پس از نیم دورهٔ نوسان $(\frac{T}{2})$ به حداکثر فشردگی خود می‌رسند. بنابراین زمان‌هایی که پس از رها کردن جرم‌های m_A و m_B دو فنر به حداکثر فشردگی می‌رسند، برابر است با:

$$\frac{T_A}{2},T_A+\frac{T_A}{2},2T_A+\frac{T_A}{2},\ldots=\frac{T_A}{2},\frac{3T_A}{2},\frac{5T_A}{2},\ldots,(2k-1)\frac{T_A}{2}$$

$$\frac{T_B}{2},T_B+\frac{T_B}{2},2T_B+\frac{T_B}{2},\ldots=\frac{T_B}{2},\frac{3T_B}{2},\frac{5T_B}{2},\ldots,(2k'-1)\frac{T_B}{2}$$

چون می‌خواهیم دو فنر به‌طور همزمان به حداکثر فشردگی خود برسند، داریم:

$$\frac{(2k-1)T_A}{2}=\frac{(2k'-1)T_B}{2}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{2k'-1}{2k-1}\quad(1)$$

با استفاده از رابطهٔ دورهٔ نوسان مجموعهٔ جرم و فنر داریم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\xrightarrow[m_B=3m_A]{k_A=3k_B}\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{m_A}{m_B}\times\frac{k_B}{k_A}}=\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\quad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\frac{1}{3}=\frac{2k'-1}{2k-1}\Rightarrow6k'-3=2k-1\Rightarrow k'=\frac{2k+2}{6}\Rightarrow k'=\frac{k+1}{3}$$

در رابطهٔ بالا چون k و k' اعداد طبیعی هستند، بنابراین اولین باری که دو فنر به‌طور همزمان به حداکثر فشردگی می‌رسند به ازای $k=2$ خواهد بود، بنابراین:

$$t=\frac{(2k-1)}{2}T_A=\frac{3}{2}T_A$$

۱۶۰۴. گزینه ۲

کمترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x=-A$ و بیشترین طول فنر هنگامی است که نوسانگر در $x=+A$ قرار می‌گیرد. اختلاف این دو مقدار معادل $2A$ است. پس:

$$2A=55-15=40\Rightarrow A=20\,cm$$

همچنین وسط این دو حالت، نقطهٔ تعادل (طول آزاد فنر یا مبدأ مختصات) است، پس:

$$\text{طول آزاد فنر}=\frac{55+15}{2}=35\,cm$$

هنگامی‌که طول فنر $۴۵\,cm$ است، یعنی نسبت به حالت آزاد خود (مبدأ مختصات) $۱۰\,cm$ کشیده‌تر شده (حالت (A)) و همچنین هنگامی که طول فنر $۲۵\,cm$ است، یعنی نسبت به حالت آزاد خود $۱۰\,cm$ فشرده‌تر شده است. (حالت B)

اگر معادلهٔ مکان ـ زمان وزنه را بنویسیم، داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{۳۲۰}{۲}}=\sqrt{۱۶۰}=\sqrt{۱۶\pi^۲}\Rightarrow \omega=۴\pi\,rad/s$$

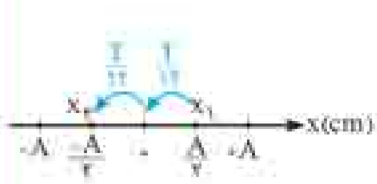
$$\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲}s$$

مکان‌های $x_۱$ و $x_۲$ را بر حسب دامنهٔ نوسان محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_۱}{A}=\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x_۱=\frac{A}{۲}$$

$$\frac{x_۲}{A}=\frac{-۱۰}{۲۰}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x_۲=-\frac{A}{۲}$$

حالا با استفاده از الگوهای زمانی ارائه‌شده در درسنامه می‌توان نوشت:



$$\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}$$

$$\xrightarrow{T=\frac{۱}{۲}s}\Delta t=\frac{\frac{۱}{۲}}{۶}=\frac{۱}{۱۲}s$$

۱۶۰۵. گزینه ۴

در لحظه‌ای که دو نوسانگر به هم می‌رسند، در یک مکان قرار می‌گیرند؛ بنابراین داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow A\cos\pi t=A\cos ۲\pi t$$

$$\Rightarrow \cos\pi t=\cos ۲\pi t\Rightarrow \begin{cases}\pi t=۲\pi t\Rightarrow t=۰ \text{ (غ.ق.ق (بعد از شروع نوسان)}\\ \pi t=۲\pi-۲\pi t\Rightarrow ۳\pi t=۲\pi\Rightarrow t=\frac{۲}{۳}s\end{cases}$$

۱۶۰۶. گزینه ۳

اگر بازهٔ زمانی مشخص را t فرض کنیم، تعداد نوسان‌های کامل هر آونگ برابر است با:

$$N=\frac{t}{T}\Rightarrow T=\frac{t}{N}\Rightarrow\begin{cases}T_A=\frac{t}{۱۲}\\ T_B=\frac{t}{۵}\end{cases}$$

حال با استفاده از رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده داریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow L=\frac{T^۲g}{۴\pi^۲}\Rightarrow\begin{cases}L_A=\frac{T_A^۲g}{۴\pi^۲}\\ L_B=\frac{T_B^۲g}{۴\pi^۲}\end{cases}$$

$$T'=۲\pi\sqrt{\frac{L_A+L_B}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{\frac{T_A^۲g}{۴\pi^۲}+\frac{T_B^۲g}{۴\pi^۲}}{g}}$$

$$\Rightarrow T'=\sqrt{T_A^۲+T_B^۲}\Rightarrow T'=\sqrt{(\frac{t}{۱۲})^۲+(\frac{t}{۵})^۲}\Rightarrow T'=\frac{۱۳t}{۶۰}$$

بنابراین تعداد نوسان‌های کامل آونگ جدید برابر است با: $N'=\frac{t}{T'}=\frac{۶۰}{۱۳}$

۱۶۰۷. گزینه ۴

با استفاده از رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}\Rightarrow\frac{\rho'}{\rho_e}=\frac{M'}{M_e}\times(\frac{R_e}{R'})^۳$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}=۴\times(\frac{R_e}{R'})^۳\Rightarrow\frac{R_e}{R'}=\frac{۱}{۴}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شتاب گرانشی، داریم:

$$g=G\frac{M}{R^۲}\Rightarrow\frac{g'}{g_e}=\frac{M'}{M_e}\times(\frac{R_e}{R'})^۲\Rightarrow\frac{g'}{g}=۴\times(\frac{۱}{۴})^۲\Rightarrow\frac{g'}{g}=\frac{۱}{۴}$$

در نهایت با استفاده از رابطهٔ دورهٔ تناوب یک آونگ ساده، داریم:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g'}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{۴}\Rightarrow\frac{T'}{T}=۲$$

دورهٔ تناوب آونگ ساعت در سطح کرهٔ موردنظر، دو برابر دورهٔ تناوب آن در سطح زمین است؛ بنابراین در هر یک ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازهٔ $۰/۵$ ساعت عقب می‌افتد؛ در نتیجه در هر ۱۲ ساعت روی سطح زمین، این ساعت به اندازهٔ ۶ ساعت عقب خواهدماند.

۱۶۰۸. گزینه ۱

دورهٔ تناوب را به‌دست می‌آوریم. با توجه به شکل $\frac{\lambda}{۲}=۵\,cm$ است. چون تندی موج $۲۰\,m/s$ است، می‌توان گفت:

$$\frac{\lambda}{۲}=۵\,cm\Rightarrow\lambda=۱۰\,cm=۰/۱\,m$$

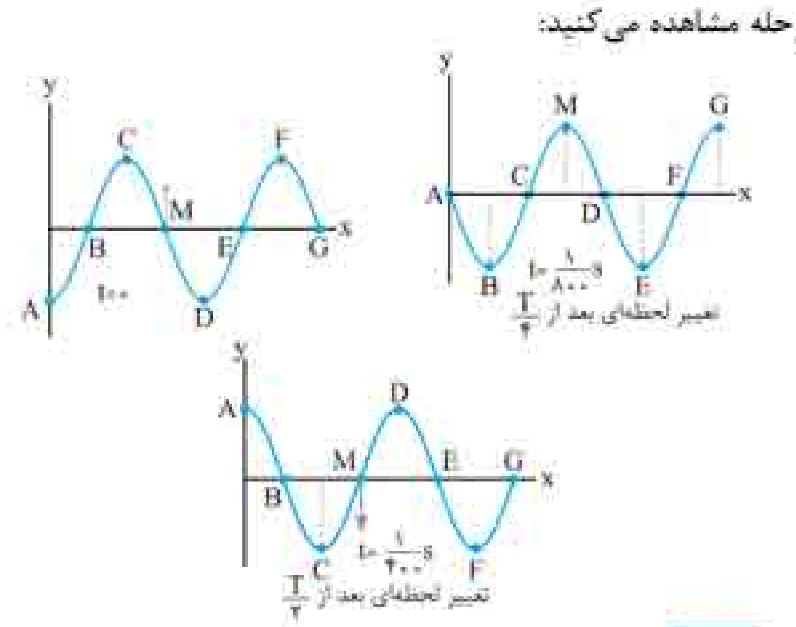
$$\lambda=vT\xrightarrow{v=۲۰\,m/s}۰/۱=۲۰T\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰۰}s$$

چون دورهٔ تناوب $\frac{۱}{۲۰۰}s$ است، $\frac{۱}{۴۰۰}s$ بعد از این لحظه (یعنی بعد از $\frac{T}{۲}$) ذرهٔ M که در نقطهٔ تعادل قرار دارد، مجدداً به نقطهٔ تعادل می‌رسد؛ بنابراین در این لحظه تندی آن بیشینه است و از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به‌دست آید:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}v_{max}=A\times\frac{۲\pi}{T}$$

$$\xrightarrow[T=\frac{۱}{۲۰۰}s]{A=۰/۰۵\,m}v_{max}=۰/۰۵\times\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲۰۰}}\Rightarrow v_{max}=۲۰\pi\,m/s$$

با توجه به جهت حرکت موج در لحظهٔ نشان داده‌شده، ذرهٔ M از نقطهٔ تعادل در جهت $+y$ حرکت می‌کند. بعد از نصف دورهٔ تناوب، این ذره دوباره به نقطهٔ تعادل می‌رسد و در جهت $-y$ حرکت می‌کند. حرکت ذرهٔ M را در این شکل‌ها، مرحله به مرحله مشاهده می‌کنید:



۱۶۰۹. گزینه ۴

با استفاده از رابطهٔ تندی امواج عرضی در ریسمان کشیده داریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۱}{۲}$$

از طرفی امواج عرضی با تندی ثابت در طول هر ریسمان منتشر می‌شوند؛ بنابراین داریم:

$$v=\frac{L}{t}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲}\xrightarrow{\Delta t_۱=\Delta t_۲}\frac{۱}{۲}=\frac{L_۲}{L_۱}\Rightarrow L_۲=\frac{۱}{۲}L_۱$$

از طرفی داریم:

$$L_۱+L_۲=۶\xrightarrow{L_۲=\frac{L_۱}{۲}}L_۱+\frac{۱}{۲}L_۱=۶\Rightarrow L_۱=۴m$$

۱۶۱۰. گزینه ۴

حداقل مسافتی که موج باید بپیماید تا بخش‌هایی از فنر که در حالت بازشدگی بیشینه قرار دارند به وضعیت جمع‌شدگی بیشینه برسند برابر با $\frac{\lambda}{۲}$ است. مطابق شکل صورت سؤال داریم:

$$\lambda+\frac{\lambda}{۴}=۵۰\Rightarrow\lambda=۴۰\,cm$$

حال طبق رابطهٔ $\Delta x=v\Delta t$، حداقل زمان لازم را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow ۰/۲=۲۰\Delta t\Rightarrow\Delta t=۰/۰۱s$$

۱۶۳۳. گزینه ۱

نکته: طول موج نور مرئی در $380\,nm < \lambda < 750\,nm$ قرار دارد.

گام اول: موج الکترومغناطیسی از هوا وارد یک محیط شفاف شده و طول موج آن $200\,nm$ تغییر کرده است. در ابتدا باید مشخص کنیم که طول موج افزایش یا کاهش یافته است. با توجه به این‌که $\lambda \propto \frac{1}{n}$ است، با افزایش ضریب شکست، طول موج کاهش می‌یابد.

حال با استفاده از رابطهٔ $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2}$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{هوا}: n_1=1 \\ \lambda_2=\lambda_1-200 \\ \lambda_1=? \\ n_2=\frac{5}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1-200}{\lambda_1}=\frac{1}{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow 3\lambda_1=5\lambda_1-1000 \Rightarrow 2\lambda_1=1000 \Rightarrow \lambda_1=500\,nm$$

طول موج $500\,nm$ در محدودهٔ نور مرئی است.

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، داریم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow f=\frac{3\times10^8}{500\times10^{-9}}=6\times10^{14}\,Hz$$

۱۶۳۴. گزینه ۱

گام اول: با توجه به این‌که در ورود نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر، حاصل‌ضرب $n\sin\theta$ ثابت می‌ماند، داریم: (محیط (۱) را هوا و محیط (۲) را محیط شفاف در نظر می‌گیریم)

$$n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_r \Rightarrow \frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_r}{\sin\theta_i}$$

گام دوم: همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ ثابت و برابر شیب نمودار $\sin\theta_r$ برحسب $\sin\theta_i$ است که مقدار ثابتی است؛ بنابراین با استفاده از نمودار داریم:

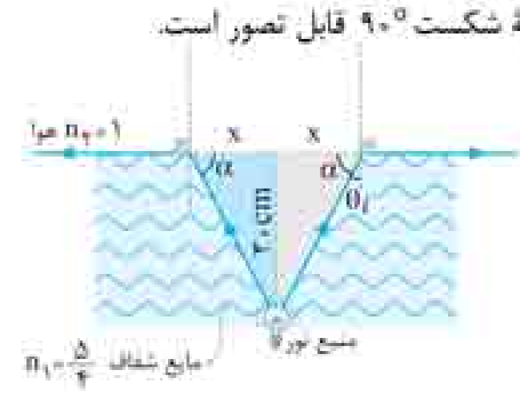
$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_r}{\sin\theta_i}=\frac{0/5}{0/8}=\frac{5}{8}$$

گام سوم: با توجه به این‌که $v\propto\frac{1}{n}$ است، داریم:

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}\xrightarrow{\frac{n_1}{n_2}=\frac{5}{8}}\frac{v_2}{v_1}=\frac{5}{8}$$

۱۶۳۵. گزینه ۳

گام اول: تا زمانی که زاویهٔ شکست پرتوهای نور در هوا کم‌تر از 90° باشد، پرتوی نور وارد هوا شده و ناظر آن را می‌بیند؛ بنابراین مطابق شکل، قطر دایرهٔ روشن با در نظر گرفتن زاویهٔ شکست 90° قابل تصور است.



گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$، داریم:

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\xrightarrow[\theta_2=90^\circ]{n_1=\frac{5}{4},\,n_2=1}\frac{5}{4}\times\sin\theta_i=1\times\sin90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin\theta_i=\frac{4}{5}=0/8 \Rightarrow \theta_i=53^\circ \Rightarrow \alpha=90-53=37^\circ$$

دقت کنید که $\sin\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$، یعنی $\cos37^\circ=\sin53^\circ=0/8$.

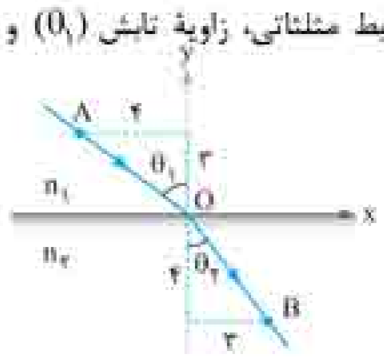
گام سوم: با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث هاشور خورده داریم:

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan37^\circ=\frac{30}{x} \Rightarrow x=\frac{30}{\frac{3}{4}}=40\,cm$$

بنابراین قطر دایرهٔ روشن برابر $2x=80\,cm$ است.

۱۶۳۶. گزینه ۱

گام اول: محور x را مرز جدایی دو محیط و محور y را خط عمود بر مرز جدایی دو محیط در نظر می‌گیریم؛ لذا با استفاده از مختصات داده شده در صورت سؤال، شکل روبه‌رو را رسم کرده و با استفاده از روابط مثلثاتی، زاویهٔ تابش (θ_1) و زاویهٔ شکست (θ_2) را می‌یابیم.



$$\tan\theta_1=\frac{4}{3}\Rightarrow\theta_1=53^\circ$$

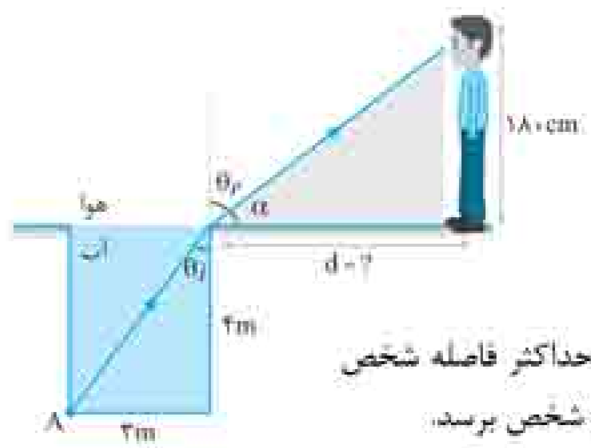
$$\tan\theta_2=\frac{3}{4}\Rightarrow\theta_2=37^\circ$$

گام دوم: با استفاده از قانون شکست اسنل $n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2$، داریم:

$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\Rightarrow\frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin37^\circ}{\sin53^\circ}=\frac{0/6}{0/8}=\frac{3}{4}$$

۱۶۳۷. گزینه ۳

گام اول: نور از محیط غلیظ به محیط رقیق وارد شده است؛ بنابراین پرتوی نور تابیده شده از نقطهٔ A در مرز بین دو ناحیه می‌شکند و از خط عمود دور شده و به چشم شخص می‌رسد. (مطابق شکل)



دقت کنید که برای محاسبه حداکثر فاصله شخص تا لبهٔ استخر نور باید به چشم شخص برسد.

گام دوم: زاویهٔ تابش را با استفاده از روابط مثلثاتی می‌یابیم:

$$\tan\theta_i=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{3}{4}\Rightarrow\theta_i=37^\circ$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_r$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} n_1=\frac{4}{3} \\ n_2=1 \\ \theta_i=37^\circ \end{array}\right\}\Rightarrow\frac{4}{3}\times\sin37^\circ=1\times\sin\theta_r$$

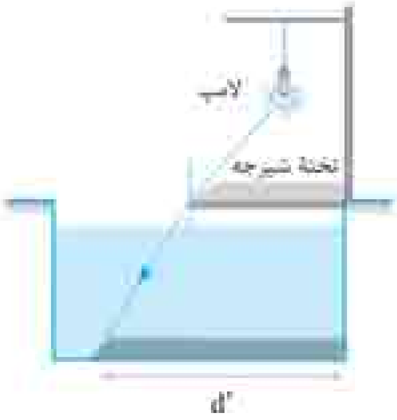
$$\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{4}{3}\times\frac{6}{10}=0/8\Rightarrow\theta_r=53^\circ$$

گام چهارم: بنابراین زاویهٔ α برابر است با: $\alpha=90^\circ-\theta_r=90^\circ-53^\circ=37^\circ$

گام پنجم: در مثلث هاشور خورده داریم:

$$\tan\alpha=\frac{1/8}{d}\Rightarrow d=\frac{1/8}{\tan37^\circ}=\frac{1/8}{\frac{3}{4}}=2/4\,m$$

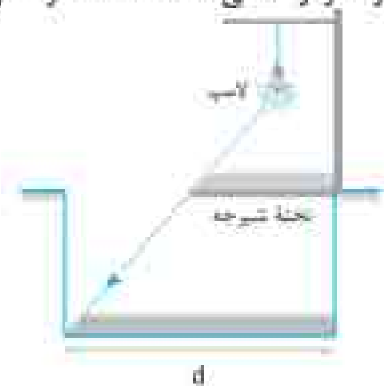
۱۶۳۸. گزینه ۱



سایهٔ تختهٔ شیرجه را در دو حالت بررسی می‌کنیم: ۱ استخر خالی از آب باشد. ۲ استخر پر از آب باشد.

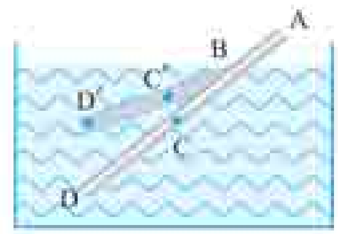
گام اول: حالتی را در نظر می‌گیریم که استخر خالی از آب است. در این حالت سایهٔ تخته شیرجه مطابق شکل روبه‌رو و طول آن برابر d است.

گام دوم: حال حالتی را در نظر می‌گیریم که استخر از آب پر است. در این حالت، پرتو هنگام ورود به آب از مسیر اولیهٔ خود منحرف شده و چون نور از محیط رقیق به محیط غلیظ (هوا به آب) وارد شده است، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک‌تر شده و $d' < d$ است؛ بنابراین طول سایهٔ تختهٔ شیرجه در حالتی که استخر پر از آب است کوتاه‌تر از حالتی است که استخر خالی است.



۱۶۳۹. گزینه ۳

همان‌طور که در شکل مشخص است، تصویر نقاط C و D هر دو مقداری نزدیک‌تر به سطح جدایی دو محیط به نظر می‌آیند. به عبارت دیگر، نقطهٔ C' بالاتر از نقطهٔ C و نقطهٔ D' بالاتر از نقطهٔ D دیده خواهد شد. در این حالت تصویر میله کوتاه‌تر به نظر می‌رسد.

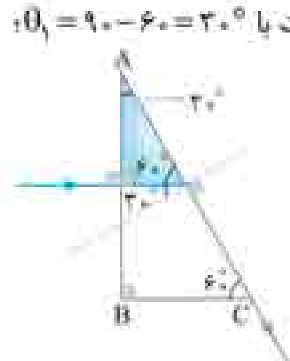


پس اگر ناظر از هوا به میله به صورت تقریباً عمودی نگاه کند، طول قسمت داخل آب را $\frac{3}{4}$ برابر (عکس ضریب شکست مطلق آب) می‌بیند و آن را نزدیک‌تر به سطح آب تصور می‌کند.

۱۶۴۰. گزینه ۳

گام اول: پرتو به‌طور عمود به وجه سمت چپ منشور تابیده، بنابراین بدون انحراف از این وجه عبور کرده و به وجه AC منشور می‌رسد. در مثلث هاشورخورده با استفاده از رابطهٔ زوایای داخلی مثلث و ویژگی خطوط موازی و مورب، زوایا را می‌یابیم.

گام دوم: زاویهٔ تابش در وجه AC مطابق شکل برابر است با $\theta_1 = 90 - 60 = 30^\circ$؛ بنابراین با استفاده از قانون شکست اسنل داریم:



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \xrightarrow[\text{هوا } n_2=1]{\text{منشور } n_1}$$
$$n_1 \sin 30^\circ = 1\times \sin 90^\circ$$
$$\Rightarrow n_1 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow n_1 = 2$$

۱۶۴۱. گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ ضریب شکست و سرعت نور داریم:

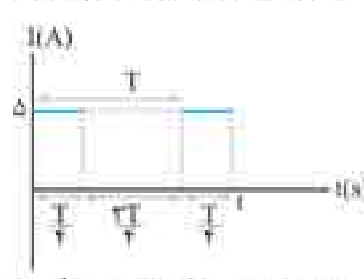
$$n=\frac{c}{v}\Rightarrow v=\frac{c}{n}\Rightarrow \Delta x = v\Delta t = \frac{c}{n}\Delta t$$

قرمز: $4=\frac{3\times 10^{8}}{1/32}\times t_1 \Rightarrow t_1 = 1/76\times 10^{-8}$

بنفش: $4=\frac{3\times 10^{8}}{1/41}\times t_2 \Rightarrow t_2 = 1/88\times 10^{-8}$

$\Delta t = 18/8 - 17/6 = 1/2\,\text{ns}$

۱۶۴۲. گزینه ۲



گام اول: در شکل روبه‌رو، مدت زمان یک چرخهٔ کامل نشان داده شده است. طبق گفتهٔ طراح، مدت زمانی که در هر دوره، جریان غیر صفر است برابر است با:

$\frac{25}{100}\times T = \frac{T}{4}$: مدت زمانی که در هر دوره جریان غیرصفر است.

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $T=\frac{1}{f}$ داریم: $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{100}\,\text{s}$

گام سوم: حال مدت زمان t را برحسب T به‌دست می‌آوریم:

$$t=\frac{T}{4}+\frac{3T}{4}+\frac{T}{4}=\frac{5}{4}T \Rightarrow t=\frac{5}{4}\times\frac{1}{100}\times 10^{3} = 12/5\,\text{ms}$$

۱۶۴۳. گزینه ۳

گام اول: معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده به‌صورت $x = A\cos\omega t$ می‌باشد:

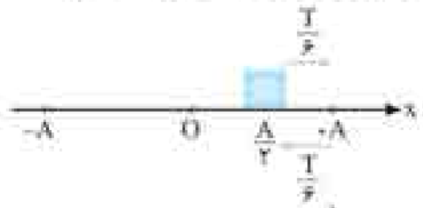
$$x = 0/06\cos(4\pi t) \Rightarrow A = 0/06\,\text{m} = 6\,\text{cm}$$

$$\omega = 4\pi \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{2}\,\text{s}$$

گام دوم: مکان $x = 3\,\text{cm}$ را برحسب دامنهٔ نوسان محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x}{A}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{A}{2}$$

گام سوم: حداقل زمان لازم برای دو عبور متوالی از مکان $x=\frac{A}{2}$ به شکل زیر است:



$$\Delta t_{min} = \frac{T}{6}+\frac{T}{6}=\frac{T}{3} \xrightarrow{T=\frac{1}{2}s} \Delta t_{min} = \frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{1}{6}\,\text{s}$$

تذکر: دقت کنید که یک حالت حرکتی دیگر نیز وجود دارد تا نوسانگر دو مرتبه از مقابل $\frac{A}{2}$ عبور کند. در این حالت نوسانگر ابتدا به مکان $-A$ رفته و سپس به $\frac{A}{2}$ برمی‌گردد. واضح است که زمان حرکت در این حالت بیشتر از حالت قبل است.

۱۶۴۴. گزینه ۳

گام اول: بسامد نوسانات نوسانگر هماهنگ ساده از رابطهٔ $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ به‌دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$\frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{k_2}{k_1}\times\frac{m_1}{m_2}} \xrightarrow{\text{یکسان } k} \frac{\frac{1}{2}f_1}{f_1}=\sqrt{\frac{300}{m_2}} \Rightarrow m_2 = 1200\,\text{g}$$

گام دوم: میزان تغییر جرم وزنه خواسته شده است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 1200 - 300 = 900\,\text{g}$$

بنابراین باید وزنهٔ $900\,\text{g}$ به وزنهٔ قبلی اضافه کنیم.

۱۶۴۵. گزینه ۴

گام اول: همان‌طور که می‌دانیم، دامنهٔ نوسانگر هماهنگ ساده نصف طول پاره خط نوسان است: $A=\frac{40}{2}=20\,\text{cm}=0/2\,\text{m}$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ تندی بیشینهٔ نوسانگر $(v_{max}=A\omega)$ داریم:

$$v_{max}=A\omega \Rightarrow 3/6 = 0/2\omega \Rightarrow \omega = 18\,\text{rad/s}$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $\omega=\frac{2\pi}{T}$، ابتدا دورهٔ تناوب نوسانگر را به‌دست آورده و سپس با کمک گرفتن از رابطهٔ $n=\frac{t}{T}$، تعداد نوسان‌های کامل نوسانگر در مدت $1\text{min}=60\,\text{s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \xrightarrow[\pi=3]{\omega=18\,\text{rad/s}} T=\frac{2\times 3}{18}=\frac{1}{3}(\text{s})$$

$$\Rightarrow n=\frac{t}{T} \xrightarrow[t=60\,\text{s}]{T=\frac{1}{3}(\text{s})} n=\frac{60}{\frac{1}{3}}=180$$

بنابراین نوسانگر در مدت یک دقیقه، ۱۸۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.

۱۶۴۶. گزینه ۴

گام اول: مطابق شکل، تغییر فاز دو لحظهٔ متوالی که تندی بیشینه است (نوسانگر از مرکز نوسان عبور می‌کند) برابر است با: $\Delta\varphi = \pi$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ $x = 0/01\cos(20\pi t)$ داریم:

$$\omega = 20\pi\,\text{rad/s}$$
$$\Delta\varphi = \pi\,\text{rad} \quad , \quad \Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{20\pi}=\frac{1}{20}\,\text{s}$$
$$A = 0/01\,\text{m}$$

بنابراین مدت زمان این تغییر فاز $\frac{1}{20}(\text{s})$ است.

۱۷۳۷. گزینه ۴

هنگامی که الکترون از مدار بالاتر $n_U=5$ به مدار پایین‌تر $n_L=2$ جهش می‌کند، فوتونی گسیل می‌شود که انرژی آن برابر با اختلاف انرژی دو مدار است. داریم:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n_U^2} - \frac{(-E_R)}{n_L^2} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow 13/6(\frac{1}{4}-\frac{1}{25}) = \frac{4/2\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{13/5\times21}{100} = \frac{1/26\times10^{-6}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{126}{21}\times\frac{1}{13/5}\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4}{9}\times10^{-6}m = \frac{4}{9}\mu m$$

۱۷۳۸. گزینه ۱

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n = -\frac{13/6eV}{n^2}$ به صورت زیر، انرژی الکترون در مدار دوم (تراز دوم) را به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{13/6eV}{n^2} \Rightarrow \frac{E_{n_2}}{E_{n_1}} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \xrightarrow[E_1=-13/6eV]{n_1=1,\, n_2=2} \frac{E_2}{-13/6} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow E_2 = -3/4eV$$

۱۷۳۹. گزینه ۴

یادآوری: ریدبرگ یکای انرژی است و هر ریدبرگ برابر $+13/6eV$ است. ریدبرگ را با نماد E_R نشان می‌دهند.

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن ($E_n = \frac{-13/6eV}{n^2}$)، E_2 و E_3 را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-13/6eV}{n^2} \xrightarrow{n=2} E_2 = -\frac{1}{4}\times13/6eV$$

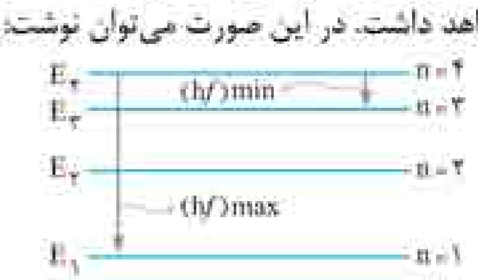
$$\xrightarrow{E_R=13/6eV} E_2 = -\frac{1}{4}E_R$$

$$E_n = \frac{-13/6eV}{n^2} \xrightarrow{n=3} E_3 = -\frac{1}{9}\times13/6eV$$

$$\xrightarrow{E_R=13/6eV} E_3 = -\frac{1}{9}E_R$$

۱۷۴۰. گزینه ۴

می‌دانیم هرچه فاصلهٔ دو تراز در اتم هیدروژن بیشتر باشد، انرژی فوتون گسیل شده در گذار الکترون از تراز n به ترازهای پایین‌تر، بیشتر است. بنابراین، وقتی الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد، در صورت گذار به $n=1$، انرژی فوتون فرودی بیشترین مقدار را خواهد داشت. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\Delta E = E_4 - E_1 \xrightarrow{E_n=\frac{-13/6eV}{n^2}} \Delta E = -\frac{13/6}{16} - (-\frac{13/6}{1})$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{15}{16}\times13/6eV \xrightarrow{13/6eV=E_R} \Delta E = \frac{15}{16}E_R$$

۱۷۴۱. گزینه ۲

انرژی یونش الکترون در هر تراز برابر با $E_n = \frac{13/6eV}{n^2}$ است. بنابراین، انرژی یونش در حالت برانگیختهٔ E_3 برابر است با:

$$E_n = \frac{+13/6eV}{n^2} \xrightarrow{n=3} E_3 = \frac{1}{9}\times13/6eV$$

$$\xrightarrow{E_R=13/6eV} E_3 = \frac{1}{9}E_R$$

توجه به این نکته ضروری است که انرژی یونش، مقدار انرژی لازم برای گذار الکترون به تراز بی‌نهایت بوده و مقداری مثبت است.

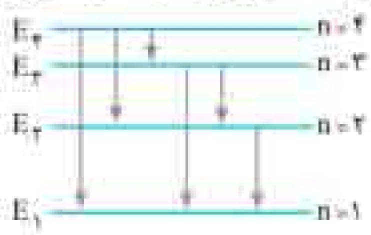
۱۷۴۲. گزینه ۳

یادآوری: ۱ اگر الکترون در تراز nام قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌های تابش شده با انرژی متفاوت از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید: $N=\frac{n(n-1)}{2}$

این مقدار در واقع ترکیب $\binom{n}{2}$ است که n تعداد ترازها و عدد ۲، گذار انجام شده بین دو تراز است. $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}\,2!} = \frac{n(n-1)}{2}$

۲ اگر فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشد، تعداد فوتون‌های تابش‌شدهٔ کلی از رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید: $N=n-1$

روش ۱ مطابق شکل زیر، اگر در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=4$ قرار داشته باشد، تعداد فوتون‌های تابش شده با انرژی‌های متفاوت برابر $N=6$ است.

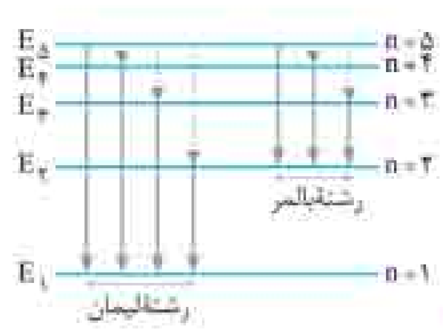


روش ۲ اگر در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=4$ قرار داشته باشد، با درنظرگرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌های تابش شده با انرژی‌های مختلف از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید: $N=\frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=4} N=\frac{4\times(4-1)}{2} \Rightarrow N=6$

۱۷۴۳. گزینه ۳

می‌دانیم گذار الکترون در رشتهٔ لیمان به $n'=1$ و در رشتهٔ بالمر به $n'=2$ ختم می‌شود. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر، وقتی الکترون در تراز $n=5$ قرار دارد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌های تابشی با انرژی‌های مختلف برای رشتهٔ لیمان ۴ فوتون و برای رشتهٔ بالمر ۳ فوتون است.

بنابراین نسبت آن‌ها $\frac{N_{\text{لیمان}}}{N_{\text{بالمر}}} = \frac{4}{3}$ است. دقت کنید، در گذارهای $n=5$ به $n=4$، $n=5$ به $n=3$ و $n=5$ به $n=2$، طول‌موج فوتون‌های تابشی مربوط به رشتهٔ لیمان نخواهد بود. برای رشتهٔ بالمر هم فقط $5\to2$، $4\to2$ و $3\to2$ قابل قبول است.



۱۷۴۴. گزینه ۳

اگر الکترون در تراز n قرار داشته باشد، تعداد فوتون‌ها با انرژی‌های مختلف از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{N=15} 15 = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n^2 - n = 30$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=6 & \text{قق} \\ n=-5 & \text{غق} \end{cases}$$

تذکر: بهتر است در رابطهٔ $N=15=\frac{n(n-1)}{2}$، گزینه‌ها را جایگذاری کنیم. در این صورت فقط به ازای $n=6$ حاصل عبارت ۱۵ می‌شود.

۱۷۴۵. گزینه ۴

پایین‌ترین تراز انرژی هیدروژن حالت پایه و حالت‌های بالاتر از آن حالت‌های برانگیخته نامیده می‌شود. با این توضیحات الکترون ابتدا در تراز $n=4$ قرار دارد که مطابق شکل، ۶ فوتون با انرژی‌های متمایز ممکن است تابش شود تا به حالت پایه برسد.

از طرفی می‌دانیم در اتم هیدروژن، فقط طیف گسیلی بالمر $(n'=2)$ شامل فوتون‌هایی در ناحیهٔ نور مرئی هستند که این فوتون‌ها به ازای گذار از ترازهای $n=3$، $n=4$، $n=5$ و $n=6$ به تراز $n'=2$ گسیل خواهند شد؛ بنابراین دو فوتون از فوتون‌های فوق در ناحیهٔ نور مرئی هستند.

۱۷۴۶. گزینه ۳

چون طول‌موج‌های رشته‌های پاشن، براکت و پفوند در ناحیهٔ فروسرخ واقع‌اند، بنابراین باید گذار الکترون از $n=5$ به $n'=4$ و $n'=3$ ختم می‌شود. دقت کنید، وقتی الکترون در تراز n قرار دارد، با گذار الکترون به ترازهای پایین‌تر، تعداد فوتون‌های گسیلی در هر رشته از رابطهٔ $N=n-n'$ به‌دست می‌آید:

$$N=n-n' \Rightarrow \begin{cases} \text{رشتهٔ پاشن} \xrightarrow{n'=3} N_1=5-3=2 \\ \text{رشتهٔ براکت} \xrightarrow{n'=4} N_2=5-4=1 \end{cases}$$

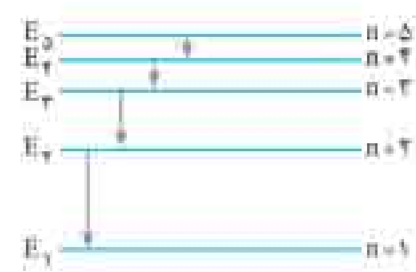
بنابراین تعداد فوتون‌هایی که انرژی آن‌ها در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد، برابر است با:

$$N=N_1+N_2=2+1 \Rightarrow N=3$$

۱۷۴۷. گزینه ۴

اگر الکترون در اتم هیدروژن در تراز n قرار داشته باشد و فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشند، این الکترون از بین ترازهای پایین‌تر، فقط به یک تراز می‌تواند برود. بنابراین، تعداد فوتون‌های با انرژی‌های مختلف برابر $N=n-1$ خواهد بود.

$$N=n-1 \xrightarrow{n=5} N=5-1=4$$



۱۷۴۸. گزینه ۲

گام اول: مطابق شکل زیر، وقتی الکترون در دومین حالت برانگیخته قرار دارد، عدد کوانتومی $n=3$ است. بنابراین، ابتدا انرژی الکترون در ترازهای ۳ و ۱ را به‌دست می‌آوریم:

$$E_n=\frac{-13.6\,eV}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1=\frac{-13.6\,eV}{1} \Rightarrow E_1=-13.6\,eV \\ n=3 \Rightarrow E_3=\frac{-13.6\,eV}{9} \Rightarrow E_3 \simeq -1.5\,eV \end{cases}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه‌های $E_U-E_L=hf$ و $\lambda=\frac{c}{f}$، طول‌موج فوتون گسیلی را حساب می‌کنیم:

$$E_3-E_1=hf=\frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{hc=1240\,eV.nm}$$

$$-1.5-(-13.6)=\frac{1240}{\lambda} \Rightarrow 12.1=\frac{1240}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda=\frac{1240}{12.1} \Rightarrow \lambda \simeq 102.5\,nm$$

۱۷۴۹. گزینه ۴

گام اول: وقتی اتم هیدروژن با کوتاه‌ترین طول‌موج نور ممکن یونیزه می‌شود، الکترون آن از حالت پایه $(n'=1)$ به بالاترین حالت برانگیخته $(n=\infty)$ که انرژی آن صفر است $(E_\infty=0)$، می‌رود. بنابراین طول‌موج فوتون جذب شده توسط هیدروژن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \xrightarrow[R=0.01(nm)^{-1}]{n'=1,\,n=\infty} \frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{\infty}}^{\,0})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\times(1-0) \Rightarrow \lambda_{min}=100\,nm$$

گام دوم: بسامد فوتون جذب‌شده برابر است با:

$$f=\frac{c}{\lambda} \xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s]{\lambda=100\,nm=100\times10^{-9}\,m} f=\frac{3\times10^8}{100\times10^{-9}}$$

$$\Rightarrow f=3\times10^{15}\,Hz \xrightarrow{1T=10^{12}\,Hz} f=3\times10^3\,THz$$

۱۷۵۰. گزینه ۴

گام اول: با استفاده از رابطهٔ انرژی یونش الکترون در هر تراز، شمارهٔ تراز را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که این رابطه، همان رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن است، با این تفاوت که علامت منفی ندارد:

$$E_n=\frac{13.6\,eV}{n^2} \xrightarrow{E_n=0.85\,eV} 0.85=\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2=16 \Rightarrow n=4$$

گام دوم: می‌بینیم که الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد. بنابراین انرژی لازم برای گذار الکترون به تراز $n'=n+1=5$ را با استفاده از رابطه‌های $E_n=\frac{-13.6\,eV}{n^2}$ و $\Delta E=E_U-E_L$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta E=E_U-E_L=E_5-E_4 \Rightarrow \Delta E=\frac{-13.6\,eV}{25}-(\frac{-13.6\,eV}{16})$$

$$\Rightarrow \Delta E=-0.544+0.85 \Rightarrow \Delta E=0.306\,eV$$

۱۷۵۱. گزینه ۲

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n=\frac{-13.6\,eV}{n^2}$، تراز n را می‌یابیم.

$$E_n=\frac{-13.6\,eV}{n^2} \xrightarrow{E_n=-\frac{13.6}{16}eV} -\frac{13.6}{16}=-\frac{13.6}{n^2}$$

$$\Rightarrow n^2=16 \Rightarrow n=4$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ تراز n' را به‌دست می‌آوریم (در این رابطه باید λ برحسب نانومتر باشد):

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}) \xrightarrow[R=\frac{1}{100}(nm)^{-1}]{\lambda=\frac{1600}{15}nm} \frac{1}{\frac{1600}{15}}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{16})$$

$$\Rightarrow \frac{15}{1600}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{16})$$

بنابراین $n=4$ و $n'=1$ است.

$$\Rightarrow \frac{15}{16}=\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{16} \Rightarrow \frac{15}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{n'^2} \Rightarrow \frac{16}{16}=\frac{1}{n'^2}$$

$$\Rightarrow 1=\frac{1}{n'^2} \Rightarrow n'^2=1 \Rightarrow n'=1$$

۱۷۵۲. گزینه ۲

گام اول: ابتدا باید مشخص کنیم، الکترون با جذب انرژی فوتون از تراز پایه به کدام یک از ترازها گذار نموده است.

$$\Delta E=hf=E_U-E_L \Rightarrow hf=\frac{-13.6}{n_U^2}-(\frac{-13.6}{n_L^2})$$

$$\Rightarrow hf=\frac{13.6}{n_L^2}-\frac{13.6}{n_U^2}$$

$$\xrightarrow[n_L=1]{hf=13.056} 13.056=\frac{13.6}{1}-\frac{13.6}{n_U^2} \Rightarrow \frac{13.6}{n_U^2}=13.6-13.056$$

$$\Rightarrow \frac{13.6}{n_U^2}=0.544 \Rightarrow n_U^2=\frac{13.6}{0.544}=25 \Rightarrow n_U=5$$

گام دوم: چون الکترون در تراز $n=5$ قرار دارد، در برگشت به حالت پایه، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌هایی که با انرژی متفاوت گسیل می‌کند، برابر است با:

$$N=\frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=5} N=\frac{5\times(5-1)}{2} \Rightarrow N=10$$

۱۷۵۳. گزینه ۲

با توجه به انرژی الکترون در ترازهای مختلف در اتم هیدروژن، می‌بینیم انرژی $2.55\,eV$ مربوط به اختلاف انرژی الکترون در ترازهای ۲ و ۴ است. بنابراین الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ گذار نموده است.

۱۷۸۹. گزینه ۴

بنابر روابط $E_n = \frac{-۱۳/۶eV}{n^۲} = \frac{-E_R}{n^۲}$ و $hf = E_U - E_L$ می‌توان نوشت:

$$hf = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = \frac{-E_R}{n^۲}} hf = \frac{-E_R}{n_U^۲} - (\frac{-E_R}{n_L^۲})$$

$$\Rightarrow hf = \frac{E_R}{n_L^۲} - \frac{E_R}{n_U^۲} \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda} = E_R(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = \frac{E_R}{hc}(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$$

اگر این رابطه را با رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$، مقایسه نماییم، می‌بینیم $R = \frac{E_R}{hc}$ است.

۱۷۹۰. گزینه ۱

اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول‌موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازهٔ کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند.

۱۷۹۱. گزینه ۱

عدد اتمی هر عنصر مشخص می‌کند که آن عنصر چه خواص شیمیایی منحصر به‌فردی دارد و در ضمن تعداد نوترون‌های متفاوت (یا به عبارتی ایزوتوپ‌های متفاوت)، خواص شیمیایی آن عنصر را در حالت کلی تغییر نمی‌دهد، بلکه هسته را دستخوش تغییر می‌کند.

۱۷۹۲. گزینه ۳

خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های آن و ویژگی‌های هر هسته را علاوه بر پروتون‌ها، نوترون‌ها نیز تعیین می‌کنند.

۱۷۹۳. گزینه ۲

می‌دانیم نماد هسته به صورت $^A_Z X$ است؛ بنابراین برای شناسایی هسته باید Z (تعداد پروتون‌ها) و A (مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها) را تعیین کرد:

$$Z = ۲۱ , A = Z + N \xrightarrow{N=۲۳} A = ۲۱ + ۲۳ = ۴۴$$

عنصر مورد نظر $^{۴۴}_{۲۱}X$ است.

۱۷۹۴. گزینه ۲

می‌دانیم درون هسته، پروتون‌های با بار الکتریکی مثبت و نوترون‌های بدون بارالکتریکی وجود دارند در نتیجه بار مثبت هستهٔ اتم خنثی، برابر مجموع بارهای پروتون‌های درون آن است. از طرف دیگر می‌دانیم، در اتم خنثی تعداد پروتون‌ها برابر تعداد الکترون‌ها است.

بنابراین با توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی الکترون و پروتون با هم برابر است، می‌توان نوشت: بار مثبت هسته اتم خنثی $= Q = Zq_p \xrightarrow{q_p=+e} Q = +Ze$

$$Z = \frac{Q}{e} \xrightarrow{\text{تعداد پروتون‌ها = تعداد الکترون‌ها}} \text{تعداد الکترون‌ها} = \frac{Q}{e}$$

۱۷۹۵. گزینه ۱

ابعاد اتم و هستهٔ آن عبارت‌اند از:

$$\text{ابعاد اتم} = ۱۰^{-۱۰}m \xrightarrow{۱m = ۱۰^{۱۵}fm} \text{ابعاد اتم} = ۱۰^۵ fm$$

$$\text{ابعاد هستهٔ اتم} = ۱۰^{-۱۵}m \xrightarrow{۱m = ۱۰^{۱۵}fm} \text{ابعاد هستهٔ اتم} = ۱fm$$

در این سؤال بدون آن‌که مقدار تقریبی اندازهٔ اتم و یا هسته آن را بدانید با رد گزینه هم می‌توانستید به جواب برسید. در گزینه‌های «۲» و «۳» ابعاد هسته اتم بزرگ‌تر از ابعاد اتم آمده است که کاملاً اشتباه است. در مورد گزینهٔ «۴» هم اعداد بسیار کوچک و غیر منطقی آورده شده است؛ بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

۱۷۹۶. گزینه ۲

همان‌طور که در درسنامه بیان شد، ابعاد (قطر) اتم $۱۰^۵$ برابر قطر هسته است، اما اگر شکل اتم و هسته را کروی فرض کنیم، با توجه به رابطهٔ حجم کره یعنی $V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$ می‌توان دریافت که حجم کره متناسب با مکعب شعاع آن است؛ پس چون قطر یا همان شعاع اتم $۱۰^۵$ برابر شعاع هسته است، حجم اتم $(۱۰^۵)^۳$ برابر حجم هستهٔ آن است.

$$\frac{R_{\text{اتم}}}{R_{\text{هسته}}} = ۱۰^۵ , \frac{V_{\text{اتم}}}{V_{\text{هسته}}} = ۱۰^{۱۵}$$

۱۷۹۷. گزینه ۲

طبق تعریف، ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان ولی عدد جرمی متفاوت‌اند؛ بنابراین دو ایزوتوپ تعداد پروتون‌های برابر اما تعداد نوترون‌های متفاوت دارند.

۱۷۹۸. گزینه ۴

در سنگ معدن اورانیم، دو ایزوتوپ ^{۲۳۵}U و ^{۲۳۸}U وجود دارد، اما ایزوتوپ $^{۲۳۵}_{۹۲}U$، ۰/۷۲ درصد اورانیم طبیعی را تشکیل می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه «۱» درست؛ چون عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) دو ایزوتوپ $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ و $^{۲۳۸}_{۹۲}U$ با هم برابر است، با توجه به رابطهٔ $N = A - Z$، تعداد نوترون‌های $^{۲۳۸}_{۹۲}U$ بیشتر است. گزینه «۲» درست؛ چون هر دو ایزوتوپ‌اند، بنابراین تعداد پروتون‌های آن‌ها یکسان است. گزینه «۳» درست؛ ایزوتوپ‌ها خواص شیمیایی یکسانی دارند.

۱۷۹۹. گزینه ۳

ایزوتوپ‌های $^{۴۲}_{۲۰}X$ و $^{۴۳}_{۲۰}X$، عدد اتمی یکسانی دارند؛ بنابراین از نظر شیمیایی عملاً یک ماده محسوب می‌شوند و نمی‌توان آن‌ها را به روش شیمیایی از هم تفکیک کرد؛ اما در مورد ایزوتوپ‌های $^{۴۲}_{۲۰}X$ و $^{۴۲}_{۲۱}X$، دو مادهٔ شیمیایی متفاوت داریم که با روش‌های شیمیایی، قابل تفکیک از هم است.

۱۸۰۰. گزینه ۴

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

می‌دانیم برای ایزوتوپ‌های عنصری دلخواه، تعداد پروتون‌ها با هم برابر و تعداد نوترون‌ها متفاوت است. از طرف دیگر، با مقایسهٔ ایزوتوپ‌های $X^{۱۲}$ و $X^{۱۴}$ با نماد هسته $^A_Z X$، می‌بینیم، $A_۱ = ۱۲$ و $A_۲ = ۱۴$ است؛ یعنی عدد جرمی دو ایزوتوپ ۱۲ و ۱۴ است. پس تعداد نوترون‌ها ۱۲ یا ۱۴ نیست، یعنی گزینه «۱» قطعاً نادرست است. چون سؤال در مورد ایزوتوپ‌های یک عنصر است، پس تعداد پروتون‌ها مساوی است؛ یعنی گزینه «۲» و «۳» قطعاً نادرست‌اند. پس تنها گزینه‌ای که می‌تواند درست باشد، گزینه «۴» است؛ یعنی تعداد پروتون‌ها ۶ و تعداد نوترون‌ها ۶ و ۸ است.

۱۸۰۱. گزینه ۲

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

عنصر مجهول $^{۱۹}_{۱۳}X$، تعداد ۱۳ پروتون و ۶ نوترون دارد. باید به دنبال عدد اتمی ۱۳ در گزینه‌ها باشیم: در گزینه «۱» تعداد نوترون‌ها ۶ و عدد جرمی ۲۰ است. یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۴ است که نمی‌تواند ایزوتوپ عنصر X باشد. در گزینه «۲» تعداد نوترون‌ها ۸ و عدد جرمی ۲۱ است. یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۳ است و ایزوتوپ عنصر X است. در گزینه «۳» تعداد نوترون‌ها ۵ و عدد جرمی ۱۹ است، یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۴ است که ایزوتوپ X نیست. در گزینه «۴» تعداد نوترون‌ها ۶ و عدد جرمی ۲۱ است؛ یعنی تعداد پروتون‌ها ۱۵ است و ایزوتوپ X نیست.

۱۸۰۲. گزینه ۴

نیروی هسته‌ای، نیروی جاذبهٔ قوی‌ای بین نوکلئون‌های درون هسته است که در مقایسه با نیروی دافعهٔ الکتریکی بین پروتون‌های هسته با بار مثبت، قوی‌تر است اما برد کوتاه‌تری دارد.

۱۸۰۳. گزینه ۴

نیروی هسته‌ای قوی، نیروی **جاذبه‌ای** است که هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود وارد می‌کند.

گام دوم: تعداد هسته‌های باقی‌مانده را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، برای بازهٔ زمانی t' تا $t'+64$، مقدار $N+7500$ را معادل تعداد هسته‌های اولیه در نظر می‌گیریم:

$$N=\frac{N_0}{2^n}\xrightarrow[n=4]{N_0=N+7500}N=\frac{N+7500}{2^4}$$

$$\Rightarrow 16N=N+7500\Rightarrow N=500$$

گام سوم: برای بازهٔ زمانی $t'+64$ تا $t'+96$ یعنی ۳۲ روز، مقدار n' را تعیین می‌کنیم:

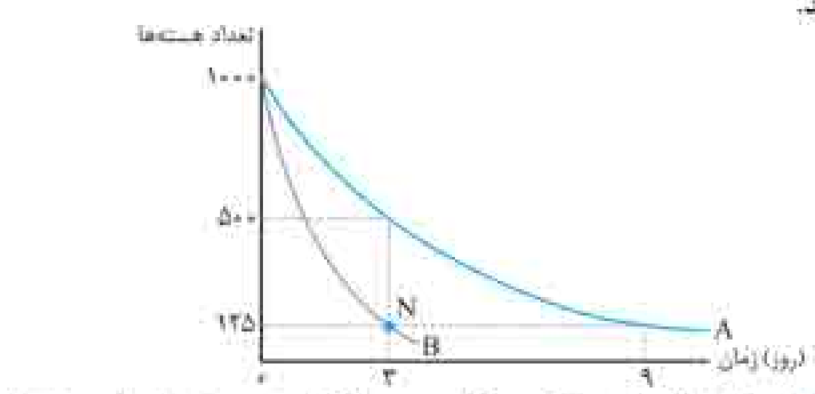
$$n'=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=16\text{ روز}]{t=96+t'-(64+t')=32\text{ روز}}n'=\frac{32}{16}=2$$

گام چهارم: با استفاده از رابطهٔ تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، تعداد هسته‌های باقی‌مانده در زمان $t'+96$ را حساب می‌کنیم:

$$N_{t'+96}=\frac{N_{t'+64}}{2^{n'}}\xrightarrow[n'=2]{N_{t'+64}=500}N_{t'+96}=\frac{500}{2^2}=125$$

۱۸۹۸. گزینه ۳

گام اول: با توجه به نمودار، تعداد هسته‌های اولیهٔ مادهٔ پرتوزای A برابر ۱۰۰۰ عدد است که بعد از ۳ روز نصف شده است؛ بنابراین نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزای A برابر ۳ روز می‌باشد.



گام دوم: برای مادهٔ A باید مشخص کنیم بعد از ۹ روز چه تعداد از هسته‌ها باقی می‌ماند:

$$n_A=\frac{t_A}{(T_{\frac{1}{2}})_A}\xrightarrow[(T_{\frac{1}{2}})_A=3\text{ روز}]{t_A=9\text{ روز}}n_A=\frac{9}{3}=3$$

$$N_A=\frac{N_{0A}}{2^{n_A}}\xrightarrow[n_A=3]{N_{0A}=1000}N_A=\frac{1000}{2^3}\Rightarrow N_A=125$$

گام سوم: می‌بینیم بعد از ۹ روز ۱۲۵ هسته برای مادهٔ پرتوزای A باقی می‌ماند که این تعداد هسته بعد از ۳ روز برای مادهٔ پرتوزای B باقی خواهد ماند؛ بنابراین برای مادهٔ B می‌توان نوشت:

$$N_B=\frac{N_{0B}}{2^{n_B}}\xrightarrow[N_B=125]{N_{0B}=1000}125=\frac{1000}{2^{n_B}}\Rightarrow 2^{n_B}=8=2^3\Rightarrow n_B=3$$

$$n_B=\frac{t_B}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\xrightarrow[n_B=3]{t_B=3\text{ روز}}3=\frac{3}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\Rightarrow (T_{\frac{1}{2}})_B=1\text{ روز}$$

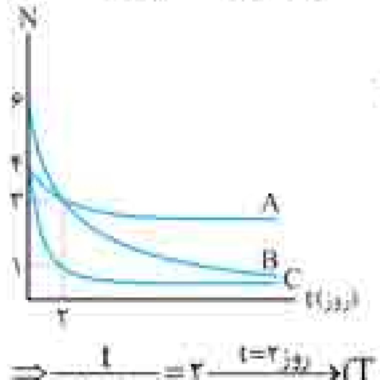
گام چهارم: نیمه‌عمر مادهٔ B یک روز است؛ بنابراین برای به‌دست آوردن مدت زمانی که $\frac{1}{32}$ هسته‌های مادهٔ B فعال می‌مانند، می‌توان نوشت:

$$N'_B=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}\xrightarrow{N'_B=\frac{N_{0B}}{32}}\frac{N_{0B}}{32}=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}\Rightarrow 2^{n'_B}=32=2^5\Rightarrow n'_B=5$$

$$n'_B=\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\Rightarrow 5=\frac{t'}{1}\Rightarrow t'=5\text{ روز}$$

۱۸۹۹. گزینه ۲

طبق نمودار تعداد هسته‌های فعال اولیه و تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از گذشت ۲ روز داده شده است؛ بنابراین داریم:



$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow 2^n=\frac{N_0}{N}$$

(عبارت «پ» درست است.)

$$\text{مادهٔ C}\xrightarrow[N_0=4]{N=1}2^n=\frac{4}{1}\rightarrow n_1=2$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_C}=2\xrightarrow{t=2\text{ روز}}(T_{\frac{1}{2}})_C=1\text{ روز}$$

(عبارت «ب» درست است.)

$$\text{مادهٔ B}\xrightarrow[N=3]{N_0=6}2^n=\frac{6}{3}\Rightarrow n=1$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_B}=1\xrightarrow{t=2\text{ روز}}(T_{\frac{1}{2}})_B=2\text{ روز}$$

(عبارت «الف» نادرست است.)

$$\text{مادهٔ A}\xrightarrow[N_0=4]{N=3}2^n=\frac{4}{3}\xrightarrow{\frac{4}{3}<\sqrt{2}}2^n<\sqrt{2}\Rightarrow 2^n<2^{\frac{1}{2}}$$

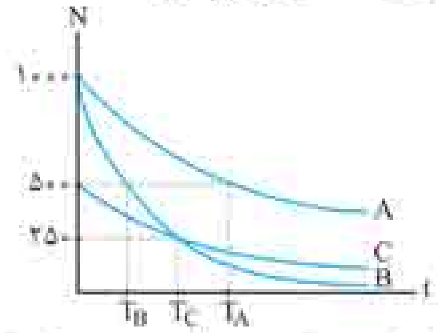
$$\Rightarrow n<\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_A}<\frac{1}{2}\xrightarrow{t=2\text{ روز}}(T_{\frac{1}{2}})_A>4\text{ روز}$$

با توجه به نیمه‌عمر ماده‌های A، B و C داریم: $(T_{\frac{1}{2}})_A>(T_{\frac{1}{2}})_B>(T_{\frac{1}{2}})_C$

و این نشان می‌دهد عبارت «ت» نیز نادرست است؛ بنابراین دو عبارت از چهار عبارت داده شده درست است.

۱۹۰۰. گزینه ۴

می‌دانیم در مدت یک نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های عنصر پرتوزا نصف می‌شود. (در این تست نیمه عمرها را با T نمایش می‌دهیم)



بنابراین مطابق شکل، از نصف تعداد هسته‌های هر عنصر، خطی موازی با محور زمان به‌صورت خط‌چین رسم نموده تا هر نمودار را قطع نماید و سپس از آن نقطه بر محور زمان عمود می‌کنیم تا زمان نیمه‌عمر هر عنصر به‌دست آید و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم: $T_A>T_C>T_B$

۱۹۰۱. گزینه ۳

با استفاده از رابطهٔ اینشتین، ابتدا انرژی را برحسب ژول به دست می‌آوریم و سپس به کیلووات ساعت تبدیل می‌کنیم. دقت کنید، باید جرم برحسب kg نوشته شود.

$$E=mc^2$$

$$\xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s]{m=2mg=2\times10^{-3}g=2\times10^{-6}kg}E=2\times10^{-6}\times(3\times10^8)^2=18\times10^{10}J$$

$$\Rightarrow E=18\times10^{10}J\Rightarrow E=18\times10^{10}J\times\frac{1kWh}{36\times10^5J}\Rightarrow E=5\times10^4kWh$$

۱۹۰۲. گزینه ۱

از بین موارد داده شده تنها مورد «ت» نادرست است؛ زیرا اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبهٔ keV تا مرتبهٔ MeV است.

۱۹۰۳. گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ واکنش را نوشته و سپس مجموع عددهای جرمی و مجموع عددهای اتمی دو طرف معادله را به‌طور جداگانه مساوی هم قرار می‌دهیم. دقت کنید، چون هسته در حالت برانگیخته است، ابتدا با تابش پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسد.

$${}^{239}_{92}U^*\rightarrow{}^{239}_{92}U+\gamma\rightarrow{}^{A}_{Z}X+{}^{0}_{-1}e^-\Rightarrow\begin{cases}239=A+0\Rightarrow A=239\\92=Z-1\Rightarrow Z=93\end{cases}$$

$${}^{A}_{Z}X={}^{239}_{93}X={}^{239}_{93}Np$$

۱۹۰۴. گزینه ۴

برای تعیین تعداد ذرات آلفا و بتای گسیل‌شده در واپاشی هسته‌ای، ابتدا معادلهٔ واپاشی را به صورت زیر نوشته و سپس مجموع عددهای جرمی و مجموع عددهای اتمی دو طرف معادلهٔ واپاشی را به‌طور جداگانه مساوی هم قرار می‌دهیم و تعداد ذرات آلفا (m) و تعداد ذرات بتا (n) را به‌دست می‌آوریم. ${}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A'}_{Z'}Y+m({}^{4}_{2}He)+n({}_{\pm1}^{0}e)$