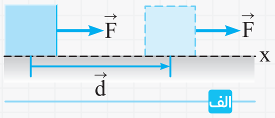
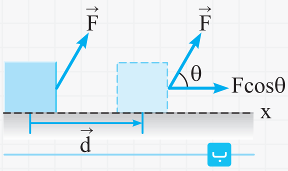
فصل ۶

کار و انرژی

۱

مفهوم کار نیروی ثابت





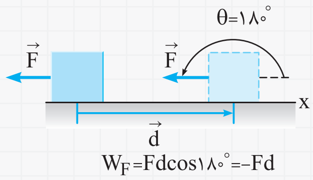
بچه‌ها، فرض کنین جسمی تو امتداد خط راست به‌اندازه‌ی d جابه‌جا بشه. مطابق شکل روبه‌رو (الف)، وقتی به جسم نیروی ثابت $\vec{F}$ تو جهت جابه‌جایی، اثر می‌کنه و اون‌رو به اندازه‌ی d جابه‌جا می‌کنه، کار W_F که نیروی ثابت $\vec{F}$ بر روی جسم انجام می‌ده، برابره با:

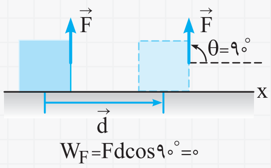
(نیروی ثابت در جهت جابه‌جایی که خط راست است، اثر می‌کند.) $W_F = F.d$

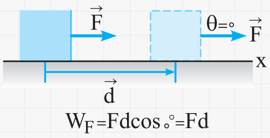
با توجه به این رابطه یکای کار تو SI برابره با N.m، که ژول (J) نامیده میشه. تو شکل بالا (الف) نیروی وارد بر جسم تو جهت جابه‌جاییه. حالا بچه‌ها، اگه مطابق شکل (ب) نیروی وارد بر جسم با جهت جابه‌جایی زاویه‌ی θ بسازه، به‌نظر شما چه اتفاقی می‌افته؟ تو این حالت فقط مؤلفه‌ی نیرو تو امتداد حرکت، یعنی $F\cos\theta$ تو جابه‌جایی جسم مؤثره (توجه داشته باشین که باید نیروهای دیگه‌ای هم به جسم وارد شده باشن تا اون تو امتداد $\vec{d}$، و نه $\vec{F}$، حرکت کنه ولی تو این‌جا کار نیروهای دیگه مورد بحث ما نیستن)، بنابراین کارو به‌صورت حاصل‌ضرب این نیرو تو اندازه‌ی جابه‌جایی تعریف می‌کنیم، یعنی:

$$W_F = Fd\cos\theta$$ (نیروی ثابت، جابه‌جایی خط راست) [۱-۶]

تو شکل‌های زیر، تو چند حالت خاص کار نیروی $\vec{F}$ تو جابه‌جایی d به کمک رابطه‌ی بالا به‌دست اومده.







همون‌طور که ملاحظه می‌کنین، کار یه نیرو، می‌تونه مثبت، صفر و یا منفی باشه.

توجه ۱: با وجودی که نیرو و جابه‌جایی، هر دو کمیت‌های برداری هستند، کار یه کمیت نرده‌ایه. یعنی بچه‌ها، یه نیروی ۵ نیوتونی به سمت شرق که بر جسمی که 6m به سمت شرق حرکت می‌کنه وارد میشه دقیقاً همون مقدار کاری‌رو انجام میده که یه نیروی ۵ نیوتونی به سمت شمال که بر جسمی که 6m به سمت شمال حرکت می‌کنه وارد میشه.

توجه ۲: وقتی چند نیرو بر جسمی وارد میشن، به دو روش می‌تونین کار انجام‌شده بر روی جسم‌رو محاسبه کنین:

۱- ابتدا کار هر یک از نیروهارو جداگانه حساب کنین. سپس، چون کار یه کمیت نرده‌ایه، کار کل انجام‌شده بر روی جسم‌رو، که برابر جمع جبری کارهای انجام‌شده توسط نیروهاست، حساب کنین.

۲- ابتدا برایند نیروهای وارد بر جسم‌رو حساب کنین، سپس کار نیروی برایندرو به‌دست بیارین.

توجه ۳: بچه‌ها، شما تو درس ریاضی با حاصل‌ضرب نرده‌ای دو بردار آشنا شدین. معادله‌ی [۱-۶] شکل حاصل‌ضرب نرده‌ای دو بردارو داره $(\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta)$، پس می‌تونیم معادله‌ی [۱-۶] رو به‌صورت فشرده‌تر $W = \vec{F}.\vec{d}$ هم بنویسیم.

۷۶۶ ۲

۷۶۷ ۲ برای این‌که کار انجام‌شده مثبت باشه، باید زاویه‌ی بین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی (θ) کوچیک‌تر از ۹۰ درجه باشه تا $\cos\theta$ مثبت بشه. پس باید جابه‌جایی تو جهت منفی محور x یا مثبت محور y باشه.

۷۶۸ ۱ چون بردار نیرو بر بردار جابه‌جایی عموده $(\cos ۹۰^\circ = ۰)$، پس کار انجام‌شده برابره با صفر.

۷۶۹ ۳

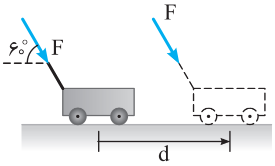
$$W_۱ = F\Delta x \cos ۹۰^\circ = ۰ \;,\; W_۲ = F\Delta x \cos ۱۸۰^\circ = -F\Delta x \;,\; W_۳ = F\Delta x \cos ۰^\circ = F\Delta x \;,\; W_۴ = F\Delta x \cos\theta$$

کار انجام‌شده تو شکل (۴)، $(W_۴)$ منفیه چون θ از ۹۰ درجه بیش‌تره، ولی چون $\cos\theta$ از یک کم‌تره پس اندازه‌ی اون از $W_۲$ کم‌تره.

۷۷۰ ۱ حداقل نیروی لازم برای کشیدن جعبه روی سطح افقی، یعنی کم‌ترین نیرو. پس نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت هستن $(\cos\theta = ۱)$، پس می‌تونیم بنویسیم:

$$W_F = ۴۰ \times ۰/۸ = ۳۲J$$

۷۷۱ ۱



$$W_F = Fd\cos\alpha = ۱۰۰ \times ۱ \times \frac{۱}{۲} = ۵۰J$$

۷۷۲ ۳ مؤلفه‌ی F_y چون عمود بر راستای جابه‌جاییه، کاری انجام نمی‌ده و فقط مؤلفه‌ی F_x کار انجام میده:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$$

$$W_F = F_x.\Delta x.\cos ۰^\circ = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰J$$

۷۷۳ ۲ **روش اول:** با توجه به رابطه‌ی $W_F = Fd\cos\theta$ باید اندازه‌ی F، d و زاویه‌ی θ رو داشته باشیم:

$$\vec{F} = ۱۰\vec{i} + ۷/۵\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{۱۰^۲ + (\frac{۱۵}{۲})^۲} = \sqrt{۱۰۰ + \frac{۲۲۵}{۴}} = \sqrt{\frac{۶۲۵}{۴}} = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲/۵N$$

$$\vec{d} = ۶\vec{i} + ۸\vec{j} \Rightarrow |\vec{d}| = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰m$$

$$\begin{cases} \tan\theta_۱ = \frac{۷/۵}{۱۰} = ۰/۷۵ = \frac{۳}{۴} = \frac{۰/۶}{۰/۸} \Rightarrow \theta_۱ = ۳۷^\circ \; (\text{زاویه‌ی بردار } \vec{F} \text{ با محور } x) \\ \tan\theta_۲ = \frac{۸}{۶} = \frac{۰/۸}{۰/۶} \Rightarrow \theta_۲ = ۵۳^\circ \; (\text{زاویه‌ی بردار } \vec{d} \text{ با محور } x) \end{cases} \Rightarrow \theta = ۵۳^\circ - ۳۷^\circ \; (\text{زاویه‌ی بین دو بردار})$$

$$W_F = Fd\cos\theta = ۱۲/۵ \times ۱۰ \times \cos(۵۳^\circ - ۳۷^\circ) = ۱۲۵ \times (\cos ۵۳^\circ \times \cos ۳۷^\circ + \sin ۵۳^\circ \times \sin ۳۷^\circ)$$

$$= ۱۲۵ \times (۰/۶ \times ۰/۸ + ۰/۸ \times ۰/۶) = \frac{۲۵۰}{۲} \times ۲ \times ۰/۶ \times ۰/۸ = \frac{۱۰۰۰}{۴} \times ۰/۶ \times ۰/۸ = ۱۲۰J$$

روش دوم: بچه‌ها، توی کتاب فیزیک شما از ضرب نرده‌ای دو بردار صحبت نشده، اما شما با ضرب نرده‌ای دو بردار تو هندسه‌ی تحلیلی آشنا شدین، همون‌طور که توی درسنامه‌ی این قسمت براتون گفتم کار، ضرب نرده‌ای بردار نیرو تو بردار جابه‌جاییه. پس می‌تونیم بنویسیم:

$$W = \vec{F}.\vec{d} = (F_x\vec{i} + F_y\vec{j}).(d_x\vec{i} + d_y\vec{j}) = F_x d_x + F_y d_y = ۱۰ \times ۶ + ۷/۵ \times ۸ = ۱۲۰J$$

۷۷۴ ۳ نیروی F وزنه‌ی M رو تو هر ثانیه ۲ متر جابه‌جا می‌کنه، پس تو مدت ۱۰ ثانیه وزنه‌رو ۲۰ متر جابه‌جا می‌کنه، پس کار انجام‌شده تو این مدت برابره با:

$$W_F = Fd\cos\theta = ۴ \times ۲۰ \times \cos ۶۰^\circ = ۴۰J$$

۷۷۵ ۳ چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کنه، پس:

$$F = f_k = ۲۰۰N \;,\; \Delta x = V\Delta t = ۴ \times ۶۰ = ۲۴۰m$$

$$W_F = F.d\cos\theta = ۲۰۰ \times ۲۴۰ \times \cos ۰^\circ = ۴۸۰۰۰J = ۴۸kJ$$

۷۷۶ ۲

$$F = ma \Rightarrow ۴ = ۵ \times a \Rightarrow a = ۰/۸m/s^۲ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t = ۰/۴t^۲ + ۰$$

$$\text{ثانیه‌ی سوم}: \begin{cases} t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۱ = ۰/۴ \times ۲^۲ = ۱/۶m \\ t_۲ = ۳s \Rightarrow x_۲ = ۰/۴ \times ۳^۲ = ۳/۶m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = ۳/۶ - ۱/۶ = ۲m$$

$$W = F.\Delta x.\cos ۰^\circ = ۴ \times ۲ = ۸J$$

۷۷۷ ۳ چون نیرو ثابته، پس بنابه رابطه‌ی $F=ma$ شتاب جسم ثابته و معادله‌ی حرکت اون به‌صورت زیر:

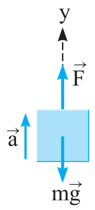
$$x=\frac{1}{2}at^2+V_0t=\frac{1}{2}at^2$$

ثانیه‌ی اول: $\begin{cases}t_0=0\Rightarrow x_0=0\\ t_1=1s\Rightarrow x_1=0/5a\end{cases}\Rightarrow \Delta x_1=0/5a$

ثانیه‌ی پنجم: $\begin{cases}t_4=4s\Rightarrow x_4=8a\\ t_5=5s\Rightarrow x_5=12/5a\end{cases}\Rightarrow \Delta x_5=4/5a$

$$\frac{W_5}{W_1}=\frac{F.\Delta x_5}{F.\Delta x_1}=\frac{4/5a}{0/5a}=9$$

۷۷۸ ۲

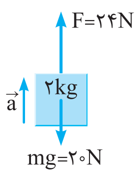


$$\sum F_y=ma_y\Rightarrow F-mg=ma\Rightarrow F=m(g+a)=2\times(10+4)=28N$$

ثانیه‌ی اول: $\begin{cases}t_0=0\Rightarrow y=\frac{1}{2}at^2+V_0t\Rightarrow y_0=0\\ t_1=1s\Rightarrow y=\frac{1}{2}at^2+V_0t\Rightarrow y_1=2m\end{cases}\Rightarrow \Delta y=2m$

$$W=F.\Delta y\cos 0^\circ=28\times2\times1=56J$$

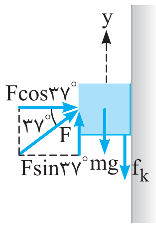
۷۷۹ ۴



با توجه به شکل روبه‌رو، برایند نیروهای وارد بر جسم برابره با $4N$ و به سمت بالاست، پس شتاب حرکت جسم ثابت و به سمت بالاست. حالا اگه سرعت جسم رو به بالا باشه، چون سرعت و شتاب هم‌جهت هستن پس حرکت جسم تندشونده است و همون‌طور که می‌دونین تو حرکت تندشونده، جابه‌جایی‌های پیموده شده تو ثانیه‌های متوالی افزایش پیدا می‌کنه. از طرفی چون نیرو تو جهت جابه‌جاییه، فرمول کار نیروی F به‌صورت $W_F=F.d$ درمی‌یاد که چون نیروی F ثابته، پس با افزایش d (جابه‌جایی) تو ثانیه‌های متوالی، کار این نیرو هم افزایش پیدا می‌کنه (گزینه‌ی ۱).

اگه سرعت جسم رو به پایین باشه، چون شتاب اون رو به بالاست حرکت جسم کندشونده است (یعنی نیروی ۴ نیوتونی مثل یه ترمز موجب کاهش سرعت جسم میشه) و تو فاصله‌ی زمانی‌ای که جسم پایین میره، تو ثانیه‌های متوالی، جابه‌جایی‌های پیموده شده توسط اون کاهش پیدا می‌کنه و کار نیروی F کم میشه (گزینه‌ی ۲). ولی اگه طول بازه‌ی زمانی زیاد باشه و جسم به پایین بره و دوباره به بالا برگرده، کار نیروی F ابتدا کاهش و سپس افزایش پیدا می‌کنه (گزینه‌ی ۳). پس بچه‌ها بسته به شرایط هر کدوم از گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌تونه پاسخ درست باشه.

۷۸۰ ۱ چون سرعت حرکت جسم ثابته، پس برایند نیروهای وارد به اون تو راستای حرکت برابر با صفره:



$$\sum F_y=0\Rightarrow F\sin37^\circ=mg+f_k\Rightarrow F\sin37^\circ=mg+\mu_k N$$

$$\Rightarrow F\sin37^\circ=mg+\mu_k F\cos37^\circ\Rightarrow 0/6F=50+0/24F$$

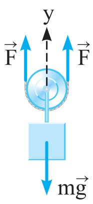
$$\Rightarrow 0/36F=50\Rightarrow F=\frac{50}{0/36}N$$

$$W_F=Fd\cos53^\circ=\frac{50}{0/36}\times3\times0/6=250J$$

بچه‌ها به‌جای کار نیروی F می‌تونیم کار نیروی $F\sin37^\circ$ رو به‌دست بیاریم، چون کار مؤلفه‌ی $F\cos37^\circ$ صفره (بر راستای جابه‌جایی عموده)، یعنی می‌تونم بگم:

$$W_F=F\sin37^\circ\times d=\frac{50}{0/36}\times0/6\times3=250J$$

۷۸۱ ۴



$$\sum F_y=0\Rightarrow 2F=mg\Rightarrow F=\frac{760}{2}=380N$$

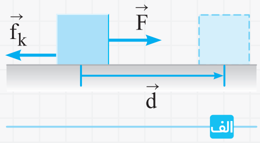
برای این‌که وزنه به‌اندازه‌ی ۲ متر بالا بره، باید از نخ‌های هر طرف قرقره متحرک ۲ متر کم بشه یعنی، باید انتهای طناب به‌اندازه‌ی ۴ متر به طرف پایین کشیده بشه. پس:

$$W_F=Fd\cos\theta=380\times4\times1=1520J$$

۲

کار نیروی اصطکاک

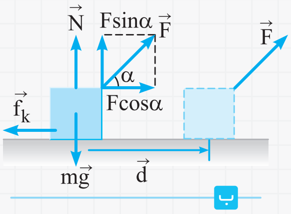
وقتی جسمی‌رو روی یه سطح می‌کشیم، نیروی اصطکاک تو خلاف جهت حرکت جسمه، پس زاویه‌ی بین اون و جابه‌جایی برابره با ۱۸۰ درجه و کار نیروی اصطکاک برابره با:



$$W=F.d\cos\theta=f_k.d\cos180^\circ=-f_k.d$$

در جابه‌جایی بر مسیر مستقیم مطابق شکل داریم:

$$W = -\mu_k Nd = -\mu_k mgd$$



ب

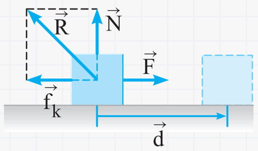
حالا اگه نیروی وارد بر جسم به‌صورت شکل (ب) باشه، داریم:

$$W = -\mu_k Nd = -\mu_k (mg - F\sin\alpha)d$$

کار نیروی عکس‌العمل سطح

وقتی جسمی‌رو روی یه سطح می‌کشیم، از طرف سطح به جسم نیرویی وارد میشه که به اون عکس‌العمل سطح می‌گیم. این نیرو دارای دو مؤلفه است که یکی از اون‌ها نیروی عمود بر سطح و دیگری نیروی اصطکاکه. همون‌طور که قبلاً گفتم می‌تونم به‌جای کار عکس‌العمل سطح کار مؤلفه‌های اون‌رو به‌دست بیارم و با هم جمع کنم (چون کار یک کمیت نرده‌ایه)، پس:

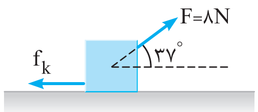
$$W_R = W_N + W_{f_k}$$



چون نیروی عمود بر سطح بر جابه‌جایی عموده، پس کار انجام‌شده توسط اون صفره پس:

$$W_R = W_{f_k} = -\mu_k Nd$$

۷۸۲ ۱ چون جسم با سرعت ثابت $(a = ۰)$ حرکت می‌کنه، پس برایند نیروهای وارد بر اون تو جهت حرکت برابر با صفره.



$$\sum F_x = ma_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۷^\circ = f_k \Rightarrow f_k = ۸ \times ۰/۸ = ۶/۴\,N$$

$$W_{f_k} = f_k.d\cos ۱۸۰^\circ = ۶/۴ \times ۱ \times (-۱) = -۶/۴\,J$$

۷۸۳ ۳

$$W = -\mu_k Nd = -۰/۲ \times ۵ \times ۱۰ \times ۲ = -۲۰\,J$$

۷۸۴ ۱ چون $F\cos ۳۷^\circ > f_k$ بنابراین، جسم تو راستای مثبت محور x حرکت می‌کنه، پس کار نیروی اصطکاک منفیه.

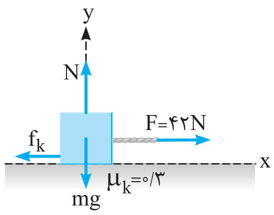
$$W = -\mu_k Nd = -\mu_k (mg - F\sin\alpha)d = -۰/۲(۱۰ \times ۱۰ - ۲۵ \times ۰/۶) \times ۵ = -۸۵\,J$$

۷۸۵ ۳

$$W_{\text{اصطکاک}} = -\mu_k Nd = -\mu_k mgd = -۰/۲۵ \times ۰/۵ \times ۱۰ \times ۱۰ = -۱۲/۵\,J$$

پس کار لازم برای غلبه بر نیروی اصطکاک برابر با $|W| = ۱۲/۵\,J$.

۷۸۶ ۲



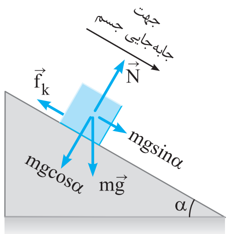
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F - f_k = m.a_x \Rightarrow F - \mu_k mg = ma_x$$

$$\Rightarrow ۴۲ - ۰/۳ \times ۸ \times ۱۰ = ۸ \times a_x \Rightarrow a_x = \frac{۱۸}{۸} = \frac{۹}{۴}\,m/s^۲ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t \Rightarrow x = \frac{۹}{۸}t^۲$$

$$\text{ثانیه‌ی سوم} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۱ = \frac{۳۶}{۸}m \\ t_۲ = ۳s \Rightarrow x_۲ = \frac{۸۱}{۸}m \end{cases} \Rightarrow x_۲ - x_۱ = \frac{۴۵}{۸}m$$

$$W_R = W_N + W_{f_k} = ۰ + (-\mu_k Nd) = -\mu_k mgd = -۰/۳ \times ۸ \times ۱۰ \times \frac{۴۵}{۸} = -۱۳۵\,J$$

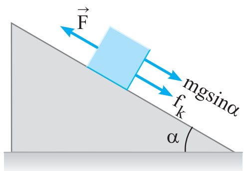
۷۸۷ ۴ چون سرعت جسم ثابته، پس برایند نیروهای وارد بر اون صفره.



$$f_k = mg\sin\alpha \Rightarrow f_k = ۲ \times ۱۰ \times \sin ۳۰^\circ = ۱۰N$$

$$W = F.d\cos\alpha \Rightarrow W = ۱۰ \times ۲ \times \cos ۱۸۰^\circ = -۲۰J$$

۷۸۸ ۴



$$\sum F_x = ma_x = ۰ \Rightarrow F = mg\sin\alpha + f_k$$

$$\Rightarrow F = ۲۰۰ \times ۰/۶ + ۳۰ = ۱۵۰N$$

$$\Delta x = V.\Delta t = ۲ \times ۱۰ = ۲۰m$$

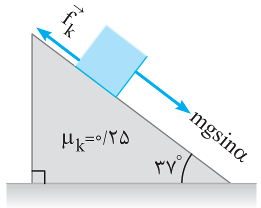
$$W = F.d\cos ۰^\circ = F.\Delta x = ۱۵۰ \times ۲۰ = ۳۰۰۰\,J$$

۷۸۹ ۱

$$F = mg\sin\alpha = ۵۰ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۲۵۰N$$

$$W = F.d\cos ۰^\circ = ۲۵۰ \times ۱۰ = ۲۵۰۰\,J$$

۷۹۰ ۲



$$mg\sin\alpha = ۲۰\times۱۰\times۰/۶ = ۱۲۰\,N$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg\cos\alpha = ۰/۲۵\times۲۰\times۱۰\times۰/۸ = ۴۰\,N$$

پس برای این‌که برایند نیروها در راستای سطح شیب‌دار صفر باشه باید یه نیروی $(۱۲۰-۴۰=)۸۰\,N$ در جهت اصطکاک به جسم وارد کنیم.

$$W_F = Fd\cos۱۸۰^\circ = -Fd = -۸۰\times۲ = -۱۶۰\,J$$

۷۹۱ ۱ همون‌طور که گفتم نیروی عکس‌العمل سطح دارای دو مؤلفه است، یکی نیروی عمود بر سطح که چون حرکت جسم در راستای سطحه پس این نیرو به جابه‌جایی عموده و کاری انجام نمی‌ده و یکی نیروی اصطکاک که تو این سؤال سطح بدون اصطکاکه، پس کار انجام‌شده توسط نیروی عکس‌العمل سطح برابره با صفر.

۷۹۲ ۲

$$W_R = W_N + W_{f_k} = ۰ + W_{f_k} = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = f_k d\cos۱۸۰^\circ = -f_k d$$

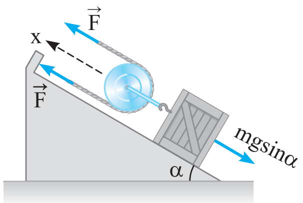
$$\Rightarrow W_{f_k} = -mg\sin\alpha\, d\ ،\ d = Vt = ۱/۵\times۱ = ۱/۵\,m \Rightarrow W_{f_k} = -۲۰\times۱۰\times\frac{۱}{۲}\times۱/۵ = -۱۵۰\,J$$

۷۹۳ ۲

$$W_R = W_N + W_{f_k} = ۰ + W_{f_k} = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = f_k d\cos۱۸۰^\circ = -f_k d$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -\mu_k Nd = -\mu_k mg\cos\alpha\, d = -۰/۲۵\times۲۰\times۱۰\times۰/۸\times۲ = -۸۰\,J$$

۷۹۴ ۳



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow ۲F = mg\sin\alpha \Rightarrow F = \frac{mg\sin\alpha}{۲}$$

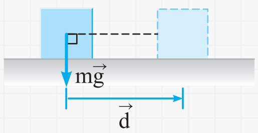
$$F = \frac{۵۰\times۹/۸\times\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۵۰\times۹/۸}{۴}\,N$$

بچه‌ها، برای این‌که جسم M به‌اندازه‌ی ۲۰ متر بالا بره، باید نیروی F به‌اندازه‌ی ۴۰ متر در راستای سطح جابه‌جا بشه، پس کار اون برابره با:

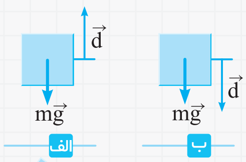
$$W = Fd\cos۰^\circ = \frac{۵۰\times۹/۸}{۴}\times۴۰ = \frac{۱۰۰۰}{۲}\times۹/۸ = ۴۹۰۰\,J$$

۳

کار نیروی وزن



بچه‌ها، اگه جسمی تو راستای افقی جابه‌جا بشه، چون نیروی وزن به راستای جابه‌جایی عموده، پس کار نیروی وزن تو این جابه‌جایی برابره با صفر.

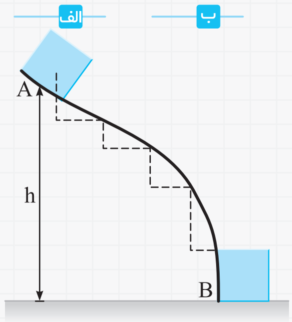


اگه جسم تو راستای قائم جابه‌جا بشه، مطابق شکل (الف) وقتی جسم‌رو به‌اندازه‌ی d بالا می‌بریم، کار نیروی وزن برابره با:

$$W_{mg} = mgd\cos۱۸۰^\circ = -mgd$$

و مطابق شکل (ب) وقتی جسم‌رو به‌اندازه‌ی d پایین می‌آوریم کار نیروی وزن برابره با:

$$W_{mg} = mgd\cos۰^\circ = mgd$$



حالا فرض کنین که مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم mرو تو طول یه مسیر منحنی، به مقدار قائم h پایین بیاریم. برای محاسبه‌ی کار نیروی وزن تو طول این مسیر فرض می‌کنیم که به‌جای این‌که جسم روی مسیر منحنی حرکت کنه، از طریق مسیرهای افقی و عمودی که با خط‌چین نشون داده شده حرکت کنه، تو این حالت کار نیروی وزن تو جابه‌جایی‌های عمودی $(W = mgh\cos۰^\circ = mgh)$ برابر با $mgh_۱$، $mgh_۲$، $mgh_۳$، ... و mgh_n و تو جابه‌جایی‌های افقی صفره (چون تو این جابه‌جایی‌ها نیروی وزن به راستای جابه‌جایی عموده). بنابراین کار نیروی وزن تو کل مسیر خط‌چین برابره با:

$$W_{mg} = mgh_۱ + mgh_۲ + \cdots + mgh_n$$

حالا اگه تعداد تقسیم‌های مسیر خط‌چین‌رو بیش‌تر کنیم تا به سمت منحنی میل کنه تو حد، وقتی‌که تعداد تقسیم‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کنه، مسیر خط‌چین به مسیر منحنی منطبق میشه و کار نیروی وزن تو مسیر منحنی برابره با:

$$W_{mg} = \lim_{n\to\infty}(mgh_۱ + mgh_۲ + \cdots + mgh_n) = mg\lim_{n\to\infty}(h_۱ + h_۲ + \cdots + h_n) \Rightarrow \boxed{W_{mg} = mgh} \qquad [۲-۶]$$

به همین روش می‌تونین نشون بدین که اگه جسم‌رو روی هر مسیر دلخواه دیگه‌ای از B به A ببریم، کار انجام‌شده توسط نیروی وزن $W = -mgh$ است.

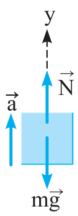
۷۹۵ ۱ چون نیروی وزن به راستای جابه‌جایی عموده.

۷۹۶ ۱

$$W_F = Fd\cos ۰^\circ = ۶۰ \times ۱ \times ۱ = ۶۰\,J\,,\,W_{mg} = mgd\cos ۱۸۰^\circ = -mgd = -۵ \times ۱۰ \times ۱ = -۵۰\,J$$

۷۹۷ ۴ بزرگی کار نیروی گرانش تو این جابه‌جایی برابره با $|W| = mgh$.

برای محاسبه‌ی کاری که کف دست شخص روی جعبه انجام می‌ده، اول باید نیرویی که کف دست شخص بر جعبه وارد می‌کنه‌رو به‌دست بیاریم:



$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow N - mg = ma_y \Rightarrow N = m(g + a_y)$$

پس کاری که کف دست شخص رو جعبه انجام می‌ده برابره با:

$$W' = Nh\cos ۰^\circ = m(g + a_y)h$$

پس نسبت $\frac{W'}{W}$ برابره با:

$$\frac{W'}{|W|} = \frac{m(g + a_y)h}{mgh} = \frac{g + a_y}{g} = \frac{۱۰ + ۳}{۱۰} = ۱/۳$$

۷۹۸ ۲

$$W = mgH\cos ۱۸۰^\circ = -mgH \;,\; H = \frac{V_{\circ}^۲}{۲g} \Rightarrow W = -\frac{mV_{\circ}^۲}{۲} \Rightarrow W = -\frac{۰/۲ \times ۴۰ \times ۴۰}{۲} = -۱۶۰\,J$$

۷۹۹ ۳ کار نیروی جاذبه در مسیر رفت برابر $-mgH$ و در مسیر برگشت برابر mgH است، پس کار نیروی جاذبه تو کل مسیر برابره با صفر.

۸۰۰ ۴

$$W_{mg} = +mg\Delta h = ۰/۵ \times ۱۰ \times (۱۵ - ۳) = ۶۰\,J$$

۸۰۱ ۳ **روش اول:**

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_{\circ}t = -۵t^۲ - ۲t$$

$$\text{جابه‌جایی در ثانیه‌ی اول}: \begin{cases} t_{\circ} = ۰ \Rightarrow y_{\circ} = ۰ \\ t_۱ = ۱s \Rightarrow y_۱ = -۵ - ۲ = -۷m \end{cases} \Rightarrow y_۱ - y_{\circ} = -۷\,m \Rightarrow |\Delta y_۱| = +۷m$$

$$\text{جابه‌جایی در ثانیه‌ی دوم}: \begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow y_۱ = -۷m \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow y_۲ = -۲۰ - ۴ = -۲۴m \end{cases} \Rightarrow y_۲ - y_۱ = -۱۷\,m \Rightarrow |\Delta y_۲| = +۱۷\,m$$

$$W_۲ - W_۱ = mg(\Delta y_۲ - \Delta y_۱) = ۱ \times ۱۰ \times (۱۷ - ۷) = ۱۰۰\,J$$

روش دوم: بچه‌ها، تو سؤال‌های زیادی دیدین که تو حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی متحرک‌رو تو ثانیه‌ی nاُم می‌خوان؛ بذارین یه روش کلی پیدا کنیم که دیگه نیاز به قرار دادن ثانیه‌های مختلف تو معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت و کم کردن دو تا مکان به‌دست اومده نباشه.

ببینین بچه‌ها ثانیه‌ی nاُم یعنی از لحظه‌ی $t_۱ = n - ۱$ تا لحظه‌ی $t_۲ = n$. پس اگه تو حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی تو ثانیه‌ی nاُم‌رو بخوان، می‌تونیم بنویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_{\circ}t + x_{\circ}: \begin{cases} t_۱ = n - ۱ \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}a(n - ۱)^۲ + V_{\circ}(n - ۱) + x_{\circ} = \frac{۱}{۲}a(n^۲ - ۲n + ۱) + V_{\circ}n - V_{\circ} + x_{\circ} \\ t_۲ = n \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲}an^۲ + V_{\circ}n + x_{\circ} \end{cases}$$

$$x_۲ - x_۱ = a\left(n - \frac{۱}{۲}\right) + V_{\circ} = a(n - ۰/۵) + V_{\circ}$$

پس بچه‌ها تو حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی تو ثانیه‌ی اول برابره با $۰/۵a + V_{\circ}$، تو ثانیه‌ی دوم برابره با $۱/۵a + V_{\circ}$، تو ثانیه‌ی سوم برابره با $۲/۵a + V_{\circ}$، … و تو ثانیه‌ی صدم برابره با $۹۹/۵a + V_{\circ}$ و …

$$W_۲ - W_۱ = mg(۱/۵a + V_{\circ}) - mg(۰/۵a + V_{\circ}) = mga = ۱ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰\,J$$

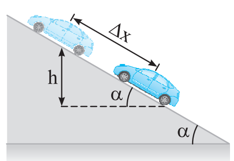
۸۰۲ ۲

$$W = mg(۲/۵a + V_{\circ}) = mg(۲/۵a) \overset{a=g}{=\!=} ۱ \times ۱۰ \times ۲/۵ \times ۱۰ = ۲۵۰\,J$$

۸۰۳ ۴

$$W = mgh = ۲ \times ۱۰ \times ۵ = ۱۰۰\,J$$

۸۰۴ ۱



$$\Delta x = Vt = ۱۰ \times ۶۰ = ۶۰۰\,m$$

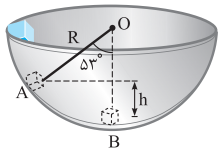
$$\sin\alpha = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow h = \Delta x \sin\alpha = ۶۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۳۰\,m$$

$$W = mgh\cos ۱۸۰^\circ = -۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۳۰ = -۳۰۰\,kJ$$

۸۰۵ ۱

$$W = mgh = ۰/۵ \times ۱۰ \times (۵ - ۲) = ۱۵\,J$$

۸۰۶ ۱



$$h = R - R\cos\alpha = R(۱ - \cos ۵۳^\circ) = ۰/۳(۱ - ۰/۶) = ۰/۱۲$$

$$W = +mgh = ۰/۱ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ = ۰/۱۲\,J$$

۸۰۷ ۲ بچه‌ها، تو بررسی‌های سینماتیک و دینامیک، اجسام‌رو به‌عنوان نقطه‌ی مادی یا ذره درنظر می‌گیریم، ولی برای روشن کردن موقعیت تو شکل‌های خودمون، اون‌هارو به‌صورت جسم رسم می‌کنیم. بنابراین می‌تونیم تمام نیروهای وارد به جسم‌رو به یه نقطه وارد کنیم. اگه جسم‌رو نقطه‌ی مادی یا ذره درنظر نگیریم، نقطه اثر نیروی وزن جسم‌رو گرانیگاه اون جسم می‌گن. گرانیگاه اجسامی که مرکز تقارن هندسی دارن تو همون مرکز تقارن اون‌هاست. گرانیگاه یه ورقه به شکل مثلث تو محل تلاقی سه میانه، برای یه جسم کروی تو مرکز اون و برای یه میله‌ی یکنواخت تو وسط اونه. همچنین اگه جسم دارای تقارن باشه، گرانیگاهش روی محور تقارن قرار داره. تو این سؤال، اگه فاصله‌ی گرانیگاه آب داخل ظرف‌ها تا کف ظرف h باشه، کار نیروی وزن آب داخل هر ظرف پس از خارج شدن از سوراخ کف ظرف $W = mgh$ است. با توجه به شکل ظرف‌ها، تو شکل (۲) گرانیگاه آب داخل ظرف بالاتر از سه ظرف دیگه است (گرانیگاه نزدیک به قسمت‌های سنگین‌تر جسمه)، پس کار نیروی وزن تو ظرف (۲) بیش‌تره.

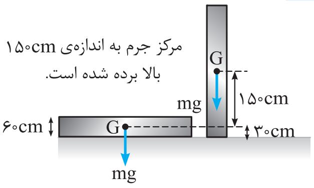
کار انجام‌شده برای غلبه بر نیروی وزن

کار انجام‌شده برای غلبه بر نیروی وزن، قرینه‌ی کار نیروی وزنه. همین.

۸۰۸ ۳

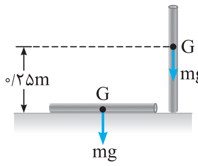
$$W_{mg} = -mgh = -۵ \times ۱۰ \times ۱ = -۵۰\,J \Rightarrow W = ۵۰\,J$$

۸۰۹ ۳



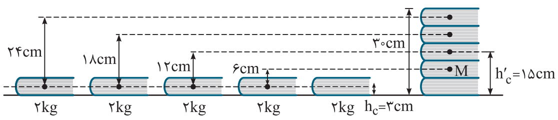
$$W_{mg} = -mgh = -۸۰ \times ۱۰ \times \left(\frac{۳/۶}{۲} - \frac{۰/۶}{۲}\right) = -۱۲۰۰\,J \Rightarrow W = ۱۲۰۰\,J$$

۸۱۰ ۱ حداقل کاری که ما باید انجام بدیم، برای غلبه بر نیروی وزن میله است. پس کافیه که جابه‌جایی گرانیگاه میله‌رو تو راستای قائم به‌دست بیاریم:



$$W_{mg} = -mgh = -۴ \times ۱۰ \times ۰/۲۵ = -۱۰\,J \Rightarrow W = ۱۰\,J$$

۸۱۱ ۲ **روش اول:** کار انجام‌شده برای غلبه بر نیروی وزن، قرینه‌ی کار نیروی وزن جسم تو هر جابه‌جاییه. با توجه به شکل مقابل، چون گرانیگاه کتاب اول تو راستای قائم جابه‌جا نشده، پس کار نیروی وزن اون برابر صفره.



گرانیگاه کتاب دوم، ۶cm، کتاب سوم ۱۲cm، کتاب چهارم ۱۸cm و کتاب پنجم ۲۴cm تو راستای قائم جابه‌جا شده، پس کل کار انجام‌شده برابره با:

$$W_T = W_۲ + W_۳ + W_۴ + W_۵ = ۲ \times ۱۰ \times ۰/۰۶ + ۲ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ + ۲ \times ۱۰ \times ۰/۱۸ + ۲ \times ۱۰ \times ۰/۲۴$$

$$= ۲ \times ۱۰ \times (۰/۰۶ + ۰/۱۲ + ۰/۱۸ + ۰/۲۴) \Rightarrow W_T = ۲۰ \times ۰/۶ = ۱۲\,J$$

روش دوم: وقتی‌که ۵ کتاب جداگانه از طرف بزرگ‌ترین سطح خود روی میز قرار دارن، مجموع اون‌ها مثل یه جسم به جرم $۲ \times ۵ = ۱۰\,kg$ است که گرانیگاه اون تا سطح میز $\frac{۶}{۲} = ۳\,cm$ فاصله داره و هنگامی‌که کتاب‌هارو روی هم می‌گذاریم تا ارتفاع مجموع اون‌ها ۳۰ سانتی‌متر بشه، گرانیگاه تو فاصله‌ی ۱۵ سانتی‌متری از سطح میز قرار داره. بنابراین باید قرینه‌ی کار نیروی وزن یه جسم ۱۰ کیلوگرمی‌رو که گرانیگاه اون به‌اندازه‌ی $۱۵ - ۳ = ۱۲\,cm$ جابه‌جا شده به‌دست بیاریم: $W = mgh = ۱۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۲ = ۱۲\,J$

۴

محاسبه و مقایسه‌ی انرژی جنبشی دو جسم و یا یک جسم در دو حالت

انرژی‌ای که جسم‌های متحرک، صرفاً به‌علت حرکتشان (سرعتشان) دارن، انرژی جنبشی نامیده میشه. انرژی جنبشی جسمی به جرم m که با سرعت V حرکت می‌کنه، مطابق رابطه‌ی روبه‌رو تعریف و محاسبه میشه:

$$\boxed{K = \frac{۱}{۲} m V^۲} \quad [۳-۶]$$

اگه m برحسب کیلوگرم (kg) و V برحسب متر بر ثانیه (m/s) باشه، K برحسب ژول (J) به‌دست می‌یاد.

توجه ۱: انرژی جنبشی هم مثل کار یه کمیت نرده‌ایه. این کمیت فقط به جرم و بزرگی سرعت جسم بستگی داره و به جهت حرکت جسم بستگی نداره.

۸۱۲ ۱

$$V = ۳۶\,km/h = ۳۶ \times \frac{۱۰۰۰\,m}{۳۶۰۰\,s} = \frac{۳۶}{۳/۶}\,m/s = ۱۰\,m/s$$

$$K = \frac{۱}{۲} m V^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰۰ \times ۱۰^۲ = ۱۰۰\,kJ$$

۸۱۳ ۳

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\left(\frac{V_۲}{۴}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{V_۲}{۴}=\frac{\sqrt{۵}}{۲}\Rightarrow V_۲=۲\sqrt{۵}\ m/s$$

۸۱۴ ۱

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{۳۶K_۱}{K_۱}=\left(\frac{V_۱+۵}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow ۶=\frac{V_۱+۵}{V_۱}\Rightarrow ۶V_۱=V_۱+۵\Rightarrow V_۱=۱\,m/s$$

۸۱۵ ۱

$$V_۱=\frac{۹۰}{۳/۶}m/s=۲۵\,m/s$$

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow ۲=\left(\frac{V_۲}{۲۵}\right)^{۲}\Rightarrow V_۲=۲۵\sqrt{۲}\ m/s\simeq ۲۵\times ۱/۴=(۲۵+۱۰)\,m/s$$

۸۱۶ ۲

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{K_۱-۰/۳۶K_۱}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow ۰/۶۴=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow V_۲=۰/۸\,V_۱$$

$$\Rightarrow\Delta V=V_۲-V_۱=۰/۸V_۱-V_۱=-۰/۲V_۱\Rightarrow\frac{\Delta V}{V_۱}\times ۱۰۰=-\%۲۰$$

۸۱۷ ۴

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{K_۱+۰/۴۴K_۱}{K_۱}=\left(\frac{V+۵}{V}\right)^{۲}\Rightarrow ۱/۴۴=\left(\frac{V+۵}{V}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱/۲=\frac{V+۵}{V}\Rightarrow ۱/۲V=V+۵\Rightarrow ۰/۲V=۵\Rightarrow V=۲۵\,m/s$$

۸۱۸ ۴

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{m_۱-۰/۲۵m_۱}{m_۱}\times\left(\frac{V_۱+۰/۲V_۱}{V_۱}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=۰/۷۵\times ۱/۴۴=\frac{۳}{۴}\times ۱/۴۴=۳\times ۰/۳۶=۱/۰۸\Rightarrow K_۲=۱/۰۸K_۱\Rightarrow\Delta K=K_۲-K_۱=۱/۰۸K_۱-K_۱=۰/۰۸K_۱\Rightarrow\frac{\Delta K}{K_۱}\times ۱۰۰=\%۸$$

۸۱۹ ۴

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_۲}{K_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times\left(\frac{V_۲}{V_۱}\right)^{۲}=\frac{m}{۲m}\times\left(\frac{V}{\frac{۱}{۲}V}\right)^{۲}=۲$$

۸۲۰ ۳

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{۲}\Rightarrow ۱=۲\times\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۸۲۱ ۱

$$m_A=۵m_B\ ،\ V_A=\frac{۱}{۵}V_B$$

$$\frac{K_B}{K_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\frac{۱}{۵}\times\left(\frac{V_B-۵}{V_A}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{V_B-۵}{V_A}=\frac{۵}{۲}\Rightarrow ۲V_B-۱۰=۵V_A$$

$$\Rightarrow ۱۰V_A-۱۰=۵V_A\Rightarrow ۵V_A=۱۰\Rightarrow V_A=۲\,m/s$$

۸۲۲ ۱

$$V=at+V_۰=at\Rightarrow K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}=\frac{۱}{۲}ma^{۲}t^{۲}$$

۸۲۳ ۴

$$F=ma\Rightarrow ۵=۲a\Rightarrow a=۲/۵\,m/s^{۲}\Rightarrow V=at+V_۰=۲/۵\times ۴=۱۰\,m/s$$

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{۲}=۱۰۰\,J$$

۸۲۴ ۱

$$F=ma\Rightarrow ۲=۰/۵a\Rightarrow a=۴\,m/s^{۲}\ ،\ V=at+V_۰=۴t$$

$$K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}\Rightarrow ۲۵=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵\times(۴t)^{۲}\Rightarrow t=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵s$$

۸۲۵ ۴

با توجه به رابطه‌ی $K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}$، انرژی جنبشی جسم وقتی برابر انرژی جنبشی اولیه‌ی اون میشه که بزرگی سرعت دوباره $۶\,m/s$ بشه. یعنی باید مدت زمانی‌رو به‌دست بیاریم که شتاب منفی سرعت جسم‌رو از $۶\,m/s$ به $-۶\,m/s$ برسونه.

$$F=ma\Rightarrow -۳=۵\times a\Rightarrow a=-۰/۶\,m/s^{۲}$$

$$V=at+V_۰\Rightarrow -۶=-۰/۶t+۶\Rightarrow -۱۲=-۰/۶t\Rightarrow t=۲۰s$$

۸۲۶ ۳

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\frac{a_2}{a_1}\Rightarrow 1=\frac{3}{2}\times\frac{a_2}{a_1}\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{3}{2},\ V=at+V_0\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{a_1}{a_2}=\frac{3}{2}$$

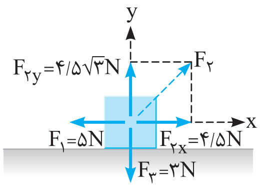
$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2=\frac{2}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$$

۵

محاسبه‌ی کار برایند نیروها

وقتی‌که چندتا نیرو به یه جسم وارد میشن و جسم‌رو جابه‌جا می‌کنن، برای محاسبه‌ی کار انجام‌شده یه روش اینه که کـار انجام‌شـده توسـط هـر نیـروی مجزارو تو اون جابه‌جایی مشخص با استفاده از رابطه‌ی $W=Fd\cos\theta$ محاسبه کنیم، سپس با توجه به این‌که کار یـه کمیـت نرده‌ایـه، جمـع جبـری کارهـای انجام‌شـده‌رو به‌دسـت بیـاریم. روش دیگـه اینـه کـه جمـع بـرداری نیروهـا (یعنـی براینـد نیروهـا)رو محاسـبه کـنیم و سـپس بـا اسـتفاده از رابطه‌ی $W=Fd\cos\theta$ کار کل‌رو تو اون جابه‌جایی به‌دست بیاریم.

۸۲۷ ۲

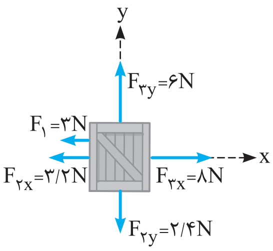


$$\sum F_x=F_1-F_{2x}=5-4.5=0.5\,N$$

$$W=Fd\cos\theta=0.5\times 3\times\cos 0^\circ=1.5\,J$$

توجه داشته باشین که نیروهای F_{2y} و F_3 بر جابه‌جایی عمودن و کاری روی جسم انجام نمی‌دن.

۸۲۸ ۲ بچه‌ها، تو این سؤال شما نمی‌تونین کار هر یک از نیروهارو جداگانه به‌دست بیارین چون جهت حرکت جعبه‌رو نمی‌دونین ولی می‌تـونین براینـد نیروهارو به‌دست بیارین و چون جابه‌جایی جعبه تو جهت نیروی برایند (جسم ابتدا ساکن بوده)، پس تو رابطه‌ی $W=Fd\cos\theta$، زاویـه‌ی θ برابر صفر خواهد بود و $W=Fd$ میشه، پس:



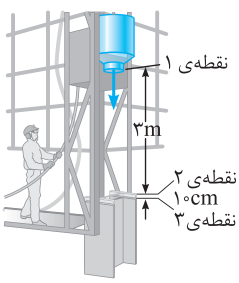
$$\sum F_x=-3+10\cos 37^\circ-4\cos 37^\circ=-3+6\times 0.8=1.8\,N$$

$$\sum F_y=10\sin 37^\circ-4\sin 37^\circ=6\times 0.6=3.6\,N$$

$$\sum\vec{F}=1.8\,\vec{i}+3.6\,\vec{j}\Rightarrow\left|\sum\vec{F}\right|=\sqrt{1.8^2+3.6^2}=\sqrt{1.8^2(1+2^2)}=1.8\sqrt{5}\,N$$

$$W=Fd=1.8\sqrt{5}\times 5=9\sqrt{5}\,J$$

۸۲۹ ۱ بچه‌ها، اول باید نیرویی که پتک به پایه وارد می‌کنه‌رو به‌دست بیاریم. برای همین براینـد نیروهـای وارد بر پتک بین دو نقطه‌ی (۱) و (۲) و دو نقطه‌ی (۲) و (۳)رو به‌دست می‌یاریم:



$$\sum F_{12}=ma_{12}\Rightarrow mg-f_k=ma_{12}\Rightarrow mg-f_k=m\left(\frac{V_2^2-V_1^2}{2x_{12}}\right)$$

$$\Rightarrow 1960-60=200\left(\frac{V_2^2-0}{2\times 3}\right)\Rightarrow V_2^2=3\times 19=57\,(m/s)^2$$

$$\sum F_{23}=ma_{23}\Rightarrow mg-f_k-N=ma_{23}\Rightarrow mg-f_k-N=m\left(\frac{V_3^2-V_2^2}{2x_{23}}\right)$$

$$\Rightarrow 1960-60-N=200\times\left(\frac{0-57}{2\times 0.1}\right)\Rightarrow N=58900\,N$$

بنابراین کار انجام‌شده توسط نیرویی که پتک بر پایه وارد می‌کنه، برابره با:

$$W=N\,x_{23}\cos 0^\circ=58900\times 0.1=5890\,J$$

بچه‌ها، اگه شما $mg-f_k$ رو ضرب‌در $(x_{12}+x_{23})$ می‌کردین بازم به همین جواب می‌رسیدین (چرا؟).

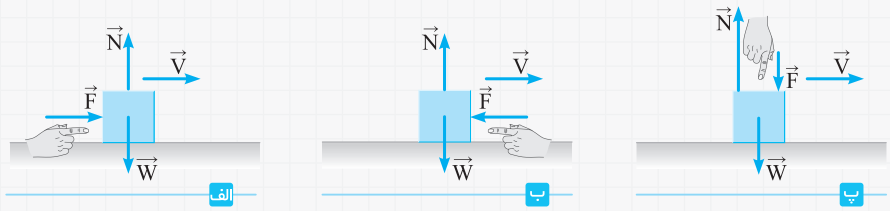
$$W_N=(mg-f_k)(x_{12}+x_{23})=1900\times 3.1=5890\,J$$

این سؤال‌رو تو این قسمت براتون گفتم تا آماده باشین که توی درسنامه‌ی بعد می‌خوام یه قضیه‌ای‌رو براتون تعریف کنم.

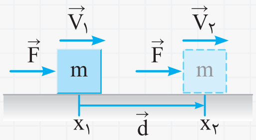
۶

محاسبه‌ی کار برایند نیروها با استفاده از قضیه‌ی کار و انرژی

بچه‌ها، همون‌طور که می‌دونین کل کار انجام‌شده روی یه جسم به‌وسیله‌ی نیروهای خارجی با جابه‌جایی جسم ارتباط داره. ولی تو سؤال قسمت قبلی که براتون حل کردم دیدین که کل کار انجام‌شده روی یه جسم به تغییر اندازه‌ی سرعت جسم هم بستگی داره. اجازه بدین که این موضوعرو براتون بیش‌تر توضیح بدم. شکل زیر جسمی‌رو تو سه حالت نشون می‌ده که روی یه سطح بدون اصطکاک با سرعت V به طرف راست حرکت می‌کنه. حالا می‌خوام ببینم اگه من بیام و یه نیرویی به بزرگی Fرو تو سه جهت مختلف به جسم وارد کنم، چه اتفاقی می‌افته.



تو شکل (الف)، نیروی برایند واردشده به جسم تو جهت حرکت اونه، پس بنابه قانون دوم نیوتون، شتاب تو جهت حرکته و سرعت جسم افزایش پیدا می‌کنه. از طرفی بنابه رابطه‌ی $W = Fd\cos\theta$ کل کار انجام‌شده روی جسم (W_{tot}) مثبته. تو شکل (ب) کل کار انجام‌شده روی جسم منفیه چون نیروی برایند $(\vec{F})$ مخالف جهت جابه‌جایی جسمه. تو این حالت چون سرعت و شتاب مختلف‌الجهت هستند، پس حرکت جسم کند میشه. تو شکل (پ) نیروی برایند صفره، پس شتاب حرکت صفره در نتیجه سرعت جسم ثابت می‌مونه و کل کار انجام‌شده روی جسم هم صفره. پس بچه‌ها من می‌تونم نتیجه بگیرم که اگه $W_{tot} > 0$ باشه، اندازه‌ی سرعت جسم افزایش پیدا می‌کنه، اگه $W_{tot} < 0$ باشه، اندازه‌ی سرعت جسم کاهش پیدا می‌کنه و اگه $W_{tot} = 0$ باشه، سرعت جسم ثابت می‌مونه.



حالا اجازه بدین که این مشاهدات‌رو به‌صورت کمّی‌تر بررسی کنیم. جسمی به جرم mرو درنظر بگیرین که تو راستای محور x حرکت می‌کنه و نیروی برایند ثابتی به بزرگی F تو جهت مثبت محور x به اون وارد میشه (شکل روبه‌رو). چون نیرو ثابته، شتاب ذره ثابته و از قانون دوم نیوتون $(F = ma_x)$ به‌دست می‌یاد. فرض کنین وقتی‌که ذره از مکان x_1 به مکان x_2 به‌اندازه‌ی $d = x_2 - x_1$ جابه‌جا میشه، بزرگی سرعت ذره از V_1 به V_2 تغییر کنه. با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان تو حرکت با شتاب ثابت روی خط راست داریم:

$$V_2^2 - V_1^2 = 2a_x d \Rightarrow a_x = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2d}$$

اگه طرفین این رابطه‌رو تو m ضرب کنیم و به‌جای ma_x نیروی برایندرو قرار بدیم، داریم:

$$F = ma_x = m\frac{V_2^2 - V_1^2}{2d} \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow \boxed{W_{tot} = K_2 - K_1} \qquad [۴-۶]$$

رابطه‌ی بالا قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی نامیده میشه. بنابر این قضیه، «کار برایند نیروهای وارد بر یه جسم تو یه جابه‌جایی برابره با تغییر انرژی جنبشی جسم تو اون جابه‌جایی» یا «مجموع کارهای نیروهای وارد بر یه جسم در یک جابه‌جایی برابره با تغییر انرژی جنبشی جسم تو اون جابه‌جایی»

قضیه‌ی کار و انرژی با مشاهدات ما درباره‌ی شکل ابتدای درسنامه سازگاره. وقتی‌که W_{tot} مثبته، انرژی جنبشی افزایش پیدا می‌کنه $(K_2 > K_1)$ و جسم تو پایان جابه‌جایی، سریع‌تر از آغاز اون حرکت می‌کنه. وقتی‌که W_{tot} منفی باشه، انرژی جنبشی کاهش پیدا می‌کنه $(K_2 < K_1)$ و اندازه‌ی سرعت جسم بعد از جابه‌جایی کم‌تره و وقتی‌که $W_{tot} = 0$ باشه، انرژی جنبشی ثابت می‌مونه و بزرگی سرعت تغییر نمی‌کنه. بچه‌ها توجه داشته باشین که قضیه‌ی کار و انرژی به‌خودی‌خود فقط در مورد تغییر تو اندازه‌ی سرعت صحبت می‌کنه، چون انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم بستگی نداره.

توجه ۱: بچه‌ها، وقتی‌که بخواهین بزرگی سرعت جسم‌رو تو نقطه‌ای از حرکت اون (V_1) به بزرگی سرعت اون تو نقطه‌ی دیگه (V_2) ارتباط بدین، قضیه‌ی کار و انرژی $(W_{tot} = K_2 - K_1)$ خیلی به درد می‌خوره (تو مسئله‌هایی که زمان حرکت جسم بین دو نقطه‌رو دارین این قضیه زیاد به درد نمی‌خوره چون این قضیه به هیچ‌وجه شامل زمان نیست. برای مسئله‌هایی که شامل زمان هستند، به‌طور معمول بهترین راه استفاده از رابطه‌های بین زمان، مکان و سرعته که تو فصل حرکت یاد گرفتین).

توجه ۲: قضیه‌ی کار و انرژی‌رو برای حالت خاص حرکت روی خط راست با نیروهای ثابت به‌دست آوردیم، ولی یادتون باشه که این قضیه به‌طور کلی حتی وقتی که نیروها ثابت نباشن و مسیر ذره خمیده باشه هم معتبره.

۸۳۰ ۴

۸۳۱ ۲

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 2000 \times (15^2 - 25^2) = 1000 \times (-400) = -4 \times 10^5\ J$$

۸۳۲ ۲

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (0 - 10^2) = -4 \times 10^4\ J$$

۸۳۳ ۲

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 0/2 \times (16^2 - 20^2) = 0/1 \times 4^2 \times (4^2 - 5^2) = -14/4\ J$$

۸۳۴ ۲

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = K_1 - K_1 = 0$$

۸۳۵ ۴

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{100} \times (40^2 - 100^2) = -84\ J$$

۸۳۶ ۳

$$K_1 = \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2}m \times 100 \Rightarrow m = 2\,kg$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times [(-20)^2 - 10^2] = 300\ J$$

۸۳۷ ۱

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 2000 \times (12^2 - 2^2) = 140\,kJ$$

۸۳۸ ۲

$$V_2 = at + V_1 \Rightarrow V_2 = 0/2 \times 5 + 0 = 1\,m/s$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 400 \times (1^2 - 0) = 200\ J$$

۸۳۹ ۳ تو بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3، بزرگی سرعت کاهش پیدا می‌کنه، پس کار برایند نیروهای وارد بر متحرک منفیه.

۸۴۰ ۱ بچه‌ها، تو ثانیه‌های دوم و سوم، چون سرعت متحرک ثابته پس کار برایند نیروهای وارد بر متحرک صفره، پس فقط باید کار برایند نیروهای وارد بر متحرک‌رو تو ثانیه‌ی اول به‌دست بیاریم:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 5 \times (4^2 - 0) = 40\ J$$

۸۴۱ ۴ بچه‌ها، همون‌طور که توی درسنامه‌ی این قسمت گفتم، قضیه‌ی کار و انرژی حتی وقتی‌که نیرو ثابت نباشه و مسیر ذره مستقیم نباشه هم صادقه.

$$x = t + 2t^3 \Rightarrow V = 1 + 6t^2 \Rightarrow V_2 = 1 + 6(2)^2 = 25\,m/s, V_1 = 1\,m/s$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 4 \times (25^2 - 1^2) = 2 \times 624 = 1248\ J$$

۸۴۲ ۱

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{tot} = W_{f_k} = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 0/4 \times (0^2 - 10^2) = -20\ J$$

۸۴۳ ۳

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{tot} = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (0 - 15^2) = -90\,kJ$$

۸۴۴ ۳

$$V_1 = 54\,km/h = 54 \times \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{54}{3/6}\,m/s = 15\,m/s$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 600 \times (0 - 15^2) = -67500\ J = -67/5\,kJ$$

۸۴۵ ۲

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow -45 = \frac{1}{2} \times 2 \times [(V_1 - 5)^2 - V_1^2] \Rightarrow -45 = -10V_1 + 25 \Rightarrow V_1 = 7\,m/s$$

۸۴۶ ۱

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow (\mu_k N)\,d\cos 180^\circ = K_2 - K_1 \Rightarrow -\mu_k mgd = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow -0/2 \times 0/8 \times 10 \times d = 2 - \frac{1}{2} \times 0/8 \times 5^2 \Rightarrow d = 5\,m$$

۸۴۷ ۲

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F_W d\cos ۱۸۰^\circ = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F_W \times \frac{۵}{۱۰۰} \times (-۱) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۱ \times (۰^۲ - ۲۰^۲) \Rightarrow F_W = ۴۰۰N$$

۸۴۸ ۳

در ابتدا جسم با سرعت ثابت $V_۰$ در حال حرکت بوده، یعنی برایند نیروهای وارد بر اون صفر بوده. وقتی‌که نیروی ثابت $۴N$ رو به اون وارد می‌کنیم، برایند نیروهای وارد به جسم میشه ۴ نیوتون.

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F.d\cos ۰^\circ = K_۲ - K_۱ \Rightarrow ۴ \times ۲۴ \times ۱ = ۱۳۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times V_۰^۲ \Rightarrow V_۰^۲ = ۳۶ \Rightarrow V_۰ = ۶m/s$$

۸۴۹ ۱

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow Fd = K_۲ - K_۱$$

بچه‌ها، W_{tot} رو برابر Fd قرار دادم چون نمی‌دونم که این نیرو هم‌جهت با حرکت یا تو خلاف جهت حرکته اگه جوابی که برای F به‌دست اومد مثبت بود یعنی نیرو در جهت حرکت جسم ($\cos\theta = \cos ۰^\circ = ۱$) و اگه منفی بود یعنی نیرو در خلاف جهت حرکت جسم ($\cos\theta = \cos ۱۸۰^\circ = -۱$).

$$Fd = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F \times ۸ = ۱۲۰۰ - \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۱۰^۲ \Rightarrow F = ۱۰۰N$$

توجه کنین که چون انرژی جنبشی جسم زیاد شده می‌فهمیم که نیرو در جهت حرکت جسم به اون وارد شده.

۸۵۰ ۱

بچه‌ها، چون جسم در ابتدا تو حال سکون قرار داشته، پس بعد از اعمال نیروها حرکت اون در جهت برایند نیروهاست. اگه اندازه‌ی هر یک از نیروهارو F بگیریم، داریم:

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow (F\sqrt{۲})d\cos ۰^\circ = ۳۲ - ۰ \Rightarrow F\sqrt{۲} \times ۱۶ = ۳۲ \Rightarrow F = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}\,N$$

۸۵۱ ۳

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ = ۱۲۰ - ۰ \Rightarrow F_{\text{برایند}} d\cos ۰^\circ = ۱۲۰ \Rightarrow F_{\text{برایند}} = \frac{۱۲۰}{۸} = ۱۵N$$

پس بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ برابر ۵ نیوتون و تو خلاف جهت $\vec{F}_۱$ قرار داره.

۸۵۲ ۱

ابتدا قضیه‌ی کار و انرژی‌رو بین دو نقطه‌ی $x_۱ = ۰$ و $x_۲ = ۵m$ می‌نویسیم:

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow Fd\cos\theta = K_۲ - K_۱ \Rightarrow F \times ۵\cos\theta = ۰ - ۳۰ \Rightarrow F\cos\theta = -۶N \Rightarrow F = ۶N \,،\, \theta = ۱۸۰^\circ$$

پس نیرو تو خلاف جهت محور x به جسم وارد شده. حالا قضیه‌ی کار و انرژی‌رو بین دو نقطه‌ی $x_۱ = ۰$ و $x_۲ = -۳m$ می‌نویسیم:

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow Fd\cos ۰^\circ = K_۲ - K_۱ \Rightarrow ۶ \times ۳ = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times V_۲^۲ - ۳۰ \Rightarrow V_۲^۲ = ۱۲ \Rightarrow V_۲ = ۲\sqrt{۳}\,m/s$$

بچه‌ها، تو قسمت دوم می‌تونستین قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی‌رو بین دو نقطه‌ی $x_۱ = ۵m$ و $x_۲ = -۳m$ بنویسین (امتحان کنین!).

۸۵۳ ۳

همون‌طور که تو درسنامه‌ی این قسمت گفتم قضیه‌ی کار و انرژی حتی وقتی‌که مسیر ذره مستقیم نباشه هم صادقه، پس:

$$W_{tot} = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۱ \times (۴^۲ - ۱^۲) = ۰/۷۵J$$

توجه داشته باشین که فقط نیروی کشش نخ (T) روی جسم کار انجام میده یعنی $W_{tot} = W_T$.

۸۵۴ ۳

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow (F - \mu mg)x = K_۲ - ۰ \Rightarrow K_۲ = (F - \mu mg)x$$

۸۵۵ ۴

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow (F - \mu N)x = \frac{۱}{۲}mV^۲ - ۰ \Rightarrow F.x = \frac{۱}{۲}mV^۲ + \mu Nx \Rightarrow W_F > \frac{۱}{۲}mV^۲$$

۸۵۶ ۲

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow (F - f_k)x = \frac{۱}{۲}mV^۲ - ۰ \Rightarrow W_F = f_k.x + E_c \Rightarrow W_F > E_c$$

۸۵۷ ۴

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow (F - f_k)x = \frac{۱}{۲}mV^۲ - ۰ \Rightarrow (۵ - f_k) \times ۲۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۸^۲ \Rightarrow f_k = ۱/۸N$$

۸۵۸ ۲

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{tot} = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲) = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۱۰^۲ - ۲۰^۲) = -۳۰J$$

۸۵۹ ۲

$$W_{tot} = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} + W_R = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲) \Rightarrow mgh\cos ۰^\circ + W_R = \frac{۱}{۲}m(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۵ + W_R = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۸^۲ - ۰^۲) \Rightarrow W_R = -۳۶J$$

۸۶۰ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_R=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲) \Rightarrow mgh+W_R=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۰/۵\times۱۰\times۸+(-۴)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}(V_۲^۲-۰)\Rightarrow V_۲^۲=۳۶\times۴\Rightarrow V_۲=۶\times۲=۱۲\,m/s$$

۸۶۱ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_R=K_۲-K_۱\Rightarrow ۰+W_R=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۴^۲-۵^۲)\Rightarrow W_R=-۹\,J$$

۸۶۲ ۱

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_R=K_۲-K_۱\Rightarrow ۰+W_R=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times(۹^۲-۱۰^۲)\Rightarrow W_R=-۱/۹\,J$$

کار نیروی مقاومت هوا به انرژی حرارتی تبدیل میشه، پس ۱/۹ J گرما به محیط و توپ داده میشه.

۸۶۳ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_R=K_۲-K_۱\Rightarrow mgh\cos۱۸۰^\circ+\bar{F}h\cos۱۸۰^\circ=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow ۰/۱\times۱۰\times۳۰\times(-۱)+\bar{F}\times۳۰\times(-۱)=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times(۰-۳۰^۲)\Rightarrow \bar{F}=۰/۵\,N$$

۸۶۴ ۱

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_R=K_۲-K_۱\Rightarrow ۰+W_R=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow W_R=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۱۰۰}\times(۴۰۰^۲-۶۰۰^۲)=-۲۰۰۰\,J$$

۸۶۵ ۴

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{\text{شخص}}+W_{mg}=K_۲-۰\Rightarrow W_{\text{شخص}}-mgh=\frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}}=mgh+\frac{۱}{۲}mV^۲=۱\times۱۰\times۲+\frac{۱}{۲}\times۱\times۵^۲=۳۲/۵\,J$$

۸۶۶ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{tot}=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)=\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times(۲^۲-۶^۲)=-۶/۴\,J$$

با توجه به این‌که کار نیروی برایند منفیه، نتیجه می‌گیریم که نیروی برایند تو خلاف جهت جابه‌جاییه.

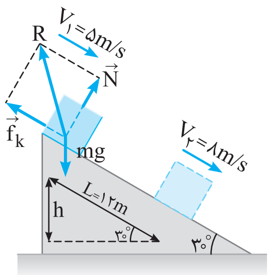
$$W_{tot}=F_{tot}\times AB\times\cos۱۸۰^\circ\Rightarrow -۶/۴=F_{tot}\times۲\times(-۱)\Rightarrow F_{tot}=۳/۲\,N$$

۸۶۷ ۴

بچه‌ها، مطابق شکل زیر، به جسم روی سطح شیب‌دار دو نیرو وارد میشه:

۱- نیروی وزن که از طرف کره‌ی زمین به جسم وارد میشه (mg).

۲- نیروی عکس‌العمل سطح که از طرف سطح شیب‌دار به جسم وارد میشه که تو شکل روبه‌رو، مؤلفه‌های اون یعنی نیروی اصطکاک و نیروی عمود بر سطح نشون داده شدن. بنابه قضیه‌ی کار و انرژی، کار برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی جسمه، پس می‌تونم بنویسم:



$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}+W_N=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow mgh+W_{f_k}+۰=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)\Rightarrow mg(L\sin۳۰^\circ)+W_{f_k}=\frac{۱}{۲}m(V_۲^۲-V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow W_{f_k}=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۸^۲-۵^۲)-۲\times۱۰\times۱۲\times\frac{۱}{۲}=-۸۱\,J$$

۸۶۸ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱ \Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}+W_N+W_F=K_۲-K_۱$$

$$\Rightarrow W_{mg}+f_k(AB)\cos۱۸۰^\circ+۰+F(AB)\cos۰^\circ=K_۲-K_۱$$

$$\Rightarrow W_{mg}-۵۰+۱۰=۳۵\Rightarrow W_{mg}=۷۵\,J$$

۸۶۹ ۲

$$W_{tot}=K_۲-K_۱\Rightarrow W_{mg}+W_{f_k}=K_۲-۰\Rightarrow mgL\sin۳۰^\circ+W_{f_k}=\frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$\Rightarrow W_{f_k}=\frac{۱}{۲}\times۴\times۴^۲-۴\times۱۰\times۲/۵\times\frac{۱}{۲}=-۱۸\,J$$

علامت منفی نشون‌دهنده‌ی تلف شدن انرژی و تبدیل اون به گرماست.