# قسمت اول: نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

## خلاصه نکات ۱ — بار الکتریکی و روش‌های باردارکردن اجسام

وقتی دو جسم خنثی به یکدیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی آن مثبت می‌شود و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

### نکات مهم و کاربردی

۱) افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲) اگر به یک جسم خنثی $n$ الکترون داده شود و اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون را $e$ در نظر بگیریم $(e=1/6\times10^{-19}C)$، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$q=-ne \quad (n=0,1,2,\dots)$$

هم‌چنین اگر $n$ الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$q=+ne$$

۳) با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، بار یک الکترون است.

$$q=\underbrace{\pm n}_{\text{مضرب صحیح}}\ \underbrace{e}_{\text{مقدار پایه}}$$

به عبارتی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد.

### روش‌های باردار کردن اجسام

به طور کلی سه روش برای باردار کردن اجسام مطرح می‌کنیم:

۱) مالش
۲) تماس
۳) القا

حال در ادامهٔ کار، به توضیح هر یک از این سه روش می‌پردازیم:

**۱) مالش:** در اثر مالشِ دو جسم بر یکدیگر، می‌توان آن‌ها را باردار کرد. در رابطه با این روش برای باردار کردن اجسام، به موارد زیر توجه کنید:

۱) در اثر مالش دو جسم بر یکدیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند، بلکه فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.

۲) جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت و جسمی که الکترون دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

۳) به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون در تماس دو جسم با یک‌دیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی **(سری تریبوالکتریک)** مشخص کرد. در این جدول، مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یک‌دیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. در ادامه، این جدول به همراه دو مثال بر روی آن آورده شده است:

مثال ۱: اگر میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ ابریشمی مالش داده شود، میلهٔ شیشه‌ای به علت بالاتر بودن در سری، بار مثبت و پارچهٔ ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک)

| انتهای مثبت سری | موی انسان | شیشه | نایلون | پشم | موی گربه | شَرب | ابریشم | آلومینیم | پوست انسان | کاغذ | چوب | پارچهٔ کتان | کهربا | برنج، نقره | پلاستیک، پلی‌اتیلن | لاستیک | تفلون | انتهای منفی سری |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

مثال ۲: اگر میلهٔ پلاستیکی با پارچهٔ پشمی مالش داده شود، میلهٔ پلاستیکی به علت پایین‌تر بودن در سری، بار منفی و پارچهٔ پشمی بار مثبت پیدا می‌کند.

**تذکر** دقت کنید که نیاز به حفظ کردن این سری نیست و اگر نیاز به بخشی از آن باشد، در صورت مسأله داده خواهد شد.

**نمونه ۱** **با توجه به جدول الکتریسیتهٔ مالشی در صفحهٔ قبل، فرض کنید هنگام مالش یک میلهٔ پلاستیکی خنثی و یک پارچهٔ پشمی، با انتقال بار خالصی در حدود $1nC$ روبه‌رو می‌شویم. در این انتقال بار:**

۱) میلهٔ پلاستیکی $6/25\times10^{9}$ الکترون از دست می‌دهد.
۲) میلهٔ پلاستیکی $6/25\times10^{9}$ الکترون اضافی می‌گیرد.
۳) میلهٔ پلاستیکی $3/125\times10^{9}$ الکترون از دست می‌دهد.
۴) میلهٔ پلاستیکی $3/125\times10^{9}$ الکترون اضافی می‌گیرد.

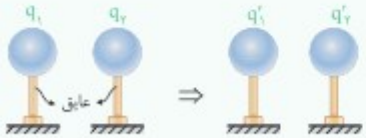
**پاسخ** با توجه به سری تریبوالکتریک، میلهٔ پلاستیکی (که الکترون‌خواه‌تر است) از پارچهٔ پشمی الکترون اضافی می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. تعداد این الکترون‌ها برابر است با:

$$q=ne\Rightarrow n=\frac{q}{e}=\frac{1\times10^{-9}C}{1/6\times10^{-19}C}=6/25\times10^{9}\ \text{الکترون}$$ (گزینهٔ ۲)

**۲) تماس:** این روش، برای باردارکردن اجسام رسانا، استفاده می‌شود. برای درک این روش برای باردار کردن اجسام، به مثال زیر توجه کنید:

**مثال** فرض کنید یک کرهٔ رسانای با بار مثبت و یک کرهٔ رسانای خنثی داریم. پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، می‌توان این‌گونه تصور کرد که مقداری از بارهای مثبت کرهٔ باردار، به کرهٔ خنثی منتقل شده است و هر دو دارای بار مثبت شده‌اند.

**نکته** اگر دو کرهٔ یکسان با بارهای $q_1$ و $q_2$ را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).




$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

**۳) القا:** از این روش نیز برای باردارکردن اجسام رسانا استفاده می‌شود. برای درک بهتر این روش، به مثال زیر توجه کنید:

**مثال** در شکل زیر یک میلهٔ باردار را به یک کرهٔ رسانا با پایه‌های عایق نزدیک می‌کنیم تا تفکیک بار انجام شود. سپس با وصل کردن کلید K، کرهٔ رسانا را به زمین متصل می‌کنیم تا بارهای هم‌نام با میلهٔ باردار، از کرهٔ رسانا خارج شود. در نهایت کلید K را قطع و میلهٔ باردار را دور می‌کنیم، کرهٔ رسانا دارای باری غیرهم‌نام با میلهٔ باردار اولیه شده است.

برای جمع‌بندی روش‌های مختلف باردارکردن اجسام، به نمودار درختی زیر توجه کنید:

**روش‌های باردار کردن اجسام**
- وقتی دو جسم بدون بار داریم ← تنها روش، مالش دو جسم ا ست.
- وقتی یک جسم باردار و یک جسم بدون بار داریم
  - القا ← بار ناهم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.
  - تماس ← بار هم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.

## مفاهیم اولیهٔ الکتریسیتهٔ ساکن و روش‌های باردار کردن اجسام

شاخهٔ ۱

**پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۰۵، ۲۰۷ و ۲۰۸ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.**

## مفهوم بار الکتریکی و کوانتومی (گسسته) بودن آن

ابتدا می‌خوایم سؤالایی رو بیاریم که مفاهیم پایه‌ای الکتریسیته ساکن رو براتون جا بندازه ...

**۱- معمولاً در اثر مالش دو جسم بر یک‌دیگر، اجسام دارای بار الکتریکی می‌شوند. اندازهٔ بار الکتریکی هر یک از این اجسام:** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.
۲) هر مقدار دلخواه کوچکی می‌تواند باشد.
۳) کمیت گسسته‌ای است که مضربی از یک کولن است.
۴) قطعاً برابر اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون است.

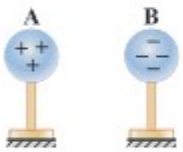
**۲ بار الکتریکی هر یک از ذرات پروتون، نوترون و الکترون به ترتیب از راست به چپ، برابر $q_p$، $q_n$ و $q_e$ است. اگر $q_n=\alpha q_e$ و $q_p=\beta q_e$ باشد، مجموع $\alpha+\beta$ برابر کدام‌یک از اعداد زیر است؟** (تألیفی)

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۱-
۴) ۲

**۳** جسم A دارای بار الکتریکی $-8\,nC$ است. در رابطه با این جسم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن است.)

۱) تعداد الکترون‌های این جسم برابر $5\times10^{10}$ است.
۲) این جسم $5\times10^{10}$ پروتون از دست داده است. (تألیفی)
۳) اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های این جسم برابر $5\times10^{10}$ است.
۴) تعداد پروتون‌های این جسم برابر $5\times10^{10}$ است.

**۴-** مطابق شکل زیر، دو کرهٔ A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به‌ترتیب برابر $80\times10^{-9}C$ و $-4/8\times10^{-7}C$ می‌باشد. در مورد این دو جسم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.) (مکمل مفهومی ریاضی ۹۵)




۱) به جسم A تعداد $5\times10^{11}$ پروتون و به جسم B تعداد $3\times10^{12}$ الکترون داده‌ایم.
۲) از جسم A تعداد $5\times10^{11}$ الکترون و از جسم B تعداد $3\times10^{11}$ پروتون گرفته‌ایم.
۳) از جسم A تعداد $5\times10^{11}$ الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد $3\times10^{12}$ الکترون داده‌ایم.
۴) از جسم A تعداد $8\times10^{11}$ الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد $48\times10^{11}$ الکترون داده‌ایم.

**۵** یک جسم که به وسیلهٔ مالش دارای بار الکتریکی شده است، چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.)

۱) $2\times10^{-19}$ ۲) $4\times10^{-19}$ ۳) $8\times10^{-19}$ ۴) هر سه مقدار (M.K.A)

**۶** چند الکترون باید از یک سکهٔ خنثی خارج شود، تا بار الکتریکی آن $+1\mu C$ شود؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$ (ریاضی داخل ۹۵)

۱) $1/6\times10^{6}$ ۲) $1/6\times10^{12}$ ۳) $6/25\times10^{6}$ ۴) $6/25\times10^{12}$

**۷-** جسمی دارای بار اولیهٔ $q_.$ می‌باشد. اگر این جسم $5\times10^{15}$ الکترون از دست بدهد، بار آن قرینهٔ حالت اول می‌شود. بار اولیهٔ این جسم، چند میکروکولن بوده است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۵)

۱) $-400$ ۲) $400$ ۳) $800$ ۴) $-800$

**۸** اگر هر سانتی‌متر از یک خط‌کش ۸ سانتی‌متری، ..... الکترون ..... ، کل بار الکتریکی خط‌کش برابر $-32\mu C$ می‌شود. (بار الکتریکی هر الکترون برابر $-1/6\times10^{-19}$ کولن است.) (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۵)

۱) $20\times10^{13}$، بگیرد ۲) $2/5\times10^{13}$، بگیرد ۳) $20\times10^{13}$، از دست دهد ۴) $2/5\times10^{13}$، از دست دهد

**۹-** عدد اتمی اورانیم برابر $Z=92$ است. به ترتیب از راست به چپ، بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم و بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی برابر چند میکروکولن است؟ (کتاب درسی)

۱) $1/472\times10^{-17}$، صفر ۲) $1/472\times10^{-11}$، $2/944\times10^{-11}$
۳) $1/472\times10^{-11}$، صفر ۴) $1/472\times10^{-17}$، $-1/472\times10^{-17}$

**۱۰** در یک اتم دو بار مثبت $(X^{2+})$، اندازهٔ بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4/8\times10^{-18}C$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.) (تألیفی)

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

## روش‌های باردار کردن اجسام

تو این قسمت، روش‌های باردار کردن اجسام رو بررسی می‌کنیم و سؤال‌های متنوع و خیلی جدیدی از این بحث رو براتون طرح کردیم ...

**۱۱-** دو جسم خنثی در اثر مالش به یک‌دیگر، دارای بار الکتریکی می‌شوند. در رابطه با این پدیدهٔ فیزیکی، می‌توان گفت: (برگرفته از کتاب درسی)

۱) بار الکتریکی هر دو جسم یکسان و از یک نوع می‌شود.
۲) جسمی که پروتون از دست می‌دهد، بار آن منفی می‌شود.
۳) جسمی که الکترون از دست می‌دهد، بار آن مثبت می‌شود.
۴) تعداد پروتون‌های منتقل شده به یک جسم، برابر تعداد الکترون‌های منتقل شده به جسم دیگر است.

**۱۲** جدول مقابل، بخشی از سری الکتریسیتهٔ مالشی (سری تریبوالکتریک) را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (تألیفی)

| سری الکتریسیتهٔ مالشی |
|---|
| انتهای مثبت سری |
| موی انسان |
| شیشه |
| پشم |
| موی گربه |
| ابریشم |
| لاستیک |
| انتهای منفی سری |

۱) اگر یک میلهٔ شیشه‌ای را با موی گربه مالش دهیم، بار الکتریکی میله، مثبت و بار الکتریکی موی گربه، منفی می‌شود.
۲) اگر یک جسم لاستیکی را با یک پارچهٔ پشمی مالش دهیم، پارچه تعدادی الکترون از دست می‌دهد.
۳) اگر یک پارچهٔ ابریشمی را با موی سر خود مالش دهیم، الکترون‌ها از پارچه به موی سر منتقل می‌شوند.
۴) در جدول داده شده، مواد پایین‌تر الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

تست بعدی یه سؤال مشتی هستش، خوب روش فکر کنید ...

**۱۳** در شکل مقابل، جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نشان داده شده است. اگر جسم **A** را به جسم **B** و جسم **C** را به جسم **D** مالش دهیم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟ (مکمل مفهومی تجربی ۹۰)

| انتهای مثبت سری |
|---|
| A |
| B |
| C |
| D |
| انتهای منفی سری |

۱) دو جسم **A** و **C** هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

۲) دو جسم **B** و **D** هم‌دیگر را جذب می‌کنند.

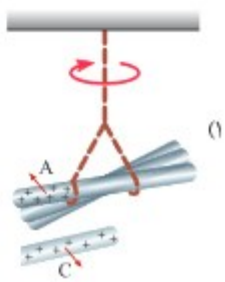
۳) دو جسم **A** و **D** هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

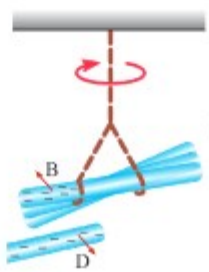
۴) دو جسم **B** و **C** هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

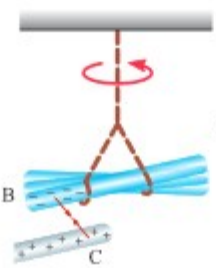
اینم یه تست خیلی شیک و قشنگ از مفاهیم کتاب درسی ...

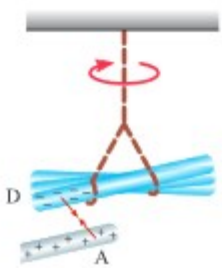
**۱۴** با توجه به سری الکتریسیته مالشی داده شده، میلهٔ **A** را با میلهٔ **B** و میلهٔ **C** را با میلهٔ **D** مالش می‌دهیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر، جهت چرخش میلهٔ آویخته شده، نیروی بین میله‌ها و بار الکتریکی آن‌ها را پس از مالش دادن به یک‌دیگر، به درستی نشان نمی‌دهد؟ (تألیفی)

| انتهای مثبت سری |
|---|
| A |
| B |
| C |
| D |
| انتهای منفی سری |

۱)



۲)



۳)



۴)



**۱۵-** جسم **A** در اثر مالش با جسم **B** دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم **B** برحسب کولن کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن است.) (برگرفته از امتحانات کشوری)

| سری الکتریسیتهٔ مالشی |
|---|
| انتهای مثبت سری |
| A |
| B |
| انتهای منفی سری |

۱) $-2\times10^{-19}$

۲) $2\times10^{19}$

۳) $-8\times10^{-10}$

۴) $8\times10^{-10}$

**۱۶-** کرهٔ فلزی خنثی روی پایهٔ عایقی قرار دارد. اگر میلهٔ **A** را به پارچهٔ **B** مالش داده و به کره نزدیک کنیم و در این حالت دست خود را به کره چسبانده و جدا کنیم و سپس میله را دور کنیم، کره از نظر بار الکتریکی چگونه خواهد بود؟ (در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، جسم **B** نسبت به **A**، به سر مثبت سری نزدیک‌تر است.) (منتخب سراسری قبل از ۸۰ با تغییر)

۱) بار منفی در سطح خارجی کره پخش می‌شود.

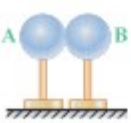
۲) بار مثبت در سطح خارجی کره پخش می‌شود.

۳) بار مثبت یا منفی در یک طرف کره جمع می‌شود.

۴) کره خنثی می‌ماند.

**۱۷** در شکل زیر، دو کرهٔ فلزی **A** و **B** روی دو پایهٔ عایق قرار دارند و دو کره با یک‌دیگر در تماس‌اند. تیغهٔ **M** را با **N** مالش می‌دهیم و از طرف چپ به کرهٔ **A** نزدیک می‌کنیم. در این حالت پایهٔ کرهٔ **B** را گرفته و آن را از **A** جدا می‌کنیم و سپس تیغهٔ **M** را از دو کره دور می‌کنیم. در این‌حالت: (تألیفی)

| سری الکتریسیتهٔ مالشی |
|---|
| انتهای مثبت سری |
| N |
| M |
| انتهای منفی سری |



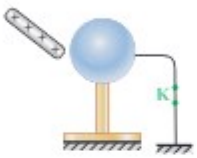

۱) هر دو کره دارای بار الکتریکی مثبت شده‌اند.

۲) هر دو کره دارای بار الکتریکی منفی شده‌اند.

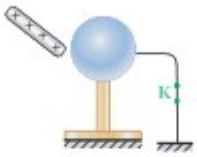
۳) کرهٔ **A** دارای بار الکتریکی منفی و کرهٔ **B** دارای بار مثبت شده است.

۴) کرهٔ **A** دارای بار الکتریکی مثبت و کرهٔ **B** دارای بار منفی شده است.

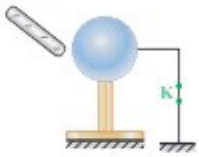
**۱۸** در شکل‌های زیر، کره‌های رسانا بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و توسط سیم‌های رسانا، به زمین متصل هستند. در هر یک از شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، بار هر یک از کره‌ها به‌ترتیب از راست به چپ چگونه می‌شود؟ (تألیفی)



(ابتدا میله را دور کرده و سپس کلید K را قطع می‌کنیم)
شکل (۳)



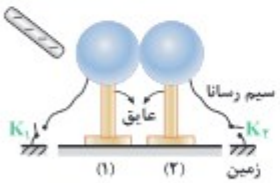
(کلید K وصل و میله باقی بماند)
شکل (۲)



(ابتدا کلید K را قطع و سپس میله را دور می‌کنیم)
شکل (۱)

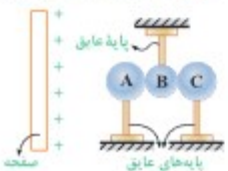
۱) خنثی، منفی، خنثی ۲) مثبت، منفی، خنثی ۳) مثبت، خنثی، منفی ۴) منفی، خنثی، مثبت

**۱۹-** مطابق شکل داده شده، یک میله دارای بار منفی را به دو کرهٔ خنثی و رسانای (۱) و (۲) که با هم در تماس هستند، نزدیک می‌کنیم. تا هنگامی که میله نزدیک دو کره بوده و دو کره با هم در تماس‌اند، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)




۱) در سمت چپ بار مثبت جمع شده و در محل برخورد دو کره باری جمع نمی‌شود.
۲) کرهٔ (۱) دارای بار مثبت و کرهٔ (۲) دارای بار منفی است.
۳) اگر کلید $K_2$ را وصل و $K_1$ قطع بماند، کرهٔ (۲) خنثی و کرهٔ (۱) دارای بار مثبت می‌شود.
۴) اگر کلید $K_1$ را وصل و $K_2$ قطع بماند، کرهٔ (۱) خنثی و کرهٔ (۲) دارای بار منفی می‌شود.

**۲۰** سه کرهٔ فلزی A، B و C در تماس با یک‌دیگر و مجاور صفحهٔ بارداری قرار دارند. اگر ابتدا کرهٔ فلزی B را از بین دو کره خارج نموده و دور کنیم و سپس صفحهٔ باردار را به فاصلهٔ خیلی دور انتقال دهیم، کدام‌یک از موارد زیر اتفاق می‌افتد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

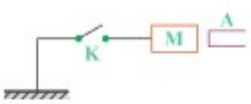



۱) $|q_A|=|q_C|$ و $q_C>0, q_A<0$
۲) $|q_C|>|q_A|$ و $q_C>0, q_A<0$
۳) $|q_A|=|q_C|$ و $q_C<0, q_A>0$
۴) $|q_C|<|q_A|$ و $q_C<0, q_A>0$

**۲۱** جسم A را به B مالش داده و سپس آن را در مجاورت جسم رسانای M قرار می‌دهیم. کلید K را می‌بندیم و پس از چند لحظه کلید را باز می‌کنیم. در این حالت جسم رسانای M: (تألیفی)

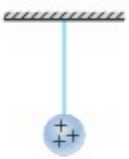
سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک)

| سر مثبت سری |
|---|
| A |
| B |
| سر منفی سری |




۱) بار الکتریکی منفی پیدا می‌کند.
۲) بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند.
۳) بستگی به بار اولیهٔ جسم M دارد.
۴) خنثی می‌ماند.

**۲۲-** در شکل روبه‌رو گلولهٔ فلزی بارداری از نخ آویزان است. کرهٔ فلزی خنثی را که دارای دستهٔ نارسانا است به گلوله نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که گلوله ..... می‌شود. وقتی تماس حاصل شد، کره را جدا کرده و دوباره به‌آرامی آن را به گلوله نزدیک می‌کنیم و ملاحظه می‌شود که گلوله ..... می‌شود. (تجربی داخل ۸۶)

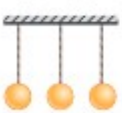


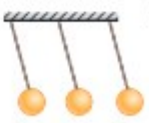
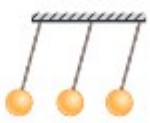
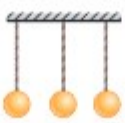
۱) جذب ـ دفع ۲) دفع ـ جذب ۳) دفع ـ دفع ۴) جذب ـ جذب

**۲۳** سه جسم A، B و C را دوبه‌دو به یک‌دیگر نزدیک می‌کنیم. وقتی A و B به یک‌دیگر نزدیک شوند، هم‌دیگر را با نیروی الکتریکی جذب می‌کنند و اگر B و C را به یک‌دیگر نزدیک کنیم، یک‌دیگر را با نیروی الکتریکی دفع می‌کنند. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند صحیح باشد؟ (تجربی خارج ۹۰)

۱) A و C بار هم‌نام و هم اندازه دارند
۲) B و C بار غیرهم‌نام دارند.
۳) B بدون بار و C باردار است.
۴) A بدون بار و B باردار است.

**۲۴** سه آونگ الکتریکی خنثی و سبک مشابه، مطابق شکل نشان داده شده در مجاورت یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. اگر به آونگ وسطی مقداری بار الکتریکی منفی بدهیم، شکل قرارگیری آونگ‌ها به‌کدام صورت می‌تواند باشد؟ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۶ و ۹۰)



۱) 
۲) 
۳) 
۴)

**۲۵- مطابق شکل، پس از مالش یک بادکنک با یک پارچهٔ پشمی، آن را به رشته سیم فلزی نازکی که از نقطهٔ A آویزان است، نزدیک می‌کنیم. انحراف این سیم نازک، کدام واقعیت فیزیکی را توجیه می‌کند؟** (برگرفته از کتاب درسی)

رشته سیم فلزی نازک

۱) باردار بودن تمام اجسام

۲) القای بار الکتریکی توسط جسم باردار

۳) دافعهٔ بین دو بار الکتریکی

۴) توصیفی از قانون کولن است.

**۲۶ میلهٔ A را با B مالش داده و سپس یکی از آن‌ها را مطابق شکل به خرده‌های کاغذ نزدیک می‌کنیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر، بار الکتریکی میلهٔ مورد نظر و بارهای الکتریکی در خرده‌های کاغذ را به درستی نشان می‌دهد؟** (تألیفی)

سری الکتریسیتهٔ مالشی

| انتهای مثبت سری |
|---|
| A |
| B |
| انتهای منفی سری |

۱)

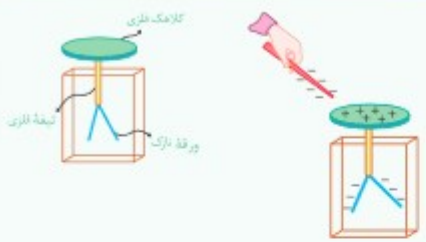
۲)

۳)

۴)

## خلاصه نکات ۲ — الکتروسکوپ

الکتروسکوپ وسیله‌ای است که با کمک آن، در مورد بار الکتریکی اجسام می‌توان اظهار نظر کرد. با توجه به شکل مقابل، این وسیله از سه قسمت اصلی کلاهک فلزی، تیغهٔ فلزی و ورقه‌های نازک تشکیل شده است.

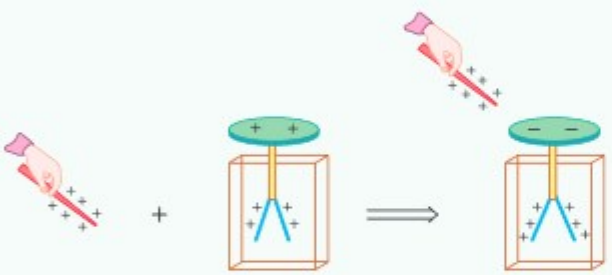



برای حل مسائل مربوط به برق‌نما (الکتروسکوپ)، چهار حالت کلی زیر را بررسی می‌کنیم:

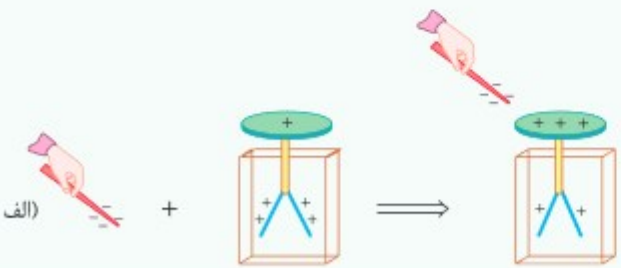
(۱) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم، روی کلاهک الکتروسکوپ، باری مخالف با بار میلهٔ باردار و روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ، باری هم‌علامت با بار میلهٔ باردار القا می‌شود.



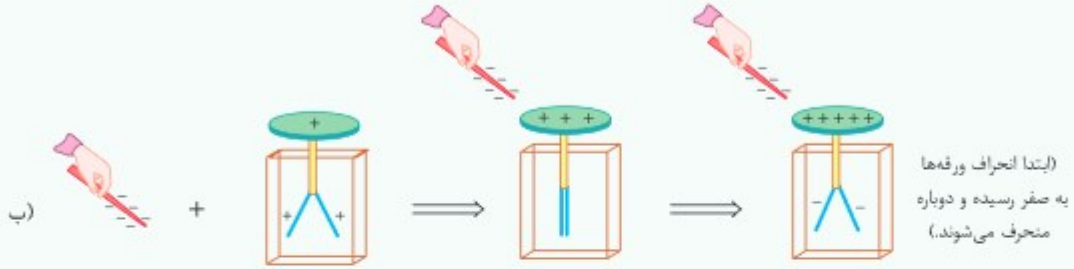
(۲) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار هم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، مقداری از بارهای روی کلاهک به علت نیروی دافعه بین بارهای روی کلاهک و میلهٔ باردار، کاسته‌شده و به بار ورقه‌های نازک اضافه می‌شود و در نتیجه انحراف ورقه‌های نازک بیشتر می‌شود.



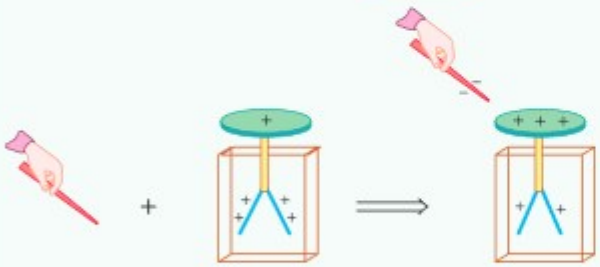
(۳) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار غیرهم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، به علت نیروی جاذبه بین میلهٔ باردار و بار روی کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار ورقه‌های نازک به کلاهک منتقل می‌شود و در نهایت بسته به مقدار بار میله و کلاهک، حالت‌های الف و ب ممکن است رخ دهد:



(انحراف کم می‌شود.)




۱۴ هنگامی‌که یک میلهٔ رسانای خنثی را به الکتروسکوپ باردار نزدیک کنیم، مقداری بار ناهم‌نام با بار الکتروسکوپ، بر روی میله القا می‌شود. این موضوع باعث می‌شود مقداری از بار روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ به سمت کلاهک حرکت کند و در نتیجه از انحراف ورقه‌ها کاسته می‌شود.



**تمرین ۱ با یک الکتروسکوپ، چگونه می‌توان تعیین کرد:**

**الف) جسمی باردار است؟**

**ب) جسم چه نوع باری دارد؟**

**ج) جسمی رسانا است یا نارسانا؟**

**د) کدام‌یک از دو کرهٔ هم‌اندازه، رسانا و باردار، مقدار بار بیشتری دارد؟**

**پاسخ الف)** برای تشخیص باردار بودن اجسام، نیازی به باردار بودن الکتروسکوپ نیست و کافی است جسم را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم. اگر ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند، نشانهٔ باردار بودن جسم است.

**ب)** برای تشخیص نوع بار اجسام باید حتماً الکتروسکوپ باردار و نوع بار آن نیز برای ما معلوم باشد. به همین‌منظور جسم باردار را به آرامی از بالا به کلاهک نزدیک می‌کنیم. اگر انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر شود، نوع بار جسم هم‌نام با بار الکتروسکوپ است و اگر انحراف برای لحظه‌ای کم شود، بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ است.

**ج)** برای تشخیص رسانایی اجسام باید الکتروسکوپ باردار باشد ولی نوع بار آن برای ما مهم نیست. برای این منظور یک نقطه از جسم بدون باری را که در دست داریم، به کلاهک الکتروسکوپ تماس می‌دهیم. اگر انحراف ورقه‌ها تغییر محسوسی نکند، جسم نارساناست. اگر جسم رسانا باشد، تماس آن به کلاهک، موجب تخلیهٔ قسمتی از بار الکتروسکوپ می‌شود و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و حتی ممکن است از بین برود (چرا؟).

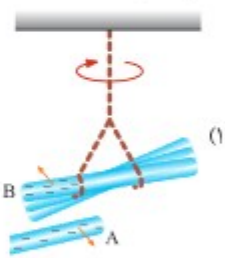
**د)** چون دو کره کاملاً مشابه انتخاب شده‌اند، اگر بتوانیم آن‌ها را هر بار در شرایط کاملاً یکسان به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک نگه داریم، میزان انحراف ورقه‌ها می‌تواند به صورت نه‌چندان دقیق نشان‌دهندهٔ میزان بار دو جسم باشد.

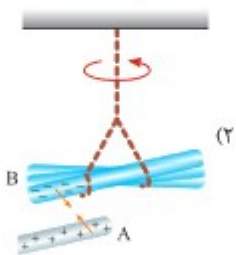
ایشم چندتا سؤال خوب از الکتروسکوپ، که قبلاً تو علوم هشتم باهاش آشنا شدید ...

**۲۷ جسمی با بار مثبت را به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کرده و بدون تماس با آن در کنارش نگه می‌داریم، ملاحظه می‌شود ورقه‌های الکتروسکوپ باز شده است. در این حالت بار کلاهک و بار ورقه‌ها به ترتیب عبارتند از:** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مثبت ـ مثبت ۲) مثبت ـ منفی ۳) منفی ـ مثبت ۴) منفی ـ منفی

**۲۸ در صورتی که میلهٔ A را به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند. اگر میلهٔ A را به میلهٔ آویزان B (مطابق گزینه‌ها) که بار آن منفی است، نزدیک کنیم، کدام‌یک از گزینه‌های زیر بار الکتریکی میلهٔ A و جهت چرخش میلهٔ B را به درستی نشان می‌دهد؟** (تألیفی)




۳) میلهٔ B چرخش نمی‌کند. ۴) هریک از دو گزینهٔ (۱) یا (۲) می‌تواند صحیح باشد.

**۲۹- میله‌ای با بار الکتریکی مثبت را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. ورقه‌های الکتروسکوپ نخست بسته و سپس از هم باز می‌شوند. بار الکتریکی قبلی الکتروسکوپ از چه نوع بوده است؟** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مثبت ۲) منفی ۳) خنثی یا مثبت ۴) منفی یا خنثی

gajmarket.com

**۳۰** مطابق شکل، اگر یک میلهٔ فلزی بدون بار خالص را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک کنیم، زاویهٔ بین ورقه‌ها چگونه تغییر می‌کند؟ (تألیفی)

۱) کم می‌شود.

۲) زیاد می‌شود.

۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

۴) تغییر نمی‌کند.

**۳۱** یک میلهٔ نارسانا را که بار الکتریکی آن مثبت است، به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم و در این حالت دست دیگر خود را به ورقه‌های الکتروسکوپ تماس داده و جدا می‌کنیم و سپس میلهٔ باردار را نیز از کلاهک دور می‌کنیم. در این حالت، کلاهک دارای بار الکتریکی ..... می‌شود و ورقه‌ها با بار ..... از هم دور می‌شوند.

۱) مثبت ـ منفی ۲) مثبت ـ مثبت ۳) منفی ـ مثبت ۴) منفی ـ منفی (برگرفته از سؤالات امتحانی)

## خلاصه نکات ۳ — قانون کولن

مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذرهٔ باردار بر یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

حال این سؤال در ذهن ایجاد می‌شود که مقدار این نیرو چگونه محاسبه می‌شود، در این خلاصه نکات به این موضوع می‌پردازیم.

**قانون کولن:** با توجه به این قانون، بزرگی نیروی الکتریکی (ربایشی یا رانشی) بین دو ذره با بارهای $q_1$ و $q_2$ که در فاصلهٔ $r$ از یک‌دیگر قرار دارند، با **حاصل‌ضرب اندازهٔ بار دو ذره** نسبت **مستقیم** و با **مجذور فاصلهٔ آن‌ها** از هم نسبت **عکس** دارد و با کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} & \text{(نیرو با مجذور فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی، رابطهٔ معکوس دارد)} \\ F \propto q_1 q_2 & \text{(نیرو متناسب با حاصل‌ضرب اندازهٔ دو بار الکتریکی است)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبهٔ مقدار $F$، علامت بارهای $q_1$ و $q_2$ را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

### نکات مهم و کاربردی

۱) در این رابطه $k$ ثابت کولن نام دارد و واحد آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow[\text{در یک طرف رابطه}]{\text{تنها کردن } k} k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2} \equiv \frac{N.m^2}{C^2} \quad , \quad k \simeq 9\times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

۲) ارتباط بین ثابت کولن ($k$) و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ ($\varepsilon_0$) به‌صورت مقابل است:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

بنابراین واحد $\varepsilon_0$ معکوس واحد $k$ بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است.

۳) اگر اندازهٔ بارهای $q_1$ و $q_2$ و یا فاصلهٔ $r$ تغییر کند، در مقایسهٔ نیروی کولنی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار $q_1$ بر بار $q_2$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $q_2$ بر بار $q_1$ وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت یک‌دیگر است.

$$|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

جالب است بدانید که این موضوع نسبتاً ساده، محل اشتباه بسیاری از دانش‌آموزان است.

۵) با توجه به قانون دوم نیوتون $(F = ma)$، اگر دو بار الکتریکی برای دو گلولهٔ کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یک‌دیگر وارد می‌کنند، شتاب بگیرند، در مقایسهٔ شتاب آن‌ها می‌توان گفت:

$$F_{2,1} = F_{1,2} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow$$

هرچه گلوله دارای جرم بیشتری باشد، شتاب آن کم‌تر است.

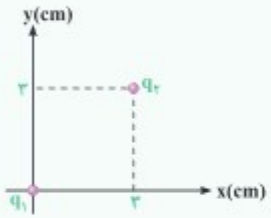
۶) نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار برحسب فاصلهٔ آن‌ها به‌صورت مقابل است:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2}$$

در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه‌شده در این قسمت مسلط‌تر می‌شویم:

**تمرین ۱** **دو بار الکتریکی $q_1$ و $q_2$ مطابق شکل در صفحه ثابت شده‌اند. به هر یک از موارد زیر پاسخ دهید:**

$$(q_1=q_2=2\mu C\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$$

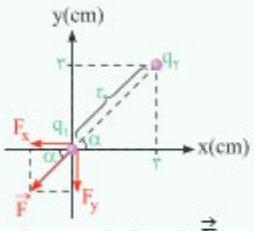



**الف) اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو بار چند نیوتون است؟**

**ب) بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_1$ را در SI به‌دست آورید.**

**ج) اگر بار $q_1$ دو برابر شود، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_2$ را به دست آورید.**

**پاسخ** **الف)** ابتدا با توجه به شکل، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار بر هم وارد می‌کنند را به‌دست می‌آوریم (دقت شود که واحدها به SI باید تبدیل شود):




$$\text{با توجه به رابطهٔ فیثاغورث} \Rightarrow r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}\ cm=3\sqrt{2}\times10^{-2}\ m$$

$$|\vec{F}|=\frac{kq_1q_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=20\ N$$

**ب)** از آن‌جایی که دو بار الکتریکی با یک‌دیگر هم‌نام‌اند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها از نوع دافعه است و با توجه به شکل، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ را در راستای محورهای مختصات به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}|F_y|=|\vec{F}|\sin\alpha \xrightarrow{\sin\alpha=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}} |F_y|=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\ N\\ |F_x|=|\vec{F}|\cos\alpha \xrightarrow{\cos\alpha=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}} |F_x|=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\ N\end{cases}$$

چون هر دو مؤلفهٔ $F_x$ و $F_y$ در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هر دو منفی بوده و داریم:

$$\vec{F}_{2,1}=-10\sqrt{2}\,\vec{i}-10\sqrt{2}\,\vec{j}$$

**ج)** با توجه به قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_2$ از طرف $q_1$ $(F_{1,2})$، برابر نیروی وارد بر بار $q_1$ از طرف $q_2$ $(F_{2,1})$ است و بردار آن، قرینهٔ بردار نیروی وارد بر بار $q_1$ می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1}\ ,\ |\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}|$$

از طرفی با توجه به دو برابر شدن بار $q_1$، می‌توان نوشت:

$$F_{1,2}=\frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\xrightarrow{\text{۲ برابر}}F'_{1,2}=2F_{1,2}\quad \text{یا} \quad \frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}}=\frac{q'_1}{q_1}\times\frac{q'_2}{q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=\frac{2}{1}\times1\times1=2\Rightarrow F'_{1,2}=2F_{1,2}$$

پس می‌توان نوشت:

$$\vec{F}'_{1,2}=2(-\vec{F}_{2,1})=2(10\sqrt{2}\,\vec{i}+10\sqrt{2}\,\vec{j})=20\sqrt{2}\,\vec{i}+20\sqrt{2}\,\vec{j}$$

**تذکر** در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کافیست عبارت درصدی را به‌صورت کسری بازنویسی کنید. به‌طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q'=q+\frac{25}{100}q=q+\frac{1}{4}q=\frac{5}{4}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

$$d'=d-\frac{20}{100}d=d-\frac{1}{5}d=\frac{4}{5}d$$

با حل تمرین بعد، این موضوع را بهتر درک می‌کنید.

**تمرین ۲** **دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و $q_2$ در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار $q_1$ را برداشته و به $q_2$ اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها از یک‌دیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ $q_2$ چند میکروکولن است؟** (ریاضی داخل ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**پاسخ** با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار $q_1$ به $q_2$) در دو حالت داریم:

$$\Rightarrow\begin{cases}q'_1=q_1-\frac{25}{100}q_1=q_1-\frac{1}{4}q_1=\frac{3}{4}q_1=\frac{3}{4}\times8=6\mu C\\ q'_2=q_2+\left(\frac{1}{4}\times8\right)=q_2+2\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1):F=\frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}=\frac{k\,(8q_2)}{r^2}\\ (2):F'=\frac{kq'_1q'_2}{r'^2}=\frac{k\times6\times(q_2+2)}{r^2}=\frac{k(6q_2+12)}{r^2}\end{cases}$$

$$F'=F+\frac{50}{100}F=\frac{150}{100}F=\frac{3}{2}F\Rightarrow\frac{k(6q_2+12)}{r^2}=\frac{3}{2}\frac{k(8q_2)}{r^2}\Rightarrow6q_2+12=\frac{3}{2}\times8q_2=12q_2\Rightarrow6q_2=12\Rightarrow q_2=2\mu C$$

(گزینهٔ ۲)

## قانون کولن و تحلیل مسائل مرتبط با آن

شاخهٔ ۲

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۷، ۲۲۰، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۵ و ۲۲۶ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.

### مسائل مقدماتی قانون کولن

۳۲- با توجه به قانون کولن، نیرویی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، با ..... متناسب و با ..... نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)

۱) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ بین آن‌ها
۲) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها
۳) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها
۴) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ آن‌ها

۳۳ اگر اندازهٔ بارهای هر یک از دو بار الکتریکی نقطه‌ای را ۳ برابر کنیم و فاصلهٔ بین آن‌ها را نیز ۳ برابر کنیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۹ (ریاضی داخل ۹۸ و ریاضی خارج ۸۷)

۳۴ یکای $k$ (ثابت کولن) و $\varepsilon_0$ (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $\frac{C^۲}{N.m^۲}$ ، $\frac{N.m^۲}{C^۲}$ ۲) $\frac{C}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C}$ ۳) $\frac{N.m^۲}{C^۲}$ ، $\frac{C^۲}{N.m^۲}$ ۴) $\frac{N.m}{C^۲}$ ، $\frac{C^۲}{N.m}$

۳۵- در شکل زیر، یک دو قطبی الکتریکی نشان داده شده است. کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها و برحسب اندازهٔ بار الکتریکی $q$ به درستی نشان می‌دهد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

(دوقطبی الکتریکی)

۱) F–q، F–r
۲) F–q، F–r
۳) F–q، F–r
۴) F–q، F–r

۳۶- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰

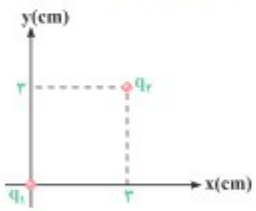
۳۷ دو کرهٔ فلزی کوچک با بار الکتریکی منفی، دارای بارهای $q_۱$ و $q_۲ = ۵q_۱$، در فاصلهٔ ۳ متری از هم قرار دارند و نیروی دافعهٔ ۰/۰۲N را به یک‌دیگر وارد می‌کنند. کرهٔ با بار الکتریکی $q_۱$، دارای چند الکترون است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (تجربی خارج ۹۱ با تغییر)

۱) $۲/۵\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۳) $۲/۵\times۱۰^{۱۳}$ ۴) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۳}$

۳۸ دو ذرهٔ باردار با بارهای مثبت در فاصلهٔ ۳۰cm از یک‌دیگر با نیروی الکتریکی ۵N یک‌دیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۱)

۱) ۷ و ۸ ۲) ۶ و ۹ ۳) ۵ و ۱۰ ۴) ۳ و ۱۲

۳۹ در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ در SI کدام است؟ $(q_۱ = q_۲ = ۲\mu C ,\ k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (برگرفته از امتحانات کشوری)




۱) $\vec{F} = ۱۰\vec{i} + ۱۰\vec{j}$
۲) $\vec{F} = -۱۰\sqrt{۲}\,\vec{i} - ۱۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۳) $\vec{F} = -۲۰\sqrt{۲}\,\vec{i} - ۲۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۴) $\vec{F} = -۲۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$

۴۰ در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم ۰/۹gr و بار یکسان مثبت $q$ در فاصلهٔ ۱cm از هم قرار دارند، به‌طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰ N/kg ,\ e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} C)$ (کتاب درسی)

۱) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۴}$ ۲) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۰}$ ۳) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۴) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۴}$

**۴۱** دو بار نقطه‌ای $q$ و $2q$ به فاصلهٔ $d$ از یک‌دیگر بر روی محور $x$ قرار دارند. اگر بار $q$ بر بار $2q$ نیروی $\vec{F}=+10\vec{i}$ را در SI وارد کند، بار $2q$ بر بار $q$ چه نیرویی در SI وارد خواهد کرد؟ (تألیفی)

۱) $\vec{F'}=+20\vec{i}$ ۲) $\vec{F'}=+10\vec{i}$ ۳) $\vec{F'}=-20\vec{i}$ ۴) $\vec{F'}=-10\vec{i}$

**۴۲-** ذرهٔ $A$ به جرم $m$ و بار الکتریکی $q$ و ذرهٔ $B$ به جرم $2m$ و بار الکتریکی $2q$ در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذرهٔ $A$ چند برابر بزرگی شتاب ذرهٔ $B$ خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

## بررسی تأثیر تغییر اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین دو بار بر نیروی کولنی

**۴۳-** دو بار نقطه‌ای $q_1$ و $q_2$ در فاصلهٔ $10cm$ یک‌دیگر را با نیروی $F$ جذب می‌کنند. بارهای $-6q_1$ و $+8q_2$ در فاصلهٔ $20cm$ بر یک‌دیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟ (تألیفی)

۱) $12F$، جاذبه ۲) $24F$، جاذبه ۳) $24F$، دافعه ۴) $12F$، دافعه

**۴۴** بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصلهٔ $r$ بر بار ۲ میکروکولنی نیروی $F$ را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازهٔ $2F$ وارد می‌کند؟ (تجربی داخل ۸۵)

۱) $2r$ ۲) $\sqrt{2}r$ ۳) $\frac{1}{2}r$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

**۴۵-** دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود، فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۵)

۱) $\sqrt{2}$ برابر ۲) $\frac{1}{2}$ برابر ۳) ۲ برابر ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

**۴۶** اتم هیدروژن و یون $Li^{2+}$ هر دو دارای یک الکترون هستند. اگر فاصلهٔ الکترون تا مرکز هسته در اتم هیدروژن، ۳ برابر یون $Li^{2+}$ باشد، نیروی الکتریکی که از طرف هسته به الکترون در اتم هیدروژن وارد می‌شود، چند برابر نیروی الکتریکی وارد شده از طرف هسته بر الکترون در یون $Li^{2+}$ است؟ (عدد اتمی لیتیم برابر ۳ است.) (تألیفی)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{27}$ ۴) ۱

**۴۷** نیروی دافعهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصلهٔ $r$ از هم برابر با $0/02N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $0/03N$ می‌شود. اندازهٔ اولیهٔ هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (تجربی خارج ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

سؤالای بعدی، یه تیپ خیلی مهم و پرتکرار تو سؤالای قانون کولن محسوب می‌شه و از این بحث، تا حالا تستای زیادی تو کنکور اومده ...

**۴۸-** دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصلهٔ ثابتی از هم قرار دارند و به یک‌دیگر نیروی $F$ وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند چند $F$ می‌شود؟ (تجربی داخل ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{15}{16}$ ۴) $\frac{16}{15}$

**۴۹** فرض می‌کنیم دو بار مثبت $Q$ که در یک فاصلهٔ معین قرار دارند نیرویی برابر $F$ به یک‌دیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{15}{16}F$ گردد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

**۵۰** دو بار نقطه‌ای $q$ در فاصلهٔ $r$ نیروی $F$ را به هم وارد می‌کنند. چند درصد از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم تا وقتی فاصلهٔ دو بار ۲۵ درصد افزایش یابد، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، ۵۲ درصد کاهش یابد؟ (تجربی خارج ۹۷)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۷۵

**۵۱** دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1=2\mu C$ و $q_2=-2\mu C$ به فاصلهٔ $r$ از یک‌دیگر قرار دارند. اگر پنجاه درصد یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصلهٔ $\frac{r}{2}$ از هم قرار دهیم، اندازهٔ نیرویی که دو بار به یک‌دیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟ (تجربی خارج ۸۷ با تغییر)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{16}$

**۵۲-** دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر و ناهم‌نام، در فاصلهٔ $r$ بر یک‌دیگر نیروی $F$ را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۷ و ۹۷)

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{4}{25}$ ۴) $\frac{16}{25}$

۵۳- دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و $q_2$ در فاصلهٔ $r$، نیروی $F$ را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار $q_1$ را برداشته و به $q_2$ اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ $q_2$ چند میکروکولن است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۴ دو ذره با بار الکتریکی هم‌نام $q_1$ و $q_2$ در فاصلهٔ $r$ از هم ثابت شده‌اند و یک‌دیگر را با نیرویی به بزرگی $F_1$ می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار $q_1$ را برداریم و به بار $q_2$ اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، $F_2$ می‌شود. کدام رابطه درست است؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۸۹ و ۹۵)

۱) $F_2>F_1$ ۲) $F_2<F_1$ ۳) $F_2=F_1$ ۴) بسته به شرایط هر کدام ممکن است.

۵۵ در سؤال قبل، چه رابطه‌ای بین $q_1$ و $q_2$ برقرار باشد تا $F_2>F_1$ شود؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۸۹ و ۹۵)

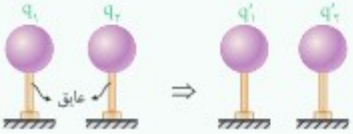
۱) $|q_1|>\sqrt{2}\,|q_2|$ ۲) $|q_1|>2|q_2|$ ۳) $|q_1|<2|q_2|$ ۴) $|q_1|<\sqrt{2}\,|q_2|$

۵۶ دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1$ و $q_2=2q_1$ در فاصلهٔ $r$ از هم قرار دارند و به یک‌دیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار $q_2$ را به $q_1$ منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ (ریاضی خارج ۹۵)

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

## خلاصه نکات ۴ — تماس دادن چند کرهٔ رسانای مشابه باردار به یک‌دیگر

برای شروع بحث، دو کرهٔ رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای $q_1$ و $q_2$ می‌باشد را در نظر بگیرید. اگر این دو کره را به یک‌دیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یک‌دیگر یکسان و برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).




$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

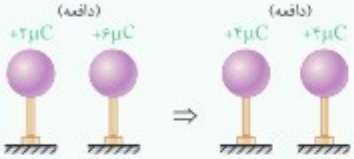
**تذکر** به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره‌ها قبل از تماس به یک‌دیگر $q$ و $-q$ باشد، بعد از تماس آن‌ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{q+(-q)}{2}=0$$

### بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعهٔ بین دو کره قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر

در ادامهٔ بحث فرض کنید که دو کرهٔ کوچک مشابه با بارهای $q_1$ و $q_2$ را که در فاصلهٔ $r$ از یک‌دیگر قرار دارند را به یک‌دیگر متصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، مجدداً در همان فاصلهٔ $r$ قرار داده‌ایم. حال می‌خواهیم به بررسی نیروی بین این دو کره پس از تماس بپردازیم که در مورد آن می‌توان به حالت‌های زیر اشاره کرد:

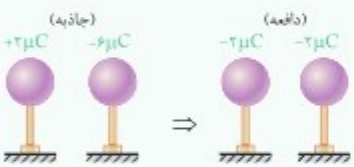
**حالت اول:** اگر بار دو کره هم‌نام باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس به یک‌دیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:




$$q'_1=q'_2=\frac{2+6}{2}=4\mu C$$

$$F\propto q_1q_2\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{4\times4}{2\times6}=\frac{16}{12}>1\Rightarrow F_2>F_1$$

**حالت دوم:** اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. همچنین اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر کم‌تر می‌شود.




$$q'_1=q'_2=\frac{2+(-6)}{2}=-2\mu C$$

$$F\propto q_1q_2\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{2\times2}{2\times6}=\frac{4}{12}<1\Rightarrow F_2<F_1$$

**حالت سوم:** اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازهٔ نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

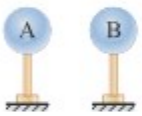
**حالت چهارم:** اگر بار دو کرهٔ مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

**نکته** اگر به جای دو کرهٔ مشابه، چند کرهٔ رسانای کاملاً مشابه را به یک‌دیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یک‌دیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

$$q'_1=q'_2=q'_3=\frac{q_1+q_2+q_3}{3}$$ : به‌طور مثال برای سه کره

تستای این زیرشاخه، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایدهٔ اصلی حل این‌جور سؤالا چیه؟!

**۵۷- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ فلزی کوچک و مشابه A و B، روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی کرهٔ A برابر $-۴\mu C$ و بار الکتریکی کرهٔ B برابر $+۶\mu C$ است. اگر دو کره را به هم تماس داده و سپس از یک‌دیگر جدا کرده و در فاصلهٔ نیم متری از یک‌دیگر قرار دهیم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$**




۱) بار الکتریکی هر یک از دو کره، پس از جدا کردن آن‌ها از یک‌دیگر برابر $+۱\mu C$ می‌شود. (تألیفی)

۲) نیروی بین دو کره، قبل از تماس با یک‌دیگر از نوع جاذبه و پس از تماس از نوع دافعه می‌شود.

۳) با تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، $۳/۱۲۵\times ۱۰^{۱۳}$ الکترون از کرهٔ B به کرهٔ A منتقل می‌شود.

۴) مقدار نیروی بین دو کره پس از تماس با یک‌دیگر برابر ۳۶ میلی‌نیوتون می‌شود.

**۵۸ دو کرهٔ فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_۱ = +۵\mu C$ و $q_۲ = +۱۵\mu C$ در فاصلهٔ r، نیروی F را بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یک‌دیگر تماس دهیم، به‌طوری که فقط بین دو کره مبادلهٔ بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصلهٔ قبلی برگردانیم، نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟**

۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. (تجربی داخل ۹۱)

۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد. ۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

**۵۹- سه کرهٔ رسانای مشابه با بارهای الکتریکی $q_۱ = ۴\mu C$، $q_۲ = -۱۲\mu C$ و $q_۳ = -۱۰\mu C$ را به یک‌دیگر تماس داده و سپس از هم دور می‌کنیم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد بار این کره‌ها بعد از تماس درست است؟** (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $q_۲ = q_۳ = -۷\mu C$، $q_۱ = -۴\mu C$

۲) $q_۱ = q_۲ = -\frac{۸}{۳}\mu C$، $q_۳ = -۱۰\mu C$

۳) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = -۶\mu C$

۴) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = \frac{۲۶}{۳}\mu C$

**۶۰ در سؤال قبل، اگر ابتدا دو کرهٔ (۱) و (۲) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از یک‌دیگر جدا کنیم و سپس دو کرهٔ (۲) و (۳) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از یک‌دیگر جدا کنیم، در نهایت بار الکتریکی هر یک از کره‌ها مطابق کدام‌یک از گزینه‌ها می‌شود؟** (تألیفی)

۱) $q_۲ = q_۳ = -۷\mu C$، $q_۱ = -۴\mu C$

۲) $q_۱ = q_۲ = -\frac{۸}{۳}\mu C$، $q_۳ = -۱۰\mu C$

۳) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = -۶\mu C$

۴) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = \frac{۲۶}{۳}\mu C$

**۶۱- دو کرهٔ رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یک‌دیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یک‌دیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیهٔ این دو کره درست است؟** (مکمل مفهومی تجربی ۹۱)

۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است. ۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست. ۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

**۶۲- دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+۳\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$** (ریاضی داخل ۹۴)

۱) ۱۲ و ۶- ۲) ۱۰ و ۴- ۳) ۹ و ۳- ۴) ۸ و ۲-

**۶۳ دو کرهٔ فلزی خیلی کوچک و مشابه، دارای بار الکتریکی ناهمنام $q_۱ > ۰$ و $|q_۲| > q_۱$ هستند و در فاصلهٔ ۶۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند و بر هم نیروی الکتریکی ۰/۹N وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصلهٔ قبلی از هم دور کنیم، نیروی الکتریکی ۱/۶ نیوتون به هم وارد می‌کنند. $q_۱$ چند میکروکولن است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$** (تجربی خارج ۹۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

**۶۴ دو کرهٔ فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصلهٔ d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازهٔ نیرو F′ می‌شود. کدام رابطه بین F و F′ برقرار است؟** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) $F > F'$ ۲) $F < F'$

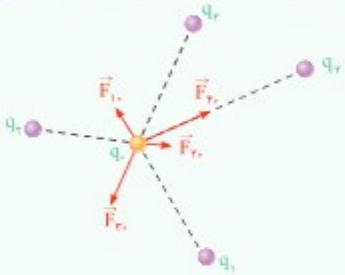
۳) $F = F'$ ۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

**۶۵- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آن‌گاه کدام رابطه بین F و F′ برقرار است؟** (تألیفی)

۱) $F > F'$ ۲) $F' > F$

۳) $F = F'$ ۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

## خلاصه نکات ۵ — بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار



تا این‌جای کار قانون کولن را برای دو ذرهٔ باردار بررسی کرده‌ایم، حال سؤال آن است که اگر تعدادی ذرهٔ باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره چگونه به‌دست می‌آید؟ در جواب باید گفت دراین حالت، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره برایند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند.

به عبارت دیگر، وقتی چند ذرهٔ باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برایند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

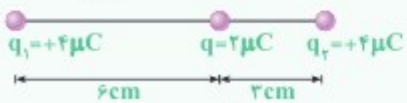
**گام اول:** نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازهٔ هر یک از این نیروها را با کمک رابطهٔ $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

**گام دوم:** برایند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم (دقت شود طبق تأکید کتاب درسی فیزیک پایهٔ یازدهم، در این کتاب برایند نیروهایی را بررسی می‌کنیم که آن‌ها در یک راستا بوده و یا بر هم عمود هستند).

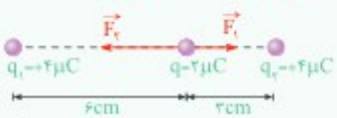
**تمرین ۱** در شکل زیر، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q=+2\mu C$ برابر ..... نیوتون و به سمت ..... است. $\left(k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9\,N.m^2/C^2\right)$

۱) ۱۰۰، چپ ۲) ۱۰۰، راست

۳) ۶۰، چپ ۴) ۶۰، راست




**پاسخ** ابتدا نیروهایی را که هر یک از دو ذرهٔ باردار $q_1$ و $q_2$ بر بار $q$ وارد می‌کنند به‌دست می‌آوریم:




$$\begin{cases}(\vec{F}_1)\ q_1 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow (\text{دافعه}):\ F_1=\frac{kqq_1}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}=20N\\ (\vec{F}_2)\ q_2 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow (\text{دافعه}):\ F_2=\frac{kqq_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2}=80N\end{cases}$$

با برایندگیری از نیروهای در خلاف جهت $F_1$ و $F_2$، به سادگی نیروی برایند به‌دست می‌آید:

$$F=F_2-F_1=80-20=60N$$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی $F_2$، جهت نیروی برایند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است. دقت شود این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر $-60\vec{i}$ است.

**تمرین ۲** در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی $q_2$ حذف شود، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q$ برابر ..... نیوتون شده و تغییر جهت ..... (تألیفی)

۱) ۸۰، نمی‌دهد. ۲) ۲۰، می‌دهد. ۳) ۱۰۰، می‌دهد. ۴) ۲۰، نمی‌دهد.

**پاسخ** در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی $q_2$، تنها نیرویی که بر بار $q$ وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعهٔ بار $q_1$ بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1=20N$ و به سمت راست می‌باشد.

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار $q$ برابر $20N$ شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود)، بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

### بررسی یک موضوع کاربردی

**نکات ساده‌ای که باعث افزایش سرعت دانش‌آموزان در محاسبات می‌شود:**

۱) در محاسبات رابطهٔ $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$، ترجیحاً اعداد به‌صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.

شکل مناسب ↓

$$F=9\times10^9\times\frac{(2\times10^{-7})(4\times10^{-6})}{(2\times10^{-1})^2}$$

شکل نامناسب ↓

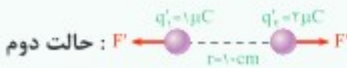
$$F=9\times10^9\times\frac{(0/2\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0/2)^2}$$

۲) در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر ۰/۹ نیوتون به‌دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی ۱/۸ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

**حالت اول :**

$$F=9\times10^9\frac{(1\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(1\times10^{-1})^2}=0/9N$$

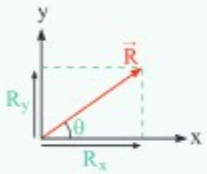
**حالت دوم :**




$$F'=2F=1/8N$$

## یادآوری از بردارها

۱) همان‌طور که می‌دانید، هر بردار دارای دو مؤلفهٔ افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به‌صورت بردارهای یکه به‌صورت زیر نشان داد:




$$\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{j}$$

$$\begin{cases}\text{مؤلفهٔ افقی}: R_x=R\cos\theta\\ \text{مؤلفهٔ عمودی}: R_y=R\sin\theta\end{cases}$$

**تذکر** برعکس روند طی‌شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به‌سادگی می‌توان اندازهٔ آن بردار و زاویهٔ آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases}\vec{R}\text{ اندازهٔ بردار}: R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}\\ \theta\text{ محاسبهٔ زاویهٔ}: \tan\theta=\dfrac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\dfrac{R_y}{R_x}\end{cases}$$

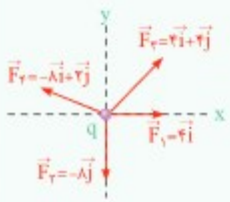
۲) **جمع بردارها با کمک بردارهای یکه:** جمع دو بردار $\vec{A}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ و $\vec{B}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}$ به‌صورت زیر است:

$$\vec{A}+\vec{B}=(a_1+b_1)\vec{i}+(a_2+b_2)\vec{j}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A}+\vec{B}$، به سادگی می‌توان زاویهٔ آن با افق را نیز پیدا کرد:

$$\tan\theta=\frac{\text{ضریب }\vec{j}}{\text{ضریب }\vec{i}}$$

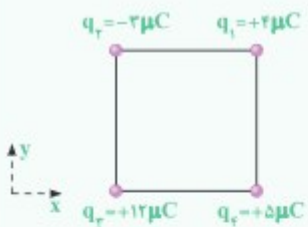
برای درک بهتر، فرض کنید بر ذرهٔ الکتریکی زیر نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برایند نیروهای وارد بر این ذرهٔ باردار برابر است با:




$$\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4=(4\vec{i}+0\vec{j})+(0\vec{i}-8\vec{j})+(4\vec{i}+4\vec{j})+(-8\vec{i}+2\vec{j})$$

$$F_T=\underbrace{(4+0+4+(-8))}_{\text{مجموع ضرایب در راستای افق}}\vec{i}+\underbrace{(0+(-8)+4+2)}_{\text{مجموع ضرایب در راستای قائم}}\vec{j}=0\vec{i}-2\vec{j}$$

**تمرین ۳** مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع ۶cm قرار دارند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی $q_1$ در SI کدام است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ،\ \sqrt{2}=1/4)$



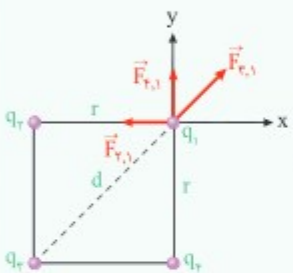

۱) $-12\vec{i}+92\vec{j}$

۲) $12\vec{i}+92\vec{j}$

۳) $-42\vec{i}+60\vec{j}$

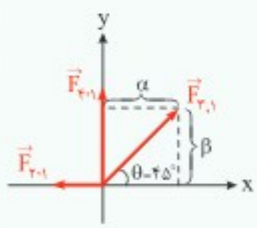
۴) $42\vec{i}+60\vec{j}$

**پاسخ** برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار $q_1$ را رسم کرده و اندازهٔ هر یک را به‌دست می‌آوریم:




$$\begin{cases}F_{2,1}=\dfrac{kq_1q_2}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=30N\\ F_{3,1}=\dfrac{kq_1q_3}{d^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(12\times10^{-6})}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=60N\\ F_{4,1}=\dfrac{kq_1q_4}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=50N\end{cases}$$

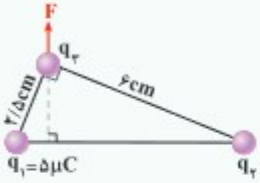
در ادامه با انتخاب محورهای مختصات داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2}\simeq0/7$ می‌باشد):




$$\begin{cases}\vec{F}_{2,1}=-30\vec{i}+0\vec{j}\\ \vec{F}_{3,1}=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}\\ \vec{F}_{4,1}=0\vec{i}+50\vec{j}\end{cases}\quad\begin{matrix}\alpha=F_{3,1}\cos\theta=60\cos45^\circ=42N\\ \beta=F_{3,1}\sin\theta=60\sin45^\circ=42N\end{matrix}\Rightarrow\vec{F}_{3,1}=42\vec{i}+42\vec{j}$$

(گزینهٔ ۲) $\vec{R}=\vec{F}_{2,1}+\vec{F}_{3,1}+\vec{F}_{4,1}\Rightarrow\vec{R}=(-30+42+0)\vec{i}+(0+42+50)\vec{j}\Rightarrow\vec{R}=12\vec{i}+92\vec{j}$ : نیروی برایند

**نمونه ۴** دو ذرهٔ باردار $q_1$ و $q_2$ مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار $q_3$، برابر $\vec{F}$ است. $q_2$ چند میکروکولن است؟ (تجربی خارج ۹۹)



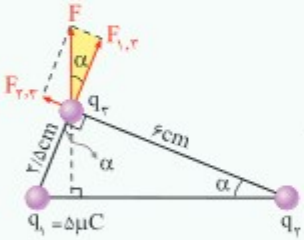

۱) ۱۰۸ ۲) ۲۴

۳) ۱۲ ۴) ۶

**پاسخ** برای حل این‌گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** با توجه به نیروی برایند $F$ وارد بر $q_3$، نیروهای واردشده به $q_3$ از طرف سایر بارها را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

**گام دوم:** تانژانت زاویهٔ $\alpha$ را به‌دست می‌آوریم و سپس به کمک تانژانت زاویهٔ $\alpha$، نسبت $\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$ را به دست می‌آوریم:



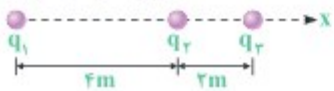

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۲/۵}{۶}=\frac{۵}{۱۲}$$

در مثلث هاشور زده‌شده: $\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$

**گام سوم:** به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار $q_2$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}=\frac{q_2q_3}{q_1q_3}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{q_2}{۵}\times\left(\frac{۲/۵}{۶}\right)^2\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{q_2}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۴۴}\Rightarrow q_2=۱۲\mu C$$ (گزینهٔ ۳)

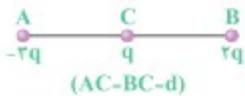
**۶۶** مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1=+۲/۵\mu C$، $q_2=-۱\mu C$ و $q_3=+۴\mu C$ بر روی محور $x$ ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_2$ در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (برگرفته از کتاب درسی)




۱) $-۶/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$ ۲) $۷/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$

۳) $۱۰/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$ ۴) $-۱۱/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$

۶۷- دو بار $q$ در فاصلهٔ $d$ بر یک‌دیگر نیروی $F$ را وارد می‌کنند. در شکل زیر، نیروی وارد بر بار $q$ کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)




۱) $۵F$ به طرف راست

۲) $۵F$ به طرف چپ

۳) $۴F$ به طرف چپ

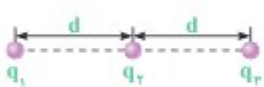
۴) $۴F$ به طرف راست

۶۸- در شکل زیر، بار $q$ چند میکروکولن باشد تا بزرگی برایند نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۸)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۳۰ ۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

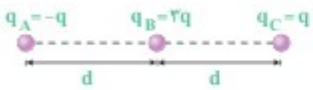
**۶۹** در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر بار $q_3$، بار $q_2$ را با نیروی الکتریکی $F$ دفع کند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار $q_2$ برابر $\frac{F}{۲}$ و به‌سمت چپ باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟ (تألیفی)




۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$

۳) $-۶$ ۴) $۶$

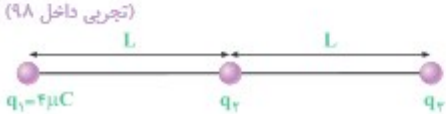
۷۰- در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده، بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر ۲۰ درصد از بار $q_A$ را به $q_C$ منتقل کنیم، برایند نیروی وارد بر بار $q_B$ چند برابر می‌شود؟ (تألیفی)




۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

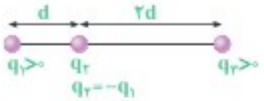
**۷۱** در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3$، هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی است که بار $q_1$ بر $q_2$ وارد می‌کند. بار $q_2$ چند میکروکولن است؟ (تجربی داخل ۹۸)




۱) ۸ ۲) ۲

۳) $-۲$ ۴) $-۸$

**۷۲** سه بار نقطه‌ای مطابق شکل مقابل ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_1$ هم‌اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_2$ باشد، نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵)




۱) $\frac{۸}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱۳}{۷۲}$ ۴) $\frac{۷۲}{۱۳}$

## خلاصه نکات ۶ صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر یکی از بارهای واقع در یک راستا

دو ذرهٔ باردار $q_1$ و $q_2$ که در جای خود ثابت فرض شده‌اند را در نظر بگیرید:

سؤالی که در بسیاری از تست‌های کنکور مطرح می‌شود آن است که بار $q_3$ را در چه مکانی قرار دهیم تا نیروی الکتریکی برایند وارد بر آن، از طرف بارهای $q_1$ و $q_2$ صفر شود. اگر بار $q_3$ مثبت باشد، تحلیل این موضوع به‌صورت زیر انجام می‌شود:

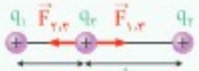
**حالت اول:** بارهای $q_1$ و $q_2$ هم علامت باشند:

فرض کنید دو بار $q_1$ و $q_2$ مثبت باشند. در این صورت برای به‌دست آوردن نقطهٔ موردنظر برای صفر شدن نیروی وارد بر بار $q_3$، باید توجه داشت که در خارج از فاصلهٔ بین دو بار، نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار $q_3$ از طرف بارهای مثبت $q_1$ و $q_2$، هم‌جهت است و امکان ندارد برایند آن‌ها صفر شود، بنابراین ذرهٔ $q_3$ در خارج از فاصلهٔ بین دو بار به تعادل نمی‌رسد.

$$|\vec{F}_T| = F_{1,3} + F_{2,3} \neq 0$$

بنابراین برای به‌تعادل رسیدن ذرهٔ $q_3$، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد.

به عبارت دیگر نیروهای وارد شده بر بار $q_3$ از طرف دو بار دیگر باید برابر و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.




$$F_T = 0 \Rightarrow F_{1,3} = F_{2,3}$$

$$\frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

**تذکر** همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار $q_3$، تأثیری در به تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

**حالت دوم:** بارهای $q_1$ و $q_2$ مختلف‌العلامت باشند:

در این حالت بار سوم در خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار می‌گیرد (چرا؟). برای به‌دست آوردن رابطهٔ بین اندازهٔ بارها و نقطهٔ موردنظر، فرض کنید بار $q_1$ مثبت، بار $q_2$ منفی و اندازه بار $q_1$ بزرگ‌تر باشد. پس با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$F_T = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{1,3}| = |\vec{F}_{2,3}| \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{(d+x)^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{(d+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2}$$

برای درک بهتر مفاهیم فوق، به دو تمرین زیر توجه کنید:

**تمرین ۱** دو بار الکتریکی $-q$ و $Q=+۴q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB = ۳۰cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

**پاسخ** با توجه به این‌که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q=+۴q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصلهٔ بار $+q'$ تا بار $-q$ را x درنظر بگیریم، مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

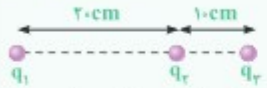
$$\text{بررسی تعادل برای بار } +q' : \sum F = 0 \Rightarrow F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|4q||q'|}{(30+x)^2} = \frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{(30+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 = (30+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 30+x \Rightarrow x = 30cm$$

در نهایت باید گفت فاصلهٔ بار Q تا بار $+q'$، برابر $60cm$ است $(30+x = 30+30)$ و گزینهٔ (۴) صحیح می‌باشد.

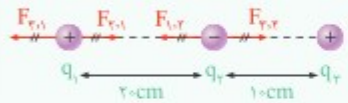
**تذکر** همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار $q'$، در به تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازهٔ بار $q'$ دو برابر نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است.

**تمرین ۲** در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. $\frac{q_3}{q_2}$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۳)




۱) $-۴$ ۲) $+۴$ ۳) $-\frac{۹}{۴}$ ۴) $+\frac{۹}{۴}$

**پاسخ** با یک سؤال جالب و تحلیلی مواجه شده‌ایم. چون بار الکتریکی $q_2$ متعادل است، بنابراین دو بار الکتریکی $q_1$ و $q_3$ حتماً باید هم‌نام باشند. مثلاً می‌توان هر دو بار الکتریکی $q_1$ و $q_3$ را مثبت درنظر گرفت. هم‌چنین برای متعادل بودن بار $q_1$، دو بار $q_2$ و $q_3$ باید لزوماً غیرهم‌نام باشند (چرا؟).




بررسی شرایط تعادل برای بار الکتریکی $q_1$ : $|F_{3,1}|=|F_{2,1}| \Rightarrow \frac{k\cancel{q_1}q_3}{(۳۰)^2}=\frac{kq_2\cancel{q_1}}{(۲۰)^2} \Rightarrow \frac{q_3}{۹۰۰}=\frac{q_2}{۴۰۰} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_2}\right|=\frac{۹۰۰}{۴۰۰} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_2}\right|=\frac{۹}{۴}$

در نهایت از آن‌جا که $q_3$ و $q_2$ غیرهم‌نام‌اند، $\frac{q_3}{q_2}=-\frac{۹}{۴}$ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است.

## صفر شدن برایند نیروهای وارد بر یک ذرهٔ باردار، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند.

تو بارهای واقع در یه راستا، برایند نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع‌رو بررسی خواهیم کرد. حواستون باشه این بحث خیلی مهمه و ازش زیاد سؤال مطرح میشه ...

۷۳- در نقاط A، B و C به‌ترتیب بارهای الکتریکی $q_A$، $q_B$ و $q_C$ مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار $q_C$ صفر باشد کدام بارها الزاماً غیرهم‌نام‌اند؟

(M.K.A)

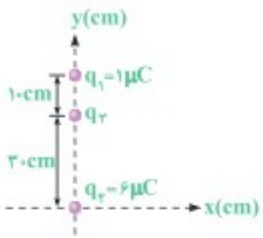
۱) $q_C, q_A$ ۲) $q_B, q_A$

۳) $q_C, q_B$ ۴) ممکن است هر سه بار هم‌نام باشند.

۷۴- دو بار الکتریکی $-q$ و $Q=+۴q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB=۳۰cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۷۵ در شکل روبه‌رو سه ذرهٔ الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی $q_2$ را چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی $q_3$ متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف‌نظر شود.) (تألیفی)



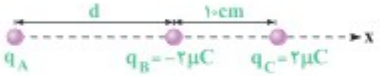

۱) $۳\mu C$ به آن بیافزاییم.

۲) $۳\mu C$ از آن کم کنیم.

۳) $۴\mu C$ به آن بیافزاییم.

۴) در وضعیت فعلی بار $q_3$ متعادل است.

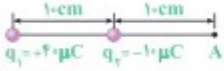
۷۶ در شکل زیر، برایند نیروهای وارد بر بار $q_C$ برابر صفر است. اگر فقط بار $q_A$ را دو برابر نماییم، بردار نیروی برایند وارد بر بار $q_C$، در SI کدام می‌شود؟ (تألیفی)
$(k=۹\times۱۰^۹ N.m^2/C^2)$




۱) $-۳/۶\vec{i}$ ۲) $۳/۶\vec{i}$

۳) $۳/۶\vec{i}$ یا $-۳/۶\vec{i}$ ۴) اطلاعات کافی نیست.

۷۷- در شکل زیر در نقطهٔ A، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برایند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)




۱) ۵ ۲) ۱

۳) به‌ازای هیچ مقداری، این اتفاق رخ نمی‌دهد. ۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۷۸- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصلهٔ یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در جهت محور x به آن وارد شود؟

(تألیفی)

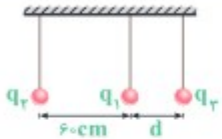
۱) فقط (۴) ۲) (۴) و (۲)

۳) (۴)، (۳) و (۲) ۴) (۱) و (۴)

۷۹ در شکل مقابل، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (ریاضی داخل ۹۹، مشابه تجربی داخل ۹۳ و خارج ۸۹)

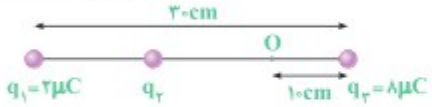
۱) $۹\,،\frac{۳}{۲}$ ۲) $-۹\,،\frac{۳}{۲}$ ۳) $۹\,،۲$ ۴) $-۹\,،۲$

**۸۰** در شکل مقابل، هر سه طناب متصل به گلوله‌های باردار حرکتی نداشته و به طور قائم قرار گرفته‌اند. اگر $q_1=+4\mu C$ و $q_2=-16\mu C$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، $q_3$ چند میکروکولن و $d$ چند سانتی‌متر است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۹)



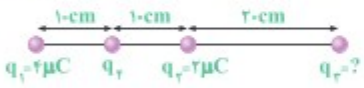

۱) $+16$ ، ۶۰
۲) $-16$ ، ۶۰
۳) $+16$ ، ۱۲۰
۴) $-16$ ، ۱۲۰

**۸۱** در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر بار $q_3=1\mu C$ در نقطهٔ O قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتون می‌شود؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$ (تجربی داخل ۹۷)




۱) ۱/۲۵
۲) ۵/۹۵
۳) ۶/۷۵
۴) ۷/۵۵

**۸۲** در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_4$ برابر صفر است. بار $q_3$ چند میکروکولن است؟ (ریاضی داخل ۹۱)

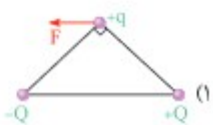


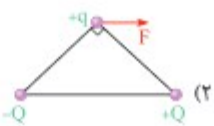

۱) $-8$
۲) ۸
۳) ۱۸
۴) $-18$

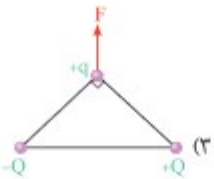
## برایند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه

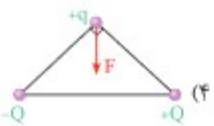
تو ادامهٔ کار، بارها رو از حالت هم امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... . اصول محاسبهٔ برایند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم امتداده. البته اینم بگیم که طبق خواستهٔ کتاب درسیتون، تو این‌جا ما فقط نیروهایی رو بررسی می‌کنیم که بر هم عمود و یا تو یه راستا باشه ...

**۸۳** سه بار نقطه‌ای $+Q$ ، $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین واقع‌اند. کدام‌یک از شکل‌های زیر، جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را درست نشان می‌دهد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

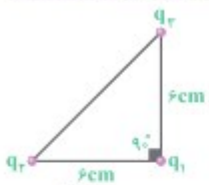
۱) 


۲) 


۳) 

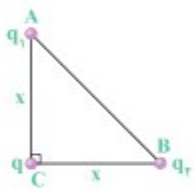

۴) 


**۸۴** در شکل داده شده، سه ذره با بارهای $q_1=q_2=q_3=4\mu C$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر $q_1$ ..... نیوتون و اگر تنها علامت بار $q_2$ قرینه شود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر $q_1$ ..... و تغییر جهت ..... . $(k=9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۲)



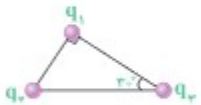

۱) $40\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، می‌دهد
۲) $20\sqrt{2}$ ، ثابت، نمی‌دهد
۳) $20\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، نمی‌دهد
۴) $40\sqrt{2}$ ، ثابت، می‌دهد

**۸۵-** مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت $q_1$ ، $q_2$ و $q$ در سه رأس مثلث ABC قرار دارند. اگر نیروی وارد از طرف $q_2$ بر $q$ برابر ۸ نیوتون و $q_1=\frac{3}{4}q_2$ باشد، برایند نیروهای وارد بر بار $q$ چند نیوتون خواهد بود؟ (تألیفی)



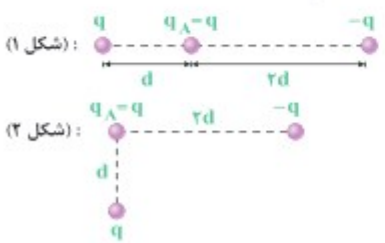

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۶
۴) ۴

**۸۶-** در شکل مقابل، اندازهٔ نیرویی که بار الکتریکی $q_1$ بر $q_2$ وارد می‌کند، برابر $F$ است. اندازهٔ برایند نیروهای واردشده بر بار $q_1$ چند برابر $F$ است؟ $(q_2=q_3=-q_1)$ (برگرفته از امتحانات کشوری)



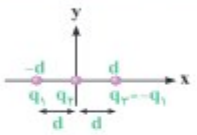

۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
۲) ۳
۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{10}}{7}$

**۸۷** سه بار الکتریکی، مطابق شکل‌های (۱) و (۲) در یک صفحه قرار گرفته‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_A$ در شکل (۲)، چند برابر نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_A$ در شکل (۱) است؟ (تألیفی)




۱) ۱
۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$
۳) $\frac{\sqrt{17}}{5}$
۴) ۲

**۸۸** مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور $x$ قرار دارند. اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۲$ برابر $F$ است. اگر بار $q_۲$ را به اندازهٔ $d$ روی محور $y$ جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار $q_۲$ چند برابر $F$ خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



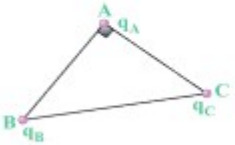

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

**۸۹-** در شکل مقابل، برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ در SI برابر $-۲۰\vec{i}+۳۰\vec{j}$ است. اگر بار $q_۲$ دو برابر و قرینه شده و بار $q_۱$ فقط دو برابر شود، بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ در SI کدام می‌شود؟ (تألیفی)

۱) $-۴۰\vec{i}+۶۰\vec{j}$ ۲) $۴۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$ ۳) $-۴۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$ ۴) $۴۰\vec{i}+۶۰\vec{j}$

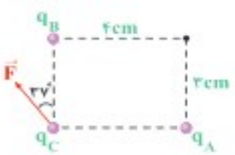
ایدهٔ دوتا سؤال بعدی رو خوب یاد بگیرید که خیلی به کار میاد ...

**۹۰** در شکل روبه‌رو، مثلث نشان داده شده متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه است و بارهای $q_A$، $q_B$ و $q_C$ به ترتیب $q$، $\sqrt{۳}q$ و $-q$ است. زاویه‌ای که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_A$ با امتداد پاره‌خط $BA$ می‌سازد، چند درجه است؟ (تجربی داخل ۸۷)



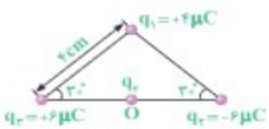

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۳ ۴) ۶۰

**۹۱** در شکل مقابل، در سه رأس از مستطیل بارهای $q_A$، $q_B$ و $q_C$ قرار داده شده‌اند. اگر بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_C$ از طرف دو بار $q_A$ و $q_B$ برابر نیروی نشان داده شده $(\vec{F})$ باشد، در این صورت نسبت $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۷ و ۹۶)



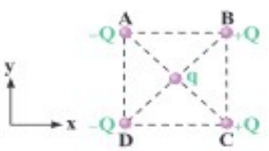

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $-\frac{۱۶}{۹}$

**۹۲** سه بار نقطه‌ای مطابق شکل، در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_۴ = ۱\mu C$ واقع در نقطهٔ $O$، در وسط خط واصل دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند نیوتون است؟ $(k = ۹\times ۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (ریاضی داخل ۸۴)



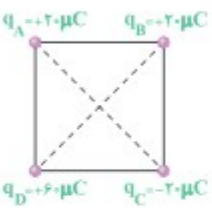

۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) $۴۵\sqrt{۳}$ ۴) $۹۰\sqrt{۲}$

**۹۳-** در شکل زیر، بارهای نقطه‌ای نشان داده شده در رأس‌ها و مرکز مربع واقع شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی واقع در مرکز مربع، در کدام جهت قرار می‌گیرد؟ (بار $q$ و $Q$ هم‌نام هستند.) (تألیفی)



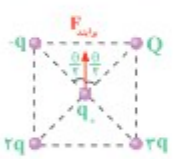

۱) $+x$ ۲) $-x$ ۳) $+y$ ۴) $-y$

**۹۴-** در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $-۱۰\mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (ریاضی خارج ۸۲)



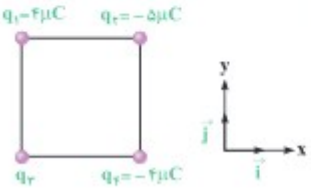

۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ

**۹۵** مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برایند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q$ واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار $Q$ کدام است؟ (مکمل مفهومی ریاضی ۸۲)




۱) $۲q$ ۲) $q$ ۳) $-۲q$ ۴) $-q$

**۹۶** چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع $۲۰cm$ قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۲$ در SI به صورت $\vec{F} = -۹\vec{i}$ باشد، $q_۳$ چند میکروکولن است؟ $(k = ۹\times ۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (ریاضی داخل ۹۸)

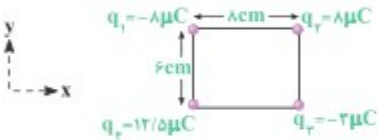



۱) $-۸\sqrt{۲}$
۲) $-۴$
۳) $۴$
۴) $۸\sqrt{۲}$

۹۷- چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازهٔ $q$ در رأس‌های یک مربع به ضلع $d$ قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ ($k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ و اندازه‌ها در SI است.) (ریاضی خارج ۸۵)

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}+1$ ۴) $2\sqrt{2}+1$

۹۸ چهار بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. بزرگی و بردار نیروی وارد بر بار $q_2$ در SI کدام است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$ (ریاضی خارج ۹۰)

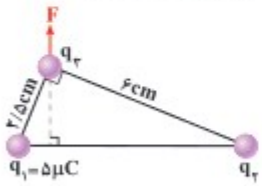



۱) ۳۰، $-18\vec{i}-24\vec{j}$ ۲) ۶۰، $-36\vec{i}-48\vec{j}$

۳) $6\sqrt{10}$، $-18\vec{i}-6\vec{j}$ ۴) $9\sqrt{10}$، $-27\vec{i}-9\vec{j}$

در ادامه دو سؤال جالب و ابتکاری از این موضوع را بررسی خواهیم کرد که از ایده‌هایی است که در کنکورهای دشوار مطرح خواهد شد ...

۹۹ دو ذرهٔ باردار $q_1$ و $q_2$ مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار $q_2$، برابر $\vec{F}$ است. $q_2$ چند میکروکولن است؟ (تجربی خارج ۹۹)



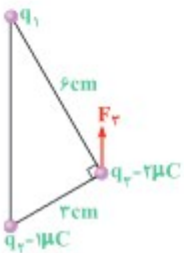

۱) ۱۰۸

۲) ۲۴

۳) ۱۲

۴) ۶

۱۰۰- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر $F_3$ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3$، موازی خط واصل $q_1$ و $q_2$ باشد، $F_3$ چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$ (تجربی داخل ۹۶)




۱) $8\sqrt{5}$

۲) $12\sqrt{5}$

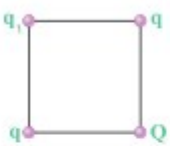
۳) $16\sqrt{5}$

۴) $20\sqrt{5}$

## صفر شدن برایند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه

بررسی صفر شدن برایند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات جالبی داره که تو ادامهٔ کار، سؤالای خیلی مهمی ازش اُوردیم...

۱۰۱- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد شده بر بار $q_1$ صفر باشد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)



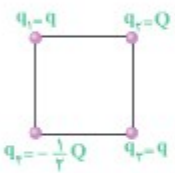

۱) ممکن است علامت بار $q$ مثبت و علامت بار $Q$ منفی باشد.

۲) ممکن است علامت بار $q$ منفی و علامت بار $Q$ مثبت باشد.

۳) برای برقراری تعادل، اندازهٔ بار $Q$، باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازهٔ بار $q$ باشد.

۴) مقدار بار الکتریکی $q_1$، در تعادل آن نقش دارد.

۱۰۲ چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار $q_2$ صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۶)



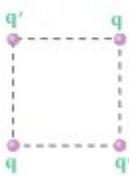

۱) $2\sqrt{2}$

۲) $4\sqrt{2}$

۳) $-2\sqrt{2}$

۴) $-4\sqrt{2}$

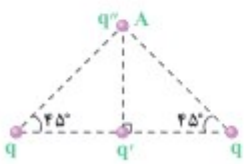
۱۰۳ در شکل مقابل، اگر دو بار $q'$ قرینه شوند، نیروی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی $q$ برابر صفر می‌شود. در همان حالت اولیه، نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)




۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $-2\sqrt{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

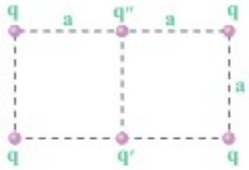
۱۰۴- در شکل مقابل، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار قرار گرفته در نقطهٔ A برابر صفر است. نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)




۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

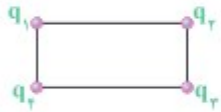
۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\sqrt{2}$

**۱۰۵** در شکل مقابل، بار $q''$ در حالت تعادل است. نسبت بارهای $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۶)



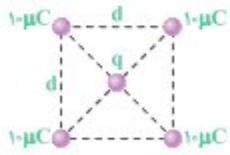

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $-\sqrt{۲}$
۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

**۱۰۶** چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل زیر، در ۴ رأس مستطیلی که طول آن ۲ برابر عرض آن است، ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ برابر صفر باشد، $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۶)




۱) $-۵\sqrt{۵}$
۲) $-۵$
۳) $۵$
۴) $۵\sqrt{۵}$

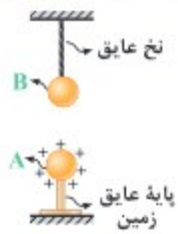
**۱۰۷** پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار $q$ تقریباً چند میکروکولن است؟ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۹)




۱) ۱۹
۲) $-۱۹$
۳) ۹/۵
۴) $-۹/۵$

حالا می‌خوایم یه سؤال ترکیبی قانون کولن با بحث تعادل و محاسبهٔ کشش نخ تو دینامیک براتون بیاریم ...

**۱۰۸-** در شکل زیر، گلولهٔ رسانای A، دارای بار الکتریکی $۱\mu C$ و در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متری از گلولهٔ B با جرم $۲kg$ و با بار الکتریکی $۰/۵\mu C$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ عایق برابر $T_۱$ است. اگر علامت بار الکتریکی گلولهٔ A قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می‌شود؟ $(g = ۱۰N/kg\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲)$ (تألیفی)




۱) $\frac{۵}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) ۲۵
۴) ۱۵

## خلاصه نکات ۷ — میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای

اگر یک ذرهٔ باردار در فضای اطراف یک ذرهٔ باردار دیگر قرار بگیرد، بر آن نیرو وارد می‌شود، این موضوع به این دلیل است که در فضای اطراف ذرهٔ باردار، میدان الکتریکی ایجاد می‌شود.

### نکات مهم و کاربردی

۱) بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ $r$ از بار الکتریکی $q$ عبارت است از:

$$E = k\frac{q}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \\ E \propto \frac{۱}{r^۲} \end{cases}$$

۲) میدان الکتریکی یک کمیت برداری است و برای به‌دست آوردن جهت میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، کافیست یک بار مثبت آزمون را در آن نقطه قرار دهیم و جهت نیروی وارد بر آن را به‌دست آوریم. جهت میدان الکتریکی، همان جهت نیروی وارد بر بار مثبت آزمون است.

(جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $+q$ در A)

(جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $-q$ در A)

۳) با توجه به رابطهٔ $E = \frac{kq}{r^۲}$، شدت میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار، با دور شدن از ذرهٔ باردار کاهش می‌یابد و در اصطلاح غیریکنواخت است.

$$E \propto \frac{۱}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$$

**۱** ۱ با توجه به خلاصه نکات ارائه شده، گزینهٔ (۱) صحیح است.

**۲** ۳ همان‌طور که می‌دانیم، بار الکتریکی پروتون و الکترون هم‌اندازه و مختلف‌العلامت و بار الکتریکی نوترون برابر صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_p=+e \ , \ q_e=-e \ , \ q_n=0$$

طبق صورت سؤال: $\begin{cases} q_n=\alpha q_e \xrightarrow{q_n=0} \alpha=0 \\ q_p=\beta q_e \xrightarrow{q_p=-q_e} \beta=-1 \end{cases} \Rightarrow \alpha+\beta=0+(-1)=-1$

**۳** ۳ همان‌طور که می‌دانیم، اگر یک جسم الکترون دریافت کند، بار آن منفی و اگر الکترون از دست دهد، بار آن مثبت می‌شود. در این سؤال بار جسم منفی است، بنابراین الکترون دریافت کرده است. برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های دریافتی این جسم می‌توان نوشت:

$$q=ne \Rightarrow -8\times10^{-9}=n\times(-1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n=5\times10^{10}$$

بنابراین این جسم به تعداد $5\times10^{10}$ الکترون دریافت کرده است و تعداد الکترون‌های آن به همین اندازه از تعداد پروتون‌هایش بیشتر است.

**۴** ۳ همان‌طور که در خلاصه نکات (۱) مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:

جسم A: $q_A=ne \Rightarrow 8\times10^{-9}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=5\times10^{11}$

$\Rightarrow$ جسم A، $5\times10^{11}$ الکترون از دست داده است.

جسم B: $q_B=-ne \Rightarrow -4/8\times10^{-7}=-n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=3\times10^{12}$

$\Rightarrow$ به جسم B، $3\times10^{12}$ الکترون داده‌ایم.

**۵** ۳ مطابق با رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne \Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

**بررسی گزینه‌ها**

× ۱) $n=\frac{q}{e}=\frac{2\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=1/25 \rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد.

× ۲) $n=\frac{q}{e}=\frac{4\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=2/5 \rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد.

✓ ۳) $n=\frac{q}{e}=\frac{8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=5 \rightarrow$ عدد صحیح است.

**۶** ۴ همان‌طور که می‌دانیم، اگر از یک جسمِ خنثی الکترون بگیریم، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود که با توجه به رابطهٔ $q=ne$ می‌توان نوشت:

$$q=ne \Rightarrow 1\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=\frac{10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}$$

(تبدیل میکروکولن به کولن)

$$=\frac{10^{14}}{16}=6/25\times10^{12}$$

**۷** ۱ چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-2q_0$ تغییر کرده است (از $-q_0$ به $q_0$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases} \Delta q=-q_0-(-q_0)=-2q_0 \\ \Delta q=ne \end{cases} \Rightarrow -2q_0=ne=5\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}$$

$$=8\times10^{-4} \Rightarrow q_0=-4\times10^{-4}C=-400\mu C$$

**۸** ۲ چون بار الکتریکی خط‌کش منفی شده است، بنابراین این خط‌کش الکترون دریافت کرده است. کل الکترون‌های دریافتی توسط خط‌کش برابر است با:

$$q=ne \Rightarrow -32\times10^{-6}=-n\times1/6\times10^{-19}$$

$\Rightarrow$ کل الکترون‌های دریافتی خط‌کش: $n=2\times10^{14}$

حال برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های دریافتی در هر سانتی‌متر از این خط‌کش ۸ سانتی‌متری می‌توان نوشت:

$$n'=\frac{n}{8}=\frac{2\times10^{14}}{8}=2/5\times10^{13}$$ : تعداد الکترون‌های دریافتی در هر سانتی‌متر

**۹** ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) عبارت $Z=92$ در هستهٔ اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم برابر است با:

$$q=+ne=+92\times(1/6\times10^{-19})=+147/2\times10^{-19}=+1/4772\times10^{-17}C$$

$$=1/4772\times10^{-11}\mu C$$

۲) با توجه به این‌که در این سؤال، اتم اورانیم خنثی است، بنابراین بار الکتریکی کل اتم برابر صفر می‌باشد.

**توجه**

در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های اتم و پروتون‌های هسته با هم برابر است. بنابراین در این سؤال می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-1/4772\times10^{-11}\mu C$ می‌باشد.

**۱۰** ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** محاسبهٔ تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $X^{2+}$:

$$q=-ne \Rightarrow -4/8\times10^{-18}=-n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=30$$

**گام دوم:** تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $(X^{2+})$، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

**۱۱** ۳ در هنگام مالش دو جسم خنثی بر یک‌دیگر، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسمی دیگر، تعادل بارها در آن‌ها بر هم می‌خورد. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌گردد و هم‌چنین، جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، تعداد الکترون‌هایش از پروتون‌های آن بیشتر شده و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

**۱۲** ۳ **بررسی گزینه‌ها**

۱) شیشه نسبت به موی گربه به سر مثبت سری الکتریسیتهٔ مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین با مالش میلهٔ شیشه‌ای با موی گربه، بار میله مثبت و بار موی گربه منفی می‌شود.

۲) اگر یک جسم لاستیکی را با پارچهٔ پشمی مالش دهیم، بار الکتریکی پارچه مثبت و بار الکتریکی جسم لاستیکی منفی می‌شود (چرا؟)، بنابراین پارچه الکترون از دست داده و جسم لاستیکی الکترون دریافت می‌کند.

۳) در مالش یک پارچهٔ ابریشمی با موی سر انسان، بار الکتریکی پارچه منفی و بار الکتریکی موی سر مثبت می‌شود، چون موی سر به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است. بنابراین الکترون از موی انسان به پارچه منتقل می‌شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.

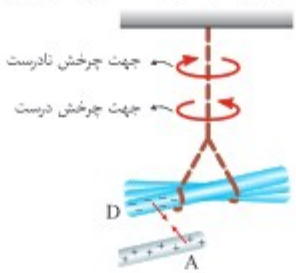
| انتهای مثبت سری |
| --- |
| موی انسان |
| شیشه |
| پشم |
| موی گربه |
| ابریشم |
| لاستیک |
| انتهای منفی سری |

۴) در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (سری تریبوالکتریک)، هر چه جسم به انتهای منفی سری نزدیک‌تر باشد، الکترون‌خواهی بیشتری دارد.

**۱۳ ۱** چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبوالکتریک نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. به طور مشابه، ثابت می‌شود که در تماس دو جسم C و D، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می‌شود.
بنابراین اجسام A و C و هم‌چنین B و D یک‌دیگر را دفع می‌کنند، پس گزینهٔ (۱) صحیح است.

| انتهای مثبت سری | |
|---|---|
| A | در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود $(q_A>0, q_B<0)$ |
| B | |
| C | در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود. $(q_C>0, q_D<0)$ |
| D | |
| انتهای منفی سری | |

**۱۴ ۴** مشابه با پاسخ سؤال قبل، بار الکتریکی میله‌های A و C مثبت و بار الکتریکی میله‌های B و D منفی می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، بارهای هم‌علامت یک‌دیگر را دفع و بارهای مختلف‌العلامت یک‌دیگر را جذب می‌کنند. حال به بررسی گزینهٔ (۴) می‌پردازیم:




۴) چون بار الکتریکی دو میلهٔ A و D مختلف‌العلامت است، بنابراین این دو میله هم‌دیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه جهت چرخش میلهٔ آویخته شده در این گزینه، نادرست نشان داده شده است.

**۱۵ ۳** در اثر مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود، زیرا جسم A به سر مثبت جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین دو گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne \Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

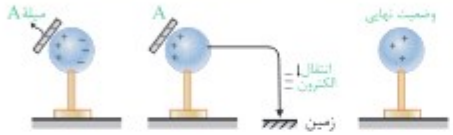
حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

× عدد صحیح نمی‌باشد. $\rightarrow$ ۱) $n=\frac{q}{e}=\frac{2\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=1/25$

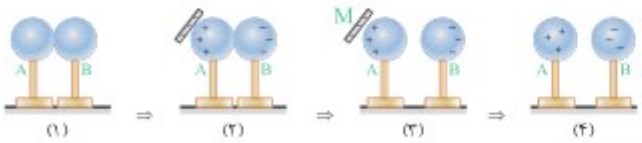
✓ عدد صحیح است. $\rightarrow$ ۳) $n=\frac{q}{e}=\frac{8\times10^{-10}}{1/6\times10^{-19}}=5\times10^{9}$

بنابراین فقط در گزینهٔ (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

**۱۶ ۲** هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی جسم باردار قرار گیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی، میلهٔ A در اثر مالش با پارچه B دارای بار الکتریکی منفی می‌شود (چرا؟). با نزدیک کردن میلهٔ A با بار منفی به کرهٔ رسانا، بارهای کره از یک‌دیگر جدا شده و بارهای مثبت به سمت میله جذب می‌شوند. هنگامی‌که دست ما با کره تماس پیدا می‌کند، بارهای منفی کره که از میله دور شده‌اند، توسط دست ما به زمین منتقل می‌شوند. در این وضعیت با دور کردن میله از کره، مطابق شکل بارهای مثبت در سطح کره به‌صورت یکنواخت پخش می‌شوند.

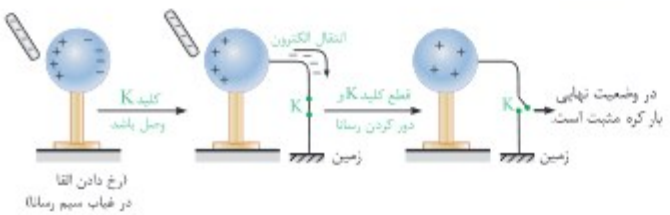



**۱۷ ۴** در سری الکتریسیتهٔ مالشی، N نسبت به M به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو تیغهٔ M و N، تیغهٔ M دارای بار منفی می‌شود. با نزدیک کردن تیغهٔ M به کرهٔ A، در دو کرهٔ رسانا، تفکیک بار صورت می‌گیرد. با جدا کردن دو کره و سپس دور کردن تیغهٔ M مطابق شکل، کرهٔ A دارای بار الکتریکی مثبت و کرهٔ B دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد.

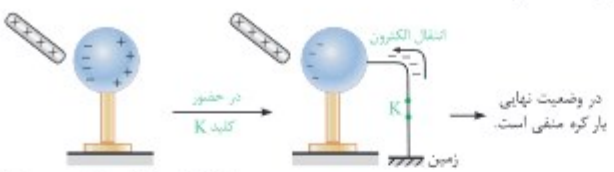



**۱۸ ۲** ابتدا دقت کنید که هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی یک جسم باردار قرار بگیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. حال به بررسی هریک از شکل‌ها می‌پردازیم:

توضیحات شکل ۱:



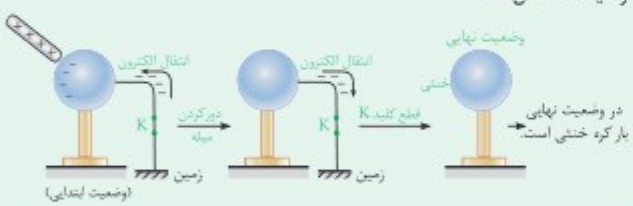

توضیحات شکل ۲:




**دقت**

در شکل (۲) در حضور میله با بار مثبت، بارها در کره تفکیک شده و در حالتی‌که کلید وصل است، الکترون‌ها از زمین به کره منتقل می‌شوند تا بار الکتریکی مثبت در سمتی از کره که از میله دورتر است را خنثی کنند و در نهایت بار الکتریکی کره منفی می‌شود.

توضیحات شکل ۳:

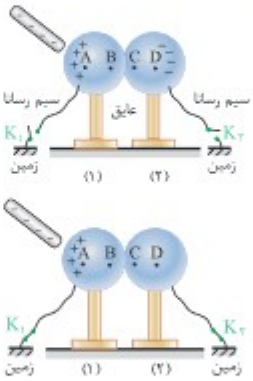



**دقت**

در شکل (۳) اگر ابتدا میله را دور کنیم، کرهٔ رسانا چون به زمین وصل است، به همان حالت اولیهٔ خود (خنثی) باز می‌گردد، یعنی الکترون‌های انتقال یافته از زمین به آن، دوباره به زمین برمی‌گردند. حال با قطع کلید K، مشخص است که کره خنثی باقی می‌ماند.

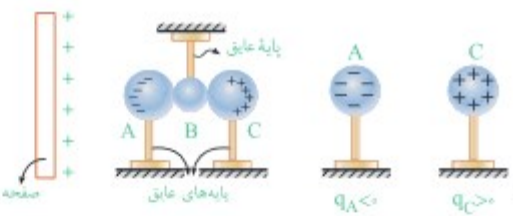
**۱۹** ۴ با نزدیک کردن میلهٔ دارای بار منفی به دو کره، بارها مطابق شکل از هم تفکیک شده و نقطهٔ A در سمت چپ دارای بار مثبت و نقطهٔ D در سمت راست دارای بار منفی می‌شود (در نقاط B و C که محل برخورد دو کره است، باری جمع نمی‌شود). با توجه به این موضوع کرهٔ (۱) دارای بار مثبت و کرهٔ (۲) دارای بار منفی می‌شود.

حال اگر کلیدها را وصل کنیم، مجموعه توسط سیم رسانا به زمین وصل می‌شود. به دلیل وجود میله در کنار کره، بارهای مثبت همچنان در اثر القا در نزدیکی میله باقی می‌مانند، ولی بارهای منفی در مجموعهٔ دو کره به زمین منتقل می‌شود. دقت کنید که مهم نیست کدام‌یک از کلیدها وصل شوند، در هر حالتی که کلیدها وصل باشند، کرهٔ (۱) دارای بار مثبت شده و کرهٔ (۲) خنثی می‌شود و گزینهٔ (۴) عبارت نادرستی است.

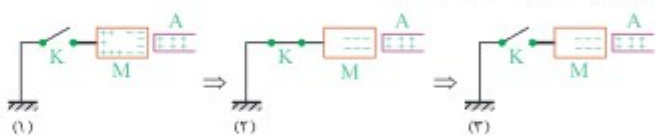



**۲۰** ۱ صفحه دارای بار الکتریکی مثبت است و از طریق القا، در کرهٔ A بار منفی و در کرهٔ C بار مثبت ایجاد می‌شود.

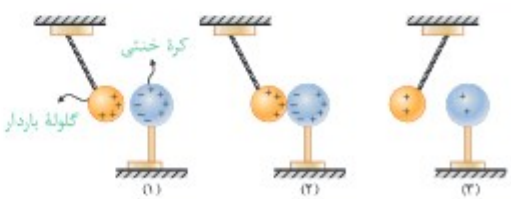
هنگامی‌که کرهٔ B را از بین دو کرهٔ A و C خارج می‌کنیم و سپس صفحهٔ باردار را دور می‌کنیم، دو کرهٔ A و C دیگر با هم در تماس نبوده و بار منفی در کرهٔ A و بار مثبت در کرهٔ C باقی می‌ماند. اندازهٔ بار الکتریکی دو کره در این حالت با هم برابر است، زیرا به تعداد الکترون‌هایی که از کرهٔ C خارج شده، به کرهٔA الکترون وارد شده است.




**۲۱** ۱ در اثر مالش دو جسم A و B، جسم A دارای بار مثبت می‌شود (چرا؟). حال با نزدیک کردن جسم A با بار الکتریکی مثبت به رسانای M، بارهای منفی در رسانای M، به سمت بارهای مثبت جسم A می‌آیند. با بستن کلید، بارهای مثبت M توسط الکترون‌های زمین خنثی می‌شوند و با باز کردن کلید K، جسم M فقط دارای بار الکتریکی منفی خواهد بود.




**۲۲** ۱ این سؤال برگرفته از آزمایش کتاب درسی است. با نزدیک کردن کرهٔ فلزی به گلولهٔ باردار، به دلیل القای الکتریکی، مطابق شکل (۱) گلوله به سمت کره جذب می‌شود و بارهای کره از یکدیگر تفکیک می‌شوند. بعد از تماس، گلوله و کره دارای بار الکتریکی هم‌نام می‌شوند و در نتیجه یکدیگر را دفع می‌کنند (مطابق شکل (۳)).



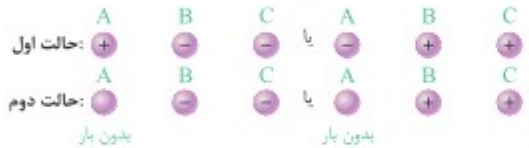

**۲۳** ۴ برای بررسی این سؤال، به موارد زیر توجه شود:

۱) اگر A و B یک‌دیگر را جذب کنند، یا دارای بار ناهم‌نام هستند و یا یکی از آن‌ها بدون بار است.

۲) اگر B و C یک‌دیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار هم‌نام هستند. در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۳) غلط هستند.

۳) حالت‌های ممکن برای این سه جسم عبارت است از:

بنابراین با توجه به شکل‌های زیر، گلوله‌های A و C نمی‌توانند بار هم‌نام داشته باشند.




**۲۴** ۴ هنگامی که به آونگ وسطی بار الکتریکی منفی داده می‌شود، باعث تفکیک بارها در دو کرهٔ مشابه دیگر می‌شود. به‌طوری‌که در دو کرهٔ سمت راست و سمت چپ بارها مطابق شکل مقابل تفکیک شده و به علت جاذبهٔ به‌وجود آمده بین هر یک از کره‌های کناری با کرهٔ وسطی، آن‌ها جذب کرهٔ وسطی شده و شکل آونگ‌ها به‌صورت مقابل می‌شود:

**۲۵** ۲ هنگامی‌که بادکنک را با پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، بادکنک دارای بار الکتریکی می‌شود. در اثر نزدیک کردن بادکنک به رشته سیم نازک، به علت پدیدهٔ القای الکتریکی، رشته سیم به سمت بادکنک جذب می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

**۲۶** ۲ با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، در اثر مالش دو جسم A و B، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود (چرا؟). بنابراین دو گزینهٔ (۳) و (۴) نادرست است. از طرفی با نزدیک کردن یک میلهٔ باردار به یک جسم بدون بار، بارهای الکتریکی جسم تفکیک‌شده و بارهای الکتریکی ناهم‌نام با میله، در نزدیکی میله قرار می‌گیرد. بنابراین با نزدیک کردن هر یک از اجسام A و B به خرده‌های کاغذ، آرایش بارها به صورت زیر می‌باشد:

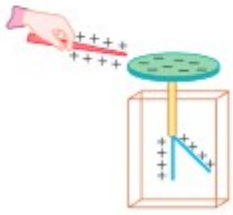
نزدیک کردن جسم B به خرده‌های کاغذ

نزدیک کردن جسم A به خرده‌های کاغذ

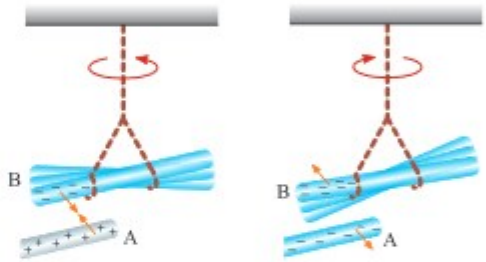
بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

**۲۷** ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۲) توجه کنید.

با نزدیک کردن جسم با بار الکتریکی مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، الکترون‌های موجود بر روی ورقه‌های الکتروسکوپ به سمت کلاهک جذب می‌شوند. کلاهک الکتروسکوپ با جذب این الکترون‌ها دارای بار الکتریکی منفی می‌شود. در این حالت ورقه‌های الکتروسکوپ که الکترون خود را از دست داده‌اند، دارای بار الکتریکی مثبت می‌شوند.



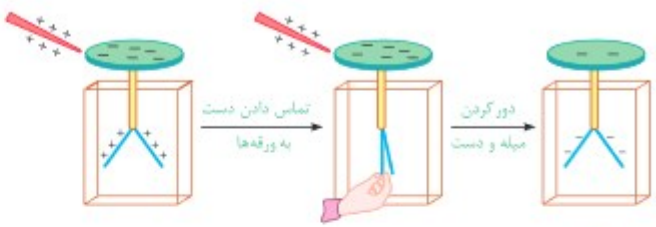
**۲۸** **۴** با باز شدن ورقه‌های الکتروسکوپ، متوجه می‌شویم که جسم نزدیک شده به الکتروسکوپ (A) باردار است، ولی با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمی‌توان نوع بار جسم A را تعیین کرد. بنابراین بار میلهٔ A می‌تواند مثبت یا منفی باشد.




**۲۹** **۲** با توجه به خلاصه نکات (۲)، اگر ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس باز شوند قطعاً بار اولیهٔ الکتروسکوپ باری مخالف بار میله (یعنی مثبت) بوده و بار آن منفی است.

**۳۰** **۱** در این آزمایش، از طریق القا قسمتی از بار ورقه‌ها به سمت کلاهک متمایل می‌شوند، بنابراین بار ورقه‌ها کاهش یافته و در نتیجه زاویهٔ بین ورقه‌ها نیز کم می‌شود.

**۳۱** **۴** با نزدیک کردن میله با بار مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، تعدادی از الکترون‌های آزاد ورقه‌های الکتروسکوپ در اثر نیروی ربایشی بار مثبت میله، به کلاهک منتقل و روی آن جمع می‌شوند، در نتیجه ورقه‌ها با از دست دادن تعدادی الکترون، دارای بار مثبت می‌شوند. با اتصال دست به ورقه‌ها، بار مثبت اضافی روی ورقه‌ها با دریافت الکترون آزاد (که از طریق تماس دست ما به آن منتقل می‌شود) خنثی می‌شوند. اما بار منفی القا شده در کلاهک روی آن باقی می‌ماند. با قطع تماس دست و سپس دور کردن میله از کلاهک، بار منفی جمع شده در کلاهک، روی ورقه‌ها و کلاهک پخش شده و در نتیجه دوباره ورقه‌ها از هم دور می‌شوند. به شکل‌های زیر دقت کنید:

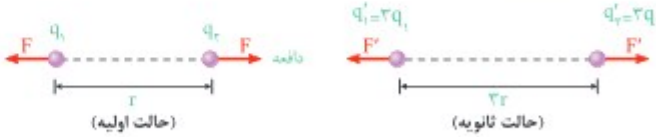



**۳۲** **۱** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۳) توجه کنید.

با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\rightarrow\begin{cases}F\propto q_1q_2 \Rightarrow \text{رابطهٔ مستقیم با حاصل ضرب اندازهٔ بارها}\\ F\propto\frac{1}{r^2}\Rightarrow \text{رابطهٔ معکوس با مجذور فاصلهٔ بین دو بار}\end{cases}$$

**۳۳** **۲** با استفاده از قانون کولن و با توجه به سه برابر شدن بارها و فاصله‌ها، به راحتی می‌توان نوشت:




$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q_2'}{q_2}\times\frac{q_1'}{q_1}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=3\times3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=1$$

**خلاقیت حرفه‌ای‌ها**

با ۹ برابر شدن صورت کسر، کل کسر ۹ برابر می‌شود و با ۹ برابر شدن مخرج کسر، کل کسر $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود و در مجموع کسر ثابت می‌ماند. $\left(9\times\frac{1}{9}=1\right)$

$$F_{\text{ثابت}}=\frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\quad\begin{matrix}\text{۳ برابر}\uparrow & \uparrow\text{۳ برابر}\\ & \uparrow(3)^2\end{matrix}$$

**۳۴** **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطهٔ قانون کولن می‌توان نوشت:

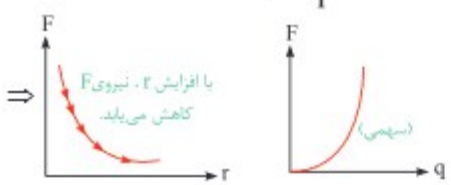
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow k=\frac{Fr^2}{q_1q_2}\Rightarrow k\text{ واحد}\equiv\frac{\text{نیوتون}\times(\text{متر})^2}{\text{کولن}\times\text{کولن}}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}$$

در ادامه با توجه به رابطهٔ $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$، واحد ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ $(\varepsilon_0)$، برعکس واحد ثابت کولن $(k)$ است و داریم:

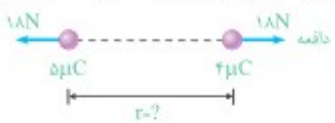
$$k\text{ واحد}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}\Rightarrow\varepsilon_0\text{ واحد}\equiv\frac{C^2}{N.m^2}$$

**۳۵** **۳** با توجه به رابطهٔ نیروی کولنی بین دو بار، رابطهٔ $F$ با $r$ و $q$ به‌صورت زیر است:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\xrightarrow{q_1=q_2=q}F=\frac{kq^2}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}F\propto q^2\\ F\propto\frac{1}{r^2}\end{cases}$$




**۳۶** **۴** با جای‌گذاری مقادیر $q_1$، $q_2$ و $F$ در رابطهٔ کولن داریم:




$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow r^2=\frac{kq_1q_2}{F}=\frac{9\times10^9\times(5\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{18}=0/01$$

$$\Rightarrow r=0/1m=10cm$$

**۳۷** **۴** اندازهٔ نیروی بین بارهای الکتریکی هم‌نام $q_1$ و $q_2=5q_1$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r=3m\ ,\ F=0/02N$$

$$0/02=\frac{9\times10^9\times5q_1^2}{3^2}\Rightarrow q_1^2=4\times10^{-12}\Rightarrow|q_1|=2\times10^{-6}C=2\mu C$$

$$q_1=ne\Rightarrow2\times10^{-6}=n\times(1/6\times10^{-19})\rightarrow n=\frac{2}{1/6}\times10^{13}=1/25\times10^{13}$$

**۳۸** **۳** با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow5=9\times10^9\times\frac{q_1q_2}{(3\times10^{-1})^2}\Rightarrow q_1q_2=5\times10^{-11}C^2=50(\mu C)^2\\ q_1+q_2=15\mu C\end{cases}$$

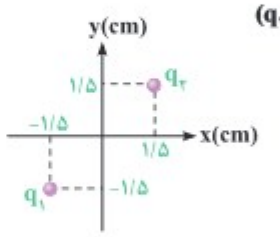
حاصل‌ضرب دو بار هم‌نام $50(\mu C)^2$ و حاصل‌جمع آن‌ها $15\mu C$ است، بنابراین اندازهٔ بار الکتریکی دو ذره برابر $5\mu C$ و $10\mu C$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید

با حل معادله‌ای درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این‌کار، زمان‌بر و طولانی است.

**۳۹** ۲ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است. برای تسلط بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

**تمرین** در شکل زیر بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_1$ در SI کدام است؟

$$(q_1 = q_2 = 2\mu C\ ,\ k = 9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)$$




۱) $\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j}$

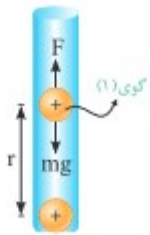
۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\vec{i} - 10\sqrt{2}\vec{j}$

۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\vec{i} - 20\sqrt{2}\vec{j}$

۴) $\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j}$

**پاسخ** گزینهٔ (۲)

**۴۰** ۲ برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعهٔ الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:



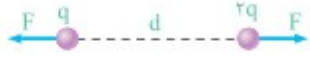

شرط معلق ماندن: $F = mg \Rightarrow \frac{kq\times q}{r^2} = mg$

$$\Rightarrow \frac{9\times10^9\times q^2}{(1\times10^{-2})^2} = (0/9\times10^{-3})\times10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16}C^2 \Rightarrow q = 10^{-8}C$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n\times(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6}\times10^{11} = 6/25\times10^{10}$$

**۴۱** ۴ با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار 2q وارد می‌کند، با نیرویی که بار 2q بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:




$$\begin{cases} 2q \text{ نیروی } q \text{ بر } = \vec{F} = 10\vec{i} \\ q \text{ نیروی } 2q \text{ بر } = -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$

**۴۲** ۳ از آن جایی‌که نیرویی که ذرهٔ A بر ذرهٔ B وارد می‌کند، با نیرویی که ذرهٔ B بر ذرهٔ A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2m a_B$$

$$\Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

**خلاقیت حرفه‌ای‌ها**

چون اندازهٔ نیروها با یک‌دیگر یکسان است، ذرهٔ A که جرم آن نصف جرم ذرهٔ B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذرهٔ B دارد.

**۴۳** ۴ با توجه به جذب شدن بارهای $q_1$ و $q_2$ می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، در نتیجه بارهای $-6q_1$ و $+8q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند (چرا؟!). از طرفی با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_2' q_1'}{q_2 q_1}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{8q_2\times(6q_1)}{q_2 q_1}\times\left(\frac{10}{20}\right)^2 = 12 \Rightarrow F' = 12F$$

**۴۴** ۴ می‌دانیم نیروی کولنی با مجذور فاصلهٔ بین دو بار رابطهٔ عکس دارد، با جایگذاری در رابطهٔ کولن با توجه به دو برابر شدن نیروی کولنی می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{F\propto\frac{1}{r^2}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=2F} \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{\sqrt{2}}r \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

**۴۵** ۱ **روش اول:** با توجه به ثابت ماندن نیرو در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{k(2q_1)\times q_2}{(r')^2} \Rightarrow r' = \sqrt{2}\,r$$

**روش دوم:** با دو برابر شدن اندازهٔ یکی از بارها، نیروی بین دو بار الکتریکی هم ۲ برابر می‌شود و برای ثابت ماندن نیرو، باید r را طوری انتخاب کنیم که کسر را نصف کند و این موضوع یعنی r باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$F_{\text{ثابت}} = \frac{k\,q_1\,q_2}{r^2} \quad (q_1: \uparrow 2 \text{ برابر}) \quad (r^2: \text{برابر } (\sqrt{2})^2)$$

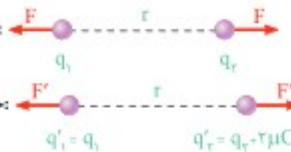
**۴۶** ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، نیروی الکتریکی که از طرف هسته بر الکترون در هر یک از اتم‌های هیدروژن و یون $Li^{2+}$ وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{در اتم هیدروژن}: F_H = \dfrac{k\,q_{\text{الکترون}}\,q_{\text{هستهٔ H}}}{r_H^2} \\ \text{در یون } Li^{2+}: F_{Li} = \dfrac{k\,q_{\text{الکترون}}\,q_{\text{هستهٔ Li}}}{r_{Li}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_H}{F_{Li}} = \frac{q_{\text{هستهٔ H}}}{q_{\text{هستهٔ Li}}}\times\left(\frac{r_{Li}}{r_H}\right)^2 = \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{27}$$

دقت شود چون عدد اتمی لیتیم برابر ۳ و عدد اتمی هیدروژن برابر ۱ است، بنابراین بار هستهٔ لیتیم، ۳ برابر بار هستهٔ هیدروژن است.

**۴۷** ۲ با بررسی دو حالت داریم:




$$\begin{cases} (1)\ F = \dfrac{k q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} 0/02 = \dfrac{k q^2}{r^2} \\ (2)\ F' = \dfrac{k q_1' q_2'}{r'^2} \Rightarrow 0/03 = \dfrac{k q(q+2)}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{0/02}{0/03} = \frac{k\frac{q^2}{r^2}}{k\frac{q(q+2)}{r^2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{q}{q+2}$$

$$\Rightarrow 2q + 4 = 3q \Rightarrow q = 4\mu C$$

**۴۸** ۳

**تذکر**

در تست‌های (۴۸) تا (۵۶)، با گروه ساده و نسبتاً مهمی از تست‌های کنکور برخورد می‌کنیم که در آن قسمتی از بار $q_1$ را برداشته و به $q_2$ اضافه می‌کنیم. در این گونه از سؤالات، کافی است دو بار قانون کولن را بنویسیم و یا از تناسب کمک بگیریم. با مطالعهٔ پاسخ تشریحی این تست‌ها، این موضوع را به‌خوبی یاد می‌گیرید.

اگر ۲۵ درصد $\left(\frac{۱}{۴}\right)$ یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در مقایسهٔ دو حالت داریم:

حالت اولیه: $F \leftarrow q \quad r \quad q \rightarrow F$

حالت ثانویه: $F' \leftarrow q-\frac{۱}{۴}q \quad r \quad q+\frac{۱}{۴}q \rightarrow F'$

$$\begin{cases}(۱): F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F=\frac{kq^۲}{r^۲}\\ (۲): F'=\frac{kq'_۱q'_۲}{r^۲}=\frac{k\left(\frac{۳}{۴}q\right)\left(\frac{۵}{۴}q\right)}{r^۲}=\frac{k\frac{۱۵}{۱۶}q^۲}{r^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow F'=\frac{۱۵}{۱۶}F$$

**۴ ۴۹** درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را $x$ درنظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به‌دست می‌آوریم:

حالت اولیه: $F \leftarrow +Q \quad r \quad +Q \rightarrow F$

حالت ثانویه: $F' \leftarrow Q-xQ \quad r \quad Q+xQ \rightarrow F'$

$$\begin{cases}(۱): F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F=\frac{kQ^۲}{r^۲}\\ (۲): F'=\frac{kq'_۱q'_۲}{r'^۲}=k\frac{\overbrace{(Q-xQ)}^{Q(۱-x)}\overbrace{(Q+xQ)}^{Q(۱+x)}}{r^۲}=\frac{kQ^۲}{r^۲}(۱-x^۲)\end{cases}$$

$$F'=\frac{۱۵}{۱۶}F \Rightarrow (۱-x^۲)\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right)=\frac{۱۵}{۱۶}\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right) \Rightarrow ۱-x^۲=\frac{۱۵}{۱۶}$$

$$\Rightarrow x^۲=۱-\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶} \Rightarrow x=\frac{۱}{۴} \equiv ٪۲۵$$

**خلاقیت حرفه‌ای‌ها**

به‌دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کافیست کمی ذهنی‌تر به این سؤال نگاه کنیم:

$$F \leftarrow q \quad r \quad q \rightarrow F \Rightarrow F' \leftarrow q+xq=q(۱+x) \quad r \quad q-xq=q(۱-x) \rightarrow F'$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲} \Rightarrow \frac{F'}{F}=۱-x^۲=\frac{۱۵}{۱۶} \Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۱۶} \Rightarrow x=\frac{۱}{۴} \equiv ٪۲۵$$

باز هم سریع‌تر: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۱۶}F \Leftarrow$ جذر $\frac{۱}{۱۶}$ برابر $x$ است. $\Leftarrow x=\frac{۱}{۴}$ یا ٪۲۵ است.

**تمرین** اگر نیرو $\frac{۲۴}{۲۵}$ برابر شود، $x$ چه‌قدر است؟

**پاسخ** نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۲۵}F \Leftarrow$ جذر $\frac{۱}{۲۵}$ برابر $x$ است. $\Leftarrow x=\frac{۱}{۵}$ یا ٪۲۰ است.

**۲ ۵۰** درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه می‌کنیم را $x$ در نظر گرفته و در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

حالت اولیه: $F \leftarrow q \quad r \quad q \rightarrow F \quad F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow F=\frac{kq^۲}{r^۲}$

حالت ثانویه: $F' \leftarrow q-xq \quad r+\frac{۲۵}{۱۰۰}r=\frac{۵}{۴}r \quad q+xq \rightarrow F'$

$$F'=\frac{k(q-xq)(q+xq)}{(\frac{۵}{۴}r)^۲}=\frac{kq(۱-x)q(۱+x)}{\frac{۲۵}{۱۶}r^۲}=\frac{۱۶kq^۲(۱-x^۲)}{۲۵r^۲}$$

طبق صورت سؤال، نیروی بین دو بار ۵۲ درصد کاهش یافته است، بنابراین داریم:

$$F'=F-\frac{۵۲}{۱۰۰}F=\frac{۴۸}{۱۰۰}F \Rightarrow \frac{۱۶kq^۲(۱-x^۲)}{۲۵r^۲}=\frac{۴۸}{۱۰۰}\times\frac{kq^۲}{r^۲}$$

$$\Rightarrow ۱-x^۲=\frac{۳}{۴} \Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}=۵۰٪$$

**۱ ۵۱** ابتدا باید دقت شود که دو بار **ناهم‌نام** هستند و اگر ۵۰ درصد (به زبان ساده‌تر نصف) یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم و هم‌زمان فاصلهٔ بارها را نیز نصف کنیم، داریم:

حالت اولیه: $F \leftarrow q_۱=۲\mu C \quad r \quad q_۲=-۲\mu C \rightarrow F$

۵۰ درصد (نصف) $q_۱$ را به $q_۲$ اضافه کردیم. ۵۰ درصد $q_۱$ را کاهش دادیم یعنی نصف کردیم.

حالت ثانویه: $F' \leftarrow q'_۱=۲\times\frac{۱}{۲}=۱\mu C \quad \frac{r}{۲} \quad q'_۲=-۲+\frac{۱}{۲}\times۲=-۱\mu C \rightarrow F'$

$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{۱\times۱}{۲\times۲}\times\left(\frac{r}{\frac{r}{۲}}\right)^۲=۱$$

**۲ ۵۲** این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود. در این سؤال ۲۰ درصد $\left(\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۵}\right)$ یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصلهٔ دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حالت اولیه: $q \quad r \quad -q \rightarrow F \quad F$

حالت ثانویه: $F' \leftarrow q'_۱=q-\frac{۱}{۵}q=\frac{۴}{۵}q \quad r' \quad q'_۲=-q+\frac{۱}{۵}q=-\frac{۴}{۵}q \rightarrow F'$

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} \xrightarrow{F'=F} k\frac{q\times q}{r^۲}=k\frac{\frac{۴}{۵}q\times\frac{۴}{۵}q}{(r')^۲} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^۲=\frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \frac{r'}{r}=\frac{۴}{۵}$$

**۲ ۵۳** با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

**۴ ۵۴** این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases}F_۱=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\\ F_۲=k\frac{(q_۱-\frac{۱}{۲}q_۱)(q_۲+\frac{۱}{۲}q_۱)}{r^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}q_۱q_۲+\frac{۱}{۴}q_۱^۲}{q_۱q_۲}=۰/۵+\frac{q_۱}{۴q_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=۰/۵+\frac{q_۱}{۴q_۲} \Rightarrow \text{اگر} \begin{cases}\frac{q_۱}{۴q_۲}=۰/۵ \Rightarrow q_۱=۲q_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}=۱ \Rightarrow F_۲=F_۱\\ \frac{q_۱}{۴q_۲}>۰/۵ \Rightarrow q_۱>۲q_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}>۱ \Rightarrow F_۲>F_۱\\ \frac{q_۱}{۴q_۲}<۰/۵ \Rightarrow q_۱<۲q_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱}<۱ \Rightarrow F_۲<F_۱\end{cases}$$

بنابراین بسته به شرایط بارهای $q_۱$ و $q_۲$، هر یک از گزینه‌ها می‌تواند صحیح باشد و گزینهٔ (۴) صحیح است.

۵۵ ۲ با توجه به پاسخ سؤال قبل، اگر $|q_1|>2|q_2|$ باشد، نیروی بین دو بار پس از اعمال تغییرات، افزایش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۵۶ ۲ فرض کنید که $x$ درصد از بار $q_2$ را به $q_1$ منتقل کرده‌ایم:

$$F=\frac{kq_1'q_2'}{r^2}=\frac{k(q_1+x\times q_2)(q_2-x\times q_2)}{r^2}$$

$$\xrightarrow{q_2=2q_1} F=\frac{k(q_1+x\times 2q_1)(2q_1-x\times 2q_1)}{r^2}$$

$$\Rightarrow F=\frac{kq_1\times 2q_1(1+2x)(1-x)}{r^2}=\frac{2kq_1^2}{r^2}(1+x-2x^2)$$

حال باید مقدار بیشینهٔ تابع به دست آمده را محاسبه کنیم. همان‌طور که می‌دانیم، در توابع درجهٔ (۲) به فرم $y=ax^2+bx+c$، برای به دست آوردن مرکز سهمی، می‌توانیم از رابطهٔ $x=-\frac{b}{2a}$ استفاده کنیم. بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

رأس سهمی : $x=-\frac{1}{2\times(-2)}=\frac{1}{4}\equiv 25\%$

**نکته**

اگر دو بار الکتریکی هم نام باشند، با ثابت بودن مجموع بار الکتریکی آن‌ها، در صورتی نیروی الکتریکی بین آن ها در یک فاصلهٔ معین بیشینه است که اندازهٔ دو بار الکتریکی با هم برابر باشد $(q_1'=q_2'=\frac{\text{مجموع بار آن‌ها}}{2})$. بنابراین در این سؤال نیز زمانی نیروی بین دو بار بیشینه است که داشته باشیم:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{q_1+2q_1}{2}=\frac{3}{2}q_1\Rightarrow \text{تغییرات بار } q_2: \frac{3}{2}q_1-2q_1$$

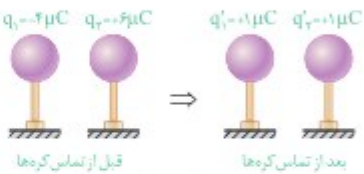
$$=-\frac{1}{2}q_1\Rightarrow \text{درصد تغییرات بار } q_2=\frac{-\frac{1}{2}q_1}{2q_1}=-\frac{1}{4}=-25\%$$

۵۷ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۴) توجه کنید.

**بررسی گزینه‌ها**

۱) با توجه به مشابه بودن کره‌ها، پس از تماس آن‌ها با یک‌دیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یک‌دیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:

$$\begin{cases}q_1=-4\mu C\\ q_2=+6\mu C\end{cases}\Rightarrow q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{(-4)+6}{2}=1\mu C$$




۲) بار کره‌ها قبل از تماس ناهم‌نام و بعد از تماس هم‌نام است. بنابراین نیروی کولنی بین بارها قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه می‌شود.

۳) بار کره‌ها بعد از تماس $+1\mu C$ می‌شود. به‌عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یک‌دیگر باید به میزان $-5\mu C$ بار از کرهٔ A به کرهٔ B منتقل شود (نه از کرهٔ B به A).

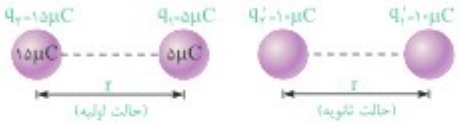
در ادامه با توجه به رابطهٔ $q=ne$، تعداد الکترون‌های مبادله‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$q=ne\Rightarrow -5\times 10^{-6}=n\times(-1/6\times 10^{-19})\Rightarrow n=3/125\times 10^{13}$$

۴) با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}=9\times 10^9\times\frac{10^{-6}\times 10^{-6}}{(\frac{1}{2})^2}=36\times 10^{-3}N=36mN$$

۵۸ ۴ با توجه به مشابه بودن دو کره، پس از تماس آن‌ها به یک‌دیگر بار الکتریکی هر یک از آن‌ها برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ است و برای مقایسهٔ دو حالت داریم:




$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=10\mu C$$

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q_1'q_2'}{q_1q_2}=\frac{10\times 10}{15\times 5}=\frac{100}{75}=\frac{4}{3}\simeq 1/33=\frac{133}{100}$$

$\Rightarrow$ نیروی کولنی تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

**سؤال اگر دو کره ناهم‌نام بودند، آن‌گاه نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شد؟**

۵۹ ۳ چون کره‌ها مشابه هستند، مجموع بار آن‌ها به‌صورت یکسان بین کره‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_1'=q_2'=q_3'=\frac{q_1+q_2+q_3}{3}=\frac{4+(-12)+(-10)}{3}=-\frac{18}{3}=-6\mu C$$

۶۰ ۱ طبق صورت سؤال، بار اولیهٔ کره‌ها به صورت زیر است:

$$q_1=4\mu C\ ,\ q_2=-12\mu C\ ,\ q_3=-10\mu C$$

وقتی دو کرهٔ مشابه (۱) و (۲) را به هم تماس دهیم، مجموع بار الکتریکی این دو کره، به طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{4+(-12)}{2}=-4\mu C$$

حال بار الکتریکی کرهٔ (۲) برابر $-4\mu C$ و بار الکتریکی کرهٔ (۳) برابر $-10\mu C$ است. اگر این دو کرهٔ مشابه را با هم تماس دهیم، بار الکتریکی آن‌ها برابر است با:

$$q_3''=q_2''=\frac{q_2+q_2'}{2}=\frac{(-10)+(-4)}{2}=-7\mu C$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۶۱ ۲ می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یک‌دیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

**الف) اندازهٔ بار دو کره برابر است $(|q_1|=|q_2|)$:** در این حالت با تماس دو کره، بارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یک‌دیگر را دفع کنند.

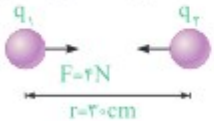
$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}=0$$

**ب) اندازهٔ بار دو کره برابر نباشد:** در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به‌طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

**تذکر**

دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

۶۲ ۲ در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یک‌دیگر را جذب می‌کنند و این یعنی بارهای آن‌ها ناهم‌نام بوده‌اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال، حاصل‌ضرب $|q_1q_2|$ برابر است با:




$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\Rightarrow 4=\frac{9\times 10^9q_1q_2}{(30\times 10^{-2})^2}\Rightarrow|q_1q_2|=4\times 10^{-11}C^2=40(\mu C)^2\ (1)$$

در ۱۰۶ ضرب کرده‌ایم

از طرفی پس از تماس دو کره، به‌دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هریک از آن‌ها برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود که برابر $+3\mu C$ است.

$$\frac{q_1+q_2}{2}=+3\mu C \Rightarrow q_1+q_2=+6\mu C \quad (2)$$ بار هر کره پس از تماس

در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ (۲) در هر دو معادلهٔ (۱) و (۲) صدق می‌کند.

**دقت**

نیازی نبود معادلهٔ (۲) را به‌دست آوریم، از روی معادلهٔ (۱) به تنهایی نیز می‌توان گزینهٔ صحیح را انتخاب کرد.

**۶۳ ۲** **گام اول:** رابطهٔ کولن را برای دو کره در حالت اول می‌نویسیم، دقت شود که $q_1$ و $q_2$ را برحسب میکروکولن در نظر گرفته‌ایم:

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 0/9=\frac{9\times10^9\times|q_1||q_2|\times10^{-12}}{36\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow |q_1||q_2|=36 \quad \text{رابطهٔ (I)}$$

**گام دوم:** با توجه به اینکه $q_1>0$ و $|q_2|>q_1$ و بارها ناهمنام هستند، بعد از اتصال آن‌ها به یکدیگر، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|q_1'|=|q_2'|=\frac{|q_2|-q_1}{2}$$

$$F'=\frac{k|q_1'||q_2'|}{r^2} \Rightarrow 1/6=\frac{9\times10^9\left(\frac{|q_2|-q_1}{2}\right)^2\times10^{-12}}{36\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 16\times4=\left(\frac{|q_2|-q_1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|-q_1}{2}=8$$

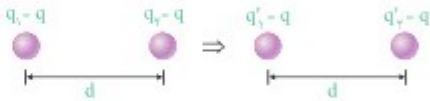
$$\Rightarrow |q_2|-q_1=16 \quad \text{رابطهٔ (II)}$$

**گام آخر:** با توجه به روابط (I) و (II)، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q_1|q_2|=36 \\ |q_2|-q_1=16 \end{cases} \Rightarrow |q_2|=18\mu C \text{ ، } q_1=2\mu C$$

**۶۴ ۴** در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصلضرب $q_1q_2$ تغییر نمی‌کند.

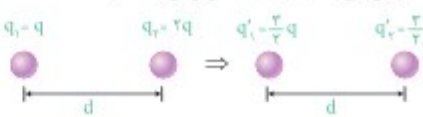



$$q_1'=q_2'=\frac{q+q}{2}=q$$

**حالت دوم:** اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.

$$q_1'=q_2'=\frac{q+(-q)}{2}=0 \Rightarrow F'=0<F$$

**حالت سوم:** اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:




$$q_1'=q_2'=\frac{q+2q}{2}=\frac{3}{2}q$$

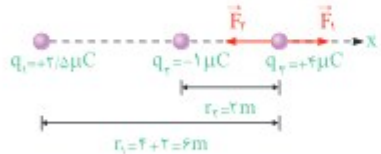
$$\begin{cases} q_1'q_2'=\frac{3}{2}q\times\frac{3}{2}q=\frac{9}{4}q^2 \\ q_1q_2=q\times2q=2q^2 \end{cases} \xrightarrow{F\propto q_1q_2} F'>F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

**۶۵ ۲** در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یک‌دیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

**۶۶ ۱** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۵) توجه کنید.

بار الکتریکی $q_1$ بار $q_3$ را دفع می‌کند $(\vec{F}_1)$ و بار الکتریکی $q_2$ بار $q_3$ را جذب می‌کند $(\vec{F}_2)$.



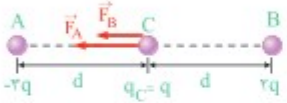

$$\begin{cases} (\text{دافعه}) F_1=k\frac{q_1q_3}{r_1^2}=9\times10^9\times\frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2}=2/5\times10^{-3}\,N \\ \xrightarrow{\vec{F}_1 \text{ در جهت محور } x} \vec{F}_1=2/5\times10^{-3}\vec{i} \\ (\text{جاذبه}) F_2=k\frac{q_2q_3}{r_2^2}=9\times10^9\times\frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2)^2}=9\times10^{-3}\,N \\ \xrightarrow{\vec{F}_2 \text{ در خلاف جهت محور } x} \vec{F}_2=-9\times10^{-3}\vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار $q_3$ برابر است با:

$$\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2=2/5\times10^{-3}\vec{i}+(-9\times10^{-3}\vec{i})=-6/5\times10^{-3}\vec{i}$$

به عبارت دیگر اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار $q_3$ برابر $6/5\times10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور $x$ می‌باشد.

**۶۷ ۲** فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار $q$ در فاصلهٔ $d$ بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر $F$ باشد در این صورت اندازهٔ نیروهای $F_A$ و $F_B$ برابر است با:




$$\text{نیروی بین A و C (جاذبه)}: \overset{\text{برابر } F}{F}=\frac{k\,q_A\,q}{d^2}\overset{\text{برابر } 3}{\Rightarrow} F_A=3F$$

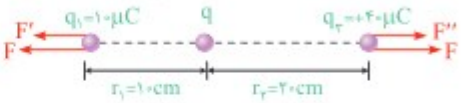
$$\text{نیروی بین B و C (دافعه)}: \overset{\text{برابر } F}{F}=\frac{k\,q_B\,q}{d^2}\overset{\text{برابر } 2}{\Rightarrow} F_B=2F$$

با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$$R=3F+2F=5F \quad (\text{به سمت چپ})$$

**۶۸ ۴** این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار $q_1$ و $q_3$ یک‌دیگر را با نیروی $F$ دفع می‌کنند. حال اگر بار $q$ را مثبت فرض کنیم، این بار $q$ دو بار $q_1$ و $q_2$ را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای

برابر بودن اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر دو بار $q_1$ و $q_2$ باید داشته باشیم:




$$\begin{cases} F_{T_1}=F+F'=F+k\dfrac{q_1q}{r_1^2}=F+k\times\dfrac{10\times10^{-6}q}{(10^{-1})^2}=F+10^{-3}kq \\ F_{T_2}=F+F''=F+k\dfrac{q_2q}{r_2^2}=F+k\times\dfrac{40\times10^{-6}q}{(2\times10^{-1})^2}=F+10^{-3}kq \end{cases}$$

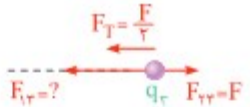
همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی $q$ چه مقدار باشد همیشه دو نیروی $F_{T_1}$ و $F_{T_2}$ با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی $q$ هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

**تذکر**

توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار $q$ منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

**۶۹ ۳** **گام اول:** چون بارهای $q_2$ و $q_3$ یک‌دیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم‌نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که $q_2$ به $q_3$ وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر $F$ و باید به‌سمت راست باشد (حالت دافعه).

**گام دوم:** همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار $q_3$ برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم‌شده، بار $q_1$، باید بار $q_3$ را با نیروی $F_{13}=\frac{3}{2}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:




$$F_T=F_{13}-F_{23}\Rightarrow\frac{F}{2}=F_{13}-F\Rightarrow F_{13}=\frac{3}{2}F$$

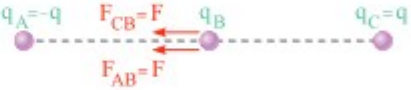
**گام سوم:** حال با توجه به این‌که $F_{13}=\frac{3}{2}F$ و $F_{23}=F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به‌دست آورد:

$$F_{13}=\frac{3}{2}F\Rightarrow F_{13}=\frac{3}{2}F_{23}\Rightarrow k\frac{q_1q_3}{(2d)^2}=\frac{3}{2}\times k\frac{q_2q_3}{d^2}\Rightarrow\left|\frac{q_1}{q_2}\right|=6$$

بار $q_1$، بار $q_3$ را جذب و بار $q_2$، بار $q_3$ را دفع می‌کند، بنابراین بارهای $q_1$ و $q_2$ مختلف‌العلامت می‌باشد و $\frac{q_1}{q_2}=-6$ می‌باشد.

**۷۰ ۳** این سؤال را در هر دو حالت بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** نیرویی که بار $q_C=q$ بر بار $q_B$ وارد می‌کند را برابر $F$ در نظر می‌گیریم. با توجه به یکسان بودن اندازهٔ $q_A$ و $q_C$ و هم‌چنین برابر بودن فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_B$، اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف بار $q_A=-q$ بر $q_B$ نیز برابر $F$ است.




$$F=\frac{kq_Bq}{d^2}\xrightarrow[d_A=d_C=d]{|q_A|=q_C}F_{CB}=F_{AB}=F$$

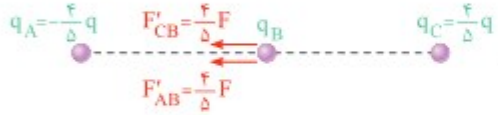
$$F_{\text{برایند}}=F+F=2F$$

**حالت دوم:** اگر ۲۰ درصد از بار $q_A$ را به $q_C$ منتقل کنیم، می‌توان نوشت:

$$q'_A=q_A-\frac{20}{100}q_A=-q-\frac{20}{100}(-q)=-\frac{80}{100}q=-\frac{4}{5}q$$

$$q'_C=q_C+\frac{20}{100}q_A=q+\frac{20}{100}(-q)=\frac{80}{100}q=\frac{4}{5}q$$

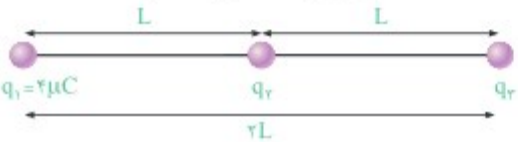
بنابراین نیروی وارد شده از طرف هر یک از بارهای $q'_C$ و $q'_A$ بر $q_B$ برابر $\frac{4}{5}F$ می‌شود.




$$F_{\text{برابر}}=\frac{kq\,q_B}{d^2}\Rightarrow F_{\text{برابر}}=\frac{4}{5}F$$

$$F'_{\text{برایند}}=\frac{4}{5}F+\frac{4}{5}F=\frac{8}{5}F\Rightarrow\frac{F'_{\text{برایند}}}{F_{\text{برایند}}}=\frac{\frac{8}{5}F}{2F}=\frac{4}{5}$$

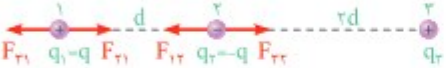
**۷۱ ۳** طبق صورت سؤال، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_3$، هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی است که بار $q_1$ بر $q_3$ وارد می‌کند. بنابراین اگر نیرویی که بار $q_1$ بر $q_3$ وارد می‌کند را برابر $F$ فرض کنیم، نیرویی که بار $q_2$ بر $q_3$ وارد می‌کند، باید برابر $2F$ و در خلاف جهت نیرویی باشد که $q_1$ بر $q_3$ وارد می‌کند. در این صورت اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار $q_3$، برابر همان $F$ می‌شود $(2F-F=F)$. بنابراین بارهای $q_1$ و $q_2$ مختلف‌العلامت بوده و در نتیجه بار $q_2$ منفی است.




$$\begin{cases} F_{1,3}=F \\ F_{2,3}=2F \end{cases}\Rightarrow F_{2,3}=2F_{1,3}\Rightarrow\frac{k\cancel{q_2}\cancel{q_3}}{L^2}=2\frac{k\cancel{q_1}\cancel{q_3}}{(2L)^2}\Rightarrow\frac{q_2}{L^2}=2\frac{q_1}{4L^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=\frac{1}{2}q_1=\frac{1}{2}\times4=2\mu C\xrightarrow{q_2<0}q_2=-2\mu C$$

**۷۲ ۴** دو بار الکتریکی $q_1=q$ و $q_2=-q$ یک‌دیگر را با نیروی هم‌اندازه جذب می‌کنند. از طرفی اندازهٔ نیروی واردشده از طرف بار $q_3$ بر $q_2$ بزرگ‌تر از اندازهٔ نیروی واردشده از طرف بار $q_3$ بر $q_1$ است (زیرا فاصلهٔ بار $q_3$ از $q_2$ کم‌تر از فاصلهٔ بار $q_3$ از $q_1$ است). بنابراین می‌توان نوشت:




$$F_{21}=F_{12}=\frac{k|q|\times|q|}{d^2}\ ,\ F_{31}=\frac{k|q_3||q|}{(3d)^2}\ ,\ F_{32}=\frac{k|q_3||q|}{(2d)^2}$$

$$|\sum F_1|=|\sum F_2|\Rightarrow F_{21}-F_{31}=F_{32}-F_{12}\Rightarrow\frac{k|q^2|}{d^2}-\frac{k|q_3||q|}{9d^2}$$

$$=\frac{k|q_3||q|}{4d^2}-\frac{k|q^2|}{d^2}\Rightarrow\frac{2k|q^2|}{d^2}=\frac{13}{36}\frac{k|q_3||q|}{d^2}$$

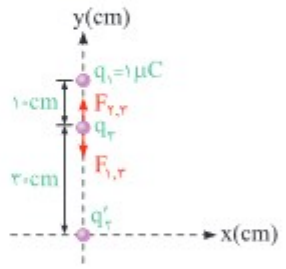
$$\Rightarrow\frac{|q_3|}{|q|}=\frac{72}{13}\Rightarrow\frac{q_3}{q_1}=\frac{72}{13}$$

**۷۳ ۲** با توجه به خلاصه نکات (۶) از آن‌جایی‌که نقطهٔ C (محل صفر شدن برایند نیروها) خارج از فاصلهٔ بین دو بار $q_A$ و $q_B$ قرار دارد، درمی‌یابیم این دو بار با یک‌دیگر مختلف‌العلامت هستند $(q_B,q_A)$ و چون نقطهٔ C به نقطهٔ B نزدیک‌تر است، می‌فهمیم این بار اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

**۷۴** ۴ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۴) صحیح است.

**۷۵** ۱ برای تعادل بار الکتریکی $q_۳$ باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار جدید $q_۲$ را با $q'_۲$ نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:

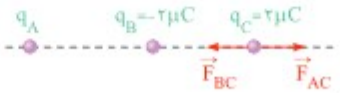
$$F_{۲,۳}=F_{۱,۳}\Rightarrow\frac{k|q'_۲||q_۳|}{(۳۰)^۲}=\frac{k|q_۱||q_۳|}{(۱۰)^۲}\Rightarrow\frac{q'_۲}{۹۰۰}=\frac{۱}{۱۰۰}\Rightarrow q'_۲=۹\mu C$$



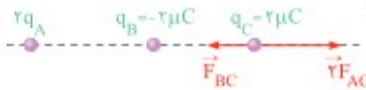

با توجه به این‌که $q_۲=۶\mu C$ است، باید $۳\mu C$ به بار $q_۲$ بیافزاییم تا بار $q_۳$ متعادل شود.

**۷۶** ۲ این سؤال را در هر دو حالت بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** در این حالت، برایند نیروهای وارد بر بار $q_C$ برابر صفر است، یعنی $\vec{F}_{AC}=-\vec{F}_{BC}$ می‌باشد.




**حالت دوم:** وقتی $q_A$ دو برابر شود، $\vec{F}_{AC}$ هم دو برابر می‌شود، یعنی برایند نیروهای وارد بر بار $q_C$ به صورت زیر می‌شود:



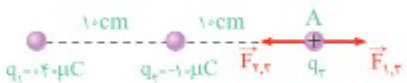

برایند نیروهای وارد بر $q_C$ در حالت دوم: $\Sigma\vec{F}=\vec{F}'_{AC}+\vec{F}_{BC}$

$$\xrightarrow{F'_{AC}=۲\vec{F}_{AC}=-۲\vec{F}_{BC}}\Sigma\vec{F}=-۲\vec{F}_{BC}+\vec{F}_{BC}=-\vec{F}_{BC}$$

$$F_{BC}=\frac{k|q_B||q_C|}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۲\times۱۰^{-۶})\times(۲\times۱۰^{-۶})}{۱۰^{-۲}}=۳/۶N$$

بردار نیروی $\vec{F}_{BC}$ در خلاف جهت محور x است (چون نیروی بین $q_B$ و $q_C$ از نوع جاذبه بوده و نیروی وارد بر $q_C$ از طرف $q_B$ به سمت چپ می‌باشد). بنابراین برایند نیروهای وارد بر $q_C$ در حالت دوم که برابر $-\vec{F}_{BC}$ شده است، به طرف راست و برحسب نیوتون برابر $\Sigma\vec{F}=+۳/۶\,\vec{i}$ می‌باشد.

**۷۷** ۴ برای این‌که برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید یک نیروی ربایشی و یک نیروی رانشی به بار واقع در نقطهٔ A وارد شود. اگر در این نقطه یک بار مثبت فرضی را قرار دهیم، داریم:

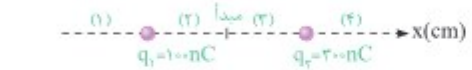



$$\left.\begin{array}{l}\text{فاصلهٔ بین } q_۱ \text{ و } q_۳ : r_{۱,۳}=۲۰cm\\ \text{فاصلهٔ بین } q_۲ \text{ و } q_۳ : r_{۲,۳}=۱۰cm\end{array}\right\}$$

$$F_{۱,۳}=F_{۲,۳}\Rightarrow\frac{k|q_۱||q_۳|}{(r_{۱,۳})^۲}=\frac{k|q_۲||q_۳|}{(r_{۲,۳})^۲}\Rightarrow\frac{۴۰q_۳}{۲^۲}=\frac{۱۰q_۳}{۱^۲}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، بار $q_۳$ (واقع در نقطهٔ A)، هر مقداری داشته باشد، رابطهٔ فوق برقرار است و به عبارتی گزینهٔ (۴) صحیح است. دقت شود که مثبت یا منفی بودن $q_۳$ نیز مشکلی برای تحلیل فوق ایجاد نمی‌کند (چرا؟!).

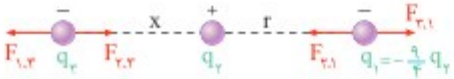
**۷۸** ۲ نیروی وارد از طرف بارهای مثبت $q_۱$ و $q_۲$ بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر بار پروتون در ناحیهٔ (۴) به سمت راست (در جهت محور x) و در ناحیهٔ (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور x) می‌باشد.




از طرفی در ناحیهٔ (۳) نیروی دافعهٔ وارد از طرف $q_۲$ بر پروتون بیشتر از نیروی دافعهٔ وارد شده از طرف $q_۱$ بر پروتون می‌باشد (چرا؟!)، بنابراین در این ناحیه برایند نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور x می‌باشد. در سمت چپ ناحیهٔ (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف $q_۱$ می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف بار $q_۲$ شود (چون پروتون به بار $q_۱$ نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیهٔ (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور x باشد.

در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیهٔ (۴) و (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به‌سمت راست و در جهت محور x باشد.

**۷۹** ۴ برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$، بارهای $q_۱$ و $q_۳$ باید هم‌علامت باشند و از طرفی برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۱$، $q_۲$ باید با $q_۳$ مختلف‌العلامت باشد. به عنوان مثال $q_۳$ و $q_۱$ منفی بوده و $q_۲$ مثبت می‌باشد.




$$\sum F_۲=۰\Rightarrow F_{۲,۳}=F_{۱,۳}\Rightarrow\frac{kq_۲q_۳}{x^۲}=\frac{kq_۱q_۳}{(x+r)^۲}$$

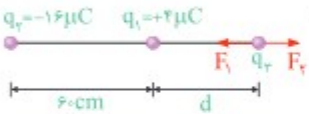
$$\Rightarrow\sqrt{\left|\frac{q_۱}{q_۲}\right|}=\frac{x+r}{x}\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{x+r}{x}\Rightarrow x=۲r\Rightarrow\frac{x}{r}=۲$$

در ادامه به‌طور مشابه با کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ داریم:

$$\sum F_۱=۰\Rightarrow\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}=\frac{kq_۱q_۳}{(x+r)^۲}\Rightarrow\left|\frac{q_۲}{q_۳}\right|=\left(\frac{x+r}{r}\right)^۲=۹\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۳}=-۹$$

دقت شود که $q_۳$ و $q_۲$ مختلف‌العلامت هستند و نسبت $\frac{q_۲}{q_۳}<۰$ می‌باشد.

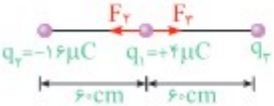
**۸۰** ۲ این سؤال، مکمل بسیار خوبی برای سؤال قبل محسوب می‌شود. با توجه به این‌که بارها در حال تعادل و طناب‌ها به طور قائم قرار گرفته‌اند، بنابراین برایند نیروی الکتریکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است.




$$F_{T_۲}=۰\Rightarrow F_۱=F_۲\Rightarrow k\frac{۴\times q_۳}{d^۲}=k\frac{۱۶\times q_۳}{(d+۶۰)^۲}\Rightarrow\frac{۴}{d^۲}=\frac{۱۶}{(d+۶۰)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{d}=\frac{۴}{d+۶۰}\Rightarrow d=۶۰cm$$

برای این‌که بار $q_۱$ نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای $q_۲$ و $q_۳$ هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار $q_۳$ باید منفی باشد) و اندازهٔ نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q_۱$ با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

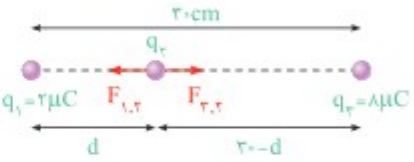



$$F_{T_۱}=۰\Rightarrow F_۲=F_۳\Rightarrow k\frac{۱۶\times۴}{۶۰^۲}=k\frac{۴\times q_۳}{۶۰^۲}\Rightarrow|q_۳|=۱۶\mu C$$

بنابراین بار $q_۳$ برابر ۱۶- میکروکولن خواهد بود $(q_۳=-۱۶\mu C)$.

**۸۱** ۴ **گام اول**(به دست آوردن بار $q_2$ و فاصلهٔ بارها از یکدیگر):

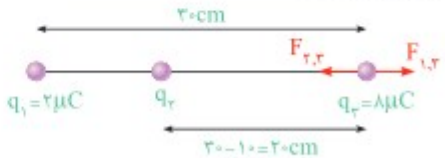
در حالت اول، با توجه به صفر بودن برایند نیروهای وارد بر بار $q_2$، می‌توان نوشت:




$$F_{1,2}=F_{3,2}\Rightarrow\frac{kq_1q_2}{d^2}=\frac{kq_3q_2}{(30-d)^2}\Rightarrow\frac{2}{d^2}=\frac{8}{(30-d)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{d^2}=\frac{4}{(30-d)^2}\Rightarrow\frac{1}{d}=\frac{2}{30-d}\Rightarrow 2d=30-d\Rightarrow d=10cm$$

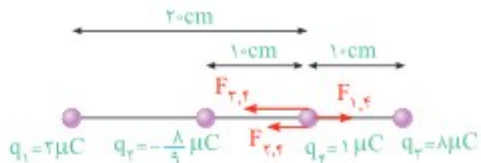
چون برایند نیروهای وارد بر بار $q_3$ نیز برابر صفر بوده و این بار در خارج از فاصلهٔ بین دو بار $q_1$ و $q_2$ قرار دارد، بنابراین بارهای $q_1$ و $q_2$ مختلف‌العلامت هستند. پس بار $q_2$ منفی بوده و می‌توان نوشت:




$$F_{1,3}=F_{2,3}\Rightarrow\frac{kq_1q_3}{30^2}=\frac{kq_2q_3}{20^2}\Rightarrow\frac{2}{30^2}=\frac{q_2}{20^2}$$

$$\Rightarrow|q_2|=\frac{8}{9}\mu C\Rightarrow q_2=-\frac{8}{9}\mu C$$

**گام دوم:** حال با قرار دادن بار $q_4=1\mu C$ در نقطهٔ O، از طرف هر سه بار دیگر بر این بار نیرو وارد می‌شود و برای محاسبهٔ برایند نیروهای وارد بر آن می‌توان نوشت:



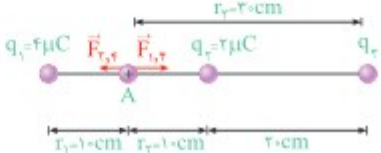

$$F_{1,4}=\frac{kq_1q_4}{r_{1,4}^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(2\times10^{-1})^2}=0/45\ N$$

$$F_{2,4}=\frac{9\times10^9\times\frac{8}{9}\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(10^{-1})^2}=0/8\ N$$

$$F_{3,4}=\frac{9\times10^9\times8\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(10^{-1})^2}=7/2\ N$$

$$|\sum F_4|=F_{3,4}+F_{2,4}-F_{1,4}=7/2+0/8-0/45=7/55N$$

**۸۲** ۳ برای صفر بودن برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_4$، باید برایند نیروهای ناشی از سه بار دیگر وارد بر بار $q_4$ (در نقطهٔ A) هم‌دیگر را خنثی کنند. در ادامه حل را با فرض مثبت بودن بار الکتریکی $q_4$ ادامه می‌دهیم. برای بررسی وضعیت نیروی ناشی از بار $q_3$ وارد بر $q_4$، ابتدا نیروهای $\vec{F}_{1,4}$ و $\vec{F}_{2,4}$ را محاسبه کرده و آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:




$$\begin{cases}F_{1,4}=\dfrac{kq_1q_4}{r_1^2}=\dfrac{9\times10^9\times4\times10^{-6}q_4}{(10^{-1})^2}=36\times10^5\,q_4\\ F_{2,4}=\dfrac{kq_2q_4}{r_2^2}\xrightarrow[q_2=\frac{1}{2}q_1]{r_1=r_2}F_{2,1}=\dfrac{1}{2}F_{1,4}=18\times10^5\,q_4\end{cases}$$

با مقایسهٔ مقادیر $F_{1,4}$ و $F_{2,4}$ به سادگی می‌توان فهمید که برایند آن‌ها برابر $18\times10^5 q_4$ و به سمت راست می‌باشد. با توجه به این موضوع برای صفر شدن برایند نیروها، $F_{3,4}$ باید برابر $18\times10^5 q_4$ و به سمت چپ باشد تا نیروی برایند وارد بر بار $q_4$ در نقطهٔ A صفر شود (چرا؟).

$$F_{3,4}=\frac{kq_3q_4}{r_3^2}\Rightarrow18\times10^5q_4=\frac{9\times10^9\times q_3q_4}{(3\times10^{-1})^2}$$

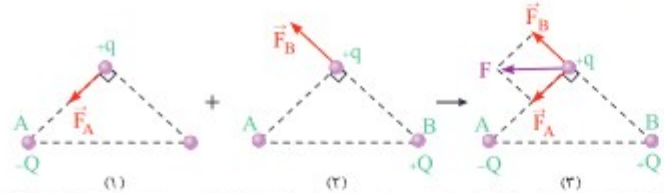
$$\Rightarrow|q_3|=18\times10^{-6}C=18\mu C$$

از طرفی چون نیروی $F_{3,4}$ به سمت چپ است، بنابراین بار $q_3$ مثبت است که $q_4$ را دفع کرده است (چرا؟).

**دقت**

همان‌طور که مشاهده کردید پارامتر $q_4$ در طی روند محاسبات ساده شد، این موضوع یعنی مقدار بار $q_4$ در متعادل بودن آن نقش ندارد. از طرفی به‌سادگی می‌توان نشان داد که اگر $q_4$ را منفی فرض می‌کردیم نیز در پاسخ نهایی مسأله تأثیر نداشت، این موضوع را بررسی کنید.

**۸۳** ۱ اگر اندازهٔ نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را $F'$ در نظر بگیریم، داریم:



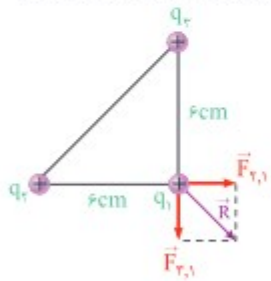

**دقت**

با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازهٔ بار در شکل‌های (۱) و (۲)، $F_A$ و $F_B$ با هم برابرند:

$$F_A=F_B=F'=\frac{kqQ}{r^2}$$

**۸۴** ۴ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_1$ را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. از آن‌جایی‌که بارهای $q_2$ و $q_3$ مشابه هستند، داریم:




$$F_{2,1}=F_{3,1}=\frac{9\times10^9\times4\times4\times10^{-12}}{(6\times10^{-2})^2}=40N$$

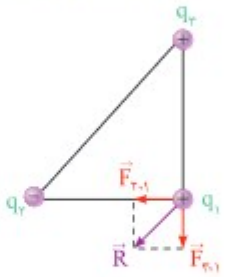
در ادامه با برایندگیری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{2,1}$ و $\vec{F}_{3,1}$ پاسخ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{F_{2,1}^2+F_{3,1}^2}=40\sqrt{2}\ N$$

**حالت دوم**(بار $q_۲$ قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها، هم‌چنان $F_{۲,۱}=F_{۳,۱}=۴۰N$ باقی می‌ماند ولی بار $q_۳$، بار $q_۱$ را دفع کرده و بار $q_۲$، بار $q_۱$ را جذب می‌کند.

$q_۳$، $q_۱$ را دفع می‌کند.
$q_۲$، $q_۱$ را دفع می‌کند.

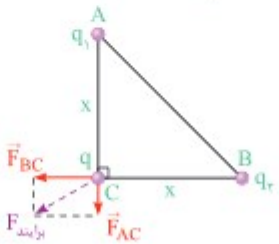
باز هم با توجه به عمود بودن $F_{۲,۱}$ و $F_{۳,۱}$ داریم:



$$R'=\sqrt{F_{۳,۱}^۲+F_{۲,۱}^۲}=۴۰\sqrt{۲}N$$

بنابراین اندازهٔ بردار برایند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می‌کند.

**۸۵** **۲** هر سه بار مثبت بوده و یک‌دیگر را دفع می‌کنند. برای محاسبهٔ برایند نیروهای وارد بر بار $q$ در نقطهٔ $C$، ابتدا با توجه به اندازهٔ نیروی بین بارهای $B$ و $C$، اندازهٔ نیروی بین بارهای $A$ و $C$ را به‌دست می‌آوریم:



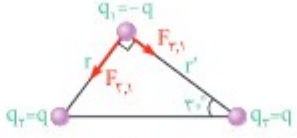
$$\begin{cases} F_{AC}=\dfrac{k q_۱ q}{x^۲} \\ F_{BC}=\dfrac{k q_۲ q}{x^۲}=۸N \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{AC}}{F_{BC}}=\frac{q_۱}{q_۲} \xrightarrow{q_۱=\frac{۳}{۴}q_۲} \frac{F_{AC}}{۸}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow F_{AC}=۶N$$

در ادامه به سادگی برایند نیروهای وارد بر بار $q$ در نقطهٔ $C$ محاسبه می‌شود:

$$F_{\text{برایند}}=\sqrt{F_{AC}^۲+F_{BC}^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰N$$ : برایند نیروها

**به‌عنوان یک تمرین، بررسی کنید که اگر بار $q_۱$ منفی باشد، برایند نیروهای وارد بر بار $q$ در نقطهٔ $C$، چند برابر وضعیت فعلی خواهد شد؟**

**۸۶** **۱** با توجه به ناهم‌نام بودن بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و هم‌چنین بارهای $q_۱$ و $q_۳$، دو بار $q_۲$ و $q_۳$ بار $q_۱$ را جذب کنند.



با توجه به روابط مثلثاتی، فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۳$، $\sqrt{۳}$ برابر فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۲$ است.

$$\tan ۳۰^\circ=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{r}{r'}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow r'=\sqrt{۳}r$$

بنابراین نیروی $F_{۳,۱}$، در این شکل $\frac{۱}{۳}$ برابر نیروی $F_{۲,۱}$ است.

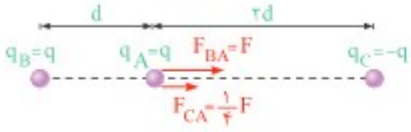
$$F\propto\frac{۱}{r^۲} \Rightarrow \frac{F_{۳,۱}}{F_{۲,۱}}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^۲=\frac{۱}{۳} \Rightarrow F_{۳,۱}=\frac{۱}{۳}F$$

دو نیروی $F_{۲,۱}$ و $F_{۳,۱}$ بر هم عمود هستند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{T_۱}=\sqrt{F_{۳,۱}^۲+F_{۲,۱}^۲}=\sqrt{\left(\frac{F}{۳}\right)^۲+F^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۹}+۱}\ F=\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}F$$

**۸۷** **۳** در هر دو شکل، برایند نیروهای وارد بر بار $q_A$ را به دست می‌آوریم:

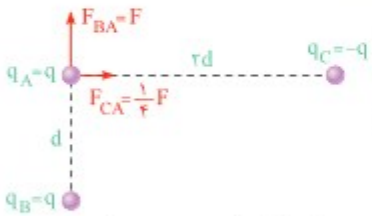
**شکل (۱)**: نیرویی که دو بار $q$ در فاصلهٔ $d$ بر هم وارد می‌کنند را برابر $F$ در نظر می‌گیریم. بنابراین نیروی بین دو بار $q_A=q$ و $q_B=q$ برابر $F$ و نیروی بین دو بار $q_A=q$ و $q_C=-q$ برابر $\frac{۱}{۴}F$ است (چون فاصلهٔ بین نقاط $A$ و $C$، دو برابر فاصلهٔ بین نقاط $A$ و $B$ است).



$$F_{BA}=\frac{k q_A q_B}{r^۲}\ ,\ F_{CA}=\frac{k q_C q_B}{r^۲} \qquad F_{\text{برایند}}=F+\frac{۱}{۴}F=\frac{۵}{۴}F$$

($F_{CA}$: $\frac{۱}{۴}$ برابر، $r^۲$: ۴ برابر $(۲)^۲$)

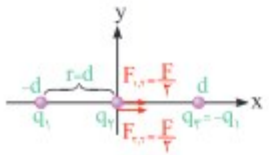
**شکل (۲)**: در این شکل، اندازهٔ نیروهای بین دو بار، برابر همان شکل (۱) است، فقط جهت نیروها تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F'_{\text{برایند}}=\sqrt{F^۲+\left(\frac{۱}{۴}F\right)^۲}=\sqrt{\frac{۱۷}{۱۶}}F=\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}F$$

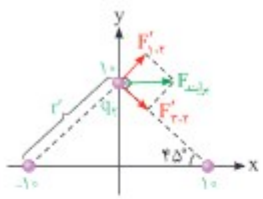
$$\Rightarrow \frac{F'_{\text{برایند}}}{F_{\text{برایند}}}=\frac{\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}F}{\frac{۵}{۴}F}=\frac{\sqrt{۱۷}}{۵}$$

**۸۸** **۳** از آن‌جا که اندازهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ با یک‌دیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_۲$ برابر است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q_۲$ مساوی و برابر $\frac{F}{۲}$ می‌باشد.



$$F=F_{۱,۲}+F_{۳,۲} \xrightarrow{F_{۱,۲}=F_{۳,۲}} F_{۱,۲}=F_{۳,۲}=\frac{F}{۲}$$

در ادامه وقتی بار $q_۲$ را به اندازهٔ $d$ روی محور $y$ جابه‌جا می‌کنیم، اندازهٔ بارها ثابت بوده و فقط فاصلهٔ بین $q_۲$ و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:



$$r'^۲=d^۲+d^۲=۲d^۲ \Rightarrow r'=\sqrt{۲}\,d$$

$$\frac{F'_{۱,۲}}{F_{۱,۲}}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\left(\frac{d}{\sqrt{۲}d}\right)^۲=\frac{۱}{۲}$$

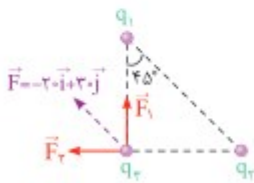
$$\Rightarrow F'_{۱,۲}=F'_{۳,۲}=\frac{۱}{۲}F_{۱,۲}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}F\right)=\frac{۱}{۴}F$$

حال برایند دو نیروی عمود بر هم $F'_{۱,۲}$ و $F'_{۳,۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{برایند}}=\sqrt{(F'_{۱,۲})^۲+(F'_{۳,۲})^۲}$$

$$\xrightarrow{F'_{۱,۲}=F'_{۳,۲}} F_{\text{برایند}}=\sqrt{۲}F'_{۱,۲}=\sqrt{۲}\times\left(\frac{۱}{۴}F\right)=\frac{\sqrt{۲}}{۴}F$$

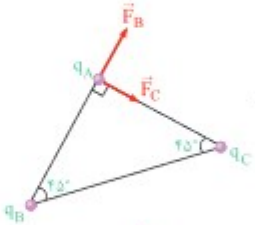
**۸۹** **۴** مطابق شکل، به بار $q_۳$، نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ به ترتیب از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ وارد می‌شود. نیروی $\vec{F}_۲$ در راستای بردار یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{F}_۱$ در راستای بردار یکهٔ $\vec{j}$ است، بنابراین $\vec{F}_۱=۳۰\vec{j}$ و $\vec{F}_۲=-۲۰\vec{i}$ خواهد بود.



با ۲ برابر کردن $q_1$، نیروی $\vec{F}_1$ هم ۲ برابر می‌شود و با ۲ برابر و قرینه کردن $q_2$، نیروی $\vec{F}_2$ هم ۲ برابر و قرینه می‌شود، یعنی می‌توان نوشت:

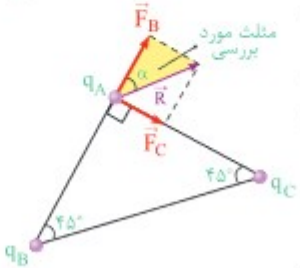
$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1'=2\vec{F}_1=60\vec{j}\\ \vec{F}_2'=-2\vec{F}_2=40\vec{i}\end{array}\right\}\rightarrow \vec{F}'=\vec{F}_2'+\vec{F}_1'=40\vec{i}+60\vec{j}$$

**۹۰** **۱** ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_A$ را رسم می‌کنیم:




$$\begin{cases}F_B=\dfrac{kq_Aq_B}{r^2}=\dfrac{k\sqrt{2}q\times q}{r^2}=\sqrt{2}k\dfrac{q^2}{r^2}\\ F_C=\dfrac{kq_Cq_A}{r^2}=\dfrac{kq\times q}{r^2}=k\dfrac{q^2}{r^2}\end{cases}$$

حال برایند این دو نیروی عمود بر هم را با توجه به شکل مقابل رسم می‌کنیم، دقت شود که $\alpha$ خواستهٔ مسأله است (زاویهٔ بردار برایند با امتداد BA):

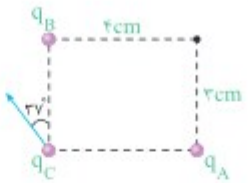


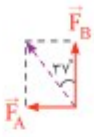

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{F_C}{F_B}=\frac{k\dfrac{q^2}{r^2}}{\sqrt{2}k\dfrac{q^2}{r^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

**۹۱** **۲** مطابق شکل، به بار $q_C$ از طرف بارهای $q_A$ و $q_B$ به ترتیب نیروهای $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ وارد می‌شود که برایند آن‌ها برابر $\vec{F}$ است.

با توجه به شکل، می‌توان نوشت:




$$\frac{\tan 37^\circ}{\frac{3}{4}}=\frac{F_A}{F_B}\rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{3}{4}$$

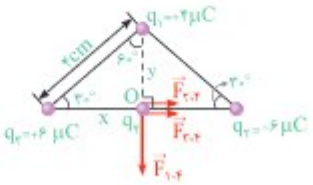
از طرفی برای مقایسهٔ $F_A$ و $F_B$ می‌توان نوشت:

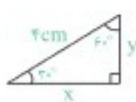
$$\begin{cases}F_A=\dfrac{k|q_A||q_C|}{r_A^2}\\ F_B=\dfrac{k|q_B||q_C|}{r_B^2}\end{cases}\xrightarrow{\frac{3}{4}}\frac{F_A}{F_B}=\frac{|q_A|}{|q_B|}\times\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r_B=3cm]{r_A=4cm}\frac{3}{4}=\frac{|q_A|}{|q_B|}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\rightarrow\frac{|q_A|}{|q_B|}=\frac{4}{3}$$

با توجه به شکل، $q_A$ بار $q_C$ را دفع کرده است و $q_B$ بار $q_C$ را جذب کرده است، بنابراین بارهای $q_A$ و $q_B$ ناهم‌نام هستند و $\dfrac{q_A}{q_B}=-\dfrac{4}{3}$ خواهد بود.

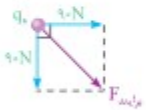
**۹۲** **۴** بارهای $q_1$ و $q_3$، بار $q_2$ را دفع کرده و بار $q_2$ آن را جذب می‌کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می‌کنیم:



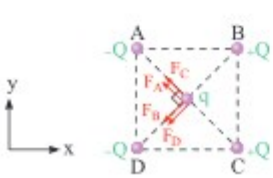

$$\begin{cases}\sin 60^\circ=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{x}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=2\sqrt{3}\ cm\\ \cos 60^\circ=\dfrac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=2cm\end{cases}$$

$$\begin{cases}F_{1,2}=\dfrac{kq_1q_2}{y^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(2\times10^{-2})^2}=90N\\ F_{3,2}=F_{2,3}=\dfrac{kq_3q_2}{x^2}=\dfrac{9\times10^9\times(6\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(2\sqrt{3}\times10^{-2})^2}=45N\\ \Rightarrow F_{3,2}\ \text{و}\ F_{2,3}\ \text{برایند:}\ F'=45+45=90N\end{cases}$$

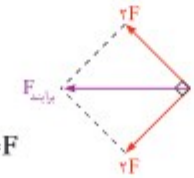



$$\Rightarrow F_{برایند}=\sqrt{90^2+90^2}=90\sqrt{2}N$$

**۹۳** **۲** برای شروع حل، اگر نیروی وارد بر بار $q$ از طرف یک بار $Q$ را برابر $F$ در نظر بگیریم، مطابق شکل جهت نیروی وارد شده از طرف هریک از بارهای دیگر بر بار $q$ به‌صورت زیر است:




$$F_A=F_B=F_C=F_D=F$$

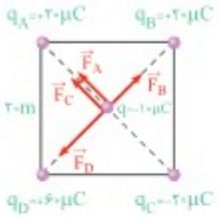



بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار $q$ در جهت منفی محور $x$ می‌باشد.

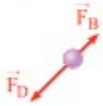
**دقت**

با توجه به هم‌اندازه بودن تمام بارهای رئوس و یکسان بودن فاصلهٔ آن‌ها از بار $q$، اندازهٔ نیروی بین بار $q$ و هر چهار ذرهٔ قرار گرفته در رئوس A، B، C و D نیز برابر $F$ بوده و تنها جهت این نیروها متفاوت است.

**۹۴** **۱** مطابق شکل نیروهای وارد بر ذرهٔ $q$ در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازهٔ قطر مربع $20\sqrt{2}\ cm$ می‌باشد، در نتیجه فاصلهٔ بار $q$ در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازهٔ قطر مربع $\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ بوده و برابر $10\sqrt{2}\ cm$ می‌باشد.




$$\begin{cases}F_B=\dfrac{kq_Bq}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(20\times10^{-6})\times(10\times10^{-6})}{(10\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=90N\\ F_D=\dfrac{kq_Dq}{r^2}\xrightarrow{q_D=3q_B}F_D=3F_B=270N\end{cases}$$

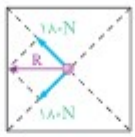



$$F_{D,B\ برایند}=F_D-F_B=270-90=180N\ (\text{در جهت نیروی}\ \vec{F}_D)$$

$$F_A=\frac{kq_Aq}{r^2}\xrightarrow{q_A=q_C=q_B}F_A=F_B=F_C=90N$$

از طرفی برایند دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_C$ نیز برابر است با:

$$F_{C,A\ برایند}=F_A+F_C=90+90=180N\quad (\text{در جهت این دو نیرو})$$



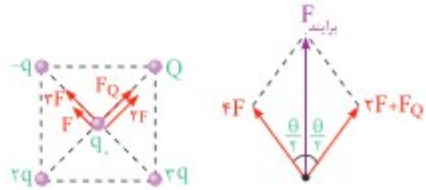
(به سمت چپ) $F_{کل}=\sqrt{۱۸۰^۲+۱۸۰^۲}=۱۸۰\sqrt{۲}\,N$

**دقت**

همان‌طور که مشاهده کردید با کمی تیزهوشی، به جای محاسبهٔ چهار نیرو، فقط یک نیرو را حساب کردیم و مابقی نیروها را با توجه به آن به‌دست آوردیم.

**۹۵** **۳** اگر اندازهٔ نیرویی که بار $q$ بر $q_۰$ وارد می‌کند برابر $F$ باشد، بار $۳q$ نیرویی به بزرگی $۳F$ را بر $q_۰$ اعمال می‌کند. با توجه به شکل زیر، برایند دو نیروی هم‌جهتی که بارهای $-q$ و $۳q$ بر $q_۰$ وارد می‌کنند، $۴F$ می‌شود.

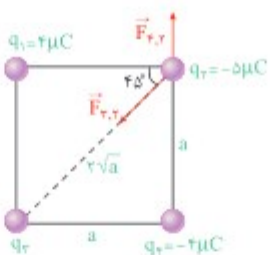
از طرفی برایند نیروهایی که بارهای $۲q$ و $Q$ بر بار $q_۰$ وارد می‌کنند، باید همین مقدار باشد تا برایند کل نیروهای وارد شده بر بار $q_۰$، بر روی نیمساز زاویهٔ $\theta$ و به‌سمت بالا قرار گیرد.



$$\Rightarrow ۴F=F_Q+۲F\Rightarrow F_Q=۲F$$

بنابراین اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف بار $Q$ بر $q_۰$ دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار $q$ بر $q_۰$ می‌باشد. با توجه به یکسان بودن فاصلهٔ تمام بارها از $q_۰$، بنابراین بار $Q$ باید برابر $-۲q$ باشد (منفی است زیرا باید $q_۰$ را جذب کند).

**۹۶** **۴** با یک سؤال تحلیلی و جالب روبه‌رو شده‌ایم. برای اینکه نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $\vec{F}=-۹\vec{i}$ باشد، باید برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{۳,۲}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{۴,۲}$ را خنثی کند.



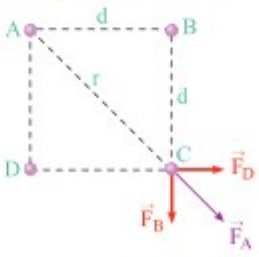
$$\Sigma F_y=۰\Rightarrow F_{۳,۲}\sin ۴۵^\circ=F_{۴,۲}\Rightarrow \frac{kq_۳q_۲}{(\sqrt{۲}a)^۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{kq_۴q_۲}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}q_۳=|q_۴|=۴\mu C\Rightarrow |q_۳|=\frac{۱۶}{\sqrt{۲}}=۸\sqrt{۲}\mu C$$

$$\xrightarrow{q_۳>۰} q_۳=۸\sqrt{۲}\mu C$$

**تمرین** **به عنوان یک تمرین جالب نشان دهید که در این حالت، برایند نیروهای افقی برابر $-۹\vec{i}$ می‌شود.**

**۹۷** **۴** مطابق شکل زیر، فاصلهٔ بار $A$ تا بار $C$ معادل قطر مربع می‌باشد و قطر مربع، $\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ ضلع مربع است $(r=\sqrt{۲}d)$. در ادامه با توجه به مشابه بودن بارها نیروهای وارد بر بار $(C)$ را رسم می‌کنیم، دقت شود که بارها یک‌دیگر را دفع می‌کنند.



$$\Rightarrow\begin{cases}F_A=\dfrac{kq_A\times q_C}{r^۲}=\dfrac{kq^۲}{(\sqrt{۲}d)^۲}=\dfrac{kq^۲}{۲d^۲}\\ F_D=F_B=\dfrac{kq_Dq_C}{d^۲}=\dfrac{kq^۲}{d^۲}\end{cases}$$

(در راستای نیمساز $F_D$ و $F_B$ که در واقع همان راستای قطر است، قرار دارد.)

$\vec{F}_B$ و $\vec{F}_D$ برایند دو نیروی $R'=\sqrt{۲}\dfrac{kq^۲}{d^۲}$:

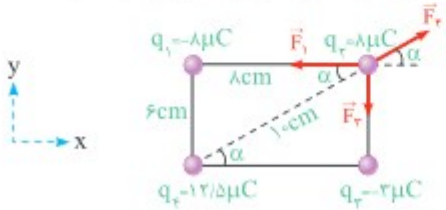
$\vec{F}_A$ و $\vec{R}'$ برایند کلی با توجه به هم‌جهت بودن $R=F_A+R'$:

$$=\frac{kq^۲}{۲d^۲}+(\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{d^۲}=\left(\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}\right)\frac{kq^۲}{d^۲}$$

با توجه به این‌که در صورت سؤال، پاسخ براساس $\dfrac{kq^۲}{۲d^۲}$ خواسته شده است، در نتیجه صورت و مخرج کسر حاصل را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$R=۲\times\left(\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}\right)\frac{kq^۲}{۲\times d^۲}=(۱+۲\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{۲d^۲}\Rightarrow R=(۱+۲\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{۲d^۲}$$

**۹۸** **۳** برای حل، نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را رسم می‌کنیم:



$$F_۱=\frac{kq_۱q_۲}{r_۱^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۸\times۱۰^{-۶})\times(۸\times۱۰^{-۶})}{(۸\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N$$

$$F_۳=\frac{kq_۳q_۲}{r_۳^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۸\times۱۰^{-۶})\times(۳\times۱۰^{-۶})}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}=۶۰N$$

$$F_۴=\frac{kq_۴q_۲}{r_۴^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۱۲/۵\times۱۰^{-۶})\times(۸\times۱۰^{-۶})}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N$$

در ادامه با محاسبهٔ برایند نیروها در راستای افقی و قائم، برایند کل نیروها را محاسبه می‌کنیم:

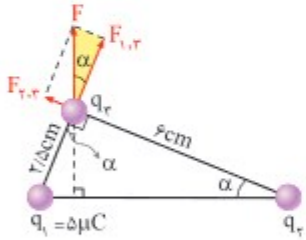
$$\begin{cases}\text{برایند نیروها در راستای افق}=F_۱-F_۴\cos\alpha=۹۰-۹۰\times\dfrac{۸}{۱۰}=۱۸N\\ \text{برایند نیروها در راستای قائم}=F_۳-F_۴\sin\alpha=۶۰-۹۰\times\dfrac{۶}{۱۰}=۶N\end{cases}$$

$$\Rightarrow R=\sqrt{(۳\times۶)^۲+(۶)^۲}=۶\sqrt{۱۰}N$$

از طرفی بردار نیروی وارد بر $q_۲$، با توجه به شکل فوق برابر $-۱۸\vec{i}-۶\vec{j}$ می‌باشد.

**۹۹** **۳** برای حل این‌گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** نیروهای واردشده به $q_۲$ را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:



**گام دوم:** تانژانت زاویهٔ $\alpha$ را به‌دست می‌آوریم و سپس به کمک تانژانت زاویهٔ $\alpha$، نسبت $\dfrac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۲/۵}{۶}=\frac{۵}{۱۲}$$

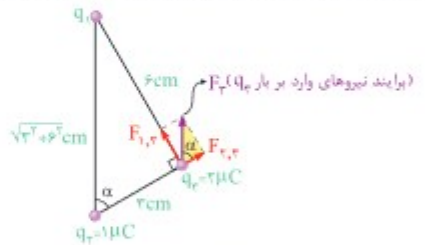
$\tan\alpha=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\dfrac{۵}{۱۲}=\dfrac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}$: در مثلث هاشور زده‌شده

**گام سوم:** به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار $q_۲$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}=\frac{q_۲q_۳}{q_۱q_۳}\times\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۱۲}=\frac{q_۲}{۵}\times\left(\frac{۲/۵}{۶}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۱۲}=\frac{q_۲}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۴۴} \Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

**۱۰۰** **۴** ابتدا نیرویی که بار $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:




$$F_{۲,۳}=\frac{kq_۲q_۳}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۲۰N$$

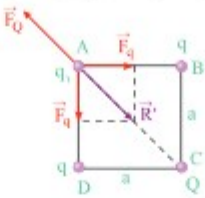
رابطهٔ (۱) $\cos\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{F_{۲,۳}}{F_۳}=\frac{۲۰}{F_۳}$ : مثلث هاشور خورده

حال با توجه به شکل فوق می‌توان نوشت:

$$\text{مثلث بزرگ سمت چپ: } \cos\alpha=\frac{۳}{\sqrt{۳^۲+۶^۲}}=\frac{۳}{۳\sqrt{۵}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\xrightarrow[\text{رابطهٔ (۱)}]{\text{پاسخ نهایی}} \frac{۱}{\sqrt{۵}}=\frac{۲۰}{F_۳} \rightarrow F_۳=۲۰\sqrt{۵}N$$

**۱۰۱** **۴** ابتدا فرض می‌کنیم که علامت بار Q و $q_۱$ مثبت باشد. در شکل زیر بار الکتریکی Q، بار $q_۱$ را با نیروی $\vec{F}_Q$ دفع می‌کند. اگر بار $q_۱$ توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برایند نیروهای وارد بر این بار صفر شود(چرا؟)، بنابراین بار $q_۱$ توسط بارهای q جذب می‌شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف‌العلامت هستند و برایند دو نیروی $\vec{F}_q$ (یعنی $\vec{R}'$)، $\vec{F}_Q$ را خنثی می‌کند.




$$|\vec{R}'|\text{ و }|\vec{F}_q|\text{ محاسبهٔ:}\begin{cases}\text{قانون کولن: } F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲}\\ \Rightarrow F_q=\dfrac{kqq_۱}{a^۲}\\ \text{برایند نیروهای } F_q\text{: } R'=\sqrt{F_q^۲+F_q^۲}=\sqrt{۲}F_q\\ \Rightarrow R'=\dfrac{\sqrt{۲}kqq_۱}{a^۲}\end{cases}$$

$$F_Q\text{ محاسبهٔ:}\begin{cases}\text{ضلع مربع}\times\sqrt{۲}=\text{قطر مربع}\Rightarrow r=\sqrt{۲}a\\ \text{قانون کولن: } F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow F_Q=\dfrac{kQq_۱}{۲a^۲}\end{cases}$$

$$\text{بررسی تعادل بار واقع در A} \Rightarrow F_Q=R' \Rightarrow \frac{kQq_۱}{۲a^۲}=\frac{\sqrt{۲}kqq_۱}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{Q}{q}\right|=۲\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}$$ (بارهای Q و q ناهم‌نام هستند.)

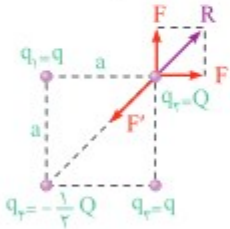
**دقت**

نیروی $\vec{F}_Q$ در راستای قطر مربع است. از طرفی به‌دلیل هم‌اندازه بودن نیروهای $\vec{F}_q$، نیروی $\vec{R}'$ نیز در راستای قطر مربع می‌باشد. بنابراین نیروهای $\vec{R}'$ و $\vec{F}_Q$ در راستای یک‌دیگر می‌باشند.

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد، بنابراین هریک از گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازهٔ بار Q باید $۲\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ بار q باشد $\left(\frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}\right)$.

همان‌طور که مشاهده کردیم، اندازهٔ بار $q_۱$ در تعادل آن نقشی ندارد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

**۱۰۲** **۲** ابتدا دقت شود که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ مختلف‌العلامت هستند و یک‌دیگر را جذب می‌کنند. با توجه به این موضوع بارهای $q_۲=Q$ و $q_۱=q$ باید حتماً هم‌علامت باشند تا یک‌دیگر را دفع کنند و در نهایت برایند نیروی حاصل از $q_۱$ و $q_۳$ یعنی R نیروی $F'$ را خنثی کند و $q_۲$ متعادل شود. در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

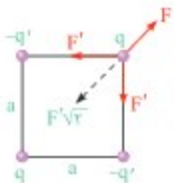



$$R=\sqrt{F^۲+F^۲}=F\sqrt{۲}$$

$$F_{T_۲}=۰ \Rightarrow F'=R \Rightarrow \frac{k\times|Q|\times\left|-\frac{۱}{۲}Q\right|}{(a\sqrt{۲})^۲}=\frac{k|q||Q|}{a^۲}\times\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|Q|}{|q|}=۴\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{Q}{q}=۴\sqrt{۲}$$

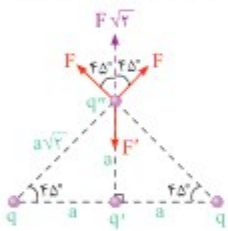
**۱۰۳** **۳** با قرینه کردن بارهای $q'$، بار q در حال تعادل قرار می‌گیرد، بنابراین مطابق شکل، برایند بردار F و دو بردار $F'$ باید برابر صفر شود. توجه کنید که با توجه به شکل و پاسخ دو تست قبل، دو بار $q'$- و q ناهم‌نام هستند و در نتیجه $q'$ و q هم‌نام هستند.




$$\begin{cases}F=k\dfrac{q^۲}{(a\sqrt{۲})^۲}=k\dfrac{q^۲}{۲a^۲}\\ F'=k\dfrac{|q'||q|}{a^۲}\end{cases} \xrightarrow{F'\sqrt{۲}=F} \sqrt{۲}k\frac{|q'||q|}{a^۲}=k\frac{q^۲}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}} \xrightarrow{\text{هم‌نام}} \frac{q'}{q}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

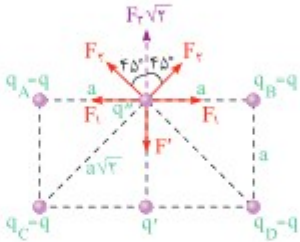
**۱۰۴** **۲** به بار $q''$ در نقطهٔ A، از طرف هر یک از بارهای q و بار $q'$ نیرو وارد می‌شود که طبق صورت سؤال، برایند این نیروها برابر صفر است، بنابراین با توجه به شکل، برایند دو بردار F که با هم زاویهٔ ۹۰° می‌سازند، باید با $F'$ برابر و در خلاف جهت آن باشد. توجه کنید که چون q، بار $q''$ را دفع کرده ولی $q'$، بار $q''$ را جذب کرده، بنابراین بارهای q و $q'$ مختلف‌العلامت هستند.




$$\begin{cases}F=k\dfrac{|q||q''|}{(a\sqrt{۲})^۲}=k\dfrac{|q||q''|}{۲a^۲}\\ F'=k\dfrac{|q'||q''|}{a^۲}\end{cases} \xrightarrow{F'=F\sqrt{۲}} k\frac{|q'||q''|}{a^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q''|}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \xrightarrow{\text{بار ناهم‌نام}} \frac{q'}{q}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

**۱۰۵** **۴** به بار $q''$ از طرف ۴ بار $q$ و بار $q'$ نیرو وارد می‌شود، به گونه‌ای که طبق صورت سؤال، برایند این نیروها برابر صفر است. مطابق شکل، نیرویی که دو بار $q_A$ و $q_B$ بر بار $q''$ وارد می‌کنند را $F_1$ و نیرویی که دو بار $q_C$ و $q_D$ بر بار $q''$ وارد می‌کنند را $F_2$ می‌نامیم و هم‌چنین نیروی $q'$ بر $q''$ را هم $F'$ نام‌گذاری می‌کنیم.




واضح است که دو نیروی $F_1$ هم‌دیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین برای آن‌که $q''$ در حال تعادل باشد، کافی است برایند دو بردار $F_2$ که با هم زاویهٔ $90°$ می‌سازند (یعنی $F_2\sqrt{2}$)، برابر $F'$ و در خلاف جهت آن باشد تا آن را خنثی نماید.

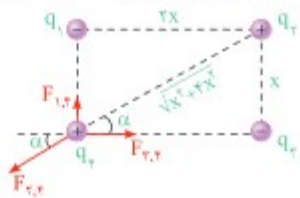
$$\begin{cases} F_2 = k\dfrac{|q||q''|}{(a\sqrt{2})^2} = k\dfrac{|q||q''|}{2a^2} \\ F' = k\dfrac{|q'||q''|}{a^2} \end{cases}$$

$$F_2\sqrt{2} = F' \rightarrow \sqrt{2}k\frac{|q||q''|}{2a^2} = k\frac{|q'||q''|}{a^2} \rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مطابق شکل، $q'$ بار $q''$ را جذب کرده ولی $q$، بار $q''$ را دفع کرده است، بنابراین $q$ و $q'$ ناهم‌نام هستند، پس داریم:

$$\frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{ناهم‌نام}} \frac{q'}{q} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

**۱۰۶** **۱** اگر بارهای $q_2$ و $q_4$ را مثبت فرض کنیم، نیروی بین آن‌ها به شکل نشان داده شده است. در ادامه برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_1$، $q_4$ و $q_3$ باید با $q_2$ مختلف‌العلامت باشند تا در نهایت برایند نیروها صفر شود.



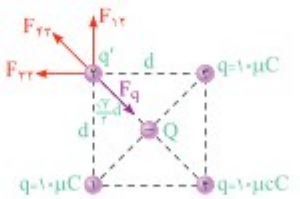

شرط تعادل : $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{1,2} = F_{3,2}\sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4x^2}}$$

$$\frac{k|q_1||q_2|}{x^2} = \frac{k|q_3||q_2|}{(\sqrt{x^2+4x^2})^2} \times \frac{x}{\sqrt{x^2+4x^2}} \Rightarrow \left|\frac{q_3}{q_1}\right| = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = -5\sqrt{5}$$

**۱۰۷** **۴** ذرهٔ $q$ تحت اثر نیروی بارهای $10\mu C$ متعادل است و کافیست تعادل یکی از بارهای $10\mu C$ را بررسی کنیم. برای این منظور، علامت بار $q$ باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یک‌دیگر را خنثی کنند (بار $10\mu C$ را $q'$ فرض کرده‌ایم):




$$\begin{cases} F_{12} = F_{32} = \dfrac{kq'\times q'}{d^2} = F \\ F_{22} = \dfrac{kq'\times q'}{(\sqrt{2}d)^2} = \dfrac{F}{2} \end{cases}$$

برایند $F_{12}$ و $F_{32}$ : $R = \sqrt{F_{12}^2+F_{32}^2} + F_{22} = F\sqrt{2} + \dfrac{F}{2}$

$$= F\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right) = \frac{kq'\times q'}{d^2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

حال این برایند را نیروی $F_q$ باید خنثی کند و داریم:

$$F_q = R \Rightarrow \frac{kq\times q'}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} = \frac{kq'\times q'}{d^2}\times\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$F\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

مقدار تقریبی $\sqrt{2}$

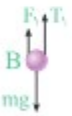
$$|q| = q'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{4}\right) = 10\left(\frac{1/4}{2}+\frac{1}{4}\right) = 9/5\mu C \Rightarrow q = -9/5\mu C$$

**۱۰۸** **۱** این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

**حالت اول:** ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به‌دست می‌آوریم:

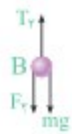
$$F = k\frac{q_A q_B}{r^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 5N$$

چون بار گلوله‌های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلولهٔ B به‌سمت بالا می‌باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.




$$F_1 + T_1 = mg \Rightarrow 5 + T_1 = 2\times10 \Rightarrow T_1 = 15N$$

**حالت دوم:** در این حالت با منفی شدن بار گلولهٔ A، گلوله‌های A و B یک‌دیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر بار B به سمت پایین می‌شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها اندازهٔ این نیروی الکتریکی تغییری نمی‌کند.



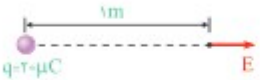

$$T_2 = F_2 + mg \Rightarrow T_2 = 5 + (2\times10) \Rightarrow T_2 = 25N \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

**۱۰۹** **۴** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات ۷ توجه کنید.

مطابق رابطهٔ $E = \dfrac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با اندازهٔ بار الکتریکی نقطه‌ای رابطهٔ مستقیم دارد.} \\ E \propto \dfrac{1}{r^2} \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با مجذور فاصله از بار الکتریکی رابطهٔ معکوس دارد.} \end{cases}$$

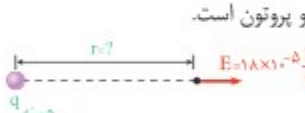
**۱۱۰** **۴** میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای $q$ در فاصلهٔ $r$ از آن برابر است با:




$$r = 1m,\ q = 20\mu C = 2\times10^{-5}C$$

$$\Rightarrow E = \frac{kq}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-5}}{(1)^2} = 1/8\times10^5\ N/C$$

**۱۱۱** **۳** بار هستهٔ هلیم برابر بار الکتریکی دو پروتون است.




$$q_{هسته} = 2q_p = 2\times1/6\times10^{-19}C = 3/2\times10^{-19}C$$

با توجه به رابطهٔ $E = \dfrac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = 0/18mN/C = 18\times10^{-5}\ N/C$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow 18\times10^{-5} = \frac{9\times10^9\times3/2\times10^{-19}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 16\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow r = 4\times10^{-3}\ m = 4mm$$