تعریف و رابطهٔ اصلی چگالی

چگالی: جرم یکای حجم یک جسم را چگالی گویند. به بیان ساده‌تر چگالی یک جسم در SI بیانگر این مطلب است که یک متر مکعب از جسم چند کیلوگرم جرم دارد.

برای محاسبهٔ چگالی یک جسم می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ ← چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب $(\frac{kg}{m^3})$ ، m ← جرم بر حسب کیلوگرم (kg) ، V ← حجم بر حسب متر مکعب (m^3)

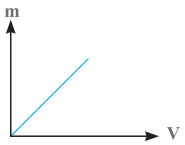
نکات

۱ از جمله یکاهای پرکاربردی که برای چگالی استفاده می‌شود می‌توان به گرم بر سانتی‌متر مکعب $(\frac{g}{cm^3})$ و گرم بر لیتر $(\frac{g}{L})$ اشاره کرد، که به کمک قاعدهٔ زنجیره‌ای به‌صورت زیر به یکای استاندارد چگالی تبدیل می‌شوند.

$$1\frac{g}{L} \times \frac{1kg}{1000g} \times \frac{1000L}{1m^3} = 1\frac{kg}{m^3}$$

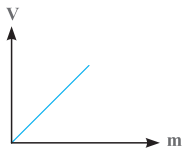
$$1\frac{g}{cm^3} \times \frac{1kg}{1000g} \times \frac{10^6 cm^3}{1m^3} = 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

۲ اگر نمودار جرم یک ماده را بر حسب حجم آن رسم کنیم، مطابق شکل روبه‌رو به‌صورت خط راستی گذرنده از مبدأ خواهد بود که شیب آن برابر چگالی جسم می‌باشد.



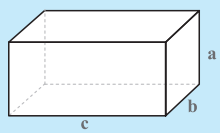
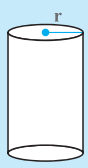
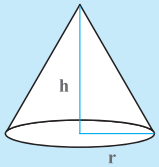
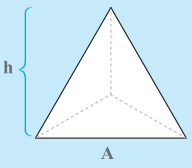
$$\text{شیب نمودار} = \frac{m}{V} = \rho$$

۳ اگر نمودار حجم یک ماده را بر حسب جرم آن رسم کنیم، باز هم به‌صورت خط راستی گذرنده از مبدأ خواهد بود که شیب آن برابر عکس چگالی جسم می‌باشد.

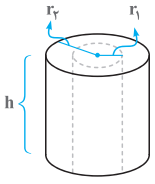


$$\text{شیب نمودار} = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

۴ در برخی از سؤالات برای محاسبهٔ چگالی جسم باید حجم جسم را به کمک روابط هندسی محاسبه کنیم. در جدول زیر روابط مورد نیاز برای محاسبهٔ حجم اجسام خاص مطرح شده است. این روابط را خیلی خوب به خاطر بسپارید.

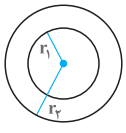
مکعب	مکعب مستطیل	کره	استوانه	مخروط	هرم
$V = a^3$	$V = abc$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3} A \times h$
					

۵ برای محاسبهٔ حجم استوانه‌ای تو خالی به شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.



$$V = \pi(r_2^2 - r_1^2)h$$

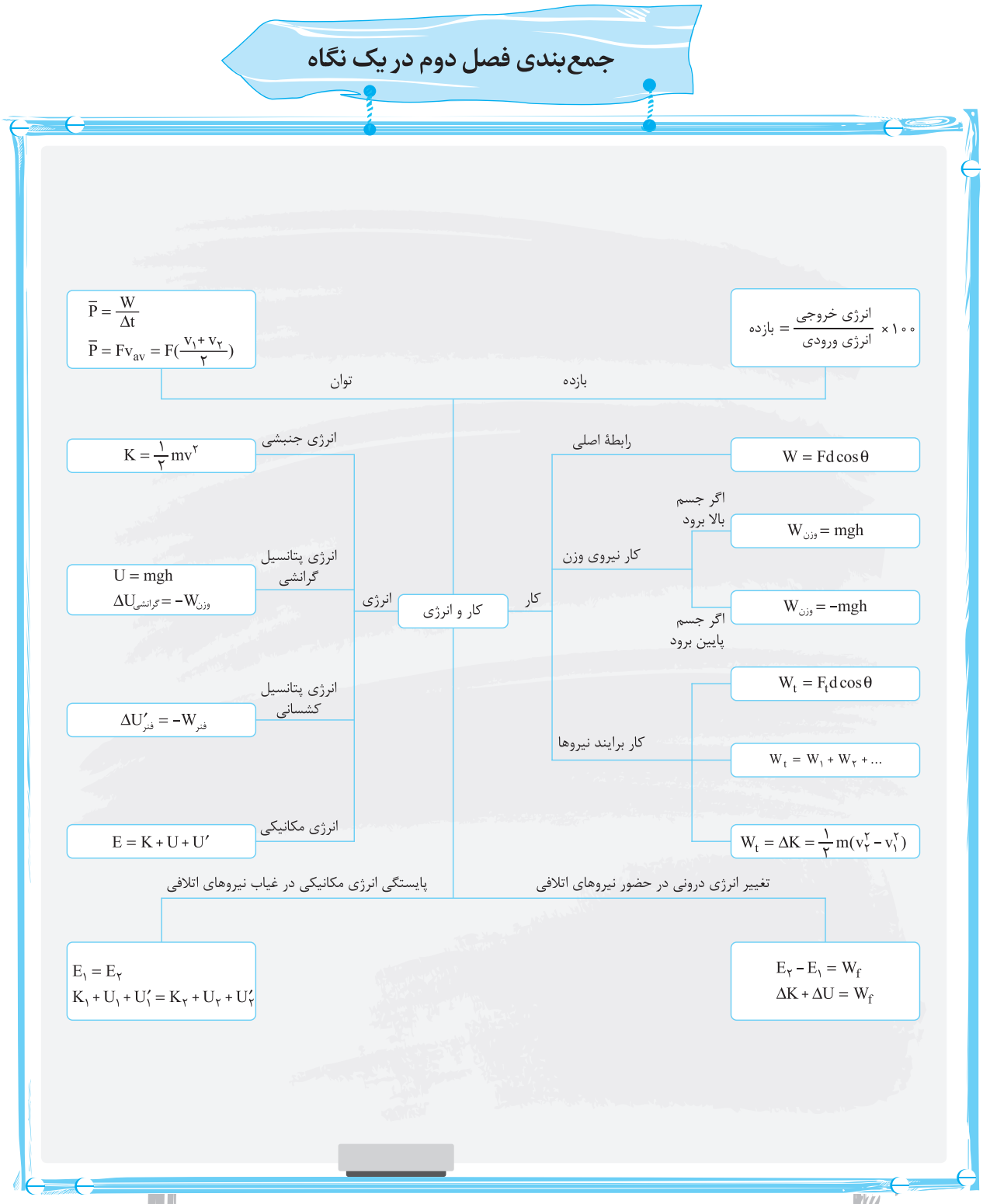
۶ برای محاسبهٔ حجم کره‌ای توخالی به شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.



$$V = \frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)$$

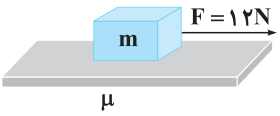
۷ برای بدست آوردن حجم اجسامی که شکل هندسی خاصی ندارند از استوانهٔ مدرج استفاده می‌شود. مطابق شکل مقابل ابتدا داخل استوانه حجم معینی آب ریخته می‌شود، سپس جسم مورد نظر داخل آب انداخته می‌شود و آب موجود در استوانه به اندازهٔ حجم جسم بالا می‌آید و به کمک درجه‌بندی‌های مشخص شده روی استوانه، حجم جسم موردنظر مشخص می‌شود.

جمع‌بندی فصل دوم در یک نگاه



۲ گزینهٔ ۳

مطابق شکل زیر، جسمی روی یک سطح افقی دارای اصطکاک تحت تأثیر نیروی F با تندی ثابت ۴m/s در حال حرکت است. کار نیروی اصطکاک در مدت زمان ۳s چند ژول است؟

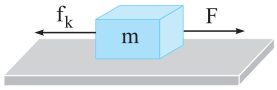


۱) -۷۲ ☐ ۲) ۷۲ ☐ ۳) -۱۴۴ ☐ ۴) ۱۴۴ ☐

حل ابتدا جابه‌جایی جسم را در بازهٔ زمانی موردنظر به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v\Delta t = ۴(۳) = ۱۲m$$

با توجه به این‌که جسم موردنظر با سرعت ثابت حرکت می‌کند، اندازهٔ برایند نیروهای واردشده به آن صفر است و در نتیجه اندازهٔ نیروی اصطکاک واردشده به آن برابر اندازهٔ نیروی F است و داریم:



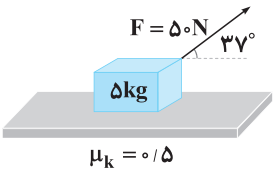
$$a = ۰ \Rightarrow f_k = F = ۱۲N \Rightarrow$$ حرکت با سرعت ثابت است.

حالا همه چیز برای محاسبهٔ کار نیروی اصطکاک آماده است.

$$W_{f_k} = f_k d\cos\theta \xrightarrow{\theta = ۱۸۰^\circ} W_{f_k} = ۱۲(۱۲)(-۱) = -۱۴۴J$$

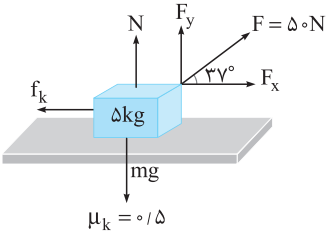
۳ گزینهٔ ۳

در شکل مقابل، جسم تحت‌تأثیر نیروی F به‌اندازهٔ ۵ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ , g = ۱۰m/s^۲)$ (ریاضی خارج ۹۶)



۱) ۲۰۰ ☐ ۲) صفر ☐ ۳) -۵۰ ☐ ۴) -۲۵۰ ☐

حل ابتدا نیروی F را مطابق شکل مقابل تجزیه می‌کنیم و در ادامه نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک واردشده به جسم را به‌دست می‌آوریم:



$$F_y = F\sin ۳۷^\circ = ۵۰(۰/۶) = ۳۰N$$

$$N + F_y = mg \Rightarrow N + ۳۰ = ۵۰ \Rightarrow N = ۲۰N$$

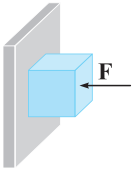
$$f_k = \mu_k N = ۰/۵(۲۰) = ۱۰N$$

همان‌طور که می‌دانید نیروی سطح برایند دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک است. از آن‌جایی که در این مسئله نیروی عمودی سطح عمود بر راستای جابه‌جایی است، کار نیروی عمودی سطح صفر می‌باشد و کار نیروی سطح برابر کار نیروی اصطکاک می‌باشد و داریم:

$$W_{\text{نیروی سطح}} = W_{\text{اصطکاک}} = f_k d\cos\theta = ۱۰(۵)(-۱) = -۵۰J$$

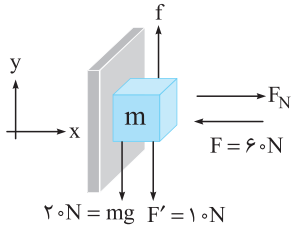
۴ گزینهٔ ۴

مطابق شکل زیر، جسمی به وزن ۲۰N توسط نیروی افقی F = ۶۰N به حال سکون بر دیوارهٔ قائمی ثابت نگه داشته شده است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان دیواره و جسم به ترتیب ۰/۶ و ۰/۳ است. در این حالت نیرویی به بزرگی ۱۰N موازی با دیواره رو به پایین به جسم وارد می‌شود. نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟ (تجربی داخل ۹۸)



۱) ۳۰ ☐ ۲) ۳۶ ☐ ۳) $۳۰\sqrt{۳}$ ☐ ۴) $۳۰\sqrt{۵}$ ☐

حل ابتدا باید وضعیت جسم را از لحاظ حرکت یا سکون بررسی کنیم. برای این کار باید مجموع نیروهای رو به پایین $(mg + F')$ را با بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی مقایسه کرد.



$$F_{net_x} = ۰ \Rightarrow F_N = F = ۶۰N$$

$$f_{s_{max}} = \mu_s \cdot F_N = ۰/۶ \times ۶۰ = ۳۶N$$

$$(mg + F') = ۳۰N < f_{s_{max}} = ۳۶N \Rightarrow$$ جسم ساکن می‌ماند

به دلیل ساکن ماندن جسم و با توجه به قانون اول نیوتون در راستای محور y برایند نیروها صفر است و نیروی اصطکاک باید مجموع دو نیروی mg و F′ را خنثی کند.

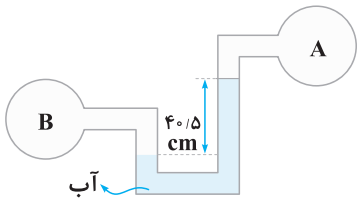
$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow f_s = mg + F' = ۳۰N$$

توجه کنید که در سوال نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند خواسته شده که برابر با نیروی سطح یعنی برایند دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک است.

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۶۰^۲ + ۳۰^۲} = ۳۰\sqrt{۵}\ N$$

۵۱ گزینهٔ ۱

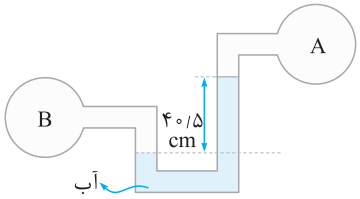
در شکل زیر، فشار گاز محبوس در مخزن A ..... سانتی‌متر جیوه ..... از فشار گاز محبوس در مخزن B است. $(\rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}, \rho_{جیوه}=13/5\frac{g}{cm^3})$



۱) ۳ - کمتر
۲) ۳ - بیشتر
۳) ۴۰/۵ - بیشتر
۴) ۴۰/۵ - کمتر

حل باز هم همان جمله معروف، به نقاط هم سطح M و N فشارهای یکسانی وارد می‌شود:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = P_{آب} + P_A$$



فشار ناشی از ۴۰/۵cm آب را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم:

$$\rho gh_{آب} = \rho gh_{جیوه}$$

$$\Rightarrow 1\times 40/5 = 13/5 h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه} = 3cm_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = 3cm$$

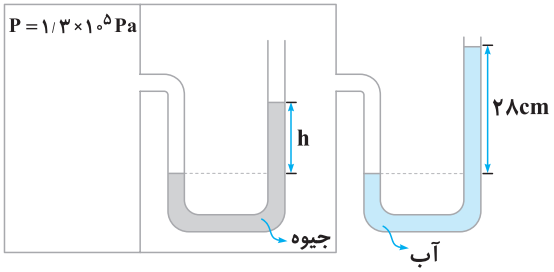
بنابراین فشار ستون آب برابر ۳ سانتی‌متر جیوه است و داریم:

$$P_B = P_{آب} + P_A \Rightarrow P_B = P_A + 3cmHg$$

پس فشار مخزن A، به اندازه 3cmHg کمتر از فشار مخزن B است.

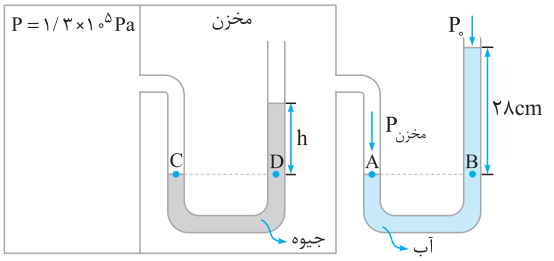
۵۲ گزینهٔ ۲

در شکل مقابل، اگر فشار هوا $10^5 Pa$ و چگالی آب و جیوه در SI به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱۳۶۰۰ باشد، h چند سانتی‌متر است؟ (ریاضی خارج ۹۷)



۱) ۲۲
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۱۵

حل ابتدا فشار گاز درون مخزن را محاسبه می‌کنیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{مخزن} = P_0 + (\rho gh)_{آب}$$

$$\Rightarrow P_{مخزن} = 10^5 + 1000\times 10\times \frac{28}{100} = 102800 Pa$$

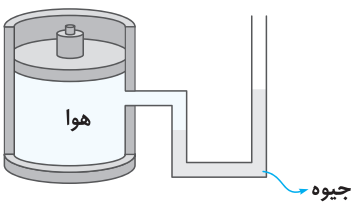
حال که فشار گاز درون مخزن را محاسبه کردیم می‌توانیم ارتفاع جیوهٔ درون لوله را محاسبه کنیم:

$$P_C = P_D \Rightarrow 1/3\times 10^5 = (\rho gh)_{جیوه} + P_{مخزن} \Rightarrow 13\times 10^4 = 136000\times 10\times h + 102800 \Rightarrow 272000 = 136000h \Rightarrow h = 0/2m = 20cm$$

حرف آخر: در حل همه سوالات لوله U شکل، کلید حل تست استفاده از رابطه تساوی فشار در دو طرف لوله است. پس اگر در تستی مانند این سوال دو لوله U شکل وجود داشته باشد باید دو بار اصل هم فشاری را به کار برد.

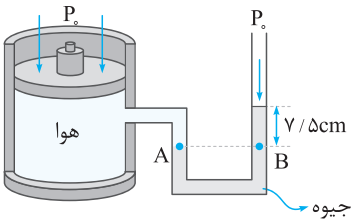
۵۳ گزینهٔ ۳

در شکل روبه‌رو، وزن و اصطکاک پیستون ناچیز است. وزنهٔ چند کیلوگرمی را به آرامی، روی پیستون قرار دهیم تا در حالت تعادل اختلاف ارتفاع بین دو سطح جیوه در لوله، به ۷/۵ سانتی‌متر برسد؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ **و مساحت قاعدهٔ پیستون $50cm^2$ و چگالی جیوه $13/6\frac{g}{cm^3}$ است).** (ریاضی خارج ۸۹)



۱) ۳/۲
۲) ۴/۳
۳) ۵/۱
۴) ۶/۴

حل مطابق شکل زیر هنگامی که وزنه‌ای روی پیستون قرار می‌گیرد، سطح جیوه در شاخهٔ سمت چپ لوله U شکل پایین آمده و در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود به گونه‌ای که فشار وارد شده به نقاط A و B برابر هم شود.

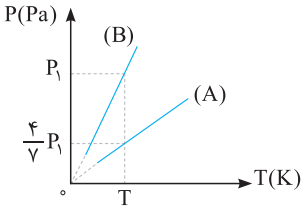


$$P_A = P_B \Rightarrow P_{وزنه} + P_0 = (\rho gh)_{جیوه} + P_0$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A} = (\rho gh)_{جیوه} \Rightarrow \frac{m\times 10}{50\times 10^{-4}} = 136000\times 10\times \frac{7/5}{100}$$

$$\Rightarrow m = 5/1 kg$$

حل دمای دو گاز A و B در دمای T با یکدیگر برابر هستند بنابراین با استفاده از معادلهٔ حالت می‌توان نوشت:



$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{nR}{PV} \Rightarrow T_A = T_B \Rightarrow \frac{n_A}{P_A V_A} = \frac{n_B}{P_B V_B}$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۱۰ \times \frac{۴}{۷} P_1} = \frac{n_B}{P_1 \times ۱۶} \rightarrow n_B = ۱۴$$

مرحلهٔ (۲) قانون اول ترمودینامیک

راه‌های مبادلهٔ انرژی

یک دستگاه به دو طریق می‌تواند با محیط اطراف خود به مبادلهٔ انرژی بپردازد: ۱) گرما ۲) کار. هنگامی‌که دستگاه با محیط اطراف به مبادلهٔ انرژی می‌پردازد، انرژی درونی آن (U) تغییر می‌کند.

گرما (Q): گرما نوعی انرژی است که صرفاً به‌دلیل وجود اختلاف دما بین دو جسم مبادله می‌شود. اگر دستگاه گرما را از محیط جذب کند علامت Q را مثبت و اگر به محیط گرما بدهد علامت Q را منفی در نظر می‌گیریم.

الف) $Q>۰$ دستگاه گرما می‌گیرد.

ب) $Q<۰$ دستگاه گرما از دست می‌دهد.

مقدار گرمای مبادله شده برای یک گاز در محدودهٔ کتاب درسی فقط در فشار ثابت و حجم ثابت قابل محاسبه است، به‌گونه‌ای که برای n مول گاز کامل با تغییر دمای ΔT خواهیم داشت:

فشار ثابت: $Q_P = nC_P\Delta T \xrightarrow{P.\Delta V = nR\Delta T} Q_P = \frac{C_P}{R} P\cdot\Delta V$

حجم ثابت: $Q_V = nC_V\Delta T \xrightarrow{\Delta P.V = nR\Delta T} Q_V = \frac{C_V}{R} V.\Delta P$

C_P ظرفیت گرمایی ویژه مولی گاز در فشار ثابت و C_V ظرفیت گرمایی ویژهٔ مولی گاز در حجم ثابت است و مقادیر آن به‌ترتیب روبه‌رو است:

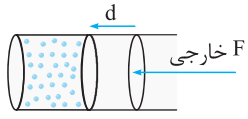
	C_V	C_P
گاز کامل تک اتمی	$\frac{۳}{۲}R$	$\frac{۵}{۲}R$
گاز کامل دو اتمی	$\frac{۵}{۲}R$	$\frac{۷}{۲}R$

! نکته برای هر گاز کامل اختلاف C_P و C_V ثابت است و برابر با ثابت گازها (R) می‌باشد:

$C_P - C_V = R$ برای هر گاز کامل

کار: همان‌گونه که در فصل کار و انرژی گفته شد، یک نیرو در صورتی که بتواند باعث جابه‌جایی شود، قادر به انجام کار است. پس اگر نیرویی به دستگاه وارد شود و مرز دستگاه را جابه‌جا کند (حجم دستگاه تغییر کند) روی دستگاه کار انجام می‌شود. در ترمودینامیک کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه را با W و کار انجام شده توسط دستگاه روی محیط را با W' نشان می‌دهیم و واضح است که: $W' = -W$

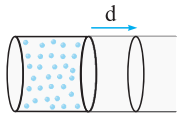
هنگامی‌که حجم کاهش می‌یابد زاویهٔ بین نیروی خارجی و جابه‌جایی صفر درجه است و علامت کار (W) مثبت است.



فرآیند تراکمی (انقباضی)

$V \downarrow \xrightarrow[\text{انقباض}]{\Delta V<۰} W>۰$

هنگامی‌که حجم افزایش می‌یابد زاویهٔ بین نیروی خارجی و جابه‌جایی ۱۸۰° است و علامت کار (W) منفی است.

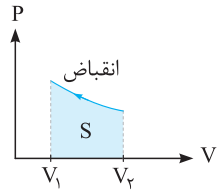


فرآیند انبساطی

$V \uparrow \xrightarrow[\text{انبساط}]{\Delta V>۰} W<۰$

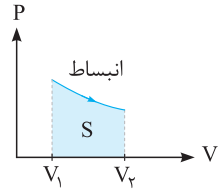
هنگامی‌که $W>۰$ است به دستگاه انرژی وارد می‌شود و هنگامی‌که $W<۰$ است انرژی از آن خارج می‌شود.

اندازهٔ کار انجام شده روی دستگاه (W) برابر با مساحت زیر نمودار P - V است.



$|W| = S$

$W = +S$



$|W| = S$

$W = -S$

حل فرایند ab هم‌فشار است، بنابراین گرمای مبادله شده در آن را به‌دست می‌آوریم:

$$Q = nC_P\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}P\Delta V \Rightarrow 1500 = \frac{5}{2}P_1(3V_1) = \frac{15}{2}P_1V_1 \Rightarrow P_1V_1 = 200$$

حال تغییر انرژی درونی کل به‌دلیل این‌که چرخهٔ کامل است، برابر صفر است. بنابراین:

$$\Delta U_{ca} + \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ca} = -\Delta U_{ab} - \Delta U_{bc}$$

حال تغییر انرژی درونی فرایند ab را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} + W_{ab} \Rightarrow \Delta U_{ab} = 1500 - P\Delta V = 1500 - 3P_1V_1 = 1500 - 600 = 900J$$

فرایند bc، هم‌حجم است در نتیجه کار انجام شده طی آن صفر است، بنابراین:

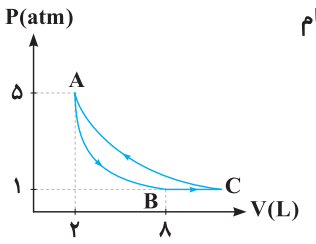
$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} + W_{bc} = \frac{3}{2}(4V_1)\Delta P = 6P_1V_1 = 6\times 200 = 1200J$$

$$\Delta U_{ca} = -900 - 1200 = -2100J$$

تذکر علامت منفی مقدار ΔU_{ca} نشان‌دهندهٔ کاهش آن است.

۸۱ گزینهٔ ۱

مقداری گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل را می‌پیماید. فرایند AB بی‌دررو و فرایند CA هم‌دما است. کار انجام شده روی گاز در فرایند AB برحسب ژول کدام است؟ ($C_P = 3R$)



۱) -400
۲) -600
۳) -800
۴) -1000

حل در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow (0 + W_{AB}) + (Q_{BC} + W_{BC}) + 0 = 0 \Rightarrow W_{AB} = -\Delta U_{BC} \quad (1)$$

فرایند CA هم‌دما است. می‌توان حجم در حالت C را به‌دست آورد:

$$P_CV_C = P_AV_A \Rightarrow 1\times V_C = 5\times 2 \Rightarrow V_C = 10L$$

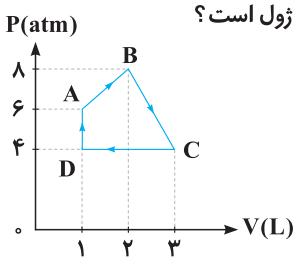
$$\begin{cases} W_{BC} = -P\Delta V = -10^5\times(10-8)\times10^{-3} = -200J \\ Q_{BC} = nC_P\Delta T = \frac{C_P}{R}(V_C - V_B) = 3\times10^5\times(10-8)\times10^{-3} = +600J \end{cases} \Rightarrow \Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} = +400J$$

با جایگذاری مقدار ΔU_{BC} در رابطهٔ (۱) داریم:

$$W_{AB} = -\Delta U_{BC} = -400J$$

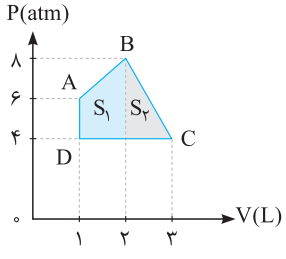
۸۲ گزینهٔ ۴

یک مول از گاز کاملی، چرخه‌ای را مطابق شکل مقابل طی می‌کند. گرمای گرفته شده توسط گاز طی چرخه چند ژول است؟



۱) $+700$
۲) -500
۳) -700
۴) $+500$

حل



چرخه: $\Delta U = 0 \Rightarrow W = -Q(1)$

$W = S_{(\text{مساحت داخل چرخه (P-V)})}$

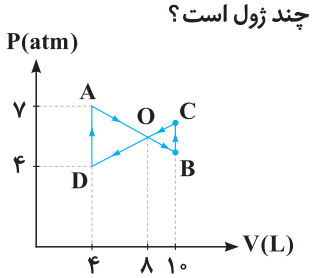
$$S = S_1 + S_2 = \left(\left(\frac{4+2}{2}\right)\times1 + \frac{4\times1}{2}\right)\times10^5\times10^{-3} \Rightarrow S = 500$$

چرخه ساعتگرد می‌باشد، بنابراین کار انجام شده روی گاز طی چرخه منفی است و طبق رابطهٔ (۱) داریم:

$$W = -500J \xrightarrow{(1)} Q = 500J$$

۸۳ گزینهٔ ۲

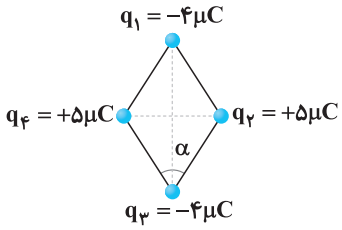
نمودار $P-V$ برای گاز کاملی در یک چرخه، به‌صورت شکل زیر است. کل گرمای مبادله شده در این چرخه چند ژول است؟



۱) 500
۲) 450
۳) -500
۴) -450

۲۴ گزینهٔ ۱

روی رأس‌های لوزی شکل زیر، چهار بار نقطه‌ای ثابت شده‌اند. اگر طول هر ضلع آن ۳۰cm و $\alpha = 60^\circ$ باشد، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برحسب نیوتون کدام است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2})$

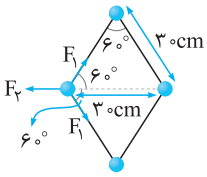


۱) ۰/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۴/۵

حل نیروی الکتریکی بین q_4 و q_1 برابر است با نیروی الکتریکی بین q_4 و q_3 و داریم:

$$F_{14} = F_{34} = 9\times10^9 \times \frac{20\times10^{-12}}{9\times10^{-2}} = 2N$$

اگر α برابر 60° باشد، زاویهٔ مجاور آن 120° است. با توجه به شکل می‌توان تشخیص داد که قطر کوچک این لوزی نیز ۳۰cm است.



در نتیجه نیروی الکتریکی بین بارهای q_2 و q_4 برابر است با:

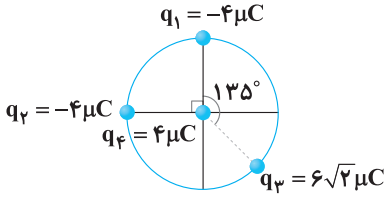
$$F_{24} = 9\times10^9 \frac{25\times10^{-12}}{9\times10^{-2}} = 2/5N$$

برایند دو نیروی F_1 با زاویهٔ 120° برابر $F' = 2N$ و به سمت راست است. در نتیجه برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر است با:

$$F' = 2F_{14}\cos\frac{120^\circ}{2} = 2\times2\times\cos60^\circ = 2N \Rightarrow F_T = F_{24} - F' = 2/5 - 2 = 0/5N$$

۲۵ گزینهٔ ۴

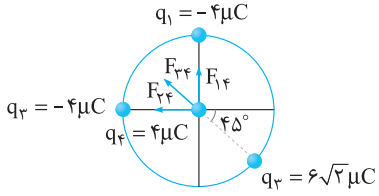
در شکل زیر، برایند نیروهای وارد شده به بار q_4 چند نیوتون است؟ (شعاع دایره برابر ۶cm و $k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2}$ است)



۱) $80\sqrt{2}$
۲) $140\sqrt{2}$
۳) $20\sqrt{2}$
۴) $100\sqrt{2}$

حل

$$F_{14} = F_{24} = \frac{kq_1q_4}{r^2} = \frac{9\times10^9\times4\times4\times10^{-12}}{36\times10^{-4}} = 40N$$



$$F_{34} = \frac{kq_3q_4}{r^2} = \frac{9\times10^9\times6\sqrt{2}\times4\times10^{-12}}{36\times10^{-4}} = 60\sqrt{2}N$$

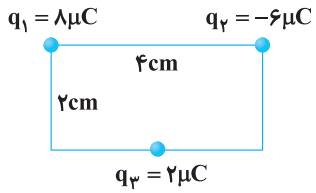
حالا باید برایند نیروها را به‌دست آوریم:

$$|\vec{F}_{14} + \vec{F}_{24}| = F' = \sqrt{2}F_1 = 40\sqrt{2}N$$

$$F'_T = F' + F_{34} = 40\sqrt{2} + 60\sqrt{2} = 100\sqrt{2}N$$

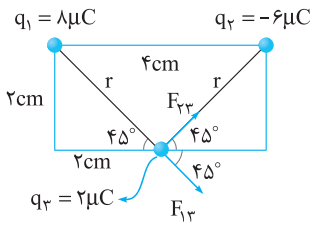
۲۶ گزینهٔ ۳

مطابق شکل مقابل دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در رئوس مستطیلی قرار گرفته‌اند و بار q_3 در وسط یکی از اضلاع مستطیل قرار دارد. برایند نیروهای وارد شده به بار q_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2})$



۱) ۴۲۵
۲) ۶۲۵
۳) ۲۲۵
۴) ۱۲۵

حل قبل از هر چیز شکل ساده‌ای از نیروهای وارد شده به بار q_3 را رسم می‌کنیم:



حالا باید اندازهٔ تک‌تک نیروها را به‌دست آوریم:

$$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}cm$$

$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{r^2} = \frac{9\times10^9\times8\times2\times10^{-12}}{(2\sqrt{2})^2\times10^{-4}} = 180N$$

$$F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r^2} = \frac{9\times10^9\times6\times2\times10^{-12}}{(2\sqrt{2})^2\times10^{-4}} = 135N$$

از آن‌جایی که زاویهٔ بین نیروهای F_{23} و F_{13} برابر 90° است، می‌توانیم برایند آن‌ها را به‌صورت زیر به‌دست آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{(180)^2 + (135)^2} = 225N$$

۹ گزینهٔ ۴ **ترمیستور چیست؟** (ریاضی داخل ۹۸)

۱) نوعی دیود است که حساس به نور و گرما است.

۲) نوعی دیود است که به عنوان دماسنج استفاده می‌شود.

۳) نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، تقریباً صفر است.

۴) نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است.

حل ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. اغلب از ترمیستورها به‌عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطرآتش در دماپاها و نیز دماسنج استفاده می‌شود.

۱۰ گزینهٔ ۴ **چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد کاربرد مقاومت‌های خاص نادرست است؟**

الف) از مقاومت‌های نوری در چشم‌های الکترونیکی استفاده می‌شود.

ب) از (LDR) به‌عنوان حسگر دما در زنگ خطرآتش استفاده می‌شود.

پ) در چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها و کنترل‌کننده‌های خودکار از (LED) استفاده می‌شود.

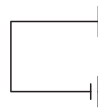
ت) برای تبدیل جریان مستقیم به متناوب از دیود استفاده می‌شود.

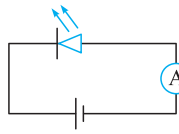
ث) ترمیستورها در دزدگیرها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

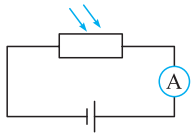
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

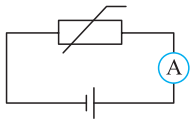
حل از میان عبارت‌های مطرح شده فقط عبارت (الف) درست است و سایر عبارات نادرست هستند. لطفاً جدول مربوط به مقاومت‌های خاص را بار دیگر با دقت بیشتر بررسی کنید.

۱۱ گزینهٔ ۳ **در کدام‌یک از مدارهای زیر، عددی که آمپرسنج در روز و شب نشان می‌دهد، متفاوت است؟ (تغییرات دما ناچیز است.)**

۱) 

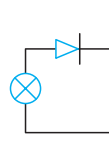
۲) 

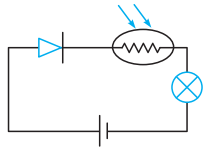
۳) 

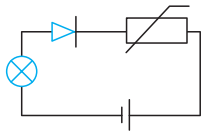
۴) 

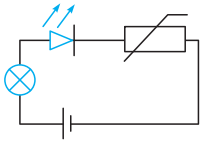
حل در گزینهٔ (۱) یک دیود، در گزینهٔ (۲) یک دیود نوری (LED)، در گزینهٔ (۳) یک مقاومت نوری (LDR) و در گزینهٔ (۴) یک ترمیستور رسم شده است. همان‌طور که می‌دانید، مقاومت‌های نوری (LDR) با تغییر شدت روشنایی تغییر می‌کنند و در نتیجه در مدار رسم شده در گزینهٔ (۳)، عددی که آمپرسنج در روز و شب نشان می‌دهد، متفاوت خواهد بود.

۱۲ گزینهٔ ۲ **در کدام‌یک از مدارهای زیر، در هنگام روز لامپ روشن شده و هنگام شب لامپ خاموش می‌شود؟ (تغییرات دما ناچیز است.)**

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حل در گزینه‌های (۱) و (۳) به علت جهت بسته شدن دیود، به‌طور کلی هیچ‌گاه جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و لامپ همیشه خاموش است. در مدار رسم شده در گزینهٔ (۴) یک ترمیستور و یک دیود نوری وصل شده است و با تغییرات شدت روشنایی، جریان مدار تغییر نمی‌کند. اما در مدار رسم شده در گزینهٔ (۲) یک مقاومت نوری متصل شده است. که در هنگام روز با افزایش شدت روشنایی، مقاومت آن کم شده و لامپ روشن می‌شود و هنگام شب با کاهش شدت روشنایی، مقاومت آن زیاد شده و لامپ خاموش می‌شود. در ضمن در مدار رسم شده در گزینهٔ (۲) دیود در جهت مناسب بسته شده است و اجازهٔ عبور جریان را می‌دهد.

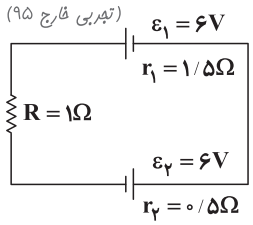
۱۳ گزینهٔ ۴ **قطر مقطع سیم مسی A، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است و طول آن نیز $\frac{۱}{۴}$ طول سیم B است. اگر مقاومت سیم A برابر ۵Ω باشد، مقاومت سیم B چند اهم است؟** (ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

حل با یک تناسب ساده بسیار راحت این مسئله را حل خواهیم کرد:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[A=\frac{\pi D^2}{4}]{\rho\text{ ثابت است}}\frac{R_B}{R_A}=\frac{L_B}{L_A}\times\left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2\xrightarrow[L_A=\frac{1}{4}L_B]{D_A=2D_B}\frac{R_B}{R_A}=\frac{L_B}{\frac{1}{4}L_B}\times\left(\frac{2D_B}{D_B}\right)^2\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=16\xrightarrow{R_A=5\Omega}R_B=80\Omega$$

۲۶ در مدار روبه‌رو، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد ε_1 چند ولت است؟ (تجربی خارج ۹۵)



گزینهٔ ۱

۱) صفر

۲) ۳

۳) ۶

۴) ۱۲

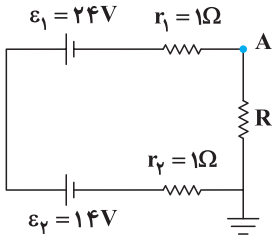
حل ابتدا جریان این مدار تک حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{۱۲}{۳} = ۴A$$

با توجه به این‌که هر دو باتری هم‌جهت هستند جریان الکتریکی از قطب مثبت آن‌ها خارج می‌شود و هر دو باتری مولد هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مولد ε_1 برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 - Ir_1 = ۶ - (۴)(۱/۵) = ۰$$

۲۷ در مدار مقابل، اگر $V_A = -۶V$ باشد، مقاومت R چند اهم است؟



گزینهٔ ۳

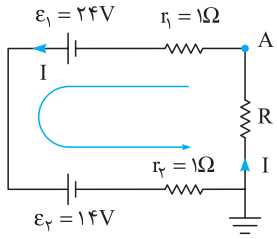
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۶

حل ابتدا از مسیر مشخص شده حرکت کرده و از نقطهٔ A به زمین می‌رسیم تا اندازهٔ جریان عبوری از مدار را به‌دست آوریم:

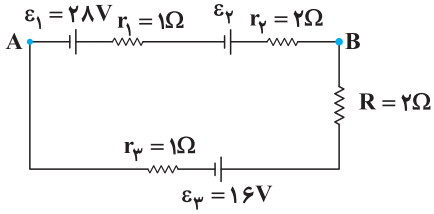


$$V_A - r_1 I + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - r_2 I = ۰ \Rightarrow -۶ - I + ۲۴ - ۱۴ - I = ۰ \Rightarrow I = ۲A$$

در ادامه با حرکت از نقطهٔ A به زمین از سمت راست مدار، خواهیم داشت:

$$V_A + IR = ۰ \Rightarrow -۶ + ۲R = ۰ \Rightarrow R = ۳\Omega$$

۲۸ اگر در مدار مقابل $V_{AB} = ۲۸V$ باشد، افت پتانسیل در مولد ε_2 چند ولت است؟



گزینهٔ ۲

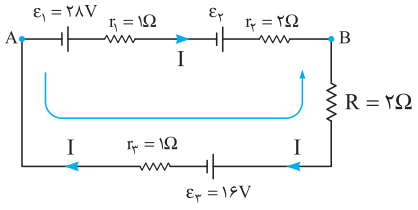
۱) ۴

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۲

حل مطابق مسیری که در شکل زیر مشخص شده است، از A حرکت کرده و به نقطهٔ B می‌رسیم و به کمک معادلهٔ به‌دست آمده، مقدار جریان عبوری از مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$V_A + Ir_3 + \varepsilon_3 + IR = V_B \Rightarrow V_A + I + ۱۶ + ۲I = V_B$$

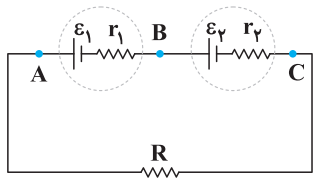
$$\Rightarrow V_B - V_A = ۳I + ۱۶ \xrightarrow{V_{AB} = V_B - V_A = ۲۸} ۲۸ = ۳I + ۱۶ \Rightarrow I = ۴A$$

دقت کنید که V_{AB} برابر $V_B - V_A$ می‌باشد. به این نکته نیز دقت کنید که چون $\varepsilon_3 > \varepsilon_1$ است و ε_1 و ε_2 نیز هم‌جهت هستند، پس قطعاً جهت جریان در این مدار به‌صورت ساعتگرد خواهد بود.

با مشخص شدن مقدار جریان، به‌دست آوردن اندازهٔ افت پتانسیل در مولد ε_2 کار چندان دشواری نیست.

$$\text{افت پتانسیل} = Ir = ۴ \times ۲ = ۸V$$

۲۹ در مدار روبه‌رو، $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $r_1 < r_2$ است. اگر $R = r_2 - r_1$ باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین کدام دو نقطه برابر صفر است؟ (تجربی داخل ۹۵)



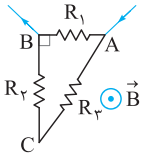
گزینهٔ ۳

۱) (B,A)

۲) (C,A)

۳) (C,B)

۴) (C,B),(B,A)

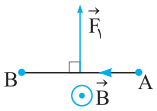


حل با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌توان گفت که $R\propto L$ است، بنابراین با توجه به شکل و قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AB^{۲}+BC^{۲}=AC^{۲}$$

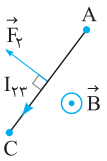
$$۵^{۲}+۱۲^{۲}=AC^{۲}\Rightarrow AC=۱۳cm$$ (اعداد فیثاغورسی‌اند)

برای دو شاخهٔ سری AC و BC حاصل آن با AB موازی است، داریم:



$$I_{۲۳}=\left(\frac{R_۱}{R_۱+(R_۲+R_۳)}\right)I=\left(\frac{AB}{AB+(AC+BC)}\right)I=\left(\frac{۵}{۵+۱۲+۱۳}\right)\times ۶$$

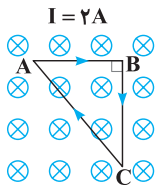
$$I_{۲۳}=۱A\Rightarrow I_۱=I-I_{۲۳}=۶-۱=۵A$$



$$\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{AB}{AC}\times\frac{I_۱}{I_{۲۳}}\Rightarrow\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{۵}{۱۳}\times\frac{۵}{۱}=\frac{۲۵}{۱۳}$$

۴۱ گزینهٔ ۴

مطابق شکل مقابل $AB=BC=۱۰cm$ و اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت $۱۰T$ است. نیروی وارد شده بر قطعه سیم ABCA از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون و به کدام سمت است؟



۱) $(۲-۲\sqrt{۲})$ و شمال شرق

۲) $(۲\sqrt{۲}-۲)$ و شمال غرب

۳) $(\sqrt{۲})$ و شمال شرق

۴) صفر

حل گام اول: طول سیم‌های AB و BC با یک‌دیگر برابراست، بنابراین طول سیم CA را از طریق رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:

$$CA^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}\Rightarrow CA=\sqrt{۱۰^{۲}+۱۰^{۲}}=۱۰\sqrt{۲}cm$$

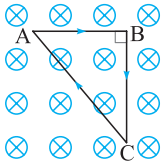
گام دوم: حال نیرویی که به سه سیم وارد می‌شود را از رابطهٔ $F=BIl\sin\alpha$ به‌دست می‌آوریم:

$$F_{AB}=BIl\sin\alpha\Rightarrow F_{AB}=۱۰\times۲\times۱۰\times۱۰^{-۲}\times\sin۹۰^{\circ}=۲N$$

$$F_{BC}=BIl\sin\alpha\Rightarrow F_{BC}=۱۰\times۲\times۱۰\times۱۰^{-۲}\times\sin۹۰^{\circ}=۲N$$

$$F_{CA}=BIl\sin\alpha\Rightarrow F_{CA}=۱۰\times۲\times۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}\times\sin۹۰^{\circ}=۲\sqrt{۲}N$$

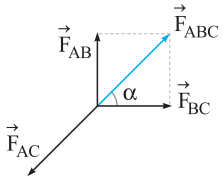
گام سوم: با توجه به قانون دست راست جهت نیروها به‌صورت مقابل است، بنابراین داریم:



$$\overline{AB}=\overline{BC}\Rightarrow\hat{A}=\hat{C}$$

$$\hat{B}=۹۰^{\circ}\Rightarrow\hat{A}=\hat{C}=۴۵^{\circ}$$

بنابراین $\vec{F}_{CA}$ که عمود بر ضلع AC است با راستای افقی زاویهٔ ۴۵° درجه می‌سازد. از طرفی:



$$F_{ABC}=\sqrt{F^{۲}_{AB}+F^{۲}_{BC}}=\sqrt{۲^{۲}+۲^{۲}}=۲\sqrt{۲}N$$

$$\alpha=۴۵^{\circ}\Leftarrow\vec{F}_{ABC}=\vec{F}_{CA}$$

$$\vec{F}_{AB}=\vec{F}_{BC}\Rightarrow\alpha=۴۵^{\circ}$$

بنابراین F_{ABC} و F_{CA} هم‌راستا و در خلاف جهت یک‌دیگرند. در نتیجه:

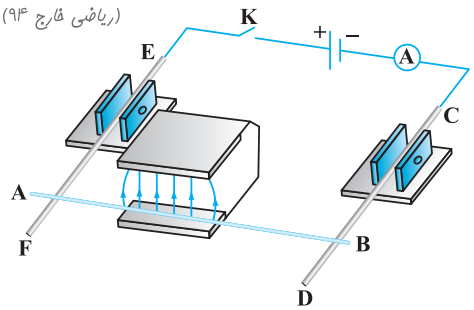
$$F_{ABC}-F_{CA}=(۲\sqrt{۲}-۲\sqrt{۲})N=۰$$

برایند صفر است.

به‌صورت کلی، بر حلقهٔ بستهٔ حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت، نیروی خالصی وارد نمی‌شود.

۴۲ گزینهٔ ۱

دو میلهٔ رسانای CD و EF در مداری که شامل مولد، آمپرسنج و کلید قطع و وصل است، توسط دو گیرهٔ عایق به‌صورت افقی نگه داشته شده‌اند و میلهٔ رسانای AB که از بین قطبین یک آهنربای U شکل عبور کرده، روی دو میلهٔ افقی CD و EF تکیه دارد. اگر کلید K را وصل کنیم، میلهٔ AB چگونه حرکت می‌کند؟ (ریاضی خارج ۹۴)



۱) به سمت بیرون آهنربا می‌لغزد.

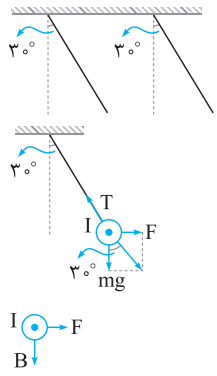
۲) به سمت داخل آهنربا می‌لغزد.

۳) به سمت بالا پرتاب می‌شود.

۴) به تکیه‌گاه فشرده می‌شود.

حل بر این سیم سه نیرو وارد می‌شود که برایند آن‌ها صفر است، بنابراین:

برای آن‌که سیم در حال تعادل باشد، باید برایند F و mg دقیقاً هم‌اندازه و مختلف‌الجهت با T باشد.



$$\tan\theta = \frac{F}{mg}$$

حداقل اندازهٔ میدان وقتی است که $\hat{\alpha} = 90^\circ$ باشد:

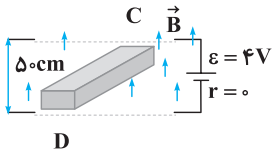
$$\tan 30^\circ = \frac{BIl\sin\alpha}{mg} = \frac{BIl\sin 90^\circ}{mg}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{B\times 2\sqrt{3}\times 1\times 1}{0/1\times 10} \Rightarrow 6B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{6}T$$

امّا جهت میدان نیز از قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید:

۴۷ گزینهٔ ۳

مطابق شکل روبه‌رو، دو ریل رسانای موازی در صفحه‌ای عمود بر میدان مغناطیسی B به بزرگی 0/4T قرار دارند و یک انتهای آن‌ها بر پایانه‌های مولد ایده‌آلی به نیروی محرکهٔ ε = 4V متصل است. میلهٔ رسانای مکعب مستطیل شکل CD به جرم 1kg و طول 50cm و مقاومت الکتریکی 2Ω بر روی میله‌ها قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک میلهٔ CD و ریل‌ها 0/2 باشد، بزرگی میدان مغناطیسی بالاسوی $\vec{B}$ چند تسلا شود تا میله در آستانهٔ حرکت بر روی ریل‌ها قرار بگیرد؟



۱) 0/4 ۲) 0/5 ۳) 2 ۴) 4

حل میلهٔ CD مداری را کامل می کند که شدت جریان عبوری از آن برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{4}{2+0} = 2A$$

با توجه به این‌که میدان مغناطیسی در راستای عمود بر جریان گذرا از میلهٔ CD امتداد دارد، داریم:

$$F = IL_{CD}B\sin\theta \Rightarrow F = 2\times 0/5\times 0/4\times \sin 90^\circ \Rightarrow F = 0/4N$$

زمانی میله در آستانهٔ لغزش قرار می‌گیرد که بزرگی نیروی الکترومغناطیسی وارد بر آن، برابر بیشینهٔ اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین میله و ریل‌ها باشد؛ یعنی:

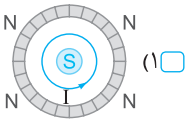
$$F = f_{s_{max}} \Rightarrow IlB\sin\theta = \mu_s.N$$

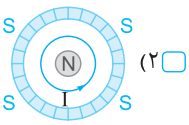
چون میله در راستای قائم حرکت نمی‌کند، برایند نیروهای وارد بر آن در این راستا صفر است. پس:

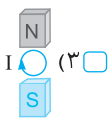
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg \qquad IlB\sin\theta = \mu_s mg \Rightarrow 2\times 0/5\times B\times \sin 90^\circ = 0/2\times 1\times 10 \Rightarrow B = 2T$$

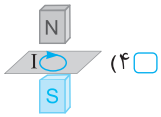
۴۸ گزینهٔ ۱

از یک حلقهٔ دایره‌ای شکل که در میدان مغناطیسی حاصل از یک آهنربا قرار گرفته جریان I می‌گذرد. دیده می‌شود که حلقه در راستای عمودی بر صفحهٔ خود به حرکت در می‌آید. کدام‌یک از شکل‌های زیر موقعیت حلقهٔ جریان و قطب‌های آهنربا را نشان می‌دهد؟

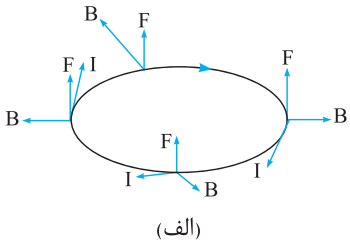
۱) 

۲) 

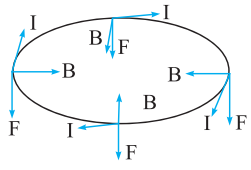
۳) 

۴) 

حل در شکل مقابل، حلقه‌ای که جریان I از آن می‌گذرد و نیروی F که عمود بر صفحهٔ حلقه به آن وارد می‌شود در دو حالت ممکن رسم شده است. به کمک قانون دست راست، میدان مغناطیسی لازم برای این‌که چنین نیرویی به حلقه وارد شود، می‌بایست در صفحهٔ حلقه و در راستای شعاع آن باشد.



(الف)

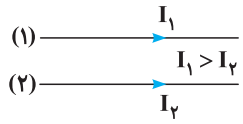


(ب)

برای ایجاد میدان مغناطیسی مطابق حالت (الف) لازم است قطب S آهنربا، پیرامون حلقه و قطب N آن در وسط حلقه باشد و برای ایجاد میدان مغناطیسی مطابق حالت (ب) لازم است قطب N آهنربا، پیرامون حلقه و قطب S آن در وسط حلقه باشد و از آن‌جا که حلقه به سمت بالا حرکت کرده است حالت (ب) مورد نیاز است و قطب N باید پیرامون حلقه باشد.

۴۹ گزینهٔ ۱

در شکل زیر، دو سیم بلند (۱) و (۲)، موازی هم در یک صفحه قرار دارند و بر هم نیروی الکترومغناطیسی وارد می‌کنند. اگر نیروی وارد بر هر متر سیم (۱)، $\vec{F_1}$ و نیروی وارد بر هر متر از سیم (۲)، $\vec{F_2}$ باشد، $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ به‌ترتیب از راست به چپ در چه جهتی هستند و اندازهٔ آن‌ها چگونه است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

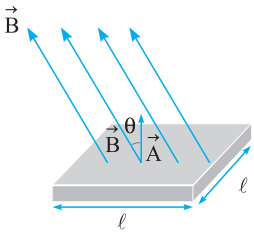


۱) $F_1 = F_2, \downarrow, \uparrow$ ۲) $F_1 = F_2, \downarrow, \uparrow$ ۳) $F_1 > F_2, \uparrow, \downarrow$ ۴) $F_1 < F_2, \downarrow, \uparrow$

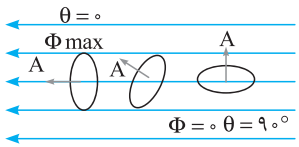
فصل چهارم
القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

مرحلهٔ (۱) شار مغناطیسی و قانون القای فارادی

شار مغناطیسی یک کمیت نرده‌ای است و برابر با تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از واحد سطح است. اگر مساحت یک حلقه برابر A و زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح و خطوط میدان θ باشد، شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ بسته به‌شکل زیر محاسبه می‌شود:



$$\Phi = BA\cos\theta$$



یکای شار مغناطیسی در SI وبر (Wb) است.

$$1Wb = 1T \times m^2$$

قانون القای فارادی

هرگاه شار مغناطیسی که از مدار بسته‌ای می‌گذرد تغییر کند، نیرو محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار متناسب است. اگر N تعداد حلقه‌ها و R مقاومت الکتریکی باشد با تغییر شار در حلقه، نیرو محرکهٔ ε و جریان I القا می‌شود. در این‌صورت خواهیم داشت:

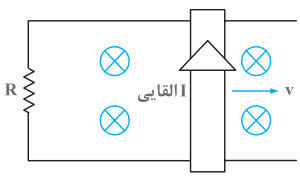
$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

نکات

۱ برای محاسبهٔ بار القاشده (Δq) در مدار، با توجه به تعریف شدت جریان الکتریکی متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{I} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = -\frac{N}{R}\Delta\Phi$$
$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

۲ در حالتی که نیرو محرکهٔ القایی مطابق شکل حاصل از حرکت سیمی به طول l روی دو ریل موازی با سرعت v باشد، برای تعیین نیرو محرکهٔ القایی خواهیم داشت:



$$\varepsilon = Bvl$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bvl}{R}$$

در این حالت نیروی وارد بر سیم از طرف میدان برابر است با:

$$F = BIl = Bl\left(\frac{Bvl}{R}\right) = \frac{B^2l^2v}{R}$$

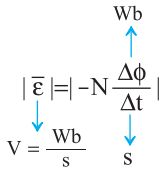
---

۱ وبر برثانیه معادل کدام یکا است؟ (تجربی خارج ۹۸)

گزینهٔ ۱

۱) ولت ۲) تسلا ۳) اهم ۴) کولن

حل مطابق رابطهٔ $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ و با استفاده از سازگاری یکاها که در کتاب فیزیک دهم خواندید می‌توان فهمید که یکای وبر برثانیه معادل با یکای ولت است.



۲ سیملوله‌ای به‌طول ۲۰ سانتی‌متر دارای ۱۰۰ حلقه است. حلقه‌ها به دور یک میلهٔ نارسانا به شعاع مقطع ۲cm به‌صورت منظم پیچیده شده‌اند. وقتی جریان ۰/۵A از سیملوله می‌گذرد، شار مغناطیسی گذرنده از آن، چند وبر است؟ ($\pi^2 \simeq 10$ و $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$ است.) (ریاضی خارج ۹۲ - با تغییر)

گزینهٔ ۲

۱) 8×10^{-7} ۲) 4×10^{-7} ۳) 12×10^{-5} ۴) 24×10^{-7}

حل ابتدا با استفاده از رابطهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان ($B = \frac{\mu_0 NI}{l}$) میدان مغناطیسی را محاسبه کرده، سپس با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی ($\phi = AB\cos\theta$) شار مغناطیسی گذرنده از آن را می‌یابیم. $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$

$$B = \mu_0\frac{NI}{l} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100 \times 0/5}{20 \times 10^{-2}} = \pi \times 10^{-4}$$

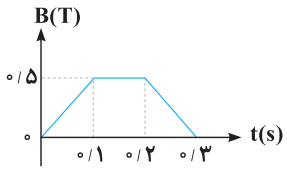
$$N = 100 \quad , \quad \text{مساحت مقطع سیملوله} = A = \pi r^2 = \pi(0/02)^2 = 4\pi \times 10^{-4}$$

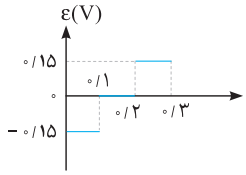
با جای‌گذاری در رابطهٔ شار مغناطیسی داریم:

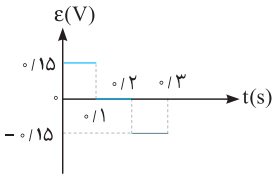
$$\Phi = AB\cos\theta \xrightarrow{\cos\theta = 1} \Phi = 4\pi \times 10^{-4} \times \pi \times 10^{-4} \times 1 \xrightarrow{\pi^2 \simeq 10} \Phi = 4 \times 10^{-7}\ Wb$$

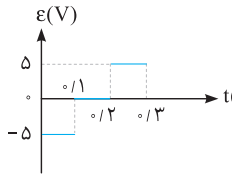
۱۴ گزینهٔ ۱

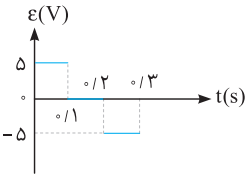
یک حلقه به شعاع ۱۰ سانتی‌متر و مقاومت ۵Ω به‌طور عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد و میدان مغناطیسی مطابق شکل روبه‌رو تغییر می‌کند. نمودار نیروی محرکهٔ القا شده در حلقه، کدام است؟ ($\pi = 3$) (ریاضی خارج ۹۶)



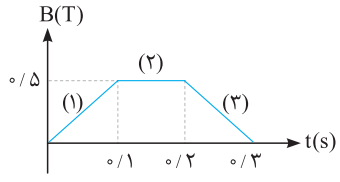
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

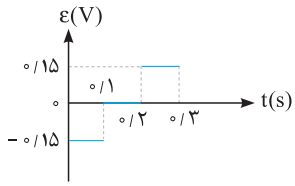
حل ابتدا به‌کمک شیب نمودار، مقدار $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} (۱)\ \text{مرحلهٔ}: \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{۰/۵ - ۰}{۰/۱} = +۵ \\ (۲)\ \text{مرحلهٔ}: \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{۰/۵ - ۰/۵}{۰/۱} = ۰ \\ (۳)\ \text{مرحلهٔ}: \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{۰ - ۰/۵}{۰/۳ - ۰/۲} = -۵ \end{cases}$$

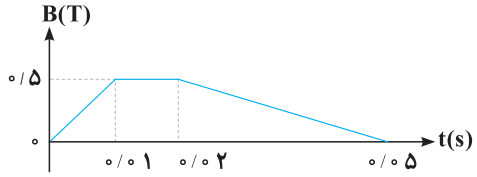
حال مقدار نیروی محرکه ε را به کمک رابطهٔ $\varepsilon = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$ محاسبه می‌کنیم:

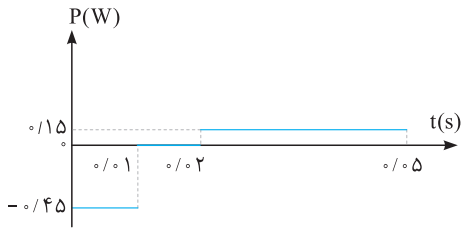
$$\begin{cases} (۱)\ \text{مرحلهٔ}: \varepsilon_۱ = -۱\times\pi\times(۰/۱)^۲\times\cos۰\times۵ = -۰/۱۵\text{V} \\ (۲)\ \text{مرحلهٔ}: \varepsilon_۲ = ۰ \\ (۳)\ \text{مرحلهٔ}: \varepsilon_۳ = +۰/۱۵\text{V} \end{cases}$$

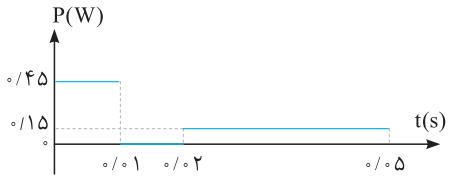


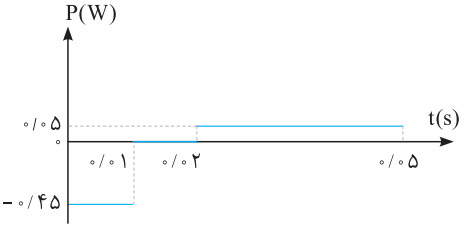
۱۵ گزینهٔ ۴

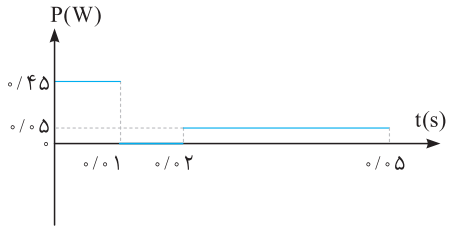
نمودار تغییرات میدان مغناطیسی برحسب زمان، که بر یک حلقهٔ دایره‌ای به شعاع ۱۰cm و مقاومت ۵Ω، عمود است، مطابق شکل مقابل است. نمودار آهنگ تولید انرژی گرمایی برحسب زمان در این حلقه کدام است؟ ($\pi \simeq 3$) (تجربی داخل ۹۵)



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حل در مرحلهٔ اول میدان مغناطیسی افزایش یافته است بنابراین نیروی محرکهٔ القایی وارد بر آن به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} = -۱\times(\pi r^۲)\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -۱\times۳\times۱۰^{-۲}\times\cos۰\times\frac{۰/۵}{۰/۰۱} = -۱/۵\text{V}$$

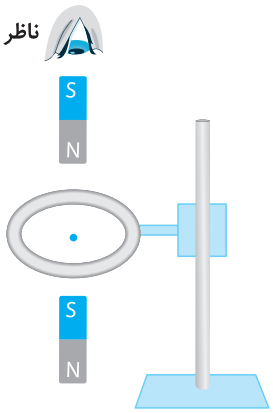
$$P_۱ = \frac{V^۲}{R} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^۲}{R} = \frac{-۱/۵\times-۱/۵}{۵} = ۰/۴۵\text{W}$$ [رد گزینه‌های (۱) و (۳)]

حل در حالت اول حلقه در حال ورود به میدان مغناطیسی است بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن در حال افزایش است. با توجه به قانون لنز جهت جریان در حلقه باید به‌گونه‌ای باشد تا با عامل افزایش شار مخالفت کند پس جهت جریان در حلقهٔ (۱) باید پادساعتگرد باشد.

در حالت دوم حلقه درون میدان مغناطیسی قرار دارد اما شار مغناطیسی آن تغییری نمی‌کند پس طبق قانون فارادی هیچ جریانی در آن به‌وجود نخواهد آمد بنابراین $I_2 = 0$ است. در حالت سوم حلقه در حال خروج است پس شار مغناطیسی در حال کاهش است پس مطابق با قانون لنز باید جهت جریان در حلقه به‌گونه‌ای باشد تا از کاهش شدت میدان مغناطیسی و در نتیجه تغییر شار مغناطیسی آن جلوگیری کند. بنابراین جریان در حلقهٔ ۳ باید ساعتگرد باشد.

۴۱ گزینهٔ ۳

یک حلقهٔ مسی به‌صورت افقی، توسط گیره‌ای عایق به یک میلهٔ قائم بسته شده است. اگر یک آهن‌ربا را مطابق شکل زیر از بالای حلقه رها کنیم، جهت جریان القاء شده در حلقهٔ مسی قبل از ورود به حلقه و پس از عبور از آن از دید ناظری که بالا نگاه می‌کند، کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۸)



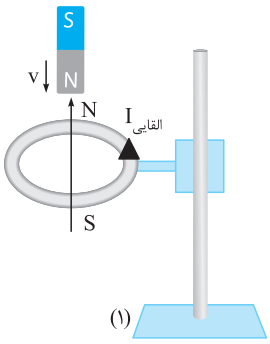
۱) ساعتگرد - ساعتگرد

۲) ساعتگرد - پادساعتگرد

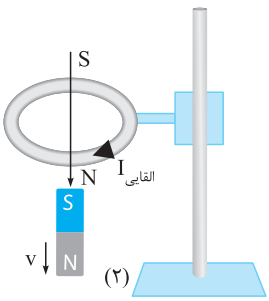
۳) پادساعتگرد - ساعتگرد

۴) پادساعتگرد - پادساعتگرد

حل هنگام ورود آهنربا به حلقه شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش است و بنا به قانون لنز حلقه مطابق شکل (۱) تبدیل به آهنربا می‌شود تا مانع از حرکت آهنربا شود و بنا به قانون دست راست از دید ناظر بالای حلقه جریان پادساعتگرد است.

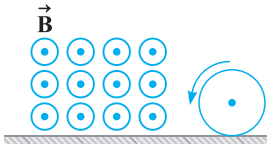


هنگام خروج آهنربا از حلقه مطابق شکل (۲) شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال کاهش است و بنا به قانون لنز حلقه مطابق شکل آهنربا می‌شود تا مانع دور شدن آهنربا شود و بنا به قانون دست راست از دید ناظر بالای حلقه جهت جریان به شکل ساعتگرد در می‌آید.



۴۲ گزینهٔ ۳

یک چرخ رسانا مطابق شکل با سرعت ثابت $20\,m/s$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سویی می‌گردد. هنگام عبور از درون میدان مغناطیسی تندی آن چگونه تغییر خواهد کرد؟



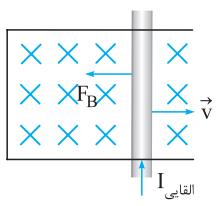
۱) تندی آن ثابت می‌ماند.

۲) تندی آن افزایش می‌یابد.

۳) تندی آن کاهش می‌یابد.

۴) تندی آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

حل مطابق آزمایش کتاب درسی که شرح آن به‌صورت زیر است، میدان مغناطیسی نسبت به عبور رسانا از خودش مقاومت نشان می‌دهد، در نتیجه سرعت آن کاهش می‌یابد.



آزمایش: میله می‌خواهد با سرعت $\vec{v}$ از میدان مغناطیسی درون‌سوی $\vec{B}$ عبور کند اما $I_{\text{القایی}}$ در آن القا شده و با توجه به درون‌سو بودن میدان مغناطیسی و جهت جریان که رو به بالاست، $\vec{F}_B$ به سمت چپ به آن وارد می‌شود بنابراین سرعت آن کاسته می‌شود.

حل در لحظهٔ بستن کلید K ، در اثر پدیدهٔ خود - القاوری از سیملوله جریانی عبور نمی‌کند و تمام جریان از مقاومت $R = 2\Omega$ می‌گذرد. عدد آمپرسنج در لحظهٔ بستن کلید برابر است با:

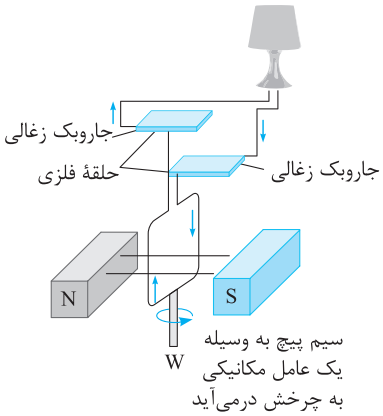
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{12}{2+2} = 3A$$

مدتی بعد از بستن کلید که اثر خود - القاوری از بین می‌رود، سیملولهٔ بدون مقاومت مانند سیم بدون مقاومت عمل کرده و در اثر اتصال کوتاه، مقاومت R از مدار حذف می‌شود. برای محاسبهٔ انرژی ذخیره شده در سیملوله در این حالت می‌توان نوشت:

$$I' = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow I' = \frac{12}{2} = 6A \Rightarrow U = \frac{1}{2}LI'^2 = \frac{1}{2} \times 0/5 \times 36 = 9J$$

مرحلهٔ (۴) مولد جریان متناوب

برای تولید نیروی محرکهٔ القایی با توجه به قانون فارادی، باید شار عبوری از پیچه را تغییر داد. ساده‌ترین روش برای تغییر شار مغناطیسی، تغییر زاویه است. به این منظور یک پیچه را درون یک میدان مغناطیسی دوران می‌دهند.



تعداد دورهای کامل در واحد زمان را فرکانس یا بسامد می‌نامند و با f نمایش می‌دهند. یکای این کمیت در SI هرتز (Hz) است. مدت زمان یک دور کامل را دورهٔ تناوب (T) می‌نامند و یکای آن ثانیه (s) است. ω سرعت زاویه‌ای یا بسامد زاویه‌ای، برابر زاویهٔ طی شده در واحد زمان است و یکای آن رادیان بر ثانیه (Rad/s) است.

$$f = \frac{n}{t} = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

در این روابط θ زاویهٔ طی شده، n تعداد دور و t زمان حرکت است.

به‌دلیل تغییر زاویه، شار مغناطیسی تغییر می‌کند.

$$\omega = \frac{\theta}{t} \Rightarrow \boxed{\theta = \omega t}$$

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \Phi = BA\cos(\omega t) = BA\cos(\frac{2\pi}{T}t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = \Phi_{max}\cos(\omega t)} \text{ و } \boxed{\Phi_{max} = BA}$$

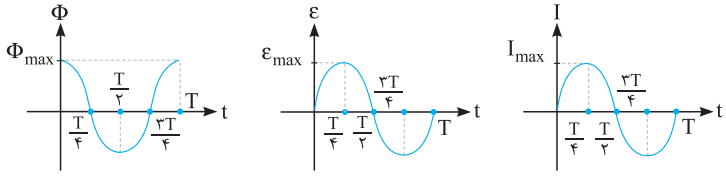
برای تعیین معادلهٔ نیروی محرکه و جریان با استفاده از قانون فارادی خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \varepsilon_{max}\sin(\omega t) = \varepsilon_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow \boxed{I = I_{max}\sin(\omega t) = I_{max}\sin(\frac{2\pi}{T}t)}$$

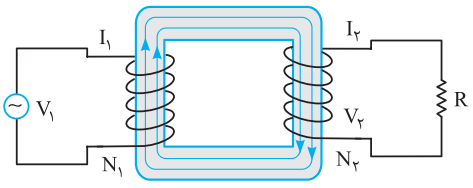
$$\boxed{I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}}$$

نمودار تغییرات شار، نیروی محرکه و جریان برحسب زمان به شکل زیر است:



ترانسفورماتور یا مبدل

برای تغییر اختلاف پتانسیل جریان‌های متناوب از ترانسفورماتور یا مبدل استفاده می‌شود و اساس ساختمان آن از یک هستهٔ آهنی تشکیل شده که در آن دو سری سیم‌پیچ در مقابل هم پیچیده شده است.



مدار اول به مولد جریان متناوب و مدار دوم به مصرف‌کننده وصل می‌شود. وقتی به دو سر مدار اول جریان متناوبی وصل کنیم تغییر شار مغناطیسی در حلقهٔ دوم جریان متناوبی القا می‌کند که نیروی محرکهٔ آن وابسته به نیروی محرکهٔ حلقهٔ اول و نسبت حلقه‌های دو سیم‌پیچ است.

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

نسبت $\frac{N_2}{N_1}$ را ضریب تبدیل می‌نامند و با k نشان می‌دهند. اگر $k > 1$ باشد مبدل، افزایندهٔ ولتاژ و اگر $k < 1$ مبدل باشد، کاهندهٔ ولتاژ است.

اگر ترانسفورماتور ایده‌آل باشد توان تولیدشده در سیم‌پیچ ثانویه با توان تولیدشده در سیم‌پیچ اولیه برابر است.