

فهرست

فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری	۷
فصل دوم: کار، انرژی و توان	۱۹
فصل سوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد	۳۶
فصل چهارم: دما و گرما	۵۸
فصل پنجم: ترمودینامیک	۸۹
فصل ششم: الکتریسیته ساکن	۱۰۸
فصل هفتم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم	۱۳۳
فصل هشتم: مغناطیس	۱۶۶
فصل نهم: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب	۱۸۳
فصل دهم: حرکت بر خط راست	۲۰۵
فصل یازدهم: دینامیک و حرکت دایره‌ای	۲۴۰
فصل دوازدهم: نوسان و موج	۲۶۷
فصل سیزدهم: برهم‌کنش‌های موج	۲۹۸
فصل چهاردهم: آشنایی با فیزیک اتمی	۳۲۵
فصل پانزدهم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای	۳۴۳
آزمون‌های جامع	۳۵۶
پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌های جامع	۳۷۲
پاسخ‌نامه کلیدی	۳۹۰

راهنمای آیکون‌های کتاب:

نکته

توجه

هشدار

مثال

پاسخ

حواستان باشد

یادآوری

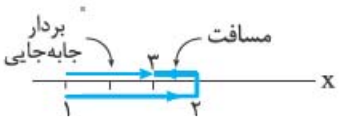
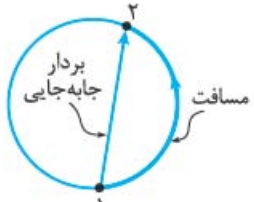


فصل دهم حرکت بر خط راست

الفبای حرکت در راستای خط راست

برای شناخت حرکت، لازم است با مفاهیم زیر آشنا شویم:

مسافت و جابه‌جایی: مسافت کمیتی نرده‌ای و جابه‌جایی کمیتی برداری است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

مسافت (l)	بردار جابه‌جایی (\vec{d})
طول مسیر حرکت	برداری که نقطه اول حرکت را به نقطه انتهای حرکت وصل می‌کند. $\vec{d} = \Delta x \vec{i}$
 <p>متحرک از نقطه (۱) به (۲) و سپس به (۳) رفته است.</p>	 <p>متحرک روی محیط دایره از نقطه (۱) به (۲) رفته است.</p>

در حالت کلی، $l > |\vec{d}|$ است؛ اما اگر متحرکی در حرکت روی یک خط راست تغییر جهت ندهد، داریم: $l = |\vec{d}|$.

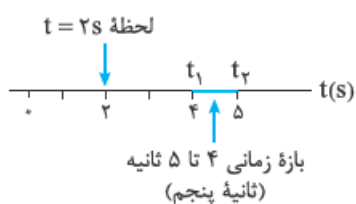
داریم: $l = |\vec{d}|$.

لحظه و بازه زمانی: تفاوت لحظه و بازه زمانی را

در نمودار روبه‌رو نشان داده‌ایم:

تفاضل دو لحظه، نشان‌دهنده بازه زمانی بین

آن دو لحظه است: $\Delta t = t_2 - t_1$



تندی متوسط و سرعت متوسط: تندی کمیتی نرده‌ای و سرعت کمیتی برداری است و مقدار متوسط آن

از فرمول‌های زیر به دست می‌آید:

تندی متوسط	سرعت متوسط
$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت (m)}$ $\rightarrow \text{زمان حرکت (s)}$	$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ <p>علامت جبری Δx و v_{av} جهت حرکت را نشان می‌دهند.</p>

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی لحظه‌ای (v): تندی متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر (مثال: تندی لحظه‌ای یک متحرک 5 m/s است).

سرعت لحظه‌ای (\vec{v}): تندی لحظه‌ای با در نظر گرفتن جهت حرکت (مثال: سرعت لحظه‌ای همان متحرک 5 m/s به طرف شمال است).

وقتی می‌گوییم «تندی» و «سرعت»، منظورمان تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای است.

متحرکی در لحظه $t = 0$ از مکان $x_1 = -10 \text{ m}$ در جهت مثبت محور x ها شروع به حرکت می‌کند. در لحظه $t = 2 \text{ s}$ متحرک به نقطه $x_2 = 6 \text{ m}$ می‌رسد و در آن جا $5/5 \text{ s}$ توقف می‌کند. سپس به مدت $1/5 \text{ s}$ در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده و به نقطه $x_3 = 3/5 \text{ m}$ می‌رسد. سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

$$1/5 \quad 2/5 \quad 3 \quad 4$$

گزینه «۱» برای محاسبه سرعت متوسط، جابه‌جایی مهم است، نه مسافت طی شده. در جابه‌جایی هم فقط مکان اول و مکان آخر مهم است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3/5 - (-10)}{2 + 5/5 + 1/5} = \frac{13/5}{9} = 1/5 \text{ m/s}$$

شتاب

هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار است. شتاب متوسط از فرمول زیر حساب می‌شود:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

تغییر سرعت (m/s) ← a_{av} ← شتاب متوسط برای حرکت در یک راستا (m/s^2)

بازه زمانی تغییر سرعت (s) ← Δt ←

شتاب لحظه‌ای \vec{a} : شتاب متحرک در هر لحظه از زمان

وقتی می‌گوییم «شتاب» منظورمان شتاب لحظه‌ای است.

جهت‌ها: جابه‌جایی، سرعت و شتاب کمیت‌هایی برداری هستند و تعیین جهت آن‌ها برای ما مهم است.

برای حرکت در راستای محور x ، این جهت‌ها را به شکل زیر تعیین می‌کنیم:

جهت جابه‌جایی: اگر متحرک به سمت x های مثبت برود، جابه‌جایی مثبت و اگر به سمت x های منفی برود، جابه‌جایی منفی است.

جهت سرعت: بردار سرعت همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت (هم‌علامت) است.

جهت شتاب: بردار شتاب با بردار تغییر سرعت (و نه خود سرعت) هم‌جهت (هم‌علامت) است؛ یعنی:

$$\Delta v = 0 \Leftrightarrow \text{شتاب صفر } (a = 0)$$

$$\Delta v > 0 \Leftrightarrow \text{شتاب مثبت } (a > 0)$$

سرعت در جهت مثبت و در حال زیاد شدن ←
سرعت در جهت منفی و در حال کم شدن ←

$$\Delta v < 0 \Leftrightarrow \text{شتاب منفی } (a < 0)$$

سرعت در جهت منفی و در حال زیاد شدن ←
سرعت در جهت مثبت و در حال کم شدن ←

اگر بردار سرعت متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 0$ s و $t_2 = 4$ s به ترتیب $\vec{v}_1 = -6\vec{i}$ و $\vec{v}_2 = 10\vec{i}$ باشد. بردار شتاب متوسط در این فاصله زمانی کدام است؟ (کمیت‌ها در SI است).

(تقریبی ۹۵ با تغییر)

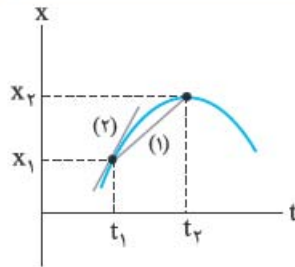
	$2\vec{i}$ (۲)	\vec{i} (۱)
	$4\vec{i}$ (۴)	$4\vec{i}$ (۳)

گزینه «۳»

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - (-6)}{4 - 0} = 4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a}_{av} = 4\vec{i}$$

معرفی کلی نمودارهای حرکت

نمودار مکان-زمان



از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:

● مکان جسم در هر لحظه: x_1 مکان جسم در لحظه t_1 و x_2 مکان جسم در لحظه t_2 است.

● سرعت متوسط: سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان، برابر شیب خطی است که نقاط متناظر با آن دو لحظه را به هم وصل می‌کند.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب خط (۱)}$$

سرعت متوسط متحرک بین زمان‌های t_1 تا t_2 = شیب خط (۱)

● سرعت لحظه‌ای: شیب مماس بر نمودار در یک نقطه، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است.

سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه t_1 = شیب خط (۲)

● دور و نزدیک شدن به مبدأ:

دور شدن [نمودار از به] محور افقی (t) به معنای دور شدن [متحرک از به] مبدأ است.

● ساکن بودن: اگر نمودار $x - t$ در بازه‌ای از زمان، خطی افقی موازی محور t باشد، نشان‌دهنده ساکن بودن متحرک در آن بازه زمانی است. همین‌طور اگر خط مماس بر نمودار در یک لحظه افقی باشد، یعنی متحرک در آن لحظه ساکن بوده است.

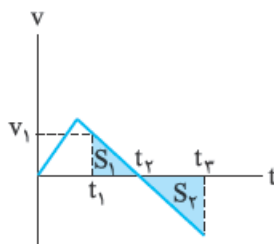
● تغییر جهت متحرک: در لحظه‌هایی که نمودار بیشینه یا کمینه است، متحرک در حال تغییر جهت است. (مثلاً در نمودار بالا در لحظه t_2 متحرک تغییر جهت می‌دهد).

نمودار سرعت-زمان

از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:

● سرعت متحرک در هر لحظه: در نمودار مقابل، سرعت متحرک در لحظه t_1 برابر v_1 است.

● تغییر جهت متحرک: در لحظه‌ای که نمودار، محور t را قطع می‌کند و علامت سرعت در دو طرف آن متفاوت می‌شود، متحرک تغییر جهت داده است. در نمودار $v - t$ مقابل، t_2 لحظه تغییر جهت متحرک است.

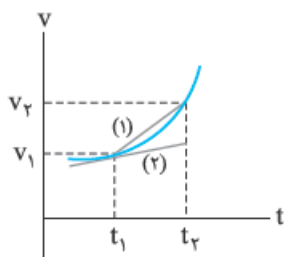


● **جابه‌جایی:** مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t برابر با جابه‌جایی متحرک است. اگر این سطح بالای محور t باشد، جابه‌جایی در جهت مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی در جهت منفی است. جابه‌جایی کل، مجموع تمام جابه‌جایی‌های مثبت و منفی است. در نمودار بالا:

$$\left. \begin{array}{l} S_1 > 0 = \text{جابه‌جایی بین دو لحظه } t_1 \text{ تا } t_2 \\ S_2 < 0 = \text{جابه‌جایی بین دو لحظه } t_2 \text{ تا } t_3 \end{array} \right\} \Rightarrow S_1 + S_2 = \text{جابه‌جایی در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_3$$

● **مسافت:** مجموع مساحت سطح‌های محصور بین نمودار و محور t (بدون در نظر گرفتن علامت منفی برای سطح‌های زیر محور t) برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک است. در نمودار بالا:

$$|S_1| + |S_2| = \text{مسافت طی‌شده در بازه } t_1 \text{ تا } t_3$$



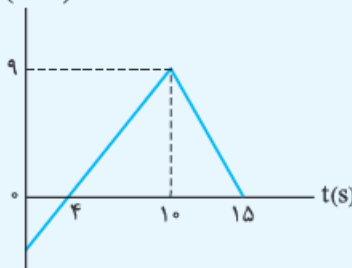
● **شتاب متوسط:** شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $v - t$ ، برابر شتاب متوسط در آن بازه زمانی است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب خط (1)}$$

شتاب متوسط بین زمان‌های t_1 تا t_2

● **شتاب لحظه‌ای:** شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ در یک لحظه، برابر شتاب لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. شتاب لحظه‌ای در لحظه t_1 = شیب خط (2)

$v(m/s)$



● **نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند.**

مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 15$ چند متر بر مربع

ثانیه است؟ (تجربی فارغ ۹۳ - مشابه تجربی ۹۲ - مشابه تجربی ۸۹)

(تجربی فارغ ۹۳ - مشابه تجربی ۹۲ - مشابه تجربی ۸۹)

(۲) ۰/۶

(۴) ۱

(۱) ۰/۴

(۳) ۰/۸

● **گزینه «۱»** **گام اول** سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ را تعیین می‌کنیم. برای این کار باید

شیب نمودار را در بازه $t = 0$ تا $t = 10$ s به دست آوریم و برای آن از مختصات دو لحظه $t_1 = 4$ s

و $t_2 = 10$ s استفاده می‌کنیم: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9 - 0}{10 - 4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ شتاب m شیب نمودار

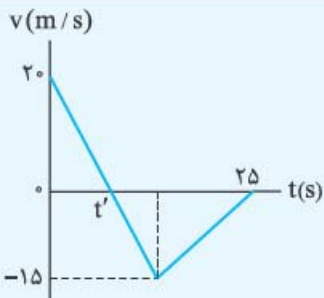
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2}t + v_0$$

برای تعیین v_0 ، مقدار $v = 9$ m/s را به ازای $t = 10$ s در رابطه به دست آمده قرار می‌دهیم:

$$9 = \frac{3}{2} \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

● **گام دوم** سرعت نهایی متحرک در لحظه $t = 15$ s برابر صفر است؛ بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0 - (-6)}{15 - 0} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0/4 \text{ m/s}^2$$



نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور Xها حرکت

می کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی سرعت متوسط

متحرک در بازه زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور X

ها است، چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی ۹۳ - مشابه تهرینی تاریخ ۹۰)

- (۱) صفر
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۷/۵
- (۴) ۱۰

گزینه «۳» هنگامی که متحرک خلاف جهت محور X حرکت می کند، نمودار $v - t$

آن، زیر محور t قرار دارد. در لحظه t' سرعت متحرک صفر شده و از آن لحظه تا $t = 25$ S در

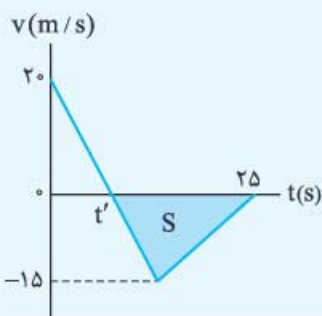
خلاف جهت محور Xها حرکت کرده است.

مساحت سطح رنگ شده برابر است با جابه جایی متحرک در خلاف

جهت محور Xها؛ بنابراین داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|S|}{25 - t'}$$

$$= \frac{|-15 \times (25 - t')|}{25 - t'} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m/s}$$



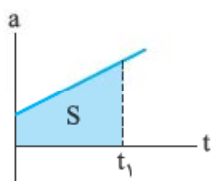
نمودار شتاب - زمان

این نمودار، شتاب متحرک در هر لحظه را نشان می دهد و سطح محصور

بین نمودار و محور t در یک بازه زمانی، نشان دهنده تغییر سرعت متحرک

در آن بازه است.

$$S = \Delta V$$

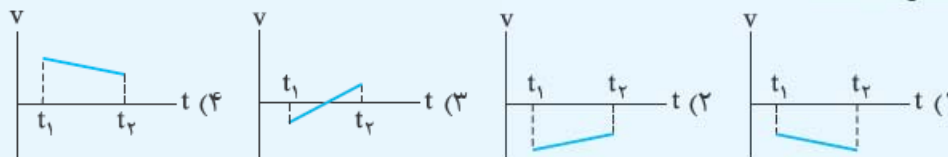


رندشونده، کندشونده، یکنواخت

حرکت کندشونده	حرکت یکنواخت	حرکت تندشونده
حرکتی است که در آن، اندازه سرعت متحرک در حال کم شدن است. $a \cdot v < 0$ حرکت کندشونده	حرکتی است که در آن، سرعت متحرک ثابت باشد. $a = 0$ حرکت با سرعت ثابت	حرکتی است که در آن، اندازه سرعت متحرک در حال زیاد شدن است. $a \cdot v > 0$ حرکت تندشونده
حرکت کندشونده \Leftrightarrow نزدیک شدن نمودار سرعت به محور t	حرکت یکنواخت \Leftrightarrow نمودار سرعت افقی بودن	حرکت تندشونده \Leftrightarrow دور شدن نمودار سرعت از محور t

کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که در بازه زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته

تندشونده است؟



گزینه «۱» حرکت تندشونده حرکتی است که طی آن، اندازه سرعت جسم همواره در

حال افزایش است. در ۲ و ۳ اندازه سرعت در حال کاهش است. در ۴ اندازه سرعت ابتدا

کاهش و پس از صفر شدن افزایش یافته است. فقط در ۱ است که اندازه سرعت از زمان t_1 تا

t_2 در حال زیاد شدن است.

حرکت با سرعت ثابت

اگر در یک حرکت، تندی (اندازه سرعت) و جهت سرعت متحرک (جهت حرکت متحرک) در طول مسیر ثابت باشد، آن حرکت را حرکت با سرعت ثابت می‌نامیم.

در حرکت با سرعت ثابت، شتاب صفر ($a = 0$) و در هر بازه زمانی، سرعت متوسط مساوی سرعت لحظه‌ای ($v = v_{av}$) است.

$$X = vt + X_0$$

سرعت (m/s)
مکان اولیه متحرک
← مکان متحرک در لحظه t
↓ زمان (s)

معادله حرکت با سرعت ثابت:

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت: اگر معادله بالا را در صفحه $X - t$ رسم کنیم، نمودار خطی است که

شیب آن برابر v و عرض از مبدأ آن X_0 است. تمام نمودارهای این حرکت را در جدول زیر می‌بینید:

وضعیت متحرک	نمودار شتاب - زمان	نمودار سرعت - زمان	نمودار مکان - زمان
با سرعت ثابت در جهت X های مثبت حرکت می‌کند.			
با سرعت ثابت در جهت X های منفی حرکت می‌کند.			

تبدیل یکاهای سرعت: برای تبدیل یکاهای (km/h) و (m/s) به یکدیگر، در حالت کلی داریم:

$$\text{km/h} \xrightleftharpoons[\times 3/6]{\div 3/6} \text{m/s}$$

اما در بیشتر مسائل با یکی از عددهای جدول زیر روبه‌رو می‌شویم که بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپاریم:

v (km/h)	۱۸	۳۶	۵۴	۷۲	۹۰	۱۰۸
v (m/s)	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰

در یک حرکت با سرعت ثابت، متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 12\text{s}$ به ترتیب در مکان‌های

$x_1 = -2/5\text{ m}$ و $x_2 = 25\text{ m}$ قرار دارد. مکان اولیه این متحرک در چند متری مبدأ بوده است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $-2/5$ (۴) -۵

گزینه «۴» صورت کلی معادله حرکت با سرعت ثابت را نوشته و مختصات داده‌شده را در آن

جای‌گذاری می‌کنیم و از حل دستگاه دو معادله - دو مجهول، مکان اولیه (x_0) را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= vt_1 + x_0 \\ x_2 &= vt_2 + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} -2/5 &= v(1) + x_0 \\ 25 &= v(12) + x_0 \end{aligned}$$

معادله بالایی را از معادله پایینی کم می‌کنیم:

$$27/5 = 11v \Rightarrow v = 2/5 \text{ m/s}$$

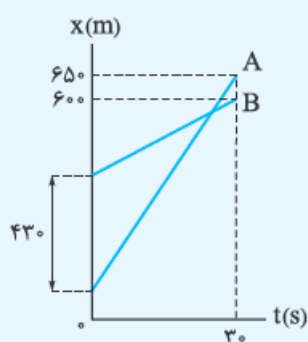
به دست آمده را در معادله اول قرار می‌دهیم $\rightarrow -2/5 = 2/5 + x_0 \Rightarrow x_0 = -5 \text{ m}$

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به صورت شکل

مقابل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از

(تقریبی قارچ ۹۳)

سرعت متحرک B است؟



(۱) ۱۲

(۲) $12/6$

(۳) ۱۶

(۴) $16/3$

گزینه «۳» روش اول: نمودار داده‌شده، دو متحرک در حرکت با سرعت ثابت را نشان

می‌دهد. معادله حرکت با سرعت ثابت را برای هر کدام می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{0,A} \\ x_B &= v_B t + x_{0,B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 650 &= v_A (30) + x_{0,A} \\ 600 &= v_B (30) + x_{0,B} \end{aligned}$$

$$50 = 30(v_A - v_B) + (x_{0,A} - x_{0,B})$$

با توجه به نمودار، $x_{0A} - x_{0B} = -43^{\circ} \text{ m}$ ؛ در نتیجه داریم:

$$50 = 30(v_A - v_B) - 43^{\circ} \Rightarrow v_A - v_B = \frac{50 + 43^{\circ}}{30} = 16 \text{ m/s}$$

روش دوم: در حرکت با سرعت ثابت، سرعت لحظه‌ای و متوسط برابر است. از روی نمودار مشخص است که متحرک A در ابتدای حرکت 43° m از متحرک B عقب‌تر و در پایان حرکت 50 m از آن جلوتر است. پس در مدت زمان 30 s ، متحرک A به اندازه $48^{\circ} \text{ m} = 43^{\circ} + 50^{\circ}$ بیشتر

از متحرک B حرکت کرده است:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A - \Delta x_B}{\Delta t} = \frac{48^{\circ}}{30} = 16 \text{ m/s}$$

معادلات حرکت با شتاب ثابت

در این حرکت، شتاب متوسط مساوی شتاب لحظه‌ای ($a = a_{av}$) است. در بررسی حرکت با شتاب ثابت، چند معادله اصلی داریم که کمیت‌های Δx ، v ، v_0 ، a و t را به هم مربوط می‌کنند. در حل هر تست باید ببینیم که داده‌ها و خواسته سؤال چیست و رابطه مناسبی را که بین آن‌ها ارتباط برقرار می‌کند، از بین معادله‌های زیر انتخاب کنیم.

معادله سرعت - زمان (مستقل از جابه‌جایی):

$$v = at + v_0$$

شتاب (m/s^2)
 سرعت اولیه (m/s)
 زمان (s)
 سرعت جسم در لحظه t (m/s)

معادله مکان - زمان (مستقل از سرعت نهایی):

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

مکان اولیه
 مکان جسم در لحظه t

معادله مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

مکان اولیه
 مکان نهایی
 سرعت اولیه (m/s)
 سرعت نهایی (m/s)

معادله سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$$

معادله مستقل از شتاب:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

در معادله‌های سرعت - زمان و مکان - زمان، t حتماً یک لحظه است. حواستان باشد آن را با یک بازه زمانی (Δt) اشتباه نگیرید.

برای محاسبه مکان نسبی بین دو متحرک A و B در هر لحظه می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$x_B - x_A = \frac{1}{2}(a_B - a_A)t^2 + (v_{0B} - v_{0A})t + (x_{0B} - x_{0A})$$

متحرکی از حال سکون از مبدأ مختصات با شتاب ثابت $\vec{a} = 1\vec{i}$ به حرکت در می‌آید. بردار

مکان آن در لحظه $t = 4$ کدام است؟ (کمیت‌ها در SI است.) *(ریاضی ۹۵ با تغییر)*

$$\vec{d} = \lambda\vec{i} \quad (1) \quad \vec{d} = 4\vec{i} \quad (2) \quad \vec{d} = 2\vec{i} \quad (3) \quad \vec{d} = 1\vec{i} \quad (4)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[x_0=0, v_0=0]{a=1} x = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 = 8 \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\vec{d} = x\vec{i} \Rightarrow \vec{d} = 8\vec{i}$$

دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $(a + 1/5) \text{ m/s}^2$ از یک نقطه شروع به حرکت

می‌کنند و بعد از مدت t ، سرعت آن‌ها به ترتیب 10 m/s و 22 m/s می‌شود. t چند ثانیه است؟

$$10 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad \text{گزینه «۲»}$$

وقتی می‌گوییم متحرک شروع به حرکت کرده است، یعنی $v_0 = 0$ ، با توجه به این، معادله $v = at + v_0$ را برای هر دو متحرک می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_1 = at \\ v_2 = (a + 1/5)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = at \\ 22 = at + 1/5t \end{cases} \xrightarrow[\text{پایین کم می‌کنیم}]{\text{معادله بالا را از معادله}} 12 = 1/5t \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصله 80 متری از A تا B را در مدت 8 ثانیه

طی می‌کند و در لحظه رسیدن به نقطه B سرعتش به 15 m/s می‌رسد. شتاب متحرک چند

متر بر مربع ثانیه است؟ *(ریاضی ۸۹)*

$$\frac{5}{4} \quad (4) \quad \frac{5}{2} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{3}{2} \quad (1)$$

گزینه «۴» نقطه A را مبدأ مکان و زمان فرض می‌کنیم. معادله‌های $x - t$ و $v - t$ در حرکت با شتاب ثابت را برای نقطه B می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \\ v = at + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80 = \frac{1}{2}a(8)^2 + v_0(8) \\ 15 = a(8) + v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 80 = 32a + 8v_0 \\ (15 = 8a + v_0) \times 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80 = 32a + 8v_0 \\ 120 = 64a + 8v_0 \end{cases}$$

$$40 = 32a \Rightarrow a = \frac{40}{32} = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2$$

دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت

می‌کنند. اگر شتاب متحرک A برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی

سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟ *(ریاضی ۹۲)*

$$4 \quad (4) \quad \sqrt{2} \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

= گزینه ۲» روش اول: با استفاده از رابطه مستقل از زمان، سرعت نهایی دو متحرک را در جابه‌جایی دلخواه Δx به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_A^2 - 0 = 2a_A \Delta x \\ v_B^2 - 0 = 2a_B \Delta x \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

حالا با توجه به این که سرعت اولیه دو متحرک، صفر و شتاب حرکت آن‌ها ثابت بوده، سرعت متوسط آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{\frac{v_A + 0}{2}}{\frac{v_B + 0}{2}} = \frac{v_A}{v_B} = 2$$

روش دوم: از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ ($v_0 = 0$) استفاده می‌کنیم و نسبت زمان حرکت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2}a_A(\Delta t)_A^2 \\ \Delta x = \frac{1}{2}a_B(\Delta t)_B^2 \end{cases} \Rightarrow 1 = \frac{a_A(\Delta t)_A^2}{a_B(\Delta t)_B^2} \Rightarrow 1 = 4 \times \left(\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{1}{2}$$

حالا می‌توانیم نسبت سرعت‌های متوسط A و B را به دست آوریم:

$$\frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t_A}}{\frac{\Delta x}{\Delta t_B}} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = 2$$

جابه‌جایی در ثانیه n ام - جابه‌جایی در t ثانیه n ام

ثانیه n ام حرکت: یک بازه زمانی به طول یک ثانیه است. ($\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$)



نمونه در نمودار مقابل، ثانیه سوم حرکت را نشان داده‌ایم:

t ثانیه n ام حرکت: اگر با چنین چیزی روبه‌رو شدید، t را در n ضرب کنید و سپس t ثانیه از آن کم کنید. بازه زمانی موردنظر از لحظه $t - nt$ ثانیه تا لحظه nt ثانیه است. مثلاً اگر گفته شد ۲ ثانیه پنجم، ۲ را در ۵ ضرب کرده و ۲ ثانیه از آن کم می‌کنیم تا لحظه اول بازه به دست آید ($2 \times 5 - 2 = 8$)، بازه موردنظر می‌شود: از ۸ s تا ۱۰ s.

جابه‌جایی متحرک در ثانیه n ام حرکت: $\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 = (n-0/5)a + v_0$

جابه‌جایی متحرک در t ثانیه n ام حرکت: $\Delta x_{t,n} = \frac{1}{2}at^2(2n-1) + v_0t = (n-0/5)at^2 + v_0t$

◀ اگر در یک حرکت با شتاب ثابت a ، متحرکی در یک ثانیه Δx متر جابه‌جا شود، در ثانیه بعدی $\Delta x + a$ متر جابه‌جا می‌شود.

◀ اگر مسئله‌ای دربارهٔ جابه‌جایی در t ثانیه‌های غیرمتوالی بود، از این رابطه کمک بگیرید:

$$at^2 = \frac{\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}}{n - m}$$

جابه‌جایی در t ثانیه m ام
جابه‌جایی در t ثانیه n ام

متحرکی در یک مسیر مستقیم و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی شده

در ثانیهٔ اول ۴ متر باشد. مسافت طی شده در ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۸ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴)

گزینهٔ «۴» $\Rightarrow \Delta x_1 = (1 - 0 / \Delta t)a + 0 \Rightarrow 4 = 0 / \Delta t a \Rightarrow a = \frac{4}{0 / \Delta t} = 8 \text{ m/s}^2$

$\Delta x_3 = (3 - 0 / \Delta t)a + 0 \Rightarrow \Delta x_3 = 3 / \Delta t \times 8 = 20 \text{ m}$

نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

نمودارهای $x - t$ و $v - t$ ، $a - t$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت را در جدول زیر ببینید:

ویژگی	شتاب - زمان	سرعت - زمان	مکان - زمان
$V_0 = 0$ و $a > 0$			
$V_0 > 0$ و $a > 0$			
$V_0 < 0$ و $a > 0$			
$V_0 = 0$ و $a < 0$			

ویژگی	شتاب - زمان	سرعت - زمان	مکان - زمان
$v_0 > 0$ و $a < 0$			
$v_0 < 0$ و $a < 0$			

معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، معادله درجه دوم است و نمودار آن یک سهمی است. معادله این سهمی در حالت کلی به شکل $x = At^2 + Bt + C$ است. از این معادله و نمودار مربوط به آن می‌توانیم اطلاعات زیر را به دست آوریم:

• A برابر نصف شتاب حرکت است: $A = \frac{1}{2}a$.
 • در نقطه رأس سهمی، یعنی در زمان $t = \frac{-B}{2A}$ و مکان $x = \frac{4AC - B^2}{4A}$ ، سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت عوض می‌شود.

• سهمی نسبت به زمان $t = \frac{-B}{2A}$ متقارن است. بعضی از تست‌ها را می‌توان با توجه به همین تقارن حل نمود.

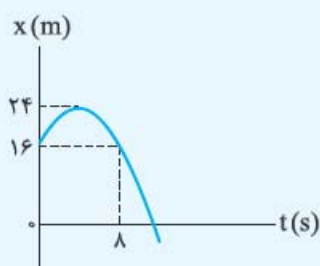
• اگر جهت تقعر سهمی رو به بالا باشد (\cup)، شتاب مثبت ($a > 0$) و اگر جهت تقعر سهمی رو به پایین باشد (\cap)، شتاب منفی ($a < 0$) است.

• شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را به دست می‌دهد. اگر اندازه شیب مماس بر این نمودار در حال کاهش باشد، حرکت کندشونده و اگر اندازه شیب در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است.

• اگر در لحظه $t = 0$ شیب مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت باشد (/) سرعت اولیه مثبت، اگر شیب مماس منفی باشد (\) سرعت اولیه منفی و اگر شیب مماس صفر باشد (—) سرعت اولیه صفر است.

• نمودار $v - t$ حرکت شتاب ثابت یک خط است. شیب خط برابر با شتاب حرکت و عرض از مبدأ آن برابر سرعت اولیه است.

توصیه: رسم نمودارهای مختلف یک حرکت از روی یکدیگر را تمرین کنید. برخی از تست‌ها با این شگرد به راحتی حل می‌شوند.



نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل به صورت

سهمی است. در بازه زمانی صفر تا ۸ s بزرگی شتاب متوسط

و سرعت متوسط در SI، کدام است؟ **(ریاضی ۹۷)**

۱) و صفر

۲) و ۲ (۴)

۱) و صفر

۱) و ۱ (۳)

گام اول سرعت متوسط: مکان متحرک در صفر و ۸ s یکسان است. **گزینه «۱»**

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 16}{8 - 0} = 0 \Rightarrow \text{حذف ۱ و ۲}$$

گام دوم شتاب: معادله کلی سهمی را نوشته و ضرایب آن را با کمک نمودار به دست می‌آوریم:

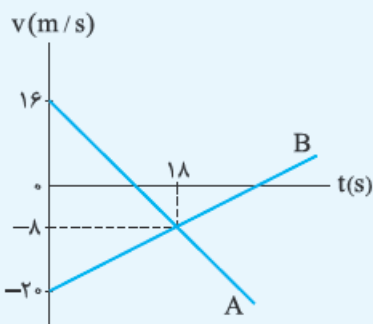
$$x = At^2 + Bt + C \xrightarrow{t=0} 16 = A(0) + B(0) + C \Rightarrow C = 16$$

$$\xrightarrow{t=4s} 24 = A(16) + B(4) + 16$$

$$\xrightarrow{+4} 2 = 4A + B \quad (1)$$

$$\xrightarrow{t=8s} 16 = A(64) + B(8) + 16 \xrightarrow{+8} 0 = 8A + B \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = -\frac{1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$



نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی

محور x حرکت می‌کنند. مطابق شکل مقابل است. در

مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است،

بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟ **(ریاضی ۹۵)**

۱) ۱۸۶

۲) ۱۹۲

۱) ۱۸۶

۳) ۲۰۰

گزینه «۲» **گام اول** تا وقتی سرعت متحرک A مثبت (بالای محور t) است، یعنی در

جهت محور x حرکت می‌کند. لحظه صفرشدن سرعت، پایان حرکت در جهت محور x است.

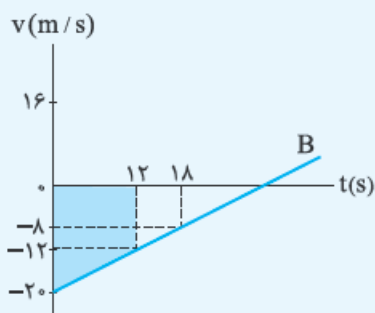
معادله $v - t$ را برای متحرک A نوشته و زمان صفرشدن سرعت را به دست می‌آوریم:

$$A \text{ متحرک } v - t \text{ نمودار } = a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 16}{18} = \frac{-24}{18} = \frac{-4}{3} \text{ m/s}^2$$

$$v_A = a_A t + v_{0,A} \Rightarrow 0 = \frac{-4}{3} t + 16 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

$$B \text{ متحرک } v - t \text{ نمودار } = a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - (-20)}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2 \quad \text{گام دوم}$$

$$t = 12 \text{ s در } B \text{ محاسبه سرعت: } v_B = a_B t + v_{0,B} \Rightarrow v_B = \frac{2}{3} \times 12 - 20 = -12 \text{ m/s}$$



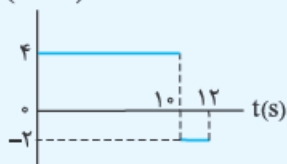
روش اول: سطح محصور بین نمودار سرعت B و محور t تا لحظه $t = 12$ s برابر جابه‌جایی خواسته شده است:

$$S = |\Delta x_B| = \frac{(20 + 12) \times 12}{2} = 192 \text{ m}$$

روش دوم: از رابطه مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x_B = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{-20 + (-12)}{2} \times 12 = -192 \text{ m} \Rightarrow |\Delta x_B| = 192 \text{ m}$$

$a(\text{m/s}^2)$



نمودار شتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان $+5 \text{ m/s}$ است. به شکل مقابل می‌باشد. سرعت متوسط

متحرک در این ۱۲ ثانیه. چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی ۹۳)

$$14 (2)$$

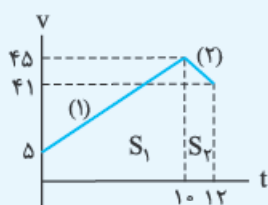
$$13 / 5 (1)$$

$$28 (4)$$

$$27 (3)$$

گزینه «۴» روش اول: از روی نمودار $a-t$ داده شده،

نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{معادله خط (۱): } v = 4t + 5 \\ \Rightarrow \text{سرعت در } (t = 10 \text{ s}): } v = 4(10) + 5 = 45 \text{ m/s} \\ \text{معادله خط (۲): } v = -2(t - 10) + 45 \\ \Rightarrow \text{سرعت در } (t = 12 \text{ s}): } v = -2(12 - 10) + 45 = 41 \text{ m/s} \end{cases}$$

سطح زیر نمودار که از دو ذوزنقه تشکیل شده، برابر با جابه‌جایی متحرک در مدت ۱۲ s است.

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{(5 + 45) \times 10}{2} + \frac{(45 + 41) \times 2}{2} = 250 + 86 = 336 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28 \text{ m/s}$$

روش دوم: با استفاده از معادلات $x-t$ و $v-t$ در حرکت با شتاب ثابت، مجموع جابه‌جایی‌های

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (4) (10)^2 + 5 \times 10 = 250 \text{ m} \quad \text{متحرک را به دست می‌آوریم.}$$

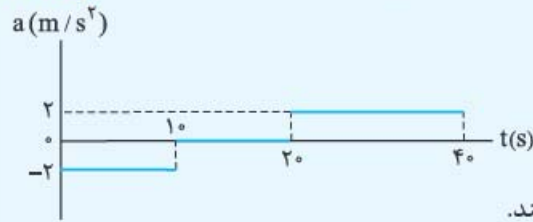
$$v = at + v_0 \Rightarrow \text{سرعت در لحظه } 10 \text{ s}: } v = 4(10) + 5 = 45 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} (-2) (12 - 10)^2 + 45 (12 - 10) = 86 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 250 + 86 = 336 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28 \text{ m/s}$$

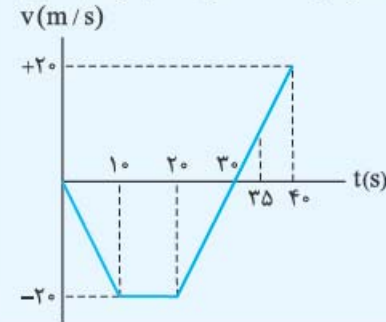
نمودار شتاب- زمان متحرکی که از حال سکون روی محور X ها حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 20\text{ s}$ تا $t_2 = 35\text{ s}$ ، کدام مورد درست است؟



- (۱) حرکت تندشونده است.
- (۲) حرکت کندشونده است.
- (۳) جهت حرکت یک بار تغییر می کند.
- (۴) متحرک در جهت محور X ها حرکت می کند.

گزینه «۳» چون تمام گزینه‌های داده شده به نحوی به سرعت و جهت آن مربوط می شوند،

بهترین کار آن است که با توجه به نمودار $a - t$ داده شده، نمودار $v - t$ حرکت را رسم کنیم:



همان‌طور که از روی شکل پیدا است، در بازه $t_1 = 20\text{ s}$ تا $t_2 = 35\text{ s}$ ، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. (حذف ۱ و ۲).
متحرک یک بار در لحظه $t = 30\text{ s}$ تغییر جهت می دهد (درست بودن ۳) و تا قبل از تغییر جهت، در خلاف جهت محور X حرکت می کند. (حذف ۴).

سقوط آزاد

سقوط آزاد حرکتی است با شتاب ثابت g ($g = 9.8\text{ m/s}^2 \approx 10\text{ m/s}^2$) که طی آن فقط نیروی وزن بر جسم اثر می کند.

معادله‌های سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

همان معادلات حرکت با شتاب ثابت را با فرض $v_0 = 0$ و انجام دو تغییر $x \rightarrow y$ و $a \rightarrow -g$ برای سقوط آزاد به کار می بریم:

معادله سرعت - زمان: $v = -gt$ ← سرعت جسم در لحظه t (m/s)

معادله مکان - زمان: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ ← مکان اولیه در لحظه t

معادله مستقل از زمان: $v^2 = -2g(y - y_0)$ ← سرعت نهایی (m/s)
مکان اولیه مکان نهایی

در حل مسائل سقوط آزاد قرارداد می کنیم که جهت محور y رو به بالا باشد؛ بنابراین هنگام سقوط، $v < 0$ و $\Delta y < 0$ است.

معمولاً محل رهاشدن جسم را مبدأ مکان فرض می کنیم. در این صورت $y_0 = 0$ خواهد بود.

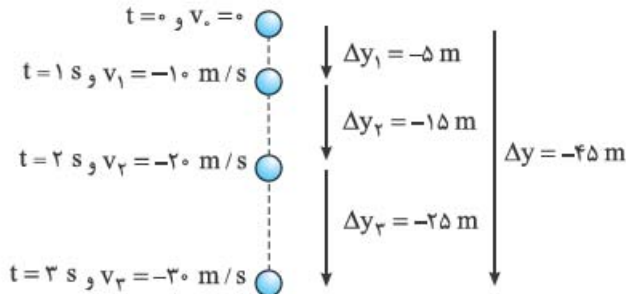
جابه‌جایی ثانیه n ام: مشابه حرکت با شتاب ثابت داریم: $\Delta y_n = -(n - 0)g$ ← جابه‌جایی ثانیه n ام

اگر سرعت جسم را در ابتدا و انتهای ثانیه n ام حرکت داشته باشیم،

جابه‌جایی در ثانیه n ام: $\Delta y_n = \frac{v_n + v_{n-1}}{2}$

تصادف حسابی: در سقوط آزاد، هم سرعت‌ها و هم جابدهایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. این تصاعد، حل خیلی از تست‌ها را سریع‌تر می‌کند.

در جدول و شکل زیر می‌توانید این مطلب را با فرض $g = 10 \text{ m/s}^2$ ببینید:



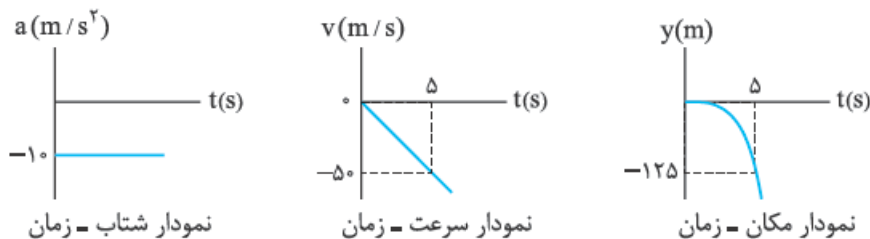
Δy (m) کل	Δy (m) در یک ثانیه	v (m/s) متوسط	v (m/s)	t (s)
-۵	-۵	-۵	-۱۰	۱
-۲۰	-۱۵	-۱۰	-۲۰	۲
-۴۵	-۲۵	-۱۵	-۳۰	۳
-۸۰	-۳۵	-۲۰	-۴۰	۴
-۱۲۵	-۴۵	-۲۵	-۵۰	۵
-۱۸۰	-۵۵	-۳۰	-۶۰	۶

تکنیک از جدول بالا پیداست که صرفاً از جهت تساوی عددی می‌توانیم از تساوی زیر در تست‌ها استفاده کنیم:

$$\Delta y_n - 5 = v_n$$

نمودارهای سقوط آزاد

با فرض‌هایی که درباره سقوط آزاد کردیم ($v_0 = 0$ و $a = -10 \text{ m/s}^2$ و جهت مثبت رو به بالا)، نمودارهای سقوط آزاد به شکل زیر است:



نمودار شتاب = زمان

نمودار سرعت = زمان

نمودار مکان = زمان

! گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر این گلوله مسافتی را که در ثانیه آخر

حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(ریاضی ۹۶)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

گزینه «۱» روش اول: اگر نقطه رهاشدن را به عنوان مبدأ در نظر بگیریم، مکان گلوله در

هر لحظه از رابطه $y = \frac{-1}{2}gt^2$ به دست می‌آید. حالا از فرض سؤال استفاده می‌کنیم:

$$y_{(t+1)} - y_t = 3y_t \Rightarrow \frac{-1}{2}g(t+1)^2 - \left(-\frac{1}{2}gt^2\right) = 3 \times \frac{-1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{\div \left(\frac{-1}{2}g\right)} (t+1)^2 = 4t^2 \Rightarrow t+1 = 2t \Rightarrow t = 1s$$

$$y = y_{(t+1)} \Rightarrow \Delta y = \frac{-1}{2}g(t+1)^2 \xrightarrow[\substack{t=1s \\ g=10m/s^2}]{=} \Delta y = \frac{-1}{2} \times 10 \times (1+1)^2$$

$$\Rightarrow \Delta y = -20 \Rightarrow h = |\Delta y| = 20m$$

روش دوم: با توجه به جدول تصاعد حسابی در سقوط آزاد می‌بینیم که جابه‌جایی در ثانیه اول

سقوط، $\Delta y_1 = -5m$ و در ثانیه دوم، $\Delta y_2 = -15m$ است. بنابراین، جابه‌جایی در ثانیه

دوم، سه برابر جابه‌جایی ثانیه اول است و جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 = -20m$$

فرمول‌های فصل

الفبای حرکت در راستای خط راست

تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

شتاب

شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

تندشونده، کندشونده

حرکت تندشونده $\Leftrightarrow a \cdot v > 0$

حرکت کندشونده $\Leftrightarrow a \cdot v < 0$

حرکت با سرعت ثابت

معادله حرکت با سرعت ثابت:

$$x = vt + x_0$$

تبدیل یکاهای سرعت:

$$km/h \xleftrightarrow[\times 3/6]{\div 3/6} m/s$$

معادلات حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت - زمان:

$$v = at + v_0$$

معادله مکان - زمان:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

معادله مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{معادله سرعت متوسط:}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \quad \text{معادله مستقل از شتاب:}$$

● جابه‌جایی در ثانیه n ام - t ثانیه n ام

$$\Delta x_n = (n - 0 / \Delta) a + v_0$$

$$\Delta x_{t,n} = (n - 0 / \Delta) at^2 + v_0 t$$

● سقوط آزاد (بدون سرعت اولیه)

$$v = -gt \quad \text{معادله سرعت - زمان:}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad \text{معادله مکان - زمان:}$$

$$v^2 = -2g(y - y_0) \quad \text{معادله مستقل از زمان:}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۲۳۵- پرنده‌ای که روی لبه ساختمان بلندی به ارتفاع 50 متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان می‌رسد، سپس 40 متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت 30 متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟

(ریاضی خارج ۹۷)

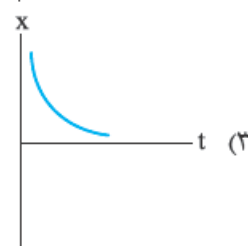
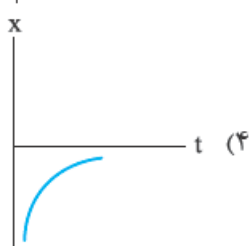
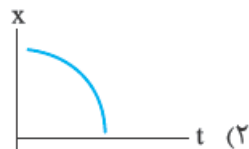
(۱) 120 (۲) $50\sqrt{2}$ (۳) 50 (۴) $40\sqrt{2}$

۲۳۶- بردار سرعت متحرکی که در صفحه حرکت می‌کند، در مدت 5 ثانیه، از $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ به $\vec{v}_2 = 17\vec{i} + 10\vec{j}$ می‌رسد (در SI). بزرگی شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟

(ریاضی ۹۳)

(۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) 3 (۴) 5

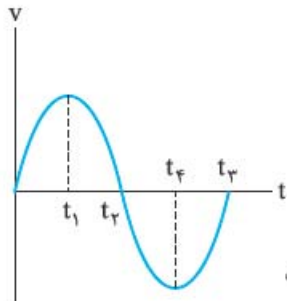
۲۳۷- اتومبیلی که از قسمت منفی محور x در حال حرکت به سمت مبدأ بوده، ترمز می‌گیرد. کدام نمودار می‌تواند مربوط به حرکت این اتومبیل باشد؟



۲۳۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند.

مطابق شکل مقابل است. در بازه زمانی بین t_1 و t_2 . حرکت متحرک

..... شونده و در محور X است.



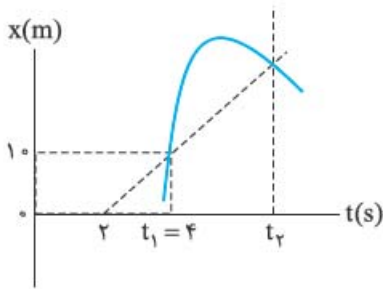
(تجربی ۱۶)

- (۱) کند - جهت
- (۲) تند - جهت
- (۳) کند - خلاف جهت
- (۴) تند - خلاف جهت

۲۳۹- نمودار مکان - زمان متحرکی در SI مطابق شکل

روبه رو است. سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی t_1

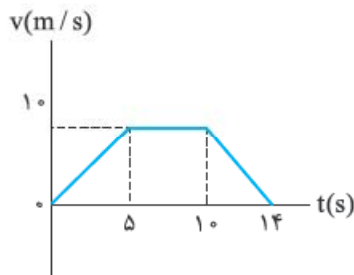
تا t_2 کدام است؟



- (۱) $+2/5$
- (۲) $+5$
- (۳) $-2/5$
- (۴) -5

۲۴۰- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است.

شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 12s$. چند متر بر مربع ثانیه است؟



(تجربی ۹۲)

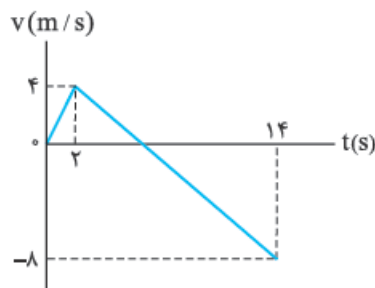
- (۱) $1/10$
- (۲) $5/10$
- (۳) $7/10$
- (۴) صفر

۲۴۱- متحرکی روی محور Xها حرکت می کند و نمودار

سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. متحرک

در ۱۴ ثانیه اول. چند ثانیه در سوی مخالف محور Xها

حرکت کرده است؟



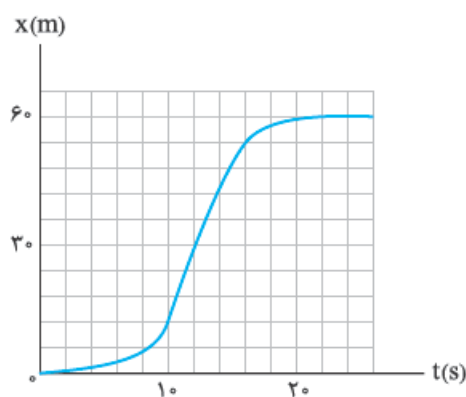
(ریاضی ۱۹)

- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۲

۲۴۲- شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی است

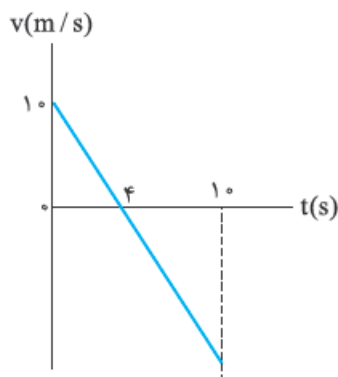
که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینه سرعت

آن چند متر بر ثانیه است؟



(تجربی ۹۵)

- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۷
- (۴) ۹



۲۴۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. متحرک در لحظه $t = 10\text{ s}$ در چند متری مبدأ قرار دارد؟ (متحرک در لحظه $t = 0$ در $x = +2\text{ m}$ قرار دارد و x ‌های مثبت در سمت راست مبدأ مختصات واقع‌اند.)
(کنکور قدیمی)

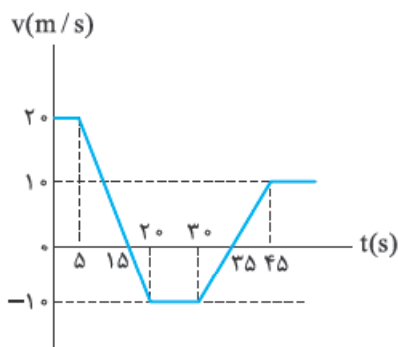
(۱) ۲۷ متری سمت راست مبدأ

(۲) ۲۳ متری سمت چپ مبدأ

(۳) ۲۵ متری سمت چپ مبدأ

(۴) ۲۲۷ متری سمت راست مبدأ

۲۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل داده شده است. سرعت متوسط این متحرک در بازه $t_1 = 5\text{ s}$ تا $t_2 = 15\text{ s}$ چند برابر سرعت متوسط آن در بازه $t_3 = 20\text{ s}$ تا $t_4 = 45\text{ s}$ است؟

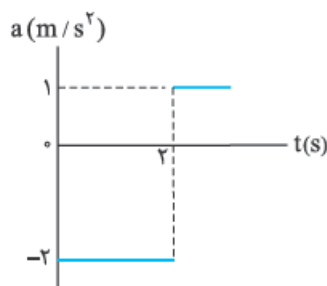


(۱) $\frac{10}{3}$

(۲) $-\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{10}{7}$

(۴) $-\frac{10}{7}$



۲۴۵- متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (برحسب ثانیه)، جهت سرعت عوض می‌شود؟
(تجربی فارغ ۱۹)

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) ۶

۲۴۶- معادله‌های سرعت و شتاب متحرکی در SI به صورت $v = 6t^2 - 4t + 2$ و $a = 12t - 4$ است. در کدام یک از لحظات زیر (برحسب ثانیه) اندازه سرعت متحرک در حال کاهش است؟ (ریاضی فارغ ۹۷ با تغییر)

(۴) $1/5$

(۳) $0/5$

(۲) $0/4$

(۱) $0/2$

۲۴۷- معادله حرکت جسمی که روی محور x ‌ها حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t$ است. در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 4\text{ s}$ ، کدام مورد درست است؟ (ریاضی فارغ ۹۷)

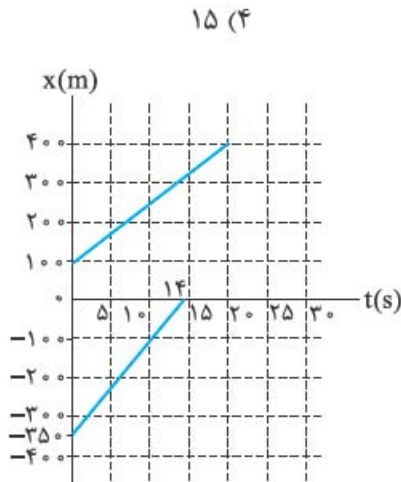
(۲) کم‌ترین مقدار سرعت 1 m/s است.

(۱) سرعت متوسط برابر صفر است.

(۴) جهت حرکت دو بار تغییر کرده است.

(۳) حرکت پیوسته تندشونده است.

۲۴۸- دوچرخه‌سواری فاصله ۹۰ کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت ۴/۵ ساعت می‌پیماید. وی با سرعت ثابت ۲۴ کیلومتر بر ساعت رکاب می‌زند؛ اما برای رفع خستگی، توقف‌هایی هم دارد. مدت کل توقف او چند دقیقه است؟
(کنکور قریبی)



۲۴۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند مطابق شکل روبه‌رو است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، این دو متحرک به هم می‌رسند؟

۴۵ (۱)

۵۰ (۲)

۵۵ (۳)

۴) دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند.

۲۵۰- اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت 108 km/h در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله 165 m ، با شتاب ثابت 3 m/s^2 ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، t_2 باشد، کدام است؟
(ریاضی ۹۶)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۵۱- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت 5 m/s^2 به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و در نهایت با شتاب 5 m/s^2 حرکتش کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت ۲۵ ثانیه و سرعت متوسط در این مدت 20 m/s باشد، زمانی که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟
(تجربی ۹۷)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۵۲- قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت 40 m/s در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض این‌که قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت 2 m/s^2 در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به 50 m/s می‌رساند و با همان سرعت، حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟
(ریاضی ۹۲)

۱۰۵ (۴)

۸۰ (۳)

۸۲/۵ (۲)

۵۷/۵ (۱)

۲۵۳- متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطه A به حرکت درمی‌آید و در ادامه مسیر به نقطه B و سپس C می‌رسد و فاصله ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطه C، 20 m/s باشد، فاصله بین A و B چند متر است؟
(ریاضی خارج ۸۹)

۲۲/۵ (۴)

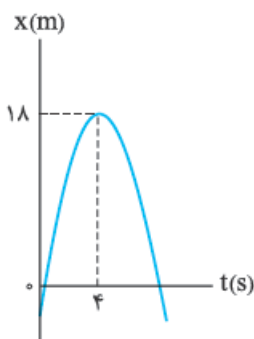
۱۰ (۳)

۵ (۲)

۲/۵ (۱)

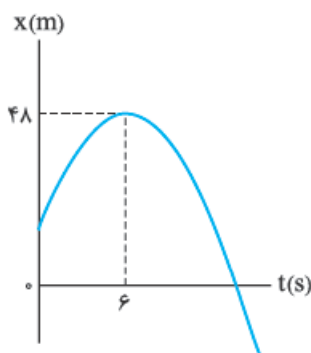
۲۵۴- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه v_0 در 2 ثانیه اول حرکت خود، 13 متر، و در 2 ثانیه سوم حرکت خود، 25 متر را طی می کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟ (تقریبی ۹۱)

- ۱) $1/5$ ۲) $2/5$ ۳) 3 ۴) 5



۲۵۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x ها حرکت می کند، مطابق شکل مقابل به صورت سهمی است. چند ثانیه پس از لحظه $t = 0$ بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیه می شود؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- ۱) 6 ۲) 7 ۳) 8 ۴) 9



۲۵۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل مقابل، به صورت سهمی است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t = 3$ s تا $t = 9$ s برابر 12 متر باشد، جابه جایی متحرک در این بازه چند متر است؟ (ریاضی ۹۳)

- ۱) صفر ۲) 3 ۳) 6 ۴) 12

۲۵۷- معادله مکان - زمان جسمی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t - 4$ است. در فاصله زمانی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 4$ s، مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟ (تقریبی خارج ۸۸)

- ۱) 2 ۲) 4 ۳) 6 ۴) 8

۲۵۸- متحرکی روی محور x حرکت می کند و معادله مکان - زمان آن در SI به صورت $v = -2t^2 + 12t - 40$ است. مسافتی که این متحرک در بازه زمانی صفر تا $t = 5$ s طی می کند، چند متر است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

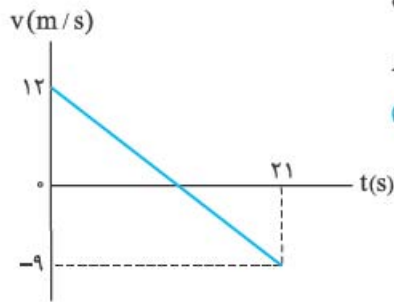
- ۱) 10 ۲) 15 ۳) 24 ۴) 26

۲۵۹- معادله سرعت - زمان متحرکی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می کند، در SI به صورت $v = -4t$ است. این متحرک در لحظه $t = 0$ از مکان $x_0 = -3$ m عبور می کند. معادله مکان - زمان متحرک کدام است؟

- ۱) $-2t^2 + 3$ ۲) $-4t^2 + 3$ ۳) $-4t^2 - 3$ ۴) $-2t^2 - 3$

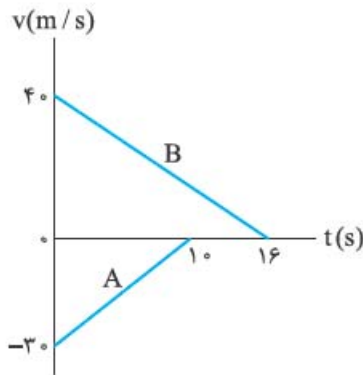
۲۶۰- متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان با سرعت $v = +3$ m/s از مکان $x = +4$ m می گذرد. اگر متحرک در لحظه $t = 4$ s در جهت مثبت محور x ها در بیشترین فاصله خود از مبدأ باشد، در لحظه $t = 8$ s در چند متری مبدأ خواهد بود؟ (ریاضی خارج ۹۰)

- ۱) 4 ۲) 6 ۳) 8 ۴) 12



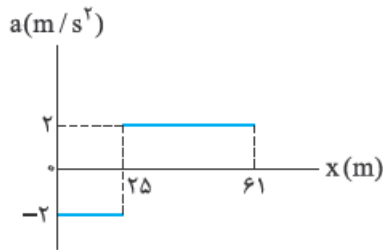
۲۶۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x ها حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. بزرگی جابه جایی متحرک در فاصله زمانی $t = 6s$ تا $t = 12s$ چند متر است؟ (تجربی ۹۳)

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۸
- (۳) $22/5$
- (۴) $32/5$



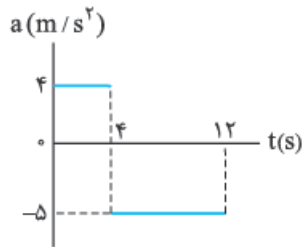
۲۶۲- نمودار سرعت- زمان دو قطار A و B که روی یک ریل مستقیم به طرف هم حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. در لحظه $t = 0$ فاصله قطارها از هم $500m$ است. لحظه ای که قطار A می ایستد، قطار B در چه فاصله ای از آن قرار دارد؟ (تجربی خارج ۹۷)

- (۱) ۲۵
- (۲) ۷۵
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۲۵



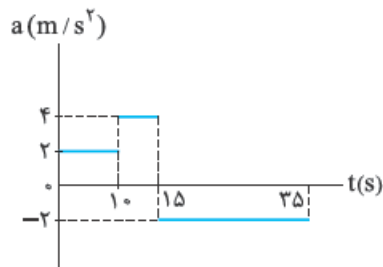
۲۶۳- نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ با سرعت $10m/s$ عبور کند، سرعت آن در مکان $x = 61m$ چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی ۹۷)

- (۱) ۲۲
- (۲) ۱۲
- (۳) ۸
- (۴) ۶



۲۶۴- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت ۴ متر بر ثانیه از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، چند متر است؟ (تجربی خارج ۹۳)

- (۱) ۴۸
- (۲) ۹۶
- (۳) ۱۲۸
- (۴) ۱۶۰



۲۶۵- نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظه $t = 0$ از مبدأ می گذرد، مطابق شکل مقابل است. اگر $v_0 = -10m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 35s$ ، چند متر است؟ (تجربی ۹۵)

- (۱) ۲۱۰
- (۲) ۲۲۵
- (۳) ۳۲۵
- (۴) ۳۵۰

۲۶۶- اگر گلوله کوچکی در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه سقوط کند و $g = 10 \text{ m/s}^2$ باشد، اندازه

سرعت متوسط گلوله در ۳ ثانیه اول سقوط چند متر بر ثانیه است؟

(کنکور قدیمی) ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴)

۲۶۷- دو گلوله در شرایط خلأ به فاصله زمانی $2/5 \text{ s}$ از یک نقطه بالای زمین رها می‌شوند. چند ثانیه

پس از رهاشدن گلوله اول، فاصله دو گلوله به $68/75 \text{ m}$ می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$) (ریاضی ۹۱)

۲/۵ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴)

۲۶۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به 50 متری سطح زمین می‌رسد،

سرعتش 15 m/s می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رهاشدن به زمین می‌رسد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

(ریاضی ۸۹) ۲ (۱) ۳/۵ (۲) ۵ (۳) ۶/۵ (۴)

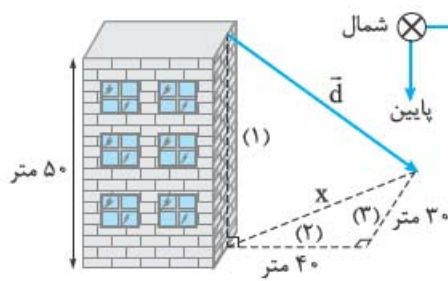
۲۶۹- فاصله از لبه یک چاه تا سطح آب درون آن 45 متر است. شخصی سنگی را از لبه چاه رها می‌کند

و صدای برخورد سنگ با آب را می‌شنود. فاصله بین پرتاب سنگ و شنیدن صدا تقریباً چند ثانیه است؟

($g = 10 \text{ m/s}^2$) . مقاومت هوا ناچیز و سرعت صوت در هوا 340 m/s است. (تجربی ۹۰ با تغییر)

۱/۸ (۱) ۲/۱ (۲) ۲/۶ (۳) ۳/۱ (۴)

پاسخ‌نامه تشریحی



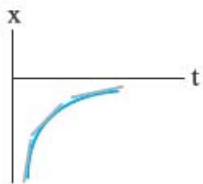
۲۳۵- گزینه «۲» مسیر حرکت پرنده مطابق شرق \otimes شمال پایین \downarrow شکل مقابل است. ابتدا مسیرهای (۲) و (۳) را در نظر گرفته و با قضیه فیثاغورس، X را حساب می‌کنیم. بعد همین کار را برای X و مسیر (۱) انجام می‌دهیم تا طول \vec{d} به دست آید.

$$x = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ m} \Rightarrow d = \sqrt{50^2 + 50^2} = 50\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(17\vec{i} + 10\vec{j}) - (2\vec{i} - 5\vec{j})}{5} = \frac{(15\vec{i} + 15\vec{j})}{5}$$

۲۳۶- گزینه «۱»

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = 3\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow |a_{av}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$



۲۳۷- گزینه «۴» اتومبیل در قسمت منفی محور X حرکت می‌کند (حذف ۲ و ۳). هنگامی که اتومبیل ترمز می‌گیرد، تندی آن (شیب مماس بر نمودار $X-t$) کاهش می‌یابد. در ۴ شیب مماس در حال کاهش است.

۲۳۸- گزینه «۱» در نمودار $v-t$ هر وقت نمودار به محور t نزدیک شود، یعنی اندازه سرعت در حال کم شدن است. در بازه t_1 تا t_2 نمودار به محور t نزدیک شده و حرکت کندشونده است. چون این قسمت از نمودار، بالای محور t قرار دارد، پس در این بازه سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند.

۲۳۹- گزینه «۲» سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 برابر شیب خط واصل دو نقطه متناظر این زمان‌ها در نمودار است. این خط (خط‌چین)، امتداد خطی است که از $t = 2 \text{ s}$ شروع می‌شود؛ پس اگر شیب خط‌چین را در بازه 2 s تا 4 s پیدا کنیم، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 را پیدا کرده‌ایم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{4 - 2} = +5 \text{ m/s}$$

۲۴۰- گزینه «۱» با نوشتن دو معادله خط، اندازه سرعت را در زمان‌های داده‌شده به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= a_1 t + v_0 \\ a_1 &= \text{شیب خط} = \frac{10 - 0}{5 - 0} = 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \xrightarrow{v_0 = 0} v_1 = 2t \xrightarrow{t = 2 \text{ s}} v_1 = 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$t = 10 \text{ s تا } 14 \text{ s}$$

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= a_2 t + v_0 \\ a_2 &= \frac{0 - 10}{14 - 10} = -2.5 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \xrightarrow{v_0 = 10 \text{ m/s}} v_2 = -2.5t + 10 \xrightarrow{t = 2 \text{ s}} v_2 = -5 + 10 = 5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

وقتی معادله خط را از 10 s تا 14 s می‌نویسیم، لحظه 10 s در کل حرکت، به عنوان اولین لحظه در این قسمت در نظر گرفته می‌شود. به خاطر همین، $v_0 = 10\text{ m/s}$ و زمان 12 s در کل حرکت را

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = \frac{1}{10} \text{ m/s}^2 \quad (\text{در این قسمت حرکت) قرار دادیم.}$$

۲۴۱- گزینه «۳» جهت حرکت متحرک با جهت بردار سرعت یکسان است. حرکت در سوی

مخالف محور X هنگامی اتفاق می‌افتد که علامت سرعت منفی باشد.

با استفاده از نمودار داده‌شده، معادله $v - t$ را در بازه $t = 2\text{ s}$ تا $t = 14\text{ s}$ به دست آورده و از روی آن، لحظه منفی شدن علامت سرعت را حساب می‌کنیم.

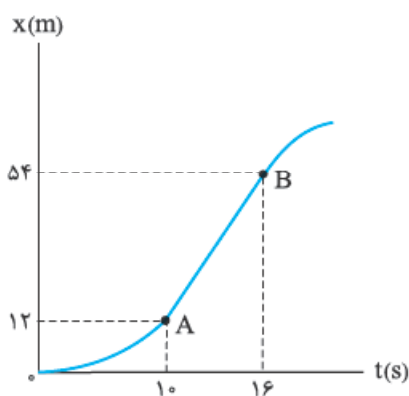
$$(a) \quad \text{شیب نمودار} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 4}{14 - 2} = \frac{-12}{12} = -1 \Rightarrow v - t \text{ معادله: } v = -t + 6$$

$$\Rightarrow \text{لحظه صفر شدن سرعت: } 0 = -t + 6 \Rightarrow t = 6\text{ s}$$

از این لحظه تا $t = 14\text{ s}$ ، علامت سرعت منفی بوده و متحرک در سوی مخالف محور X حرکت کرده

$$\Delta t = 14 - 6 = 8\text{ s}$$

است:



۲۴۲- گزینه «۳» شیب مماس بر نمودار، از ابتدای

حرکت تا نقطه A افزایش می‌یابد (حرکت تندشونده). از

نقطه A تا B شیب ثابت است (سرعت ثابت) و از نقطه

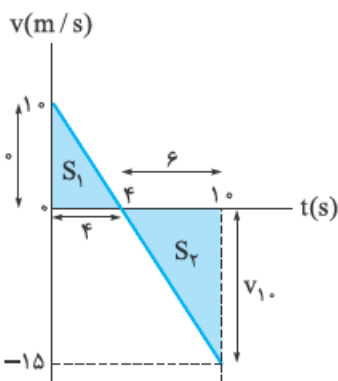
B به تدریج کاهش می‌یابد (حرکت کندشونده). بنابراین،

بیشترین سرعت متحرک بین A تا B بوده و شیب

پاره خط AB بیشینه سرعت متحرک است:

$$v_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{54 - 12}{16 - 10} = 7\text{ m/s}$$

هر یک از خانه‌های محور X معادل 6 m و هر یک از خانه‌های محور t معادل 2 s است.



۲۴۳- گزینه «۲» گام اول با استفاده از تشابه دو مثلث،

اندازه سرعت را در لحظه $t = 10\text{ s}$ تعیین می‌کنیم:

$$\frac{6}{4} = \frac{v_{10}}{10} \Rightarrow |v_{10}| = 15\text{ m/s}$$

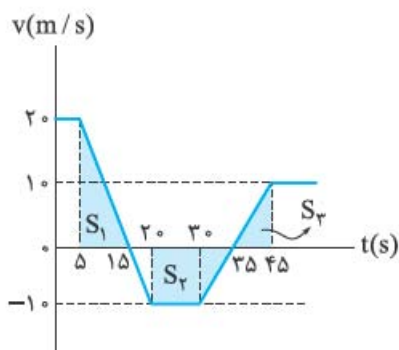
گام دوم با محاسبه مساحت‌های S_1 و S_2 جابه‌جایی متحرک

تا لحظه $t = 10\text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{10 \times 4}{2} = 20 \\ S_2 &= \frac{(-15) \times 6}{2} = -45 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جابه‌جایی} = S_1 + S_2 = 20 + (-45) = -25\text{ m}$$

گام سوم متحرک در ابتدا در $x = +2 \text{ m}$ قرار داشته و سپس 25 m جابه‌جا شده است:

$$\Delta x = -25 \text{ m} \Rightarrow x - x_0 = -25 \Rightarrow x - 2 = -25 \Rightarrow x = -23 \text{ m}$$



۲۴۴- گزینه ۲ سطح زیر نمودار $v-t$ برابر

جابه‌جایی است. سطح زیر نمودار را در بازه‌های داده‌شده به دست می‌آوریم:

$$\text{بازه } (5 \text{ s تا } 15 \text{ s}): S_1 = \frac{(15-5) \times 20}{2} = 100$$

$$\Rightarrow v_{av_1} = \frac{S_1}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{بازه } (20 \text{ s تا } 45 \text{ s}): S_2 + S_3 = [(30-20) \times (-10)] + \left[\frac{(35-30) \times (-10)}{2} \right] + \left[\frac{(45-35) \times 10}{2} \right]$$

$$= -100 - 25 + 25 = -75$$

$$\Rightarrow v_{av_2} = \frac{S_2 + S_3}{\Delta t} = \frac{-75}{45-20} = -3 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_{av_1}}{v_{av_2}} = \frac{-10}{-3}$$

۲۴۵- گزینه ۳ مطابق نمودار، شتاب ثابت منفی باعث می‌شود که متحرک به سمت X های

منفی سرعت گرفته و سرعتش افزایش یابد. با مثبت‌شدن شتاب، سرعت متحرک کاهش می‌یابد تا سرعت صفرشده و پس از آن، جهت سرعت به سمت مثبت تغییر کند.

لحظه تغییر جهت سرعت، لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود. برای پیدا کردن این لحظه باید ببینیم در کدام لحظه، اندازه Δv_1 (تغییر سرعت در حرکت تندشونده) با اندازه Δv_2 (تغییر سرعت در حرکت کندشونده) برابر می‌شوند.

سطح زیر نمودار $a-t$ برابر است با Δv . بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} |\Delta v_1| = |\Delta v_2| &\Rightarrow \left. \begin{aligned} |\Delta v_1| = |-2 \times 2| = 4 \text{ m/s} \\ |\Delta v_2| = |1 \times (t-2)| = 4 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t-2=4 \Rightarrow t=6 \text{ s} \end{aligned}$$

۲۴۶- گزینه ۱ اندازه سرعت متحرک در حرکت کندشونده در حال کاهش است. شرط

کندشونده بودن حرکت این است که $av < 0$ ؛ پس باید معادله‌های v و a را تعیین کنیم:

معادله v ریشه ندارد؛ چون $0 < -32 = 16 - 48 = B^2 - 4AC$ و به خاطر مثبت بودن ضریب t^2 ، این معادله همواره مثبت است. در نتیجه حرکت وقتی کندشونده است که a منفی باشد.

t	$t < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$t > \frac{1}{3}$
a	-	0	+

به ازای t های کوچک‌تر از $\frac{1}{3}$ ، حرکت کندشونده است. در بین گزینه‌های داده‌شده فقط ۱ از $t = \frac{1}{3} \text{ s}$ کوچک‌تر است.

۲۴۷- گزینه «۴» گزینه‌ها بیشتر راجع به سرعت‌اند؛ به خاطر همین از معادله سرعت شروع کرده

و آن را تعیین علامت می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 3 = (t - 3)(t - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ s} \\ t = 3 \text{ s} \end{cases}$$

این تعیین علامت نشان می‌دهد که متحرک ابتدا در جهت مثبت حرکت کرده و سپس در جهت منفی و دوباره در جهت مثبت؛ پس دو بار تغییر جهت داده است.

t	1	3	
v	+	-	+
	تغییر جهت		تغییر جهت

توصیه: علت رد گزینه‌های دیگر را برای خودتان به دست آورید.

۲۴۸- گزینه «۲» در گام اول، محاسبه می‌کنیم که اگر دوچرخه‌سوار بدون توقف رکاب می‌زد،

چند ساعت طول می‌کشید تا به مقصد برسد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{90 \text{ km}}{24 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3.75 \text{ h}$$

اختلاف این زمان با زمانی که دوچرخه‌سوار در راه بوده، زمان توقف او را مشخص می‌کند:

$$\Delta t' = 4.5 - 3.75 = 0.75 \text{ h} = 0.75 \times 60 \text{ min} = 45 \text{ min}$$

۲۴۹- گزینه «۱» **گام اول** شیب نمودار $x - t$ (سرعت) را برای A و B به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{400 - 100}{20} = 15 \text{ m/s} \quad v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - (-350)}{14} = 25 \text{ m/s}$$

گام دوم معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم. با محاسبه t در این حالت، زمان تلاقی دو متحرک به دست می‌آید:

$$\left. \begin{aligned} x &= vt + x_0 \Rightarrow x_A = 15t + 100 \\ x_B &= 25t - 350 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 15t + 100 = 25t - 350 \Rightarrow 10t = 450 \Rightarrow t = 45 \text{ s}$$

۲۵۰- گزینه «۴» راننده در مدت t_1 (زمان واکنش راننده نسبت به مانع)، مسافت x_1 را با سرعت

ثابت $30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h}$ طی کرده است، سپس در مدت زمان t_2 مسافت x_2 را با شتاب ثابت

$a = -3 \text{ m/s}^2$ طی کرده تا سرعت نهایی اتومبیل به صفر برسد. کل مسافتی که اتومبیل طی کرده برابر

$$x = x_1 + x_2 = 165 \text{ m} \text{ است، حال با توجه به نوع حرکت اتومبیل در هر مرحله می‌توان نوشت:}$$

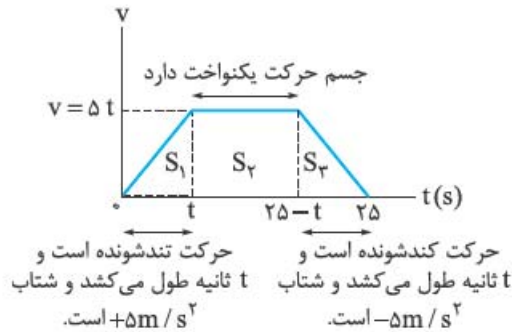
حرکت در مرحله دوم:

$$\left\{ \begin{aligned} v &= at + v_0 \xrightarrow[v_0=30 \text{ m/s و } t=t_2]{a=-3 \text{ m/s}^2 \text{ و } v=0} 0 = -3 \times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s} \\ &\text{بنابراین ۱۰ ثانیه بعد از ترمزگرفتن اتومبیل متوقف می‌شود.} \\ \Delta x &= \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=t_2=10 \text{ s و } v_0=30 \text{ m/s}]{a=-3 \text{ m/s}^2 \text{ و } \Delta x=x_2} x_2 = \frac{1}{2} \times (-3) \times 10^2 + 30 \times 10 \\ &\Rightarrow x_2 = 150 \text{ m} \end{aligned} \right.$$

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow 165 = x_1 + 150 \Rightarrow x_1 = 15 \text{ m}$$

حرکت در مرحله اول:

$$\Delta x = vt \xrightarrow{\Delta x = x_1 \text{ و } t = t_1} \xrightarrow{v = v_0 = 30 \text{ m/s}} 15 = 30 \times t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ s} \xrightarrow{t_2 = 1.0 \text{ s}} \frac{t_2}{t_1} = 2.0$$



۲۵۱- گزینه «۳» اگر برای این تست، نمودار $v-t$ را رسم کنیم، به سادگی می‌توانیم تست را حل کنیم. مساحت زیر نمودار برابر جابه‌جایی است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x (= S)}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{\Delta x (= S)}{25}$$

$$\Rightarrow S = 500 \text{ m} = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{\Delta t^2}{2} + (25 - 2t)\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 5 \text{ s} \quad \checkmark \\ t = 20 \text{ s} \quad \times \end{cases}$$

با این حساب S_2 منفی می‌شود که غیرقابل قبول است.

متحرک به مدت $25 - 2t = 15 \text{ s}$ حرکت یکنواخت داشته است:

۲۵۲- گزینه «۴» روش اول: قطار B هنگامی از قطار A سبقت می‌گیرد که نقطه P از نقطه Q عبور کند. یعنی باید زمانی را پیدا کنیم که طی آن، قطار B به اندازه مجموع طول دو قطار $(225 + 200 = 425 \text{ m})$ ، بیشتر از قطار A حرکت کند.



$$v = at + v_0 \Rightarrow 50 = 2 \times t_1 + 0 \Rightarrow 50 \text{ m/s} \text{ به } B \text{ زمان رسیدن سرعت قطار } B$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x_B \Rightarrow \Delta x_B = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow t_1 \text{ زمان } B \text{ جابه‌جایی قطار } B \text{ در زمان } t_1 \Delta x_B = \frac{50^2 - 0}{2 \times 2} = 625 \text{ m}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow t_1 \text{ زمان } A \text{ در زمان } t_1 \Delta x_A = 40 \times 25 = 1000 \text{ m}$$

فاصله نقطه‌های P و Q بعد از زمان t_1 را حساب می‌کنیم:

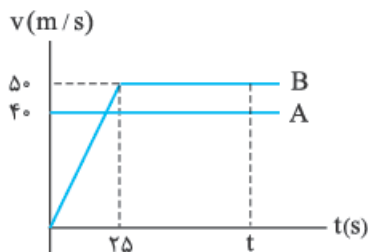
$$\Delta x_2 = \underbrace{(1000 - 625)}_{\text{تغییر فاصله در زمان } t_1} + \underbrace{(200 + 225)}_{\text{فاصله اولیه}} = 800 \text{ m}$$

بعد از زمان t_1 ، سرعت نسبی دو قطار برابر است با: $v_{\text{نسبی}} = v_B - v_A = 50 - 40 = 10 \text{ m/s}$

حالا می‌توانیم زمان t_2 یعنی زمان لازم برای این که فاصله Δx_2 با سرعت نسبی دو قطار طی شود را

$$\Delta x_2 = v_{\text{نسبی}} t_2 \Rightarrow 800 = 10 t_2 \Rightarrow t_2 = 80 \text{ s} \quad \text{به دست آوریم:}$$

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = 25 + 80 = 105 \text{ s} \text{ زمان لازم برای سبقت گرفتن قطار B از A}$$

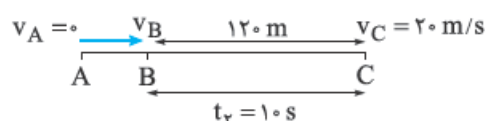


روش دوم: نمودارهای سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم: فرض می‌کنیم در لحظه t ، جابه‌جایی قطار B به اندازه 425 m بیشتر از جابه‌جایی قطار A است (یعنی همان مقداری که لازم است تا P از Q عبور کند). سطح زیر هر نمودار، برابر جابه‌جایی آن قطار است.

$$\text{در لحظه } t: \Delta x_B - \Delta x_A = S_B - S_A = 425 \text{ m} \Rightarrow S_A = 40t$$

$$S_B = \left[\frac{t + (t - 25)}{2} \right] \times 50 = 50t - 625 \Rightarrow (50t - 625) - (40t) = 425$$

$$\Rightarrow 10t - 625 = 425 \Rightarrow 10t = 1050 \Rightarrow t = 105 \text{ s}$$



۲۵۳- گزینه «۲» ابتدا معادله‌های حرکت

با شتاب ثابت را برای حرکت در فاصله BC

می‌نویسیم:

$$\Delta x_{BC} = \frac{1}{2} a t_r^2 + v_B t_r \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} a (10)^2 + v_B (10)$$

$$v_C = a t_r + v_B \Rightarrow 20 = a(10) + v_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 120 = 5a + 10v_B \\ 20 = 10a + v_B \end{cases} \Rightarrow a = 1/6 \text{ m/s}^2, v_B = 4 \text{ m/s}$$

معادله مستقل از زمان را برای فاصله AB نوشته و اطلاعات به دست آمده در بالا را در آن جای‌گذاری

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a \Delta x_{AB} \Rightarrow (4)^2 - 0 = 2(1/6) \times \Delta x_{AB} \quad \text{می‌کنیم:}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{AB} = \frac{16}{2 \times 1/6} = 5 \text{ m}$$

۲۵۴- گزینه «۱» روش اول: متحرک در دو ثانیه اول به اندازه Δx_1 و در دو ثانیه سوم (از

$t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$) به اندازه Δx_2 جابه‌جا شده است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 13 = \frac{1}{2} a (2)^2 + v_0 (2) \Rightarrow 13 = 2a + 2v_0 \quad \text{(I)}$$

$$\Delta x_2 = x_6 - x_4 = \left[\frac{1}{2} a (6)^2 + v_0 (6) + x_0 \right] - \left[\frac{1}{2} a (4)^2 + v_0 (4) + x_0 \right]$$

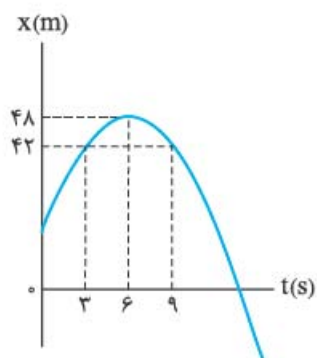
$$\Rightarrow 25 = 10a + 2v_0 \quad \text{(II)}$$

$$\xrightarrow{\text{(II)-(I)}} 12 = 8a \Rightarrow a = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$a t^2 = \frac{\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}}{n - m} \Rightarrow a (2)^2 = \frac{\Delta x_{2,2} - \Delta x_{2,1}}{2 - 1} \Rightarrow 4a = \frac{25 - 13}{2} = 6 \quad \text{روش دوم:}$$

$$\Rightarrow a = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۲۵۵- گزینه «۳» سهمی داده شده نسبت به $t = ۴$ S متقارن است. بنابراین، اندازه شیب مماس بر نمودار در لحظه $t = ۰$ با اندازه شیب نمودار در لحظه $t = ۸$ S برابر است. این اندازه‌ها همان بزرگی سرعت متحرک است.

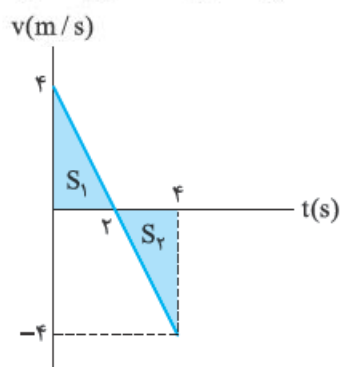


۲۵۶- گزینه «۱» با توجه به تقارن سهمی و این که سهمی داده شده نسبت به $t = ۶$ S متقارن است، به راحتی می‌توان فهمید که مکان متحرک در لحظه‌های ۳ S و ۹ S یکسان است. زیرا این دو نقطه نسبت به $t = ۶$ S متقارن هستند. از روی شکل هم پیدا است که $X_{t=۳} = X_{t=۹}$ و جابه‌جایی متحرک در این بازه صفر است. توضیح شکل مقابل: چون مسافت طی شده از ۳ S تا ۹ S برابر ۱۲ m بوده و حرکت متقارن است، پس متحرک از ۳ S تا ۶ S به اندازه ۶ m را طی کرده است: $۴۸ - ۶ = ۴۲$ m.

۲۵۷- گزینه «۴» **گام اول** از روی معادله مکان - زمان داده شده، معادله سرعت - زمان را به

$$\begin{cases} x = -t^2 + 4t - 4 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 4 \text{ m/s} \end{cases} \xrightarrow{v=at+v_0} v = -2t + 4$$

دست می‌آوریم:



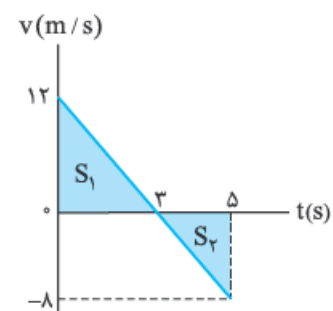
گام دوم نمودار $v-t$ را رسم کرده و با استفاده از مساحت زیر نمودار از $t = ۰$ تا $t = ۴$ S، مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = S_1 + |S_2| = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = 8 \text{ m}$$

۲۵۸- گزینه «۴» **گام اول** از روی معادله مکان - زمان داده شده، معادله سرعت - زمان را به

$$\begin{cases} x = -2t^2 + 12t - 4 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 12 \text{ m/s} \end{cases} \xrightarrow{v=at+v_0} v = -4t + 12$$

دست می‌آوریم:



گام دوم نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.

مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول $S_1 =$

مسافت طی شده در بازه زمانی $t = ۳$ S تا $t = ۵$ S $|S_2| =$

$$\begin{aligned} \text{مسافت طی شده} = S_1 + |S_2| &= \frac{12 \times 3}{2} + \frac{(5-3) \times 8}{2} \\ &= 18 + 8 = 26 \text{ m} \end{aligned}$$

۲۵۹- گزینه «۴» **گام اول** با مقایسه معادله سرعت - زمان داده شده با معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= -4t \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \text{ و } v_0 = 0$$

گام دوم a ، v_0 و x_0 را در معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت قرار می‌دهیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + (0)t - 3 \Rightarrow x = -2t^2 - 3$$

۲۶۰- گزینه «۱» معادله $x - t$ در حرکت با شتاب ثابت را نوشته و با توجه به داده‌های مسئله،

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + 3t + 4$$

مقادیر v_0 و x_0 را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

این تابع معادله سهمی است و در نقطه رأس سهمی بیشترین مقدار را دارد. این بیشترین مقدار به ازای $t = 4 \text{ s}$ اتفاق می‌افتد. در این لحظه، سرعت متحرک صفر می‌شود:

$$v = at + 3 = 0 \xrightarrow{t=4\text{s}} 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-3}{4} \text{ m/s}^2$$

حالا می‌توانیم معادله $x - t$ این حرکت را به طور کامل نوشته و با قراردادن $t = 8 \text{ s}$ در آن، مکان

$$x = \frac{-3}{8}t^2 + 3t + 4 \xrightarrow{t=8\text{s}} x = \frac{-3}{8}(8)^2 + 3(8) + 4 = 4$$

متحرک را به دست آوریم:

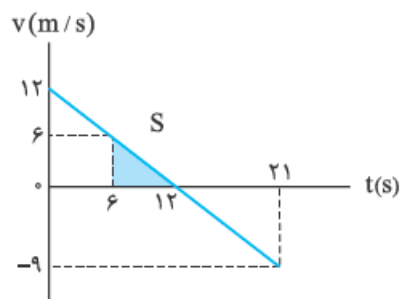
۲۶۱- گزینه «۲» با توجه به نمودار داده شده، شیب آن را که همان شتاب ثابت حرکت است

$$a = \frac{-9 - 12}{21 - 0} = \frac{-21}{21} = -1 \text{ m/s}^2$$

تعیین می‌کنیم:

حالا می‌توانیم سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 6 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ را به دست آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -t + 12 \Rightarrow \begin{cases} (t = 6 \text{ s}): v = -6 + 12 = 6 \text{ m/s} \\ (t = 12 \text{ s}): v = -12 + 12 = 0 \end{cases}$$



بزرگی جابه‌جایی متحرک در زمان خواسته شده برابر است با مساحت قسمت رنگ شده در شکل مقابل:

$$S = \frac{(12 - 6) \times 6}{2} = 18 \text{ m}$$

۲۶۲- گزینه «۲» در لحظه $t = 10 \text{ s}$ قطار A می‌ایستد، پس جابه‌جایی هر دو قطار را تا لحظه

$t = 10 \text{ s}$ محاسبه می‌کنیم:

ابتدا جابه‌جایی قطار B را تا لحظه $t = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم. برای این کار نیاز به شتاب قطار B

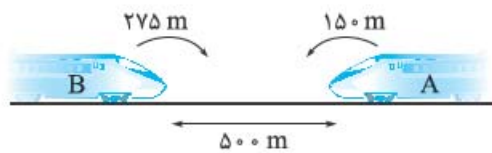
$$a_B = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-40 - 40}{16} = -2/5 \text{ m/s}^2$$

داریم:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times (-2/5) \times 100 + 40(10) = 275 \text{ m}$$

حالا جابه‌جایی قطار A را به کمک سطح زیر نمودار محاسبه می‌کنیم:

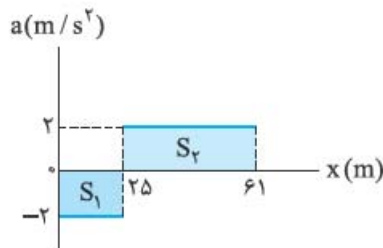
$$\Delta x_A = \text{منهای مساحت} = -\frac{30 \times 10}{2} = -150 \text{ m}$$



یعنی جهت حرکت قطار A و B مخالف یکدیگر است. به شکل مقابل توجه کنید. پس فاصله قطار B از قطار A به سادگی محاسبه می‌شود:

$$\text{فاصله اولیه} = 500 - 150 - 275 = 75 \text{ m}$$

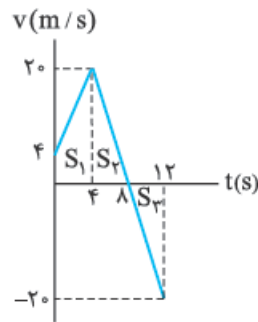
۲۶۳- گزینه «۲» نموداری که در این تست معرفی شده است نمودار $a-x$ است؛ یعنی شتاب-مکان. به فرمول مستقل از زمان $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ توجه کنید. عبارت $a\Delta x$ همان مساحت زیر نمودار در نمودار شتاب-مکان است.



$$S_1 + S_2 = -50 + 36 \times 2 = 22 = a\Delta x$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \underbrace{a\Delta x}_{\text{مساحت زیر نمودار}}$$

$$v^2 - 100 = 2 \times 22 \Rightarrow v^2 = 144 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$



۲۶۴- گزینه «۳» نمودار $a-t$ داده شده نشان می‌دهد که متحرک، دو حرکت با شتاب‌های ثابت ولی متفاوت را انجام داده است. با استفاده از نمودار $a-t$ ، نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. نمودار $v-t$ این متحرک از دو خط با شیب‌های $+4$ و -5 تشکیل می‌شود:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 4 \times 4 + 4 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 = -5 \times (12 - 4) + 20 = -20 \text{ m/s}$$

$$S_1 = \frac{(4 + 20) \times 4}{2} = 48, \quad S_2 = \frac{(8 - 4) \times 20}{2} = 40$$

$$|S_3| = \frac{(12 - 8) \times 20}{2} = 40 \Rightarrow \text{مسافت طی شده} = S_1 + S_2 + |S_3| = 128 \text{ m}$$

۲۶۵- گزینه «۳» **گام اول** این حرکت سه مرحله دارد. سرعت نهایی هر مرحله، سرعت اولیه برای مرحله بعدی است. با استفاده از این مطلب و نمودار داده شده، معادله‌های $v-t$ را برای سه بازه زمانی

$$v_1 = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_1 = 2t - 10 \xrightarrow{t=10s} v_1 = 10 \text{ m/s} \quad \text{به دست می‌آوریم:}$$

$$v_2 = a_2 t + v_1 \Rightarrow v_2 = 4t + 10 \xrightarrow{t=5s} v_2 = 30 \text{ m/s}$$

$$v_3 = a_3 t + v_2 \Rightarrow v_3 = -2t + 30 \xrightarrow{t=20s} v_3 = -10 \text{ m/s}$$

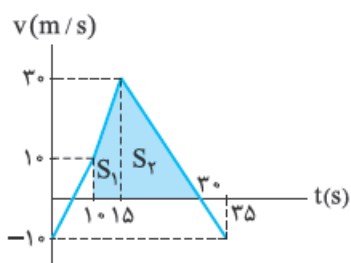
بیشترین فاصله متحرک از مبدأ هنگامی است که سرعت متحرک در معادله v_3 برابر صفر شود. در این نقطه متحرک تغییر جهت داده و به مبدأ نزدیک می‌شود:

$$v_3 = -2t + 30 = 0 \Rightarrow t_3 = 15 \text{ s} \Rightarrow \text{که با توجه به حرکت دو مرحله قبل، این لحظه، } 30 \text{ s بعد از آغاز حرکت اولیه است (یعنی } t = 30 \text{ s).}$$

گام دوم روش اول: رسم نمودار: نمودار $v-t$ هر مرحله از حرکت را رسم می‌کنیم.

از صفر تا 10 s متحرک از مبدأ دور شده و دوباره به مبدأ برگشته و جابه‌جایی صفر است.

از صفر تا 10 s ، سطح پایین و بالای محور t برابر بوده و در نتیجه جابه‌جایی کل در این بازه، صفر است.



پس کافی است تا مساحت قسمت رنگ‌شده را به دست آوریم تا بیشترین فاصله از مبدأ به دست آید:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{(10 + 30) \times 5}{2} + \frac{30 \times 15}{2} = 100 + 225 = 325 \text{ m}$$

روش دوم: از معادله مستقل از شتاب در بازه زمانی صفر تا 30 s استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{-10 + 10}{2} \times 10 = 0 \\ \Delta x_2 &= \frac{10 + 30}{2} \times 5 = 100 \text{ m} \\ \Delta x_3 &= \frac{30 + 0}{2} \times 15 = 225 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 100 + 225 = 325 \text{ m}$$

۲۶۶- گزینه «۲» روش اول: حرکت سقوط آزاد، یک حرکت با شتاب ثابت است و می‌توانیم

سرعت متوسط را به شکل زیر به دست آوریم:

$$v_{\text{av}} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 - gt}{2} = \frac{-10 \times 3}{2} = -15 \text{ m/s} \Rightarrow |v_{\text{av}}| = 15 \text{ m/s}$$

روش دوم: می‌دانیم که جابه‌جایی گلوله در 3 ثانیه اول برابر است با: $|\Delta y| = 5 + 15 + 25 = 45 \text{ m}$

$$\Rightarrow |v_{\text{av}}| = \frac{|\Delta y|}{\Delta t} = \frac{45}{3} = 15 \text{ m/s}$$

۲۶۷- گزینه «۳» معادله مکان - زمان در سقوط آزاد را برای دو گلوله می‌نویسیم:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta y_1 &= -\frac{1}{2}gt_1^2 \\ \Delta y_2 &= -\frac{1}{2}gt_2^2 \end{aligned} \right. \xrightarrow[\substack{t_2 = t_1 - 2/5 \\ g = 10 \text{ m/s}^2}]{\quad} \left\{ \begin{aligned} \Delta y_1 &= -5t_1^2 \\ \Delta y_2 &= -5(t_1 - 2/5)^2 \end{aligned} \right.$$

در لحظه موردنظر (t_1) ، گلوله اول $68/75 \text{ m}$ پایین‌تر از گلوله دوم است. معادلات مکان دو گلوله را

$$\Delta y_1 - \Delta y_2 = -68/75 \text{ m} \quad \text{از هم کم کرده و مساوی } -68/75 \text{ m} \text{ قرار می‌دهیم:}$$

$$-5t_1^2 - [-5(t_1^2 + 6/25 - 5t_1)] = \cancel{-5t_1^2} + \cancel{5t_1^2} + 31/25 - 25t_1 = -68/25$$

$$\Rightarrow -25t_1 = -100 \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$

گام اول زمان قسمت اول حرکت را حساب می‌کنیم: **گزینه ۲»**

$$v = -gt_1 \Rightarrow -15 = -10t_1 \Rightarrow t_1 = 1/5 \text{ s}$$

گام دوم ارتفاع سقوط در قسمت اول حرکت را با توجه به زمان $1/5 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \Delta y_1 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2/25 = -11/25 \text{ m}$$

گام سوم محاسبه کل ارتفاع سقوط:

$$h = \Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = -11/25 - 50 = -61/25 \text{ m}$$

گام چهارم محاسبه زمان کل سقوط:

$$h = \Delta y_{\text{کل}} = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -61/25 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 12/25 \Rightarrow t = 3/5 \text{ s}$$

گام اول زمان رسیدن سنگ به آب (t_1): از جدول تصاعد حسابی سقوط آزاد **گزینه ۴»**

$$5 + 15 + 25 = 45 \text{ m} \quad \text{می‌دانیم که } 45 \text{ m} \text{ سقوط، } 3 \text{ s} \text{ طول می‌کشد: } t_1 = 3 \text{ s}.$$

گام دوم زمان رسیدن صوت از آب به گوش (t_2):

$$\Delta x = vt \Rightarrow 45 = 340t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{45}{340} \approx 0/1 \text{ s}$$

$$t = t_1 + t_2 = 3 + 0/1 = 3/1 \text{ s}$$

گام سوم محاسبه زمان کل: