

فهرست

۷	فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله درس اول و دوم: مجموعه‌های منتهای و نامتناهی، متمم یک مجموعه درس سوم و چهارم: الگو و دنباله، دنباله‌های حسابی و هندسی
۳۸	فصل دوم: مثلثات درس اول: نسبت‌های مثلثاتی درس دوم: دایره‌ی مثلثاتی درس سوم: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
۶۰	فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری درس اول: ریشه و توان اعداد حقیقی درس دوم: ریشه‌ی n ام درس سوم: توان‌های گویا درس چهارم: عبارت‌های جبری
۸۰	فصل چهارم: معادله‌ها و نامعادله‌ها درس اول: معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن درس دوم: سهمی درس سوم: تعیین علامت
۱۰۲	آزمون نوبت اول
۱۰۴	فصل پنجم: تابع درس اول: مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن درس دوم: دامنه و برد توابع درس سوم: انواع توابع
۱۲۸	فصل ششم: شمارش، بدون شمردن درس اول: شمارش درس دوم: جایگشت درس سوم: ترکیب
۱۴۷	فصل هفتم: آمار و احتمال درس اول: احتمال یا اندازه‌گیری شانس درس دوم و سوم: آمار، متغیر و انواع آن
۱۷۰	آزمون نوبت دوم
۱۷۲	پاسخ سؤالات دشوار
۱۸۷	پاسخ سؤالات منتخب

فصل اول

مجموعه داستان و قصه های



درس اول دهم مجموعه‌های متناهی و نامتناهی، متمم مجموعه

مجموعه دسته‌ای از اعضا است که خوب مشخص شده باشند.

در میان مجموعه‌ها با \mathbb{N} (اعداد طبیعی)، \mathbb{W} (اعداد حسابی)، \mathbb{Z} (اعداد صحیح)، \mathbb{Q} (اعداد گویا)، \mathbb{Q}^c (اعداد گنگ) و \mathbb{R} (اعداد حقیقی) آشنا هستیم. تعداد عضوهای مجموعه‌ای A را با $n(A)$ نشان می‌دهیم. اگر $n(A)$ یک عدد حسابی باشد، مجموعه‌ی A نامتناهی و در غیر این صورت نامتناهی می‌نامیم. اگر تمام عضوهای A در B هم باشند می‌گوییم $A \subseteq B$ و می‌خوانیم « A زیرمجموعه‌ی B است». زیرمجموعه‌های A از تهی تا خود A می‌توانند باشند. در مسائل، یک مجموعه‌ی مرجع (عام، جهانی) داریم که تمام مجموعه‌ها زیرمجموعه‌ی آن هستند. معمولن این مجموعه را با U نشان می‌دهیم، پس:

$$\emptyset \subseteq A \subseteq A \subseteq U$$

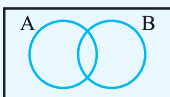
آن دسته از عضوهای U که در A نیستند، متمم A یا A' را می‌سازند.

پس داریم: $(A')' = A$ ، $\emptyset' = U$ ، و اگر $A \subseteq B$ باشد، همواره $B' \subseteq A'$ است.

تعداد عضوهای متمم A برابر است با:

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

نمایش هندسی مجموعه‌ها به صورت روبه‌رو است:



مجموعه‌ی مرجع

دو مجموعه‌ی A و B می‌توانند عضوهای مشترکی داشته یا نداشته باشند.



A و B اشتراک دارند.



A و B اشتراک ندارند (جدا از هم هستند).

$A \cap B$ مجموعه‌ی عضوهایی است که هم در A و هم در B هستند.

$A \cup B$ مجموعه‌ی عضوهایی است که یا در A یا در B یا در هر دو هستند (در حداقل یکی از دو مجموعه).

$A - B$ مجموعه‌ی عضوهایی است که در A هستند و در B نیستند (همان $A \cap B'$).

$B - A$ مجموعه‌ی عضوهایی است که در B هستند و در A نیستند. (همان $B \cap A'$).

$A' \cap B'$ مجموعه‌ی عضوهایی است که نه در A هستند و نه در B .

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

تعداد عضوهای $A \cup B$ و $A - B$ را می‌توان به دست آورد:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

جدول زیر را هم در ذهن نگه می‌داریم:

با مجموعه‌ی مرجع	با مجموعه‌ی تهی	با متمم	با زیرمجموعه
$A \cup U = U$	$A \cup \emptyset = A$	$A \cup A' = U$	$(B \subseteq A)$
$A \cap U = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cap A' = \emptyset$	$\Leftrightarrow A \cup B = A$
$A - U = \emptyset$	$A - \emptyset = A$	$A - A' = A$	$\Leftrightarrow A \cap B = B$
$U - A = A'$	$\emptyset - A = \emptyset$	$A' - A = A'$	$\Leftrightarrow B - A = \emptyset$

$$(A \cap B)' = A' \cup B', (A \cup B)' = A' \cap B', A - B = B' - A'$$

هم چنین:

سوالات

مجموعه‌ها

۱ نام مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{W} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{Q} و \mathbb{R} در فارسی چیست؟ اعضای هر یک از آن‌ها را توصیف کنید. آیا این مجموعه‌ها متناهی‌اند؟

۲ رابطه‌ی زیرمجموعه بودن بین مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{Q} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{R} و \mathbb{W} چگونه است؟

۳ حاصل عبارات زیر را مشخص کنید:

- الف $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}$
- ب $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}'$
- پ $\mathbb{Q}' - \mathbb{N}$
- ت $\mathbb{W} \cup \mathbb{Q}$
- ث $\mathbb{Z} - (\mathbb{R} \cap \mathbb{N})$

۴ در نمودار زیر، مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{W} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{Q} و \mathbb{R} را مشخص کنید و به سوالات پاسخ دهید.

الف هر عدد موجود در ناحیه‌ی ۱، عددی طبیعی است و البته و و هم هست.

ب در ناحیه‌ی ۲، عددی قرار دارد که (طبیعی - حسابی) است اما (حسابی - طبیعی) نیست.

پ در ناحیه‌ی ۳، اعداد (صحیح مثبت - صحیح منفی) قرار دارند.

ت در ناحیه‌ی ۴، اعداد (گویا - گنگ) قرار دارند که نمایش آن‌ها است.

ث اعداد در ناحیه‌ی ۵، اعداد حقیقی هستند که نیستند.

۵ مجموعه‌ی $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ را توصیف کنید. اعضای این مجموعه چند رقم اعشاری دارند؟

۶ اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

a = قطر مربع به ضلع ۲

b = $-3/2$

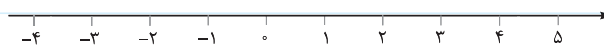
c = نقطه‌ی ذوب یخ (برحسب درجه‌ی سانتی‌گراد)

d = $\sqrt{\frac{50}{32}}$

e = تعداد قاره‌های جهان

f = $\sqrt{1+\sqrt{9}}$

g = $-0/3 \times 10^1$



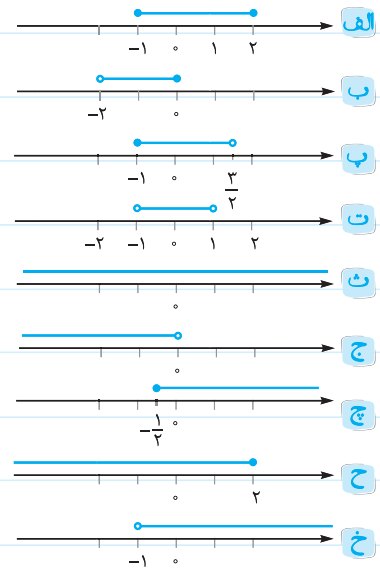
حالا جدول زیر را کامل کنید.

حقیقی	گنگ	گوبا	صحیح	حسابی	طبیعی	عدد
						a
				نیست		b
						c
						d
است						e
					نیست	f
						g

بازه‌ها

۷ قسمت مشخص شده روی هر محور را با نماد بازه و مجموعه نشان دهید.

$$[-1, 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$$



$$\dots = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$$

۸ جمله‌های زیر را با انتخاب کلمه‌ی مناسب به یک گزاره‌ی درست تبدیل کنید.

الف بازه‌ی $(3, +\infty)$ یک بازه‌ی (باز - بسته) است.

ب بازه‌ی $(-\infty, -1]$ یک بازه‌ی (باز - بسته / نیم‌باز) است.

پ $+\infty$ و $-\infty$ عضو مجموعه‌ی \mathbb{R} (هستند - نیستند).

۹ کدام درست و کدام نادرست است؟

الف $(-3, 4] \cup (1, 4) = (-3, 4)$

ب $(2, 6) \cap [-1, 7] = [2, 6]$

پ $(-\infty, 2) - (-\infty, 1) = (1, 2)$

ت $(3, +\infty) \cap [2, +\infty) = [2, +\infty)$

۱۰ بازه‌های زیر را مشخص کنید. (در هر مورد، محور را رسم و مشخص کنید در بازه‌ی جواب چند عدد صحیح وجود دارد.)

الف $(-2, 5] \cup [3, 6)$

ب $[-4, 2] \cap (-2, 4)$

پ $(0, +\infty) - (-\infty, 3]$

ت $[-1, 5] \cup (2, 3]$

ث $(2, +\infty) \cup [6, 11)$

ج $(-\infty, -1) \cap (-1, +\infty)$

۱۱ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ ، آن‌گاه بازه‌هایی را که با مجموعه‌های زیر تعریف

شده‌اند، مشخص کنید. (در هر مورد، محور را رسم و مشخص کنید در بازه‌ی جواب چند عدد صحیح وجود دارد.)

الف $(A \cup B) \cap C$

ب $(A \cap C) \cap B$

پ $A - (B \cup C)$

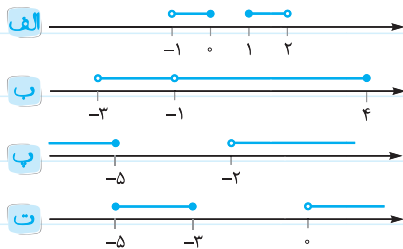
ت $(B \cap C) - \{1, 2\}$

ث $(A \cup C) - (2, +\infty)$

۱۲ مجموعه‌های $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$ ، $\mathbb{R} - (-1, 2]$ و $\mathbb{R} - (-1, 2]$ را به صورت اجتماعی از چند بازه نشان دهید. (در هر مورد، محور را رسم و مشخص

کنید در بازه‌ی جواب چند عدد صحیح وجود دارد.)

۱۳ بازه‌هایی با نمایش محور به صورت زیر نشان داده می‌شوند. آن‌ها را به صورت اجتماعی از چند بازه نشان دهید:



۱۴ در رابطه‌ی $X \subseteq (-2, 5]$ چندتا از موارد زیر را می‌توان به جای X قرار داد؟

$\emptyset, [-2, 2], \{-2, 2\}, \{-1, 2\}, -1, \sqrt{2}, [-2, 5), (-2, 5)$

۱۵ در رابطه‌ی $\{-1, 2\} \in \square$ به جای \square کدام موارد زیر قرار می‌گیرد؟

$(0, 1), \{-1\}, \emptyset, 0, -1$

۱۶ اگر $4x + 3$ عضو بازه‌ی $(-1, 2]$ باشد، مقادیر x در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

۱۷ هر یک از اعداد زیر عضو کدام بازه‌ها هستند؟ به هم وصل کنید.

بازه‌ها	اعداد
<input type="radio"/> $(-1, 2)$	<input type="radio"/> $-0/3$
<input type="radio"/> $(3, +\infty)$	<input type="radio"/> -60
<input type="radio"/> $(-\infty, -1)$	<input type="radio"/> $8/15 \times 10^{-12}$
<input type="radio"/> $(3, 4)$	<input type="radio"/> 9×10^9
	<input type="radio"/> $\sqrt{10}$

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۱۸ اگر تعداد اعضای یک مجموعه عددی باشد، آن مجموعه را می‌نامند. در یک مجموعه تعداد اعضا از هر عددی که در نظر بگیریم است.

۱۹ مجموعه‌های متناهی را مشخص کنید.

- | | |
|--|---|
| <input type="radio"/> الف اعداد اول دورقمی | <input type="radio"/> ب مقسوم‌علیه‌های 40 |
| <input type="radio"/> پ اعداد طبیعی زوج | <input type="radio"/> ت مجموعه‌ی حشرات در زمین |
| <input type="radio"/> ث مجموعه‌ی سلول‌های بدن انسان | <input type="radio"/> ج مجموعه‌ی تمام استخوان‌های بدن |
| <input type="radio"/> چ مجموعه‌ی تمام دانش‌آموزان شهر تهران | <input type="radio"/> ح مجموعه‌ی تمام بردارها به طول ۲ |
| <input type="radio"/> خ بازه‌ی $(0, \frac{1}{p})$ | <input type="radio"/> د $\{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{3}{p} < x < -1\}$ |
| <input type="radio"/> ز مجموعه‌ی مضارب طبیعی ۷ | <input type="radio"/> ر مجموعه‌ی اعداد ۷ رقمی |
| <input type="radio"/> ز مجموعه‌ی اتم‌های موجود در ۲۶ گرم فلز آهن | <input type="radio"/> ژ مجموعه‌ی اعداد گویایی که مخرج آن‌ها ۲ است. |
| <input type="radio"/> س مجموعه‌ی تمام درختان جنگل‌های استان گلستان | <input type="radio"/> ش مجموعه‌ی تمام بازه‌هایی که زیرمجموعه‌ی $[-2, 1]$ هستند. |
| <input type="radio"/> ص مجموعه‌ی مثلث‌ها با مساحت ۶ | |

۲۰ کدام مورد امکان دارد؟ در صورت وجود مثال بیاورید:

الف دو مجموعه‌ی نامتناهی A و B که $B - A$ دوعضوی باشد.

ب دو مجموعه‌ی نامتناهی که اجتماع آن‌ها متناهی باشد.

پ دو مجموعه‌ی نامتناهی که اشتراک آن‌ها متناهی باشد.

ت دو مجموعه‌ی نامتناهی A و B که $A \subseteq B$ و $A - B$ دوعضوی باشند.

۲۱ کدام مورد درست است؟

الف اگر $A \subseteq B$ و A متناهی باشد، B هم حتمن متناهی است.

ب اگر $A \subseteq B$ و A نامتناهی باشد، B هم نامتناهی است.

پ اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، A حتمن نامتناهی است.

ت اگر $A \subseteq B$ و B متناهی باشد، A حتمن متناهی است.

ث اگر $A - B$ متناهی باشد، A حتماً متناهی است.

ج اگر A متناهی باشد، $A - B$ متناهی است.

چ اگر $A \cup B$ متناهی باشد، A و B متناهی‌اند.

ح اگر $A \cup B$ نامتناهی باشد، A و B هر دو نامتناهی‌اند.

خ اگر $A \cap B$ متناهی باشد، A و B متناهی‌اند.

د اگر A یا B متناهی باشند، $B \cap A$ متناهی است.

ذ اگر $A - B$ نامتناهی باشد، A حتماً نامتناهی است.

۲۲ اگر B مجموعه‌ی تمام مضارب طبیعی ۳ باشد،

الف دو زیرمجموعه‌ی متناهی از B بنویسید.

ب دو زیرمجموعه‌ی نامتناهی جدا از هم از B بنویسید.

پ دو زیرمجموعه‌ی نامتناهی مانند E و F از B بنویسید که $E \subseteq F$ باشد.

۲۳ بین دو عدد ۰ و ۲ سه عدد گویا بنویسید.

آیا می‌توان بین آن‌ها ۸ عدد گویا نوشت؟

در حالت کلی بین دو عدد گویای مختلف، چند عدد گویا وجود دارد؟

۲۴ چند عدد گویا بین $\frac{1}{18}$ و $\frac{1}{14}$ با مخرج ۷۲ وجود دارد؟

۲۵ مجموعه‌ی اعداد گویای بین $\frac{7}{315}$ و $\frac{7}{316}$ چندعضوی است؟ مجموعه‌ی اعداد گنگ بین این‌ها چه‌طور؟

متمم یک مجموعه

۲۶ مجموعه‌ی مرجع را معمولاً با نشان می‌دهیم. همه‌ی مجموعه‌های مورد بحث آن هستند.

۲۷ هر یک از مجموعه‌های زیر با انتخاب کدام مجموعه‌ی مرجع، تهی نیستند؟

	N	W	Z	Q	Q ^c	R
$A = \{x \mid -2 < x < -1\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$B = \{x \mid x + 1 = 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$C = \{x \mid 2x - 1 = 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$D = \{x \mid x^2 = 3\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{x \mid x^2 + 1 = 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

۲۸ هر مجموعه‌ی زیر چند عضو دارد؟

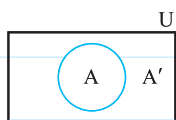
الف $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 \leq x < 4\}$

ب $A = \{x \in \mathbb{W} \mid -2 \leq x < 4\}$

پ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 4\}$

۲۹ متمم مجموعه‌ی A را با A^c یا نشان می‌دهیم. این مجموعه برابر است. A' شامل عضوایی از مجموعه‌ی مرجع است

که در A



۳۰ با توجه به تعریف مجموعه‌ی مرجع و متمم، جاهای خالی را پر کنید.

الف $A \cup U = \dots$

ب $A \cap U = \dots$

ب $A \cup A' = \dots$

ت $A \cap A' = \dots$

ث $U - A = \dots$

ج $A - U = \dots$

چ $A - A' = \dots$

ح $A' - A = \dots$

خ $n(A') = n(\dots) - \dots$

س $U \subseteq A \Rightarrow A = \dots$

ذ $\emptyset' = \dots$

ر $U' = \dots$

ز $(A')' = \dots$

ژ $A \subseteq B \Leftrightarrow \dots \subseteq \dots$

س $n(A') + n(A) = n(\dots)$

۳۱ متمم مجموعه‌های زیر را در جدول کامل کنید.

A'	مجموعه‌ی مرجع	A
→	\mathbb{R}	$(-1, 2]$
→	\mathbb{R}	$[1, +\infty)$
→	\mathbb{R}	\mathbb{W}
→	\mathbb{R}	$(-\infty, 2)$
	\mathbb{Z}	\mathbb{W}
	\mathbb{R}	\mathbb{Q}
$\{5, 7, 9, 11, \dots\}$		$\{2, 4, 6, 8, \dots\}$
	مراکز استان‌ها	مراکز استان‌های مرزی
	$\{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$	مضارب ۲ یا ۳
	دانش‌آموزان کلاس شما	دانش‌آموزانی که به حداقل یکی از دروس ریاضی یا شیمی علاقه‌مند هستند.

۳۲ اگر مجموعه‌ی اعداد طبیعی را مرجع بگیریم، برای هر حالت مثالی بزنید.

 الف A متناهی و A' نامتناهی.

 ب A نامتناهی و A' نامتناهی.

ب) A متناهی و A' متناهی.

ت) از مورد (پ) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳۳) دو مجموعه A و B به صورت مقابل معرفی شده‌اند.

مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی $A = 12$

$B =$ مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی

اگر مجموعه‌ی مرجع $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ باشد، مجموعه‌های زیر را با تعداد اعضا مشخص کنید.

الف) A

ب) B

پ) A'

ت) B'

ث) $A \cap B$

ج) $A' \cap B$

چ) $A' \cap B'$

ح) $A \cap B'$

خ) $A' \cup B$

د) $A \cup B$

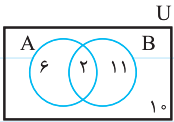
ز) $A' \cup B'$

ر) $A \cup B'$

س) $(A - B)' \cap (A' \cap B')$

ش) $(A' - B) \cup (B' - A)$

با توجه به مجموعه‌های A و B نمودار مقابل را تکمیل کنید.



آیا رابطه‌ی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ درست است؟ چرا؟

۳۴) اگر $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\}$ و $B = \{3x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 6\}$ ، آن‌گاه تعداد اعضای مجموعه‌های A ، B ، $A \cup B$ ، $A - B$ و

$B - A$ را مشخص کنید. آیا رابطه‌ی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ برقرار است؟

۳۵) در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۰ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۸ نفر عضو تیم والیبال‌اند. اگر ۶ نفر عضو هیچ‌یک از دو تیم نباشند،

الف) چند نفر حداقل یک تیم هستند؟

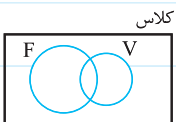
ب) چند نفر عضو هر دو تیم هستند؟

پ) چند نفر فقط عضو تیم فوتبال‌اند؟

ت) چند نفر فقط عضو یک تیم هستند؟

ث) چند نفر عضو تیم والیبال نیستند؟

ج) اگر فوتبال را با F و والیبال را با V نشان دهیم، برای هر یک از موارد (الف) تا (ث) یک بیان



مجموعه‌ای بنویسید (مثلن (پ) به صورت $F - V$ یا $F \cap V'$ است).

(راهنمایی: ابتدا در نمودار هندسی بالا، تعداد عضوهای مشترک را x بنامید و تعداد اعضای هر قسمت را حساب کنید. سپس با استفاده از فرمول‌های $n(A \cup B)$ و $n(A - B)$ مسئله را حل کنید.)

۳۶ با توجه به رابطه $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ، اگر در جمعی از ۷۰ نفر مسافر، ۲۶ نفر تاجر، ۳۲ نفر خارجی و ۹ نفر تاجر و خارجی باشند:

الف) چند نفر تاجر و بومی هستند؟

ب) چند نفر نه تاجر و نه خارجی‌اند؟

پ) چند نفر تاجر نیستند؟

ت) چند نفر از خارجی‌ها تاجر نیستند؟

۳۷ اگر اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۱۷ و مجموعه A دارای ۸ عضو بوده و ۳ عضو مشترک با B داشته باشد، مجموعه B چندعضوی است؟

۳۸ در میان ۷۱ نفر از اهالی محل، ۳۶ نفر روزنامه A ، ۲۷ نفر روزنامه B و ۱۲ نفر هر دو روزنامه را می‌خوانند.

الف) چند نفر حداقل یک روزنامه می‌خوانند (دست کم یک روزنامه می‌خوانند)؟

ب) چند نفر فقط روزنامه A را می‌خوانند؟

پ) چند نفر فقط روزنامه B را می‌خوانند؟

ت) چند نفر فقط یک روزنامه را می‌خوانند؟

ث) چند نفر حداکثر یک روزنامه را می‌خوانند؟

ج) چند نفر هیچ روزنامه‌ای را نمی‌خوانند؟

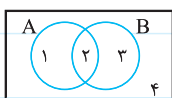
چ) چند نفر دقیقاً یک روزنامه را نمی‌خوانند؟

الف) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

ب) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

پ) $n(A' \cap B') = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$

۳۹ درستی یا نادرستی روابط زیر را مشخص کنید.



۴۰ هر یک از مجموعه‌های زیر در نمودار، شامل کدام قسمت‌ها هستند؟

A : $A \cap B$:

B : $A - B$:

A' : $B - A$:

B' : $A' \cap B'$:

$A \cup B$: $A' \cup B'$:

حالا با کمک نواحی، درستی روابط زیر را تحقیق کنید.

برای نمونه، حل قسمت الف را می بینیم:

الف $(A \cup B)' = A' \cap B'$

ناحیه ۲ و ۴ \cap ناحیه ۳ و ۴ = (ناحیه ۱، ۲، ۳ و ۴)'

ناحیه ۴ = ناحیه ۴

پس درست است.

ب $A \cup (A \cap B) = A$

پ $(A \cap B) \cup (A - B) = A$

ت $(A \cap B)' = A' \cup B'$

بنابراین متمم مجموعه‌ی A یا B به صورت نه A و نه B است. یعنی در متمم کردن به بیان فارسی، جای «یا» با «و» عوض می‌شود.

۴۱ اگر مجموعه‌ی مرجع ۸۶ عضوی و دو زیرمجموعه‌ی A و B از آن دارای ۲۸ و ۳۹ عضو بوده و ۱۱ عضو بین A و B مشترک باشند، تعداد

اعضای هر مجموعه را مشخص کنید.

الف $A \cup B$

ب $A \cap B'$

پ $A' \cap B$

ت $A' \cap B'$

ث $A' \cup B'$

ج $A' - B'$

ج $(A - B) \cup (B \cap A')$

ح $(A \cup B) - (A \cap B)$

خ $(A - B) \cup (B - A) - B$

از مقایسه‌ی بندهای (پ) و (ج) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴۲) اگر $A \subseteq B$ باشد، کدام نتایج درست هستند؟

$B' \subseteq A'$

$A' \subseteq B'$

$A' \subseteq B$

$A \subseteq B'$

با در نظر گرفتن $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3, 5, 7\}$ درستی نتایج را بررسی کنید.

۴۳) اگر دو مجموعه‌ی A و B عضو مشترکی باشند، آن‌ها را از هم یا مجزا می‌نامیم. مثلن همیشه A و دو

مجموعه‌ی جدا از هم هستند.

۴۴) اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، درستی روابط زیر را بررسی کنید.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

$A \subseteq B'$

$B \subseteq A'$

$A' \cup B' = U$

۴۵) آیا A' و B' نیز جدا از هم هستند؟