

فهرست



۷
۷
۱۳
۱۹

فصل اول: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع
درس ۲: تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم
پاسخ سؤال‌های امتحانی

۳۲
۳۲
۳۸
۴۳

فصل دوم: مثلثات

درس ۱: تناوب و تابع تانژانت
درس ۲: معادلات مثلثاتی
پاسخ سؤال‌های امتحانی



۵۰
۵۰
۵۵
۵۸
۶۵

فصل سوم: حدهای نامتناهی و حد در بی‌نهایت

درس ۱: حدهای نامتناهی
درس ۲: اعمال جبری و مجانب قائم
درس ۳: حد در بی‌نهایت
پاسخ سؤال‌های امتحانی

۷۷
۷۷
۸۲
۸۵
۹۵
۹۹

فصل چهارم: مشتق

درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق
درس ۲: مشتق پذیری یا مشتق ناپذیری
درس ۳: تابع مشتق
درس ۴: آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه‌ای
پاسخ سؤال‌های امتحانی



۱۱۴
۱۱۴
۱۲۴
۱۲۹
۱۳۴

فصل پنجم: کاربردهای مشتق

درس ۱: اکسترم‌های یک تابع
درس ۲: تقعر و عطف
درس ۳: رسم نمودار تابع‌ها
پاسخ سؤال‌های امتحانی

۱۵۶

امتحان‌های نیم‌سال دوم

۱۵۳

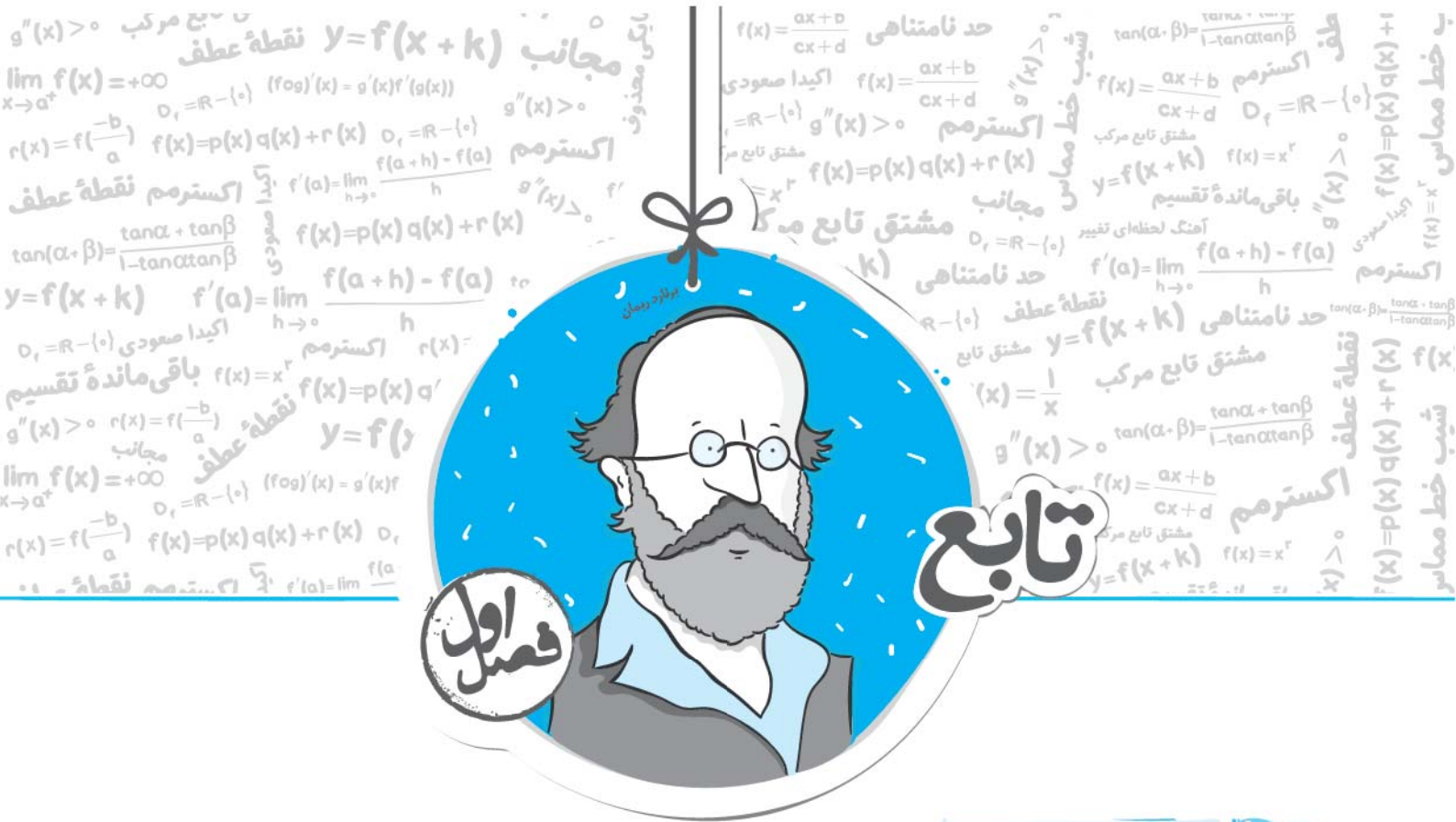
امتحان‌های نیم‌سال اول

۱۷۱

پاسخ‌نامه امتحان‌های نیم‌سال دوم

۱۶۴

پاسخ‌نامه امتحان‌های نیم‌سال اول



تبدیل نمودار تابع

اول به نام *فدا*. رسم خیلی از تابع‌ها آن هم در سطح دبیرستان اصلاً سخت نیست یعنی اگر نمودار یک تابع را داشته باشیم، با یک سری تبدیل‌ها می‌توان نمودار تابع‌های زیادی را رسم کرد.

کامل اول: انتقال‌های عمودی و افقی

پارسال و پارسال (دو سال پیش) با یک سری تبدیل آشنا شدید و چون پیش‌نیاز درس‌های جدیدند، بد نیست یادی از آن‌ها کنیم. (البته کتاب ۱۱۲ هم بوش اشاره کرده.)

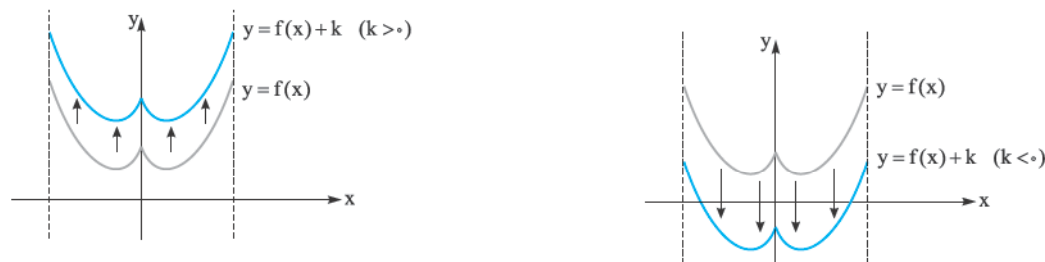
نمودار تابع $y = f(x)$ را داریم:

$$y = f(x) + k \text{ (الف)}$$

این نمودار را به این شکل رسم می‌کنیم:

- 1 $k > 0 \Rightarrow$ $f(x)$ را $|k|$ واحد بالا می‌بریم
- 2 $k < 0 \Rightarrow$ $f(x)$ را $|k|$ واحد پایین می‌بریم

کتاب درسی به این انتقال، انتقال عمودی می‌گوید. برای مثال به نمودارهای زیر توجه کنید:



همان‌طور که می‌بینید در این انتقال، دامنه تابع تغییری نمی‌کند. (انتقال عمودیه) ولی برد تابع، k واحد جابه‌جا می‌شود. پس اگر $R_{f(x)} = [a, b]$ (برد f) باشد، آن‌گاه $R_{f(x)+k} = [a+k, b+k]$ است.

پ) $y = f(x+k)$

این نمودار را به این شکل رسم می‌کنیم:

1) $k > 0 \Rightarrow$ واحد چپ می‌بریم $f(x)$ را $|k|$

2) $k < 0 \Rightarrow$ واحد راست می‌بریم $f(x)$ را $|k|$

مثلاً $f(x-2)$ ، دو واحد نسبت به $f(x)$ به سمت راست می‌رود و $f(x+1)$ ، یک واحد نسبت به $f(x)$ به سمت چپ می‌رود (برعکسه).

کتاب درسی به این انتقال، انتقال افقی می‌گوید.

برای مثال به نمودارهای زیر توجه کنید:



همان‌طور که می‌بینید در این انتقال، برد تابع تغییری نمی‌کند (انتقال افقیه ریگه) ولی دامنه تابع، k واحد جابه‌جا می‌شود.

پس اگر $D_{f(x)} = [a, b]$ ، آن‌گاه $D_{f(x+k)} = [a-k, b-k]$ است. (پرا این پوری نگاه می‌کنید؟؟؟ گفتیم که برعکسه)

توجه خیلی وقت‌ها ممکن است در یک تابع، هم تغییرات افقی و هم عمودی داشته باشیم، مثلاً:

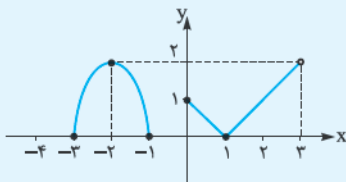
$$y = f(x + \square) + \Delta \rightarrow \text{تغییر عمودی}$$

↓
تغییر افقی

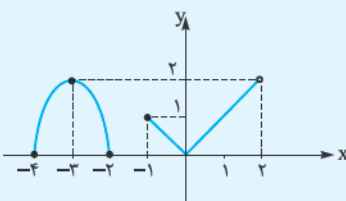
برای رسم این تابع‌ها از روی $y = f(x)$ اول تغییر افقی (\square) و بعد تغییر عمودی (Δ) را اعمال کنید. (البته فرقی نداره ها!!!! واسه این که گیج نشید می‌گم).

مثال و پاسخ

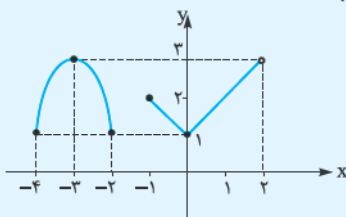
مثال: نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. به کمک انتقال، نمودار تابع $y = f(x+1) + 1$ را رسم کنید.



پاسخ: ابتدا نمودار $f(x+1)$ را رسم می‌کنیم، پس نمودار $f(x)$ را یک واحد به چپ می‌بریم؛ یعنی:



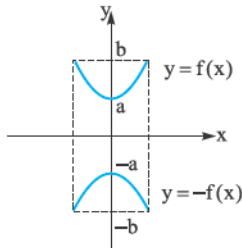
حالا نمودار $f(x+1)$ را یک واحد بالا می‌بریم تا نمودار تابع $y = f(x+1) + 1$ به دست آید:



از مطالبی که در سال‌های قبل یاد گرفتید، دو تبدیل بسیار مهم و پرکاربرد $f(-x)$ و $-f(x)$ باقی‌مانده است. این دو را هم بگویم و برویم سراغ تبدیل‌های جدید.

گام دوم: رسم $f(x)$ و $f(-x)$ از روی $f(x)$

نمودار $y = f(x)$ را داریم:

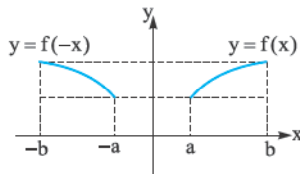


الف) $y = -f(x)$

برای رسم این تابع از روی $f(x)$ ، نمودار f را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. واضح است که دامنه f و $-f$ با هم برابرند ولی محدوده برد به صورت زیر تغییر می‌کند. اگر $R_{f(x)} = [a, b]$ ، آن‌گاه $R_{-f(x)} = [-b, -a]$ است. (نمودار رو ببینید).

ب) $y = f(-x)$

برای رسم این تابع از روی $f(x)$ ، این بار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.



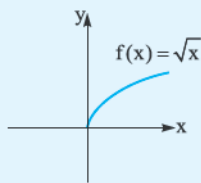
همان‌طور که از روی نمودار می‌بینید برد $f(x)$ و $f(-x)$ با هم برابرند ولی محدوده دامنه به صورت زیر تغییر می‌کند.

اگر $D_{f(x)} = [a, b]$ ، آن‌گاه $D_{f(-x)} = [-b, -a]$ است.

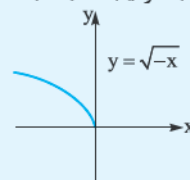
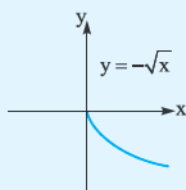
مثال و پاسخ

مثال: از روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ نمودار تابع‌های $f(-x)$ و $-f(x)$ را رسم کنید.

پاسخ: می‌دانیم که نمودار \sqrt{x} به صورت مقابل است:



برای رسم $f(-x)$ و $-f(x)$ ، نمودار $f(x)$ را به ترتیب نسبت به محور x ها و محور y ها قرینه می‌کنیم. ببینید:



گام سوم: انبساط و انقباض عمودی

نمودار $y = f(x)$ را داریم:

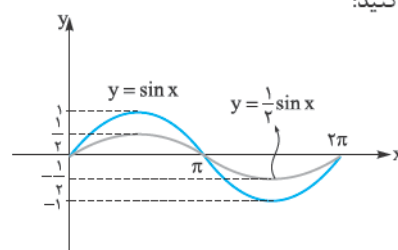
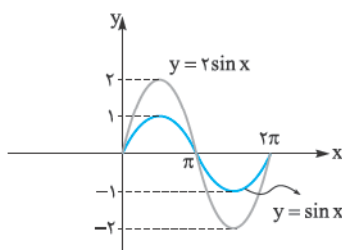
الف) $y = kf(x)$

برای رسم این تابع از روی $y = f(x)$ ، عرض تابع f را در k ضرب می‌کنیم (دامنه ثابت) و آن را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

۱) $k > 1 \Rightarrow$ نمودار $f(x)$ در راستای محور y ها با ضریب k کشیده می‌شود (انبساط عمودی)

۲) $0 < k < 1 \Rightarrow$ نمودار $f(x)$ در راستای محور y ها با ضریب k فشرده می‌شود (انقباض عمودی)

به مثال مقابل توجه کنید:



نگاه کنید! $2 \sin x$ نسبت به $\sin x$ کشیده‌تره ولی $\frac{1}{2} \sin x$ نسبت به $\sin x$ فشرده‌تره.

همان طور که می بینید، دامنه تابع $kf(x)$ تغییر نمی کند ولی برد تابع، k برابر می شود.

پس اگر $R_{f(x)} = [a, b]$ ، آن گاه $R_{kf(x)} = [ak, bk]$ است.

آه! بازه! اگر بخواهیم از روی نمودار $f(x)$ ، مثلاً نمودار $-2f(x)$ را رسم کنیم چی؟

خب، اول $2f(x)$ را رسم می کنیم (نمودار f کشیده تر می شود) و سپس نسبت به محور x ها قرینه می کنیم.

مثال و پاسخ

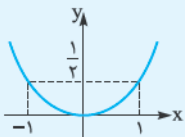
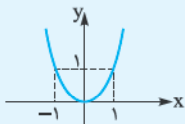
مثال: به کمک نمودار $y = x^2$ ، نمودار تابع های زیر را رسم کنید.

ب) $y = -2x^2$

پاسخ:

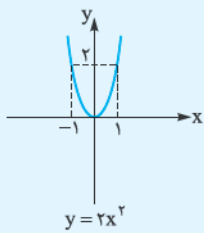
می دانیم نمودار $y = x^2$ به صورت مقابل است:

الف) $y = \frac{1}{2}x^2$

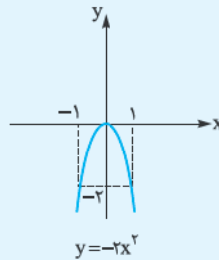


الف: برای رسم $y = \frac{1}{2}x^2$ باید نمودار x^2 ، در راستای محور y ها فشرده تر شود (زهرن نمودار بازتر همیشه).

ب: برای رسم $y = -2x^2$ ابتدا $y = 2x^2$ را از روی x^2 رسم می کنیم و سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ببینید:



نسبت به محور x ها
قرینه می کنیم



گام چهارم: انبساط و انقباض افقی

نمودار $y = f(x)$ را داریم:

$y = f(kx)$

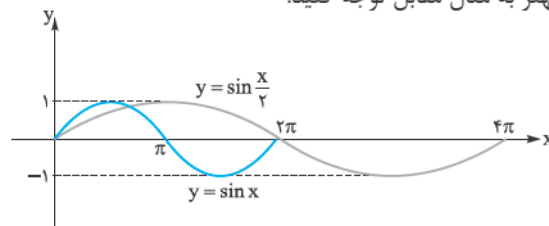
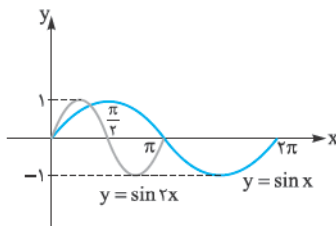
برای رسم این تابع از روی $y = f(x)$ ، طول نمودار f را در $\frac{1}{k}$ ضرب می کنیم (برد ثابت) و آن را در دو حالت بررسی می کنیم:

1) $k > 1 \Rightarrow$ نمودار $f(x)$ در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ فشرده می شود (انقباض افقی)

2) $0 < k < 1 \Rightarrow$ نمودار $f(x)$ در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ کشیده می شود (انبساط افقی)

تذکره: بچه ها توجه کنید که وقتی تغییرات روی x است ($f(kx)$ یا $f(x+k)$) برعکس عمل می کنیم.

برای فهم بهتر به مثال مقابل توجه کنید:



مشاهده می کنید نمودار $y = \sin \frac{x}{2}$ ($k = \frac{1}{2}$) از همه کشیده تر و نمودار $y = \sin 2x$ ($k = 2$) از همه فشرده تر است. (گفتیم که تغییر روی x برعکس)

همان طور که می بینید برد تابع $f(kx)$ تغییری نمی کند ولی دامنه تابع $f(kx)$ تغییر می کند. (فعالاً k رو مثبت می گیریم).

پس اگر $D_{f(x)} = [a, b]$ ، $D_{f(kx)} = [\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$ می شود.

بچه‌ها یک سؤال! اگر بخواهیم از روی نمودار $f(x)$ ، مثلاً $f(-2x)$ را رسم کنیم چی؟؟؟

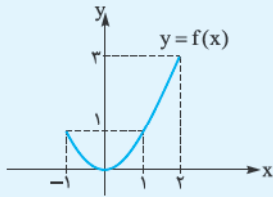
بگذارید فودم بواب برهم. مثل حالت‌های قبل، ابتدا $f(2x)$ را رسم می‌کنیم و سپس $f(2x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. **فب!** کم کم به انتهای این درس نزدیک می‌شویم. تا حالا همه حالت‌های تبدیل (چه عمودی و چه افقی) را گفتیم. الان نوبت به این می‌رسد، که این تبدیل‌ها را با هم مخلوط کنیم و نمودارهای پیچیده‌تری را رسم کنیم. (فیلی از بچه‌ها در رسم این نمودارها دچار مشکل می‌شوند).

توجه: برای رسم تابع $y = af(bx + c) + d$ از روی $y = f(x)$ مراحل زیر را انجام دهید:

$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x + c) \xrightarrow{(2)} y = f(bx + c) \xrightarrow{(3)} y = af(bx + c) \xrightarrow{(4)} y = af(bx + c) + d$$

مثال و پاسخ

مثال: نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودارهای خواسته‌شده را به دست آورید.

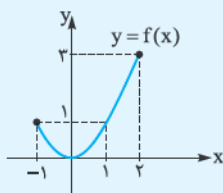


الف) $-f(x - 2)$

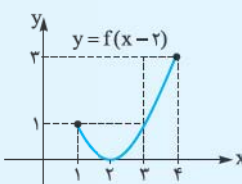
ب) $f(-x - 2)$

پاسخ الف: برای رسم $-f(x - 2)$ از روی $f(x)$ به ترتیب مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

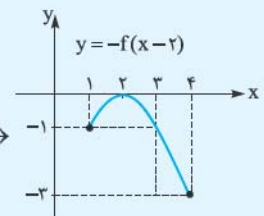
$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x - 2) \xrightarrow{(2)} y = -f(x - 2)$$



(1) دو واحد به راست می‌بریم



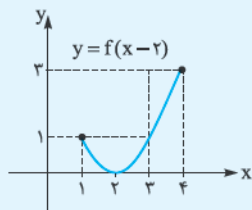
(2) نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم



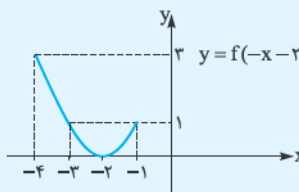
پ ب: برای رسم $f(-x - 2)$ از روی $f(x)$ به ترتیب مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x - 2) \xrightarrow{(2)} y = f(-x - 2)$$

نمودار $f(x - 2)$ را در قسمت الف رسم کردیم:



(2) نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم



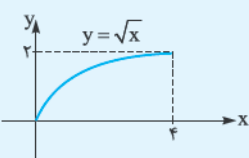
تذکره: بچه‌ها حواستان باشد که مثلاً قرینه $f(x + 1)$ نسبت به محور y ها $f(-x + 1)$ است نه $f(-x - 1)$ ؛ یعنی فقط باید خود x را به $-x$ تبدیل کنید.

مثال و پاسخ

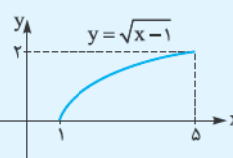
مثال: به کمک نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ در بازه $[0, 4]$ ، نمودار $f(2x - 1)$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

پاسخ: برای رسم نمودار تابع $f(2x - 1)$ از روی $f(x)$ به ترتیب مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

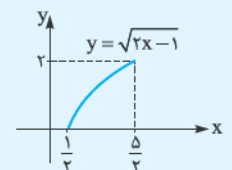
$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x - 1) \xrightarrow{(2)} y = f(2x - 1)$$



(1) یک واحد به راست می‌بریم



(2) دامنه را نصف می‌کنیم

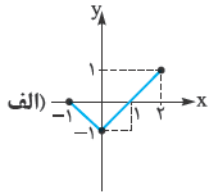
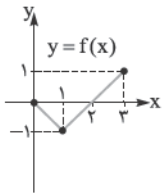


$$D = \left[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right], \quad R = [0, 2]$$

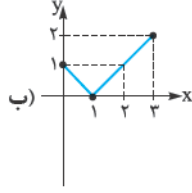
پس دامنه و برد تابع $f(2x - 1)$ برابر است با:

سؤال‌های امتحانی

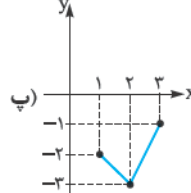
۱- با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، هر یک از نمودارهای زیر مربوط به کدام یک از ضابطه‌های داده شده می‌باشد؟



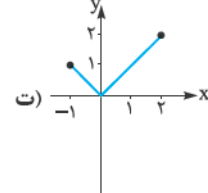
الف) $f(x-1)-2$ (۴)



ب) $f(x+1)$ (۳)



پ) $f(x+1)+1$ (۲)



ت) $f(x)+1$ (۱)

۲- با رسم نمودار تابع $f(x) = 2^x$ در بازه $[-1, 1]$ ، نمودار هر یک از تابع‌های خواسته شده را رسم کنید.

الف) $y = f(x+2)$

ب) $y = f(x)-1$

پ) $y = f(x+2)-1$

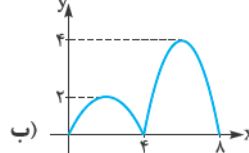
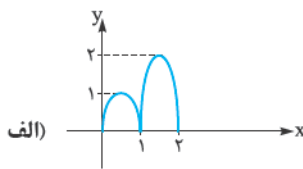
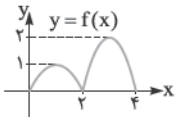
۳- به کمک نمودار تابع $f(x) = |x|$ در بازه $[-1, 1]$ ، نمودار هر یک از تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف) $y = 2f(x)$

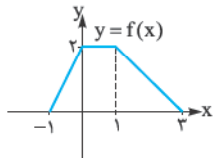
ب) $y = f(\frac{1}{2}x)$

پ) $y = \frac{1}{2}f(2x)$

۴- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، ضابطه هر یک از نمودارهای داده شده را برحسب $f(x)$ به دست آورید.



۵- به کمک نمودار تابع f ، نمودار سایر تابع‌های خواسته شده را رسم کنید.



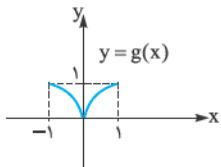
الف) $-f(x)$

ب) $f(-x)$

پ) $-2f(-x)$

ت) $2f(-\frac{1}{2}x)$

۶- با توجه به نمودار g ، نمودار تابع‌های خواسته شده را رسم کنید.



الف) $g(2x-1)$

ب) $g(-x+1)$

پ) $2g(3-x)$

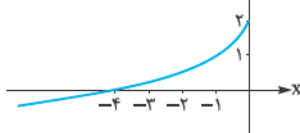
۷- تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & -1 < x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ را در نظر بگیرید:

الف) نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

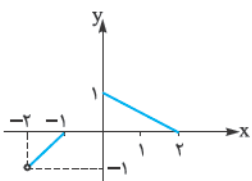
ب) دامنه و برد تابع $y = 2f(-x-1)-1$ را به کمک نمودارش پیدا کنید.

۸- اگر نقطه $A(-2, 1)$ روی تابع $f(x)$ باشد، مختصات نقطه A را روی تابع $y = \frac{-1}{3}f(x-2)$ به دست آورید.

۹- نمودار تابع مقابل، با استفاده از تبدیل نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست آمده است. ضابطه این تابع را به دست آورید.



۱۰- نمودار تابع $y = -f(-2x)+1$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید سپس دامنه و برد آن را بیابید.



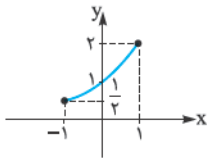
ماجرهای من و درسام- حسابان ۲

- ۱۱- اگر دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-1, 4]$ و برد آن $[2, 5]$ باشد، دامنه و برد دو تابع $y = 3f(x+1)$ و $y = 2 - f(2x-1)$ را به دست آورید.
- ۱۲- به کمک نمودار تابع $y = \sin x$ با دامنه $[0, 2\pi]$ ، نمودار تابع $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ را رسم کنید و در آخر دامنه و برد آن را پیدا کنید.

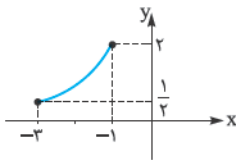


پاسخ سؤال‌های امتحانی

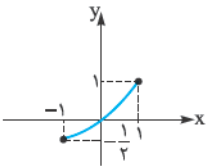
- ۱- الف) در این قسمت نمودار تابع f ، یک واحد به سمت چپ آمده ولی برد تابع هیچ تغییری نکرده، پس این تابع، $f(x+1)$ است. (تغییر روی x برعکسه).
 ب) در این قسمت نمودار تابع f ، یک واحد بالا آمده است ولی دامنه تغییری نکرده، پس این تابع، $f(x)+1$ است.
 پ) فب! با کمی دقت متوجه می‌شویم که نمودار یک واحد به راست و دو واحد پایین آمده پس این تابع، $f(x-1)-2$ است.
 ت) نمودار یک واحد به چپ آمده و یک واحد هم بالا؛ یعنی این تابع، $f(x+1)+1$ است.
 ۲- نمودار تابع $f(x)=2^x$ در بازه $[-1,1]$ به صورت مقابل است:



الف) برای رسم $f(x)$ ، $f(x+2)$ را دو واحد به چپ می‌بریم:

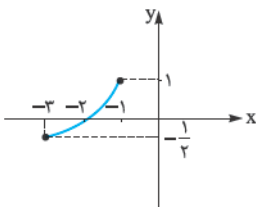


ب) برای رسم $f(x)-1$ را یک واحد پایین می‌بریم:

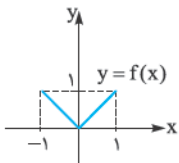


همان‌طور که می‌بینید، وقتی نمودار یک واحد پایین می‌آید از مبدأ مختصات می‌گذرد.

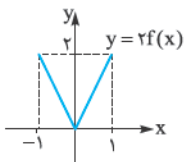
پ) برای رسم تابع $y = f(x+2) - 1$ ابتدا دو واحد $f(x)$ را به سمت چپ می‌بریم و در نهایت یک واحد پایین می‌آوریم. (مقلوطی از حالت‌های الف و ب)



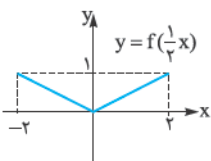
۳- ابتدا نمودار $f(x) = |x|$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم می‌کنیم:

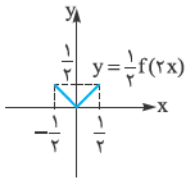


الف) برای رسم $2f(x)$ ، برد تابع را دو برابر می‌کنیم (دامنه ثابت). ببینید:



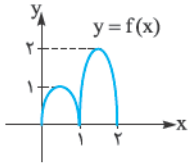
ب) برای رسم $f(\frac{1}{2}x)$ ، دامنه تابع را دو برابر می‌کنیم (تغییرات روی x برعکسه) و البته برد تابع تغییری نمی‌کند.



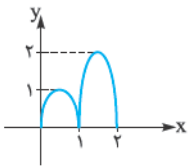


پ) در این قسمت باید $\frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنیم؛ پس دامنه و برد تابع را نصف می‌کنیم. ببینید:

۴- نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است:



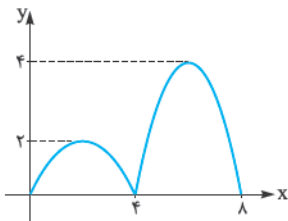
الف) به نموداری که در این قسمت رسم شده است نگاه کنید:



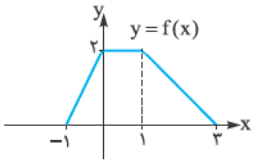
همان‌طور که می‌بینید برد تابع جدید تغییری نکرده و فقط دامنهٔ تابع نصف شده پس ضابطهٔ این تابع $y = f(2x)$ است. (توروشدا تأیید $f(\frac{1}{2}x)$)

ب) به نمودار مقابل توجه کنید:

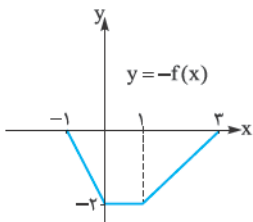
دامنه و برد تابع دو برابر شده، پس ضابطهٔ این تابع برحسب $f(x)$ می‌شود: $y = 2f(\frac{1}{2}x)$



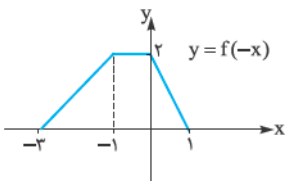
۵- نمودار f به صورت مقابل است:



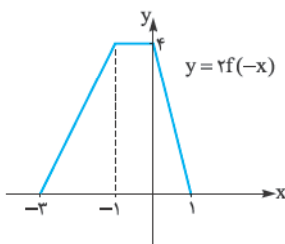
الف) برای رسم $-f(x)$ ، نمودار f را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم، ببینید:



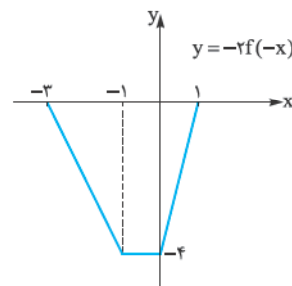
ب) برای رسم $f(-x)$ ، این بار نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم:



پ) برای رسم $-2f(-x)$ باید برد $f(-x)$ (نمودار قسمت ب)) را دو برابر کنیم و سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.



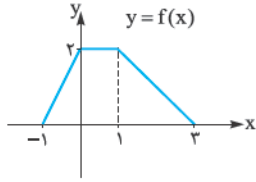
نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم



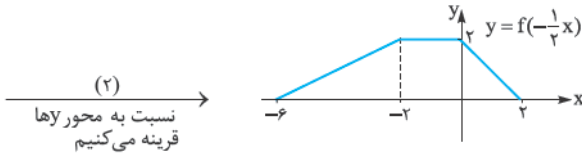
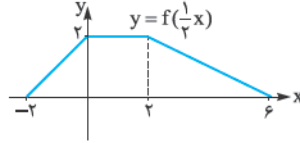
ت) برای رسم $2f(-\frac{1}{3}x)$ باید مراحل زیر را انجام دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(\frac{1}{3}x) \xrightarrow{(2)} y = f(-\frac{1}{3}x) \xrightarrow{(3)} y = 2f(-\frac{1}{3}x)$$

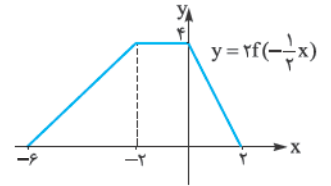
ببینید:



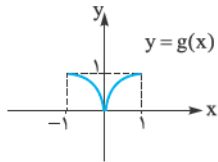
(1) دامنه را دو برابر می‌کنیم



(3) برد تابع را دو برابر می‌کنیم



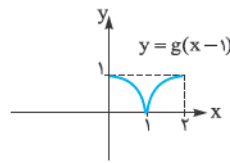
۶- نمودار تابع g به صورت مقابل است:



$$g(x) \xrightarrow{(1)} g(x-1) \xrightarrow{(2)} g(2x-1)$$

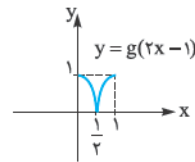
الف) برای رسم $g(2x-1)$ به ترتیب، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:
پس $g(x-1)$ را به دست می‌آوریم:

(1) g را یک واحد به راست می‌بریم



برای رسم $g(2x-1)$ از روی $g(x-1)$:

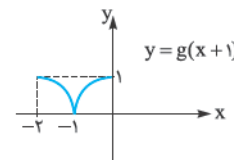
(2) دامنه تابع را نصف می‌کنیم



ب) برای رسم $g(-x+1)$ به ترتیب مراحل زیر را انجام می‌دهیم:
برویم سرفوت رسم $g(x+1)$:

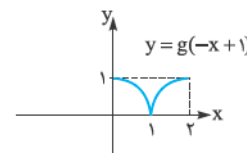
$$y = g(x) \xrightarrow{(1)} y = g(x+1) \xrightarrow{(2)} y = g(-x+1)$$

(1) g را یک واحد به چپ می‌بریم



برای رسم $g(-x+1)$ از روی $g(x+1)$:

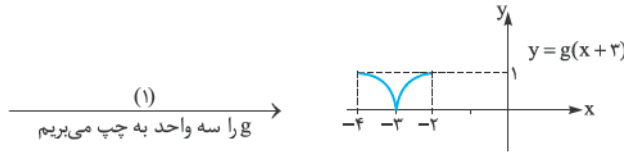
(2) نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم



پ) مراحل رسم $y = 2g(-x+3)$ از روی g به صورت زیر است:

$$y = g(x) \xrightarrow{(1)} y = g(x+3) \xrightarrow{(2)} y = g(-x+3) \xrightarrow{(3)} y = 2g(-x+3)$$

برای رسم $g(x+3)$:



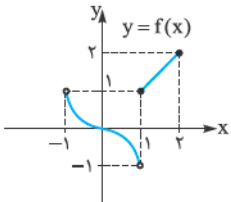
رسم $g(-x+3)$ از روی $g(x+3)$:



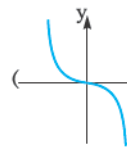
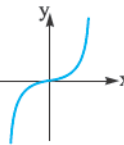
و در نهایت برای رسم $2g(-x+3)$:



۷- الف) نمودار f به صورت مقابل است:



تنها قسمت دشوار رسم f ، این جاست که باید $-x^3$ رسم شود که می‌دانیم x^3 به صورت (x) است (واسه این که فیالتون راحت شه، پنتا



نقطه بوش برین)؛ پس برای رسم $-x^3$ باید x^3 را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. (x)

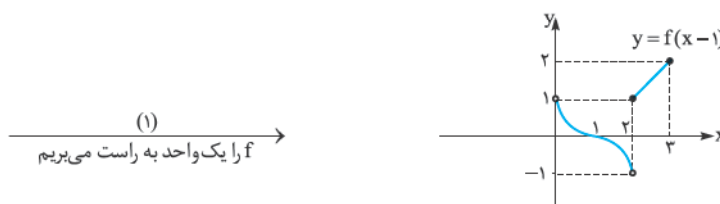
$$D_f = (-1, 2] \quad , \quad R_f = (-1, 2]$$

هم چنین با توجه به نمودار f داریم:

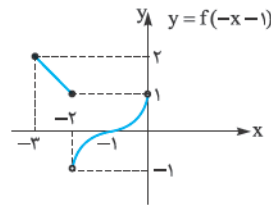
ب) برای رسم تابع $y = 2f(-x-1) - 1$ از روی f باید مراحل زیر را انجام دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{(1)} y = f(x-1) \xrightarrow{(2)} y = f(-x-1) \xrightarrow{(3)} y = 2f(-x-1) \xrightarrow{(4)} y = 2f(-x-1) - 1$$

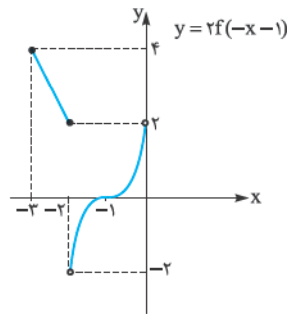
رسم $f(x-1)$:



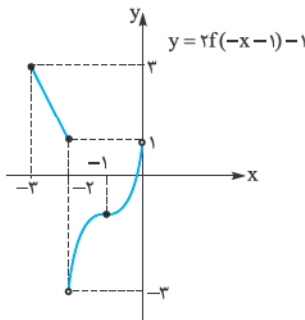
برای رسم $f(-x-1)$ از روی $f(x-1)$:



برای رسم $2f(-x-1)$ از روی نمودار $f(-x-1)$:



و در گام آخر، نمودار رسم شده را یک واحد پایین می‌بریم:



$D = [-3, 0)$ ، $R = (-3, 3]$

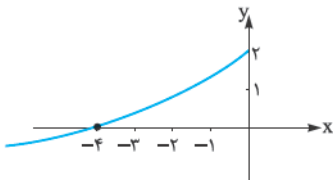
از روی نمودار تابع $y = 2f(-x-1) - 1$ می‌توان نوشت:

۸- رسم تابع $y = \frac{-1}{3}f(x-2)$ از روی $f(x)$ به این صورت است که اول $f(x-2)$ را رسم می‌کنیم و سپس برد آن را $\frac{-1}{3}$ برابر می‌کنیم. پس

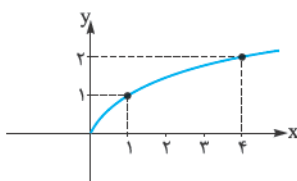
اگر $A(-2, 1)$ روی $f(x)$ باشد تبدیل یافته A روی تابع $f(x-2)$ می‌شود $A'(0, 1)$ (باید $f(x)$ دو واحد به راست برود) و سپس نقطه موردنظر

در تابع $y = \frac{-1}{3}f(x-2)$ به صورت $A''(0, -\frac{1}{3})$ می‌شود. (این بار دامنه ثابت است و فقط برد را در $\frac{-1}{3}$ ضرب می‌کنیم).

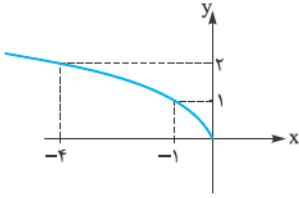
۹- باید ضابطه نمودار مقابل را برحسب $f(x) = \sqrt{x}$ پیدا کنیم.



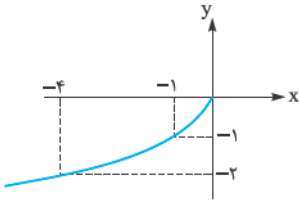
به نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ نگاه کنید:



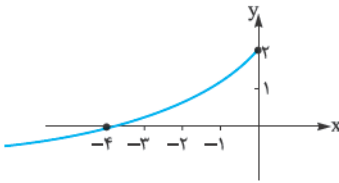
چه طوری می‌توانیم از $f(x) = \sqrt{x}$ به ضابطه نمودار خواسته شده برسیم؟
 با کمی دقت می‌توان فهمید که باید مراحل زیر را طی کنیم:
 (۱) ابتدا نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم یعنی: $y = \sqrt{-x}$



(۲) باید $\sqrt{-x}$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم؛ یعنی: $y = -\sqrt{-x}$



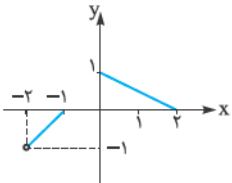
(۳) و در گام آخر $-\sqrt{-x}$ را ۲ واحد بالا می‌بریم؛ یعنی: $y = -\sqrt{-x} + 2$
 که نمودارش به صورت مقابل است:



پس $y = -\sqrt{-x} + 2$ ضابطه نمودار خواسته شده است.

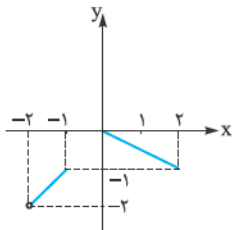
اگر کمی برات سخته، مهداً نیم نگاهی به درس‌نامه بندها چون این سؤال قبلی مهمه.

۱۰- سؤال بسیار مهمی است. نمودار تابع $y = -f(-2x) + 1$ به صورت مقابل است:

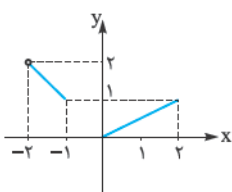


این بار فرق دارد، باید دنبال خود $f(x)$ بگردیم. پس باید همه مراحل را به صورت برعکس انجام دهیم.

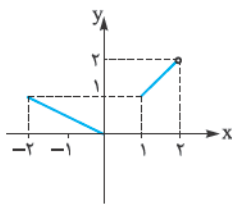
(۱) اول $y = -f(-2x) + 1$ را یک واحد پایین می‌آوریم تا $y = -f(-2x)$ به دست آید.



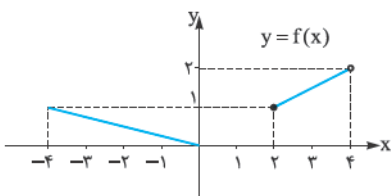
(۲) حالا باید از روی $y = -f(-2x)$ به $y = f(-2x)$ برسیم یعنی نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ببینید:



۳) می‌خواهیم از $f(-2x)$ به $f(2x)$ برسیم پس نمودار $y = f(-2x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم:



۴) و در گام آخر باید از $f(2x)$ به $f(x)$ برسیم، پس دامنه $f(2x)$ را ۲ برابر می‌کنیم (برعکسه):



$D_{f(x)} = [-4, 0] \cup [2, 4]$, $R_{f(x)} = [0, 2]$

از روی نمودار $f(x)$ می‌توان نوشت:

$D_f = [-1, 4]$, $R_f = [2, 5]$

۱۱- دامنه و برد تابع f به صورت مقابل است:

اول دامنه و برد $y = 3f(x+1)$ را به دست می‌آوریم. توجه کنید:

برای رسم $3f(x+1)$ از روی $f(x)$ ، f را یک واحد به چپ می‌بریم و سپس برد تابع را ۳ برابر می‌کنیم؛ یعنی:

$D = [-2, 2]$, $R = [6, 15]$

حالا تابع $y = 2 - f(2x - 1)$:

می‌دانیم برای رسم این تابع، ابتدا نمودار را یک واحد به راست می‌بریم و سپس دامنه را نصف می‌کنیم؛ یعنی:

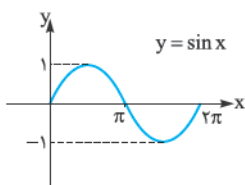
$D = \left[-\frac{1+1}{2}, \frac{4+1}{2}\right] = \left[0, \frac{5}{2}\right]$

هم‌چنین برای تعیین برد این تابع ابتدا R_f را قرینه می‌کنیم و سپس ۲ واحد به آن اضافه می‌کنیم:

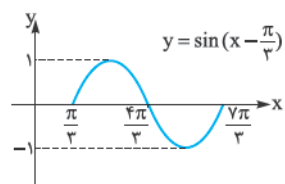
$R = [-3, 0]$

(اول میشه $[-5, -2]$ بعد $[-3, 0]$)

۱۲- نمودار تابع $y = \sin x$ به صورت مقابل است:

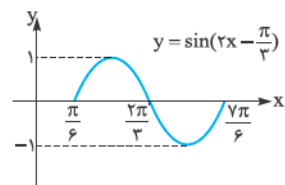


همان‌طور که می‌دانید برای رسم $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ ابتدا $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ را رسم می‌کنیم؛ یعنی نمودار



$\sin x$ را به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به راست می‌بریم:

در نهایت برای رسم $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ از روی $y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$ دامنه نمودار را نصف می‌کنیم:



$D = \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$, $R = [-1, 1]$

حالا طبق نمودار می‌توان نوشت: