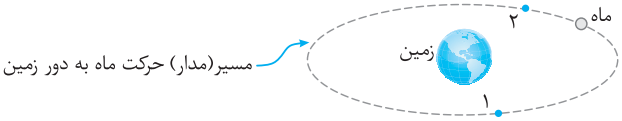
فصل ۱۰ حرکت بر خط راست

قسمت اوّل: شناخت حرکت

آ) بردار مکان، جابه‌جایی و مسافت

حرکت

اگر مکان یک جسم با گذشت زمان نسبت به یک مبدأ مقایسه تغییر کند، می‌گوییم جسم حرکت کرده است. برای نمونه فرض کنید خودرویی در اتوبان تهران ـ کرج و در خط سبقت در حال حرکت است یا به حرکت ماه به دور زمین دقت کنید که بر خط راست انجام نمی‌شود.



نمونه‌های بالا حرکت جسم را مشخص می‌کند، با این تفاوت که شکل حرکت جسم‌ها (مسیر حرکت) متفاوت است.

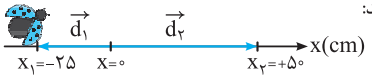
به ساده‌ترین شکل حرکت جسم که بر مسیر مستقیم انجام می‌شود، **حرکت روی خط راست** (حرکت یک بُعدی) می‌گویند. برای بررسی حرکت یک جسم ابتدا مفاهیم زیر را در نظر می‌گیریم:

بردار مکان

برداری است که ابتدای آن مبدأ محور $(x = 0)$ و انتهای آن مکان جسم است. برای نمونه فرض کنید خودرویی روی محور افقی مانند شکل زیر قرار دارد، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\vec{d} = x\vec{i} \Rightarrow \vec{d} = (4\text{m})\vec{i}$$

برای نمونهٔ دیگر فرض کنید، کفش‌دوزکی در جهت مثبت محور x در حال حرکت است و در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 30\text{s}$ به ترتیب در مکان‌های $x_1 = -25\,\text{cm}$ و $x_2 = +50\,\text{cm}$ قرار دارد. در این صورت بردارهای مکان کفش‌دوزک به‌صورت زیر رسم می‌شوند:



با توجه به شکل، $\vec{d}_1$، بردار مکان کفش‌دوزک در لحظهٔ t_1، در جهت منفی محور قرار گرفته است و $\vec{d}_2$ بردار مکان کفش‌دوزک در لحظهٔ t_2، در جهت مثبت محور قرار گرفته است.

نکات مربوط به بردار مکان

۱- بردار مکان مشخص‌کنندهٔ مکان جسم در یک لحظه است و در مورد حرکت جسم اطلاعاتی مشخص نمی‌کند.

۲- اندازهٔ بردار مکان در هر لحظه، فاصلهٔ جسم نسبت به مبدأ محور را مشخص می‌کند.

۳- اگر مبدأ محور تغییر کند، بردار مکان جسم نیز تغییر می‌کند.

۴- اگر جسم در مکان‌های منفی باشد، بردار مکان جسم در جهت منفی محور و اگر در مکان‌های مثبت باشد، بردار مکان جسم در جهت مثبت محور قرار می‌گیرد.

تذکر حرکت جسم همواره نسبت به اجسام دیگر بررسی می‌شود. بنابراین حرکت پدیده‌ای نسبی است. برای نمونه، اگر چمدانی در یک اتوبوس در محل بار قرار داشته باشد، نسبت به اتوبوس ساکن است اما نسبت به شخصی که در ایستگاه اتوبوس نشسته است، دارای حرکت است.

بردار جابه‌جایی

پاره‌خط جهت‌داری است که مکانِ آغازین جسم را به مکانِ پایانی آن وصل می‌کند. در این صورت می‌توان نتیجه گرفت که برای رسم بردار جابه‌جایی نیاز به گذشت زمان داریم. بردار جابه‌جایی با تفاضل بردار مکان بین دو لحظه برابر است:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$$

تذکر اگر جسم روی خط راست بر محور افقی یا قائم حرکت کند، بردار جابه‌جایی آن را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

جابه‌جایی افقی: $\vec{d} = \Delta\vec{x} \Rightarrow \vec{d} = \Delta x\vec{i}$ ، $\Delta x = x_2 - x_1$

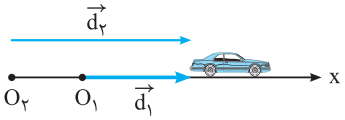
جابه‌جایی قائم: $\vec{d} = \Delta\vec{y} \Rightarrow \vec{d} = \Delta y\vec{j}$ ، $\Delta y = y_2 - y_1$

برای نمونه، اگر جسمی روی محور افقی از مکان $x_1 = +4m$ به مکان $x_2 = -4m$ حرکت کند، جابه‌جایی افقی آن برابر است با:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -4 - (+4) = -8m$$

یعنی جسم به اندازهٔ ۸ متر در جهت منفی محور افقی جابه‌جا شده است.

نکته اگر مبدأ محور تغییر کند، بردار مکان جسم تغییر می‌کند اما بردار جابه‌جایی تغییر نمی‌کند. در شکل‌های زیر این موضوع بررسی شده است.

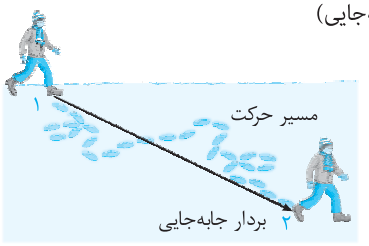


(بردار مکان)

(بردار جابه‌جایی)

مسیر حرکت

مجموعه نقاطی است که متحرک هنگام حرکت بین دو نقطه، از آن‌ها عبور می‌کند. برای نمونه، اگر شخصی روی برف راه رفته باشد، ردّ پایش مشخص می‌شود. به این ردّ پا (جای پا) مسیر حرکت شخص می‌گویند. در شکل مقابل، مسیر حرکت جسم منطبق بر خط راست نبوده و به‌صورت منحنی است.



نکته همان‌طور که می‌دانیم حرکت پدیده‌ای نسبی است، در این صورت اگر مبدأ محور تغییر کند، مسیر حرکت نیز تغییر می‌کند.

برای نمونه، اگر داخل اتومبیل روی یک صندلی نشسته باشیم، در این حالت مسیر حرکت قطره‌های باران در راستای قائم است. اما با حرکت اتومبیل، مسیر حرکت قطره‌های باران از نظر شما جهت مایل به خود می‌گیرند.

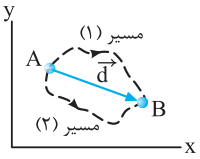
مسافت (l)

طول مسیر پیموده‌شده توسط متحرک را مسافت می‌گویند.

نکته ۱ جابه‌جایی کمیتی برداری است و مقدار آن فقط به مکانِ آغازین و پایانی جسم بستگی دارد. اما مسافت پیموده‌شده (l) کمیتی عددی است و به شکل مسیر پیموده‌شده بستگی دارد.

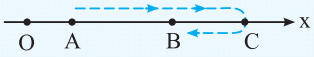
نکته ۲ در جابه‌جایی بین دو نقطه می‌توان بی‌شمار مسیر حرکت مشخص کرد که جابه‌جایی، مسیر مستقیم (کوتاه‌ترین مسیر) بین این دو نقطه است. یعنی مقدار جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی با مسافت پیموده‌شده است.

$$l \geq d$$



نتیجه اگر متحرک بر مسیر مستقیم حرکت کند و جهت حرکت آن تغییر نکند، جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط آن با هم برابر است.

تست: متحرکی مطابق شکل از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شده است. اگر $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ باشد، نسبت مسافت پیموده‌شده به جابه‌جایی کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: طول مسیر پیموده‌شده توسط جسم برابر با مسافت است. در این‌صورت داریم:

$$l = \overline{AC} + \overline{CB} = 4\overline{BC}$$

از طرفی جابه‌جایی مستقل از مسیر حرکت بوده و فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت وابسته است. در این صورت داریم:

$$d = \overline{AB} = 2\overline{BC}$$

یعنی:

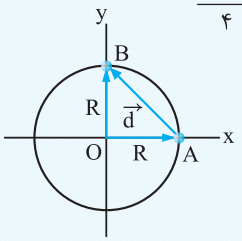
$$\frac{l}{d} = \frac{4\overline{BC}}{2\overline{BC}} = 2$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: متحرکی روی محیط دایره‌ای به شعاع R به اندازهٔ ۹۰° می‌چرخد. مسافت پیموده‌شده توسط متحرک چند برابر جابه‌جایی است؟

۱) $\frac{\pi R}{2}$ ۲) $R\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$

پاسخ: مسافت پیموده‌شده توسط متحرک $\frac{1}{4}$ محیط دایره است و برای محاسبهٔ جابه‌جایی، طول بردار $\overrightarrow{AB}$ را حساب می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$\begin{cases} l = \frac{1}{4}(2\pi R) = \frac{\pi R}{2} m \\ d = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} m \end{cases} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{\frac{\pi R}{2}}{R\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تست: متحرکی روی محیط دایره‌ای با شعاع ۱۰ متر در مدت یک دقیقه یک دور کامل می‌چرخد. پس از ۲۰ دقیقه، جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط آن به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟ ($\pi \simeq 3$)

۱) ۱۲۰۰ ، ۱۲۰۰ ۲) صفر ، ۱۲۰۰ ۳) ۱۲۰۰ ، صفر ۴) صفر ، صفر

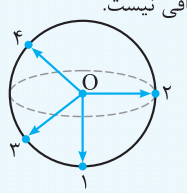
پاسخ: در مدت ۲۰ دقیقه متحرک دایرهٔ مسیر را ۲۰ بار می‌پیماید و به نقطهٔ شروع حرکت می‌رسد. بنابراین جابه‌جایی انجام‌شده توسط آن در این مدت صفر است. مسافت پیموده‌شده در این مدت برابر است با:

$$l = ۲۰ \times (۲\pi R) = ۲۰ \times ۲۰\pi = ۴۰۰\pi = ۱۲۰۰m$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: جسمی در ۸ متری مبدأ محور قرار دارد. از این نقطه ۳ متر به طرف غرب و ۴ متر به طرف جنوب می‌رود. فاصلهٔ نهایی جسم از مبدأ چند متر است؟

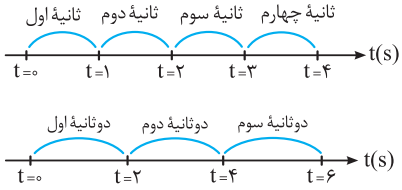
۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۶/۴ ۴) داده‌ها کافی نیست.



پاسخ: جسم در ابتدا در ۸ متری مبدأ محور قرار دارد اما مکان دقیق آغازین آن مشخص نیست. بنابراین جسم می‌تواند روی هر کدام از نقاط محیط کره‌ای به مرکز مبدأ حرکت و به شعاع ۸ متر واقع باشد. با توجه به متغیر بودن مکانِ آغازین، مکانِ پایانی نیز قابل تغییر بوده و ثابت نیست. یعنی فاصلهٔ نهایی جسم از مبدأ مشخص نیست. به شکل دقت کنید. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تذکر در بررسی حرکت جسم محور زمان را می‌توان به‌صورت‌های زیر تقسیم‌بندی کرد:

یعنی منظور از **ثانیه، بازهٔ زمانی به اندازهٔ یک واحد است.**



اگر بازهٔ زمانی مشخص شده در محور مقابل را در دو، سه و ... ضرب کنیم، داریم:

دو ثانیهٔ اول $۰ \le t \le ۲s$

دو ثانیهٔ دوم $۲s \le t \le ۴s$

⋮

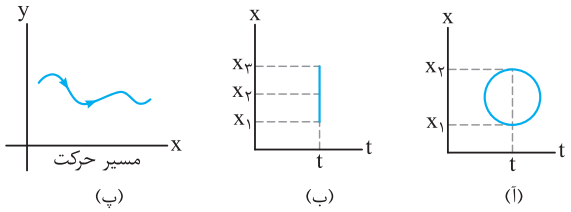
دو ثانیهٔ nام $۲n - ۲ \le t \le ۲n$

یعنی منظور از دو ثانیه، بازهٔ زمانی به اندازهٔ دو واحد است.

نتیجه منظور از T ثانیهٔ nام بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ $t_۱ = (n-۱)T$ و لحظهٔ $t_۲ = nT$ است.

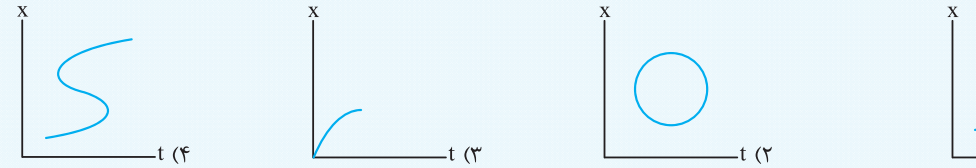
معادلهٔ مکان ـ زمان (معادلهٔ حرکت)

تابعی است که مکان جسم را در هر لحظه مشخص می‌کند. البته باید توجه داشت که در معادلهٔ حرکت، مکان تابعی از زمان است. یعنی در این رابطه نمی‌توان لحظه‌ای را مشخص کرد که در آن جسم در دو مکان متفاوت باشد. اما مسیر حرکت جسم الزاماً یک تابع نیست. برای نمونه فرض کنید، نمودار مکان ـ زمان که با توجه به معادلهٔ حرکت رسم می‌شود، مانند شکل‌های (آ) و (ب) باشد.

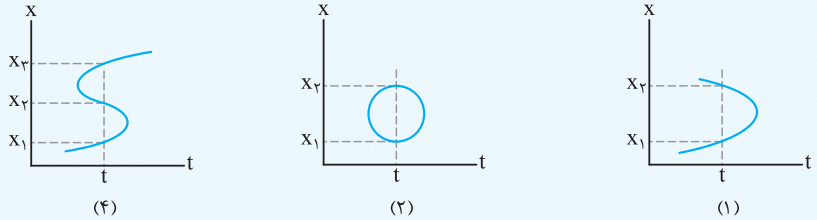


با توجه به نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که جسم در یک لحظه در دو یا چند مکان قرار گرفته است که این نتیجه نمی‌تواند مربوط به یک جسم (ذره) باشد؛ یعنی چنین حرکت‌هایی در طبیعت وجود ندارد. اما در شکل (پ) مسیر حرکت جسم رسم شده است.

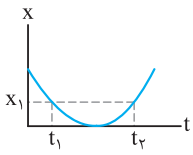
تست: کدام‌یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به حرکت یک جسم باشد؟ (برگرفته از کتاب درسی)



پاسخ: در حرکت یک جسم باید به این نکته توجه داشت که جسم باید در یک لحظه فقط در یک مکان باشد. در این‌صورت در نمودارهای (۱)، (۲) و (۴) می‌توان لحظه‌ای را مشخص کرد که جسم در آن لحظه در دو یا چند مکان متفاوت باشد که چنین امری امکان‌پذیر نیست. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



نکته اگر جسمی بر مسیر مستقیمی حرکت رفت و برگشت داشته باشد، می‌تواند در دو لحظهٔ متفاوت در یک مکان قرار داشته باشد. یعنی در نمودار مکان ـ زمان، جسم می‌تواند در دو لحظه، در یک مکان باشد. به نمودار مکان ـ زمان روبه‌رو توجه کنید.



تست: معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = t^2 - 5t + 2$ است. جابه‌جایی آن در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

۱) $+6$ ۲) -6 ۳) -4 ۴) $+4$

پاسخ: باید توجه داشت که جابه‌جایی مستقل از مسیر حرکت بوده و فقط به نقاط آغازین و پایانی حرکت جسم وابسته است. **با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در هر لحظه می‌توان مکان جسم را مشخص کرد.** در این صورت داریم:

دو ثانیهٔ اول $\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = +2m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = (2)^2 - 5(2) + 2 = -4m \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = -4 - 2 = -6\,m$

علامت جابه‌جایی جسم منفی است، یعنی جسم در این بازهٔ زمانی ۶ متر در جهت منفی محور x (افق) حرکت کرده است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = 3t^2 - 21t + 36$ است. این جسم دو بار از مبدأ محور عبور می‌کند. مدت زمان بین این دو عبور چند ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۷

پاسخ: هنگام عبور جسم از مبدأ محور، مکان آن برابر صفر است. در این صورت داریم:

$$x = 0 \Rightarrow 3t^2 - 21t + 36 = 0 \Rightarrow t^2 - 7t + 12 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

در این‌صورت مدت زمان دو بار عبور متوالی از مبدأ محور برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 4 - 3 = 1s$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست: معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در لحظهٔ $t = 0$ شروع به حرکت کرده‌اند، به‌صورت $x_A = 10t + 2$ و $x_B = 4t + 8$ است. این دو متحرک .....

۱) یک بار به هم می‌رسند. ۲) دو بار به هم می‌رسند. ۳) از یک محل شروع به حرکت می‌کنند. ۴) به هم نمی‌رسند.

پاسخ: **برای آن‌که دو متحرک به هم برسند، باید در یک لحظه در یک مکان قرار داشته باشند.** در این صورت داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 10t + 2 = 4t + 8 \Rightarrow 6t = 6 \Rightarrow t = 1s$$

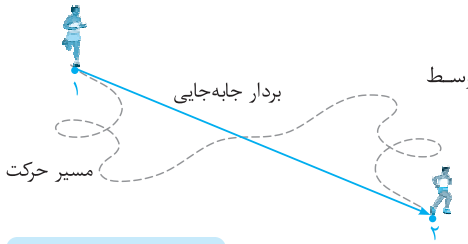
در این صورت دو متحرک در لحظهٔ $t = 1s$ در یک مکان قرار گرفته‌اند. توجه داشته باشید که در لحظهٔ شروع حرکت $(t = 0)$ مکان اولیه برای دو متحرک یکسان نیست. یعنی گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۱) درست است.

$t = 0 \Rightarrow x_A = +2m$

$t = 0 \Rightarrow x_B = +8m$

ب) سرعت متوسط $(\vec{v}_{av})$

نسبت جابه‌جایی انجام‌شده به مدت زمان انجام جابه‌جایی را سرعت متوسط می‌گویند. سرعت متوسط کمیتی برداری است. یکای آن متر بر ثانیه (m/s) است که برحسب (km/h) نیز بیان می‌شود.



$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

تذکر برای تبدیل یکای km/h به m/s از رابطهٔ روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$$1km/h \times \frac{10}{36} = 1m/s$$

تذکر در تبدیل یکای km/h به m/s می‌توانید از اعداد جدول روبه‌رو استفاده کنید:

km/h	m/s
۱۸	۵
۳۶	۱۰
۵۴	۱۵
۷۲	۲۰
۹۰	۲۵

نکته ۱ سرعت متوسط کمیتی برداری است که همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است. (به دلیل آن‌که ضرب و تقسیم یک کمیت برداری در کمیتی عددی و مثبت، همواره برداری هم‌جهت با بردار اولیه است.)

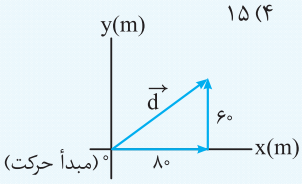
نکته ۲ سرعت متوسط کمیتی پیوسته است و با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ آن می‌توان نتیجه گرفت که این کمیت اطلاعاتی از نقاط میانی مسیر مشخص نمی‌کند.

اگر سرعت متوسط جسمی در جابه‌جایی بین دو نقطه $۲۰\,km/h$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت؛ جسم به طور متوسط در هر ساعت به اندازهٔ ۲۰ کیلومتر جابه‌جا شده است. در این صورت در هر لحظه جسم می‌تواند سرعت دلخواهی داشته باشد یا حتی جسم برای مدتی متوقف شده باشد.

نکته ۳ اگر جسم طوری حرکت کند که نقطهٔ شروع و پایان حرکت یکسان باشد، سرعت متوسط جسم در این حرکت صفر است.

تست: **جسمی در جهت غرب به شرق ۸۰ متر و سپس از این نقطه ۶۰ متر به طرف شمال حرکت می‌کند. اگر کل زمان حرکت ۲۰ ثانیه باشد، سرعت متوسط جسم در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵



پاسخ: با توجه به شکل، کل جابه‌جایی انجام‌شده برابر است با:

$$d = \sqrt{۶۰^۲ + ۸۰^۲} = ۱۰۰\,m$$

در این صورت با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\,m/s$$

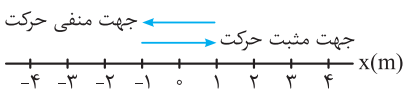
بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

قرارداد: در کتاب درسی فیزیک سال دوازدهم، سرعت متوسط را برای حالت خاصی بررسی می‌کنیم که جسم در راستای خط راست حرکت کند. در این صورت محور x ها را منطبق بر مسیر حرکت جسم در نظر گرفته و جابه‌جایی جسم $(\vec{d})$ را با (Δx) و سرعت متوسط را به‌صورت $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ در حل مسئله‌ها به کار می‌بریم.

نکته بنابر رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط:

آ ـ اگر جسم در جهت مثبت محور x حرکت کند، جابه‌جایی آن مثبت و سرعت متوسط آن نیز مثبت است.

ب ـ اگر جسم در جهت منفی محور x حرکت کند، جابه‌جایی آن منفی و سرعت متوسط آن نیز منفی است.



تست: **خودرویی در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ در مکان $x_۱ = +۴m$ از مبدأ حرکت و در لحظهٔ $t_۲ = ۱۲s$ در مکان $x_۲ = -۱۶m$ از مبدأ محور قرار دارد. سرعت متوسط حرکت خودرو در این مدت چند m/s است؟**

۱) ۲+ ۲) ۱+ ۳) ۲- ۴) ۱-

پاسخ: با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{\Delta t} = \frac{-۱۶ - (+۴)}{۱۲ - ۲} = \frac{-۲۰}{۱۰} = -۲\,m/s$$

یعنی اتومبیل به طور متوسط در هر ثانیه به اندازهٔ ۲ متر در جهت منفی محور x ها جابه‌جا شده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

پ) تندی متوسط (s_{av})

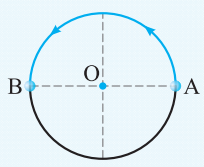
نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت زمان انجام آن را تندی متوسط می‌گویند. این کمیت، نرده‌ای است و همانند سرعت متوسط برای بیان آن از یکای متر بر ثانیه (m/s) یا کیلومتر بر ساعت (km/h) می‌توان استفاده کرد.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

اگر تندی متوسط در جابه‌جایی بین دو نقطه برابر $۱۴\,m/s$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت، مسافت متوسط پیموده‌شده در هر ثانیه توسط جسم برابر $۱۴m$ است.

تست: **جسمی روی محیط دایره‌ای به شعاع ۲۰ سانتی‌متر در مدت ۲ ثانیه، نصف دایره را می‌پیماید. تندی متوسط جسم در این جابه‌جایی چند cm/s است؟**

۱) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۲) π ۳) ۱۰π ۴) $۰/۱\pi$



پاسخ: با توجه به شکل، طول مسیر پیموده‌شده از A تا B برابر نصف محیط دایره است.

در این صورت داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲\pi r)}{\Delta t} = \frac{\pi r}{\Delta t} = \frac{۲۰\pi}{۲} = ۱۰\pi\ cm/s \Rightarrow$$

گزینهٔ (۳) درست است.

تست: شناگری طول استخری را که اندازهٔ آن ۲۰ متر است به مدت ۱۵ ثانیه در مسیر رفت شنا می‌کند و در برگشت این مسیر را در مدت ۲۰ ثانیه بازمی‌گردد. تندی متوسط در کل حرکت شناگر چند m/s است؟

۱) $\frac{۸}{۷}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) صفر

پاسخ: طول کل مسیر پیموده‌شده توسط شناگر برابر ۴۰ متر است و این مسیر در مدت ۳۵ ثانیه پیموده شده است. در این صورت داریم:

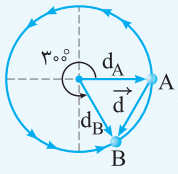
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۳۵} = \frac{۸}{۷}\,m/s$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست: جسمی روی دایره‌ای به شعاع r در حال حرکت است. اگر جسم زاویه‌ای به اندازهٔ ۳۰۰° را طی کند، تندی متوسط آن در این مسیر چند برابر سرعت متوسط است؟ ($\pi \simeq ۳$)

۱) ۲/۴ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) ۲/۵ ۴) ۵

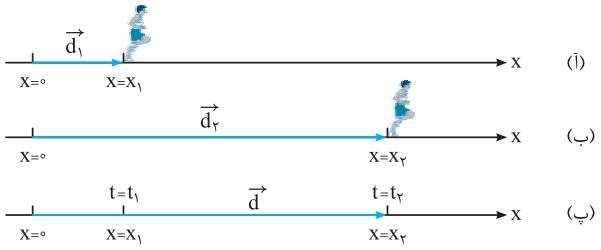
پاسخ: ابتدا جابه‌جایی جسم را حساب می‌کنیم. زاویهٔ بین دو بردار مکان برابر ۶۰° و اندازهٔ این دو بردار با شعاع دایره برابر است. در این صورت مثلث ایجادشده متساوی‌الاضلاع بوده ($d_A = d_B = d = r$) و جابه‌جایی با شعاع دایره برابر است. از طرفی مسافت پیموده‌شده با $\frac{۵}{۶}$ از محیط دایره برابر است، پس می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned} s_{av} &= \frac{l}{\Delta t} \\ v_{av} &= \frac{d}{\Delta t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{\frac{۵}{۶} \times ۲ \times \pi \times r}{r} = ۵ \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

تذکر اگر جسم بر روی خط راست حرکت کند، هنگامی اندازهٔ سرعت متوسط با تندی متوسط آن برابر است که جهت حرکت جسم تغییر نکند. برای نمونه در شکل زیر، اگر دونده همواره در جهت مثبت محور x حرکت کند، اندازهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط بین هر دو لحظه با هم برابر است.



تست: در جابه‌جایی بین دو نقطه تندی متوسط به‌صورت ۲km/h و سرعت متوسط به‌صورت ۲km/h گزارش شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) مسیر حرکت جسم دایره‌ای شکل است.

۲) جسم در صفحهٔ مختصات به‌صورت دو بُعدی روی مسیر منحنی شکل حرکت می‌کند.

۳) مسیر حرکت جسم روی خط راست و بدون تغییر جهت است.

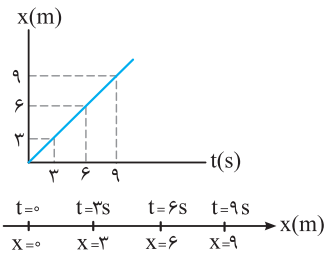
۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

پاسخ: اگر جسم بر مسیر مستقیم، بدون تغییر جهت حرکت کند، تندی متوسط و سرعت متوسط آن با هم برابر است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

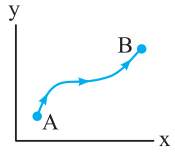
ت) نمودار مکان ـ زمان (x – t)

نمودار مکان- زمان، نموداری است که بر اساس معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت جسم رسم می‌شود. نمودار مکان ـ زمان مشخص‌کنندهٔ مکان متحرک در هر لحظه است و مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند. به نمودارهای روبه‌رو توجه کنید:

در نمودار (آ) جسم در حال حرکت روی محور افقی است و نمودار x – t در هر لحظه مکان جسم را مشخص کرده است. در صورتی‌که در نمودار (ب) مختصات حرکت جسم (x, y) در جابه‌جایی از A تا B (مسیر حرکت) مشخص شده است. یعنی در نمودار (ب) شکل مسیر حرکت جسم آورده شده است.



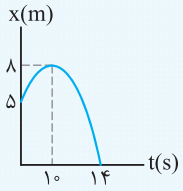
(آ)



(ب)

تعیین جابه‌جایی به کمک نمودار مکان - زمان: برای محاسبهٔ جابه‌جایی، مستقل از شکل نمودار، کافی است که مکان‌های آغازین و پایانی را مشخص کرده و از رابطهٔ جابه‌جایی $(\Delta x = x_۲ - x_۱)$ استفاده کنیم.

تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی روی محور x مطابق شکل است. جابه‌جایی جسم در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند برابر جابه‌جایی جسم در کل حرکت است؟



۱) $+۰/۶$ ۲) $-\frac{۵}{۳}$ ۳) $-۰/۶$ ۴) $+\frac{۵}{۳}$

پاسخ: با توجه به نمودار در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت داریم:

$$\left.\begin{matrix} t_۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ = +۵m \\ t_۲ = ۱۰s \Rightarrow x_۲ = +۸m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x = ۸ - ۵ = ۳m$$

در کل حرکت می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} t_۱ = ۰ \Rightarrow x_۱ = +۵m \\ t_۲ = ۱۴s \Rightarrow x_۲ = ۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x_T = ۰ - ۵ = -۵m$$

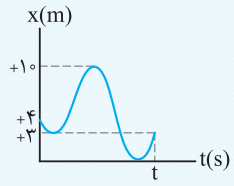
در این صورت داریم: $\frac{\Delta x}{\Delta x_T} = -\frac{۳}{۵} = -۰/۶$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

تعیین مسافت به کمک نمودار مکان ـ زمان: برای محاسبهٔ مسافت، طول مسیر پیموده‌شده در بازهٔ زمانی مشخص‌شده را به وسیلهٔ نمودار مکان ـ زمان محاسبه می‌کنیم.

توجه کنید که نمودار مکان ـ زمان، شکل مسیر را مشخص نمی‌کند. در این‌صورت برای تعیین مسافت و جابه‌جایی در این نمودار، فقط محور x را در نظر می‌گیریم.

تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی روی محور x مطابق شکل است. مسافت پیموده‌شده توسط جسم در کل حرکت چند متر است؟

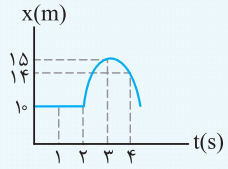


۱) ۱۴ ۲) ۱۷ ۳) ۲۱ ۴) صفر

پاسخ: مسافت کمیتی عددی است و برای محاسبهٔ آن کافی است طول مسیر حرکت را حساب کنیم. در این صورت با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$l = (۴ - ۳) + (۱۰ - ۳) + (۱۰ - ۰) + (۳ - ۰) \Rightarrow l = ۲۱m \Rightarrow$ گزینهٔ (۳) درست است.

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در حال حرکت بر محور افقی می‌باشد، مطابق شکل است. جابه‌جایی انجام‌شده در ثانیهٔ سوم و مسافت پیموده‌شده پس از ۴ ثانیه چند متر است؟



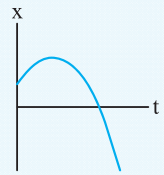
۱) $+۵$ ، $+۶$ ۲) $+۶$ ، $+۴$
۳) -۵ ، -۶ ۴) -۶ ، -۴

پاسخ: جابه‌جایی انجام‌شده در ثانیهٔ سوم برابر است با: $\Delta x = x_۳ - x_۲ = ۱۵ - ۱۰ = +۵m$

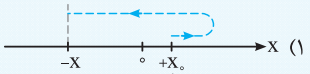
مسافت پیموده‌شده با طول مسیر پیموده‌شده برابر است. در این‌صورت می‌توان نوشت: $l = |\Delta x_{(۰-۳)}| + |\Delta x_{(۳-۴)}| = |۱۵ - ۱۰| + |۱۴ - ۱۵| = +۶m$

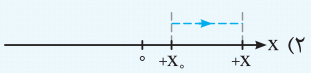
بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

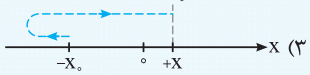
تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی مطابق شکل روبه‌رو است. کدام‌یک از گزینه‌ها مسیر حرکت جسم را درست نشان می‌دهد؟

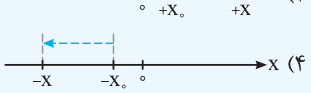


(برگرفته از کتاب درسی)

۱) 

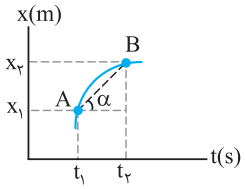
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: با توجه به نمودار مکان ـ زمان، جسم از مکان‌های مثبت در جهت مثبت محور x شروع به حرکت کرده است. سپس حرکت خود را در جهت منفی محور x ادامه داده است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان ـ زمان: اگر نمودار مکان ـ زمان متحرکی مشخص باشد، با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط $(v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ می‌توان نتیجه گرفت:

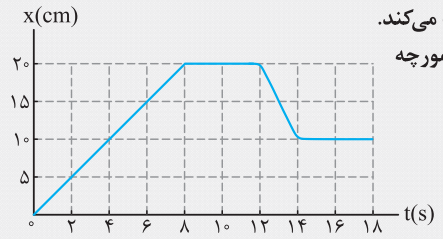


شیب خط واصل بین دو نقطه روی نمودار مکان ـ زمان با سرعت متوسط برابر است.

$$\text{شیب خط AB} = \tan\alpha = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

در ریاضیات شیب خط را به‌صورت تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور ایجاد می‌کند تعریف می‌کنند.

مثال: شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کند.



آ) مدت زمانی که مورچه در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، چند برابر مدت زمانی است که مورچه در جهت منفی محور x حرکت می‌کند؟

ب) چه مدت زمانی مورچه ایستاده است؟

پ) در چه لحظه‌هایی فاصلهٔ مورچه از مبدأ برابر ۱۰ سانتی‌متر است؟

ت) سرعت متوسط مورچه در مدت زمان نشان داده‌شده چند cm/s است؟

ث) تندی متوسط مورچه در مدت زمان نشان داده‌شده چند cm/s است؟

پاسخ: آ) اگر جسمی در جهت مثبت محور حرکت کند، جابه‌جایی آن مثبت است. با توجه به نمودار در مدت ۸ ثانیه مورچه از مبدأ محور به مکان $x=+۲۰\ cm$ رسیده است. بنابراین در مدت ۸ ثانیه مورچه در جهت محور حرکت کرده است.

از طرفی اگر جسم در جهت منفی محور حرکت کند، جابه‌جایی آن منفی است و به مبدأ محور نزدیک می‌شود. با توجه به نمودار در مدت ۲ ثانیه، یعنی از لحظهٔ $t_۱=۱۲s$ تا $t_۲=۱۴s$ جسم از مکان $x_۱=+۲۰cm$ به مکان $x_۲=+۱۰cm$ رسیده است، یعنی جابه‌جایی آن برابر با $\Delta x=x_۲-x_۱=۱۰-۲۰=-۱۰cm$ است. پس می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{\Delta t_{\text{حرکت در جهت مثبت محور}}}{\Delta t_{\text{حرکت در جهت منفی محور}}}=\frac{۸}{۲}=۴$$

ب) اگر مکان جسم با گذشت زمان تغییر نکند، جسم حرکت نکرده است یا به عبارتی ایستاده (ساکن) است.

با توجه به نمودار در بازهٔ زمانی $t_۱=۸s$ تا $t_۲=۱۲s$ و $t_۳=۱۴s$ تا $t_۴=۱۸s$ مکان موچه تغییر نکرده است. پس می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Delta t_{\text{ایستادن}}=(۱۲-۸)+(۱۸-۱۴)=۴+۴=۸s$$

پ) با توجه به نمودار در لحظهٔ $t_۱=۴s$ و بازهٔ زمانی $t_۲=۱۴s$ تا $t_۳=۱۸s$ فاصلهٔ موچه از مبدأ محور برابر ۱۰ سانتی‌متر است.

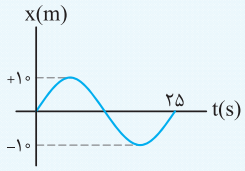
ت) با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۰-۰}{۱۸-۰}=\frac{۵}{۹}\,cm/s$$

ث) با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۲۰+۱۰}{۱۸}=\frac{۵}{۳}\,cm/s$$

تست: نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. به ترتیب مسافت پیموده‌شده و سرعت متوسط جسم در ۲۵ ثانیهٔ اول حرکت کدام است؟



۱) ۴۰m ، صفر
۲) ۴۰m ، ۲/۵m/s
۳) ۲۰m ، صفر
۴) ۲۰m ، ۲/۵m/s

پاسخ: مسافت با طول مسیر پیموده‌شده برابر است. در این‌صورت داریم:

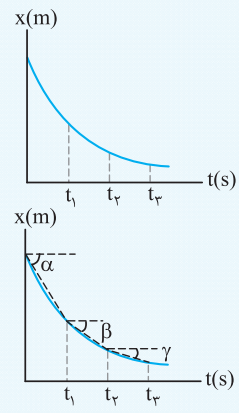
$$l=۱۰+۱۰+۱۰+۱۰=۴۰m$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۰}{۲۵-۰}=۰$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست: نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر محور افقی حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیش‌تر است؟



۱) $t_۲-t_۳$
۲) $۰-t_۳$
۳) $t_۱-t_۲$
۴) $۰-t_۱$

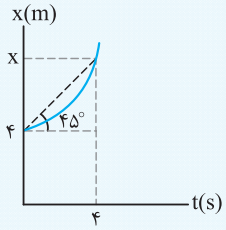
پاسخ: در نمودار مکان- زمان، شیب خط واصل بین دو لحظه مشخص‌کنندهٔ سرعت متوسط بین آن دو لحظه است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، اندازهٔ شیب خط از بقیهٔ بازه‌ها بزرگ‌تر است. پس در این بازه، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از بقیهٔ بازه‌ها بیش‌تر است.

$$|\tan\alpha|>|\tan\beta|>|\tan\gamma|\Rightarrow|v_{av_{(۰-t_۱)}}|>|v_{av_{(t_۱-t_۲)}}|>|v_{av_{(t_۲-t_۳)}}|$$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

نکته در محاسبهٔ کمیت‌های فیزیکی هنگام استفاده از $\tan\alpha$، **مفهوم آن یعنی نسبت ضلع مقابل به مجاور زاویهٔ مورد نظر است و از مقدار تانژانت یک زاویه زمانی استفاده می‌کنیم که واحد روی محورها یکسان باشد.** برای نمونه اگر در سؤالی بیان شود هر واحد زمان از نظر اندازه برابر با هر واحد مکان از نظر اندازه است.

تست: نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر محورها هم‌واحد باشند، متحرک در لحظهٔ $t = 4s$ در چه مکانی بر حسب متر قرار دارد؟



۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $8\sqrt{2}$ ۴) ۸

پاسخ: با توجه به آن‌که محورها هم‌واحد هستند، می‌توان نوشت:

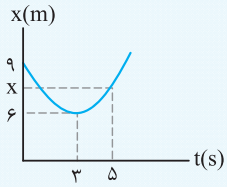
$$v_{av} = \tan 45^\circ = 1 m/s$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 1 = \frac{x - 4}{4} \Rightarrow x = 8m$$

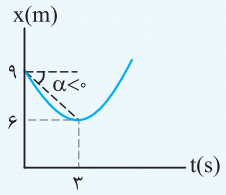
بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تست: نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی که در جهت منفی محور حرکت می‌کند چند متر بر ثانیه است؟



۱) +۱ ۲) -۲ ۳) +۲ ۴) -۱

پاسخ: با توجه به نمودار، متحرک برای ۳ ثانیه در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - 9}{3 - 0} = -1 m/s \Rightarrow$$ گزینهٔ (۴) درست است.

نکات مربوط به نمودار مکان ـ زمان:

۱- به تعداد برخوردهای انجام‌شدهٔ منحنی مکان ـ زمان با محور زمان، جسم از مبدأ محور $(x = 0)$ عبور کرده است.

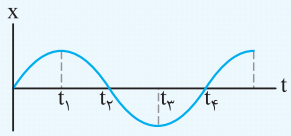
۲- اگر شیب خط واصل بین دو نقطه مثبت باشد، جسم در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است.

۳- اگر شیب خط واصل بین دو نقطه منفی باشد، جسم در جهت منفی محور x جابه‌جا شده است.

۴- اگر در یک بازهٔ زمانی، مکان نهایی اندازهٔ کوچک‌تری از مکان آغازین داشته باشد، جسم در حال نزدیک شدن به مبدأ محور است.

۵- اگر در یک بازهٔ زمانی، مکان نهایی اندازهٔ بزرگ‌تری از مکان آغازین داشته باشد، جسم در حال دور شدن از مبدأ محور است.

تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی مطابق شکل روبه‌رو است.



چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت جسم درست است؟

آ) پس از شروع حرکت، جسم دو بار از مبدأ محور عبور می‌کند.

ب) سرعت متوسط جسم بین دو لحظهٔ t_2 و t_4 برابر صفر است.

پ) در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3، جسم در حال دور شدن از مبدأ محور است.

ت) علامت سرعت متوسط در کل حرکت منفی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده‌شده عبارت‌های (آ) تا (پ) درست و عبارت (ت) نادرست است.

آ) مکان جسم در لحظه‌های t_2 و t_4 برابر صفر است و به دلیل ادامهٔ حرکت جسم، دو بار جسم از مبدأ محور عبور می‌کند.

ب) مکان جسم در دو لحظهٔ t_2 و t_4 برابر صفر است. با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

پ) مکان جسم در لحظهٔ t_3، مقدار بیش‌تری از مکان جسم در لحظهٔ t_2 دارد. بنابراین جسم در حال دور شدن از مبدأ در جهت منفی محور x است.

ت) سرعت متوسط در کل حرکت مثبت است.

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

ث) تندی لحظه‌ای (v) و سرعت لحظه‌ای ($\vec{v}$)

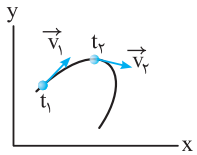
تندی لحظه‌ای:

تندی متحرک در هر لحظه از زمان و یا در هر نقطه از مسیر را تندی لحظه‌ای می‌گویند.

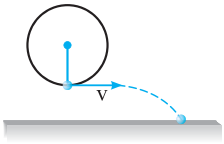
فرض کنید درون خودرویی که در حال حرکت از تهران به سمت کرج است نشسته‌اید و در یک لحظه به تندی‌سنج خودرو نگاه می‌کنید. عقربهٔ تندی‌سنج در این لحظه، مشخص‌کنندهٔ تندی لحظه‌ای می‌باشد. اگر در این لحظه عقربه روی عدد ۱۰۰ قرار داشته باشد یعنی تندی لحظه‌ای خودرو برابر ۱۰۰ واحد است. اما باید توجّه کنید که تندی لحظه‌ای اطلاعاتی در مورد جهت حرکت خودرو نمی‌دهد.

سرعت لحظه‌ای:

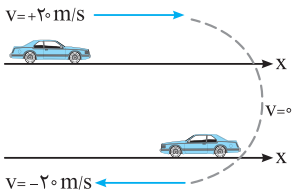
سرعت متحرک در هر لحظه را سرعت لحظه‌ای می‌گویند؛ یعنی اگر هنگام بیان تندی لحظه‌ای به جهت حرکت نیز اشاره کنیم، در واقع سرعت لحظه‌ای را بیان کرده‌ایم. با توجه به آن‌که سرعت متوسط اطلاعات هر لحظه را مشخص نمی‌کند، ابزار مناسبی برای اندازه‌گیری سرعت در هر لحظه نیست. برای نمونه اگر سرعت متوسط خودرویی در جابه‌جایی بین دو نقطه برابر $100\,km/h$ باشد، ممکن است سرعت خودرو در لحظاتی از $100\,km/h$ بیش‌تر، برابر یا کم‌تر باشد. بنابراین برای بررسی وضعیت سرعت در هر لحظه از سرعت لحظه‌ای استفاده می‌کنیم. لحظه را در محاوره می‌توان به‌صورت یک بازهٔ زمانی بسیار کوچک در نظر گرفت. اما در فیزیک، لحظه به یک تک مقدار اشاره دارد.



نکته سرعت لحظه‌ای همواره بر مسیر حرکت جسم مماس و در جهت حرکت آن است. یعنی جسم همواره در جهت بردار سرعت لحظه‌ای حرکت می‌کند.

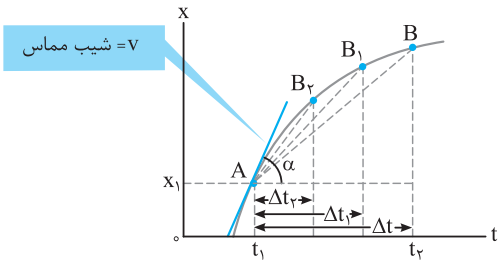


برای نمونه، اگر جسمی را به طنابی متصل کنیم و در صفحهٔ قائمی بچرخانیم و در یک لحظه طناب پاره شود، جسم مماس بر نقطه‌ای که طناب پاره شده است به حرکت خود ادامه می‌دهد.



نکته سرعت لحظه‌ای کمیتی پیوسته است. در صورتی که علامت سرعت جسمی مثبت باشد، جسم در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در صورتی که علامت سرعت جسمی منفی باشد، جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند. بنابراین اگر علامت سرعت متحرکی تغییر کند الزاماً در یک لحظه باید سرعت آن صفر شود. یعنی اگر سرعت خودرویی $+20\,m/s$ باشد برای رسیدن سرعت به $-20\,m/s$، ابتدا سرعت خودرو به صفر رسیده و پس از آن به $-20\,m/s$ می‌رسد.

ج) تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان ـ زمان

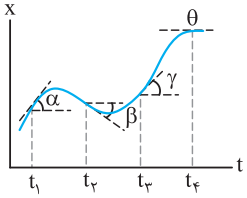


برای تعیین سرعت لحظه‌ای از مفهوم سرعت متوسط استفاده می‌کنیم. به این صورت که بازهٔ زمانی را به تدریج کوچک می‌کنیم. در این حالت نقطه‌های A و B که به ترتیب مکان‌های آغازین و پایانی جابه‌جایی هستند به یکدیگر نزدیک می‌شوند. به طوری که اگر Δt خیلی کوچک شود، این دو نقطه فوق‌العاده به هم نزدیک شده و سرانجام روی هم قرار می‌گیرند. در این صورت خط AB بر نمودار مماس می‌شود. یعنی:

شیب خط مماس بر یک نقطه روی منحنی مکان- زمان با سرعت لحظه‌ای برابر است.

$$v = \text{شیب خط مماس} = \tan\alpha$$

نتیجه با توجه به آن‌که سرعت بر مسیر حرکت مماس است، علامت سرعت در هر لحظه مشخص‌کنندهٔ جهت حرکت در آن لحظه است. یعنی اگر شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ مثبت باشد، جسم در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و اگر شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ منفی باشد، جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند.



در لحظهٔ t_1 جسم در جهت مثبت محور حرکت می‌کند. $\tan\alpha > 0 \Rightarrow v_1 > 0 \Rightarrow$

در لحظهٔ t_2 جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند. $\tan\beta < 0 \Rightarrow v_2 < 0 \Rightarrow$

در لحظهٔ t_3 جسم در جهت مثبت محور حرکت می‌کند. $\tan\gamma > 0 \Rightarrow v_3 > 0 \Rightarrow$

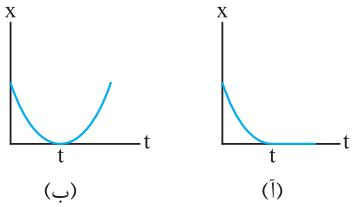
در لحظهٔ t_4 تندی جسم برابر صفر است. $\tan\theta = 0 \Rightarrow v_4 = 0 \Rightarrow$

نتیجه با توجه به چگونگی تغییرات شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که مشخص‌کنندهٔ سرعت لحظه‌ای است، می‌توان نوع حرکت جسم را مشخص کرد.

آ) اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در حال افزایش باشد، حرکت را تندشونده می‌گویند.

ب) اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در حال کاهش باشد، حرکت را کندشونده می‌گویند.

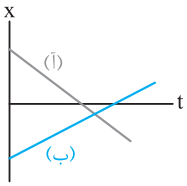
نکته شرط لازم و نه کافی برای تغییر علامت سرعت جسم (تغییر جهت حرکت جسم)، آن است که سرعت متحرک برابر صفر شود. برای نمونه به نمودارهای روبه‌رو توجه کنید:



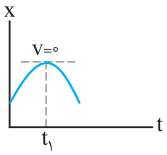
در نمودار (آ) در لحظهٔ t سرعت برابر صفر است، اما جهت حرکت جسم تغییر نکرده است. (حرکت به پایان رسیده است.) اما در نمودار (ب) سرعت در لحظهٔ t برابر صفر می‌باشد و جهت حرکت جسم تغییر کرده است. بنابراین اگر سرعت جسمی صفر شود باید توجه داشته باشیم که آیا علامت آن پس از صفر شدن تغییر می‌کند یا خیر.

نتیجه برای تغییر جهت حرکت جسم، علامت سرعت آن باید الزاماً تغییر کند.

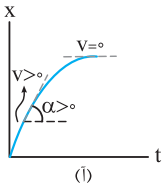
نکته اگر نمودار مکان ـ زمان به‌صورت خط راست باشد، یعنی اگر شیب نمودار مکان ـ زمان ثابت باشد، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است. برای نمونه در شکل مقابل برای متحرک‌های (آ) و (ب) سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای یکسان است. برای این دو متحرک جهت حرکت همواره ثابت است و تغییر جهت در مسیر حرکت ایجاد نمی‌شود.

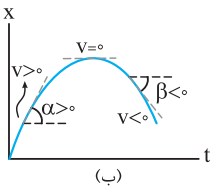


نتیجه در لحظه‌ای که متحرک هنگام حرکت بر مسیر مستقیم در بیش‌ترین فاصله نسبت به مبدأ محور قرار می‌گیرد، سرعت جسم برابر صفر است (به دلیل آن‌که شیب خط مماس در این مکان برابر صفر است.) و به شرط ادامهٔ حرکت، جسم در این مکان تغییر جهت می‌دهد.

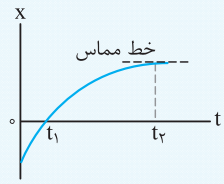


همان‌طور که گفته شد، برای تعیین تغییر جهت باید بررسی کنیم که علامت شیب خط مماس (سرعت) تغییر می‌کند یا خیر. در نمودار (آ) علامت سرعت تغییر نکرده است، اما در نمودار (ب) علامت سرعت تغییر می‌کند. در این صورت در نمودار (آ) جسم تغییر جهت نمی‌دهد، اما در نمودار (ب) تغییر جهت داریم.





تست: نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی مطابق شکل است. چند عبارت زیر در مورد حرکت جسم درست است؟



آ) جسم دائماً در حال دور شدن از مبدأ محور است.

ب) در لحظهٔ t_2، سرعت جسم صفر است.

پ) در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 سرعت جسم منفی است.

ت) تندی حرکت جسم تا لحظهٔ t_2 در حال کاهش است.

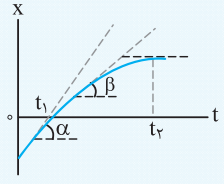
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: آ) از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t_1 جسم در حال نزدیک شدن به مبدأ محور و از این لحظه تا لحظهٔ t_2 جسم در حال دور شدن از مبدأ محور است.

ب) در لحظهٔ t_2، شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان برابر صفر است، پس تندی جسم در این لحظه صفر است.

پ) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان مثبت است، پس علامت سرعت جسم مثبت است.

ت) با توجه به شکل زیر، شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان تا لحظهٔ t_2 در حال کاهش است، پس تندی جسم تا این لحظه در حال کاهش است.

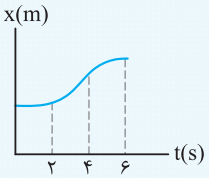


$$\alpha > \beta \Rightarrow \tan\alpha > \tan\beta$$

عبارت‌های (ب) و (ت) درست و عبارت‌های (آ) و (پ) نادرست هستند.

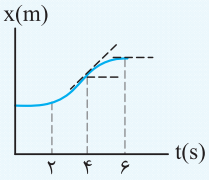
بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: نمودار مکان ـ زمان خودرویی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. نوع حرکت خودرو بین دو لحظهٔ $t_1 = 4s$ و $t_2 = 6s$ کدام است؟



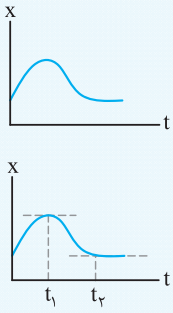
۱) تندشونده
۲) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۳) کندشونده
۴) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

پاسخ: با توجه به شکل می‌توان دریافت شیب خط مماس بر نمودار بین این دو لحظه در حال کاهش است. بنابراین تندی حرکت خودرو در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است.



بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

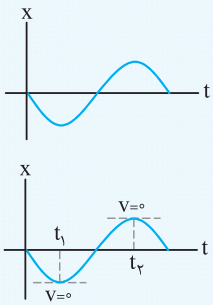
تست: نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. جهت حرکت جسم چند بار تغییر کرده است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

پاسخ: با توجه به نمودار، در لحظه‌های t_1 و t_2 شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر صفر می‌باشد، یعنی در این لحظات تندی صفر است. پس از لحظهٔ t_1 حرکت جسم ادامه داشته است اما پس از لحظهٔ t_2 مکان جسم تغییر نکرده است. یعنی پس از لحظهٔ t_2 جسم ساکن است. در نتیجه جهت حرکت جسم فقط یک‌بار تغییر کرده است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

تست: نمودار مکان ـ زمان جسمی مطابق شکل است. به ترتیب از راست به چپ، چند بار تندی صفر شده و چند بار سوی حرکت جسم تغییر کرده است؟



۱) ۱ ، ۱
۲) ۲ ، ۲
۳) ۱ ، ۲
۴) ۱ ، ۲

پاسخ: با توجه به نمودار، در لحظه‌های t_1 و t_2 خط مماس بر منحنی در راستای افق قرار گرفته است. بنابراین تندی در این دو لحظه صفر است. به دلیل ادامهٔ حرکت پس از لحظه‌های t_1 و t_2، جهت حرکت جسم تغییر کرده است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

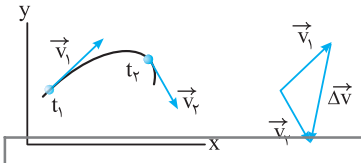
چ) شتاب متوسط ($\vec{a}_{av}$)

اگر بردار سرعت جسمی تغییر کند، کمیتی به نام شتاب تعریف می‌شود. شتاب متوسط را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

نسبت تغییر بردار سرعت به مدت زمان انجام تغییرات را شتاب متوسط می‌گویند. یکای شتاب متوسط در SI، متر بر مربع ثانیه m/s^2 است.

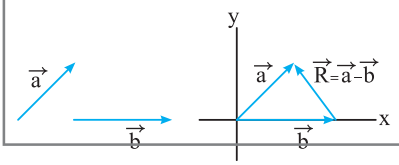
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

برای نمونه در شکل روبه‌رو، حرکت جسم، حرکتی شتاب‌دار است. به دلیل آن‌که بردار سرعت در حال تغییر است.



بیش‌تر بدانید[1]:

برای محاسبهٔ تفاضل دو بردار، ابتدا دو بردار را هم‌ابتدا می‌کنیم، سپس با توجه به رابطهٔ تفاضل $\vec{R} = \vec{a} - \vec{b}$، انتهای بردار دوم در تفاضل $(\vec{b})$ را به انتهای بردار اول $(\vec{a})$ وصل می‌کنیم. به شکل‌های روبه‌رو توجه کنید.



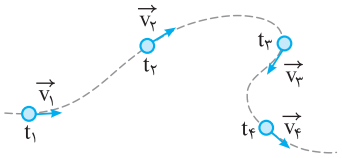
۱- با توجه به اهداف برنامهٔ درسی فیزیک (۳) ارزشیابی از سؤالاتی که بردار سرعت در دو بُعد مورد بررسی قرار می‌گیرد، مورد توجه نمی‌باشد.

نکته برای ایجاد شتاب، بردار سرعت باید تغییر کند. این تغییر می‌تواند به دلایل زیر باشد:

۱- اندازهٔ بردار سرعت (تندی) تغییر کند.

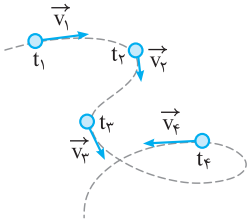
برای نمونه اگر خودرویی تندی حرکت خود را در مسیر مستقیم از ۲۰m/s به ۱۲m/s برساند، حرکت آن شتابدار انجام شده است.

۲- جهت بردار سرعت تغییر کند.



برای نمونه خودرویی هنگام عبور از یک پیچ درون یک میدان شهری تندی خود را ثابت نگه می‌دارد، اما حرکت دورانی آن باعث تغییر جهت بردار سرعت و ایجاد شتاب می‌شود.

۳- اندازه و جهت بردار سرعت با هم تغییر کنند.



برای نمونه اگر جسمی را به طنابی متصل کرده و در یک صفحهٔ قائم بچرخانیم، حرکت جسم شتابدار انجام می‌شود.

تست: خودرویی بر مسیر مستقیم و با سرعت $72km/h$ در حال حرکت است. در مدت ۵ ثانیه، سرعت اتومبیل به $5m/s$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد؛ شتاب متوسط خودرو در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $+5$ ۲) -3 ۳) -5 ۴) $+3$

پاسخ: با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ شتاب متوسط داریم:

$$v_1 = 72km/h = 20m/s$$
$$v_2 = -5m/s$$
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-5-(+20)}{5} = -5m/s^2 \Rightarrow$$

گزینهٔ (۳) درست است.

ح) معادلهٔ سرعت ـ زمان

معادلهٔ سرعت ـ زمان معادله‌ای است که در هر لحظه، سرعت جسم را مشخص می‌کند. برای نمونه در معادلهٔ $v = t + 1$، مشخص می‌شود که سرعت بر حسب زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند. اگر بخواهیم مقدار سرعت جسم را مشخص کنیم، مقدار زمان را در معادله قرار می‌دهیم و سرعت متناسب با آن لحظه به‌دست آید.

مثلاً با توجه به معادلهٔ $v = t + 1$، اگر کمیت‌ها در SI باشند، می‌توان نوشت:

$$t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2 + 1 = 3m/s$$
$$t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = 5 + 1 = 6m/s$$

یعنی مقدار سرعت جسم در لحظه‌های t_1 و t_2 به‌دست می‌آید.

تست: معادلهٔ سرعت ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $v = 2\sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ است. سرعت جسم بین دو لحظهٔ $t_1 = 0/1s$ و $t_2 = 0/2s$ چند m/s تغییر می‌کند؟

۱) -2 ۲) 2 ۳) -4 ۴) 4

پاسخ: ابتدا با توجه به معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت را در لحظه‌های داده‌شده حساب می‌کنیم:

$$t_1 = 0/1s \Rightarrow v_1 = 2\sin(10\pi \times 0/1 + \frac{\pi}{2}) = 2\sin(\pi + \frac{\pi}{2}) = 2\sin(\frac{3\pi}{2}) \Rightarrow v_1 = -2m/s$$
$$t_2 = 0/2s \Rightarrow v_2 = 2\sin(10\pi \times 0/2 + \frac{\pi}{2}) = 2\sin(2\pi + \frac{\pi}{2}) = 2\sin(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow v_2 = +2m/s$$

برای محاسبهٔ تغییرات سرعت در این بازهٔ زمانی داریم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 2 - (-2) = 4m/s \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

تست: معادلهٔ سرعت ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $v = 4t - 12$ است. علامت سرعت جسم در لحظهٔ ..... تغییر می‌کند و در لحظهٔ $t = 6s$ جسم در جهت ..... محور حرکت می‌کند.

۱) $t = \frac{1}{3}s$، مثبت ۲) $t = 3s$، مثبت ۳) $t = 3s$، منفی ۴) $t = \frac{1}{3}s$، منفی

پاسخ: اگر تندی حرکت صفر شود، علامت سرعت به شرط ادامهٔ حرکت تغییر می‌کند. در این صورت داریم:

$$v = 4t - 12 = 0 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow t = 3s$$

یعنی علامت سرعت در لحظهٔ $t = 3s$ تغییر می‌کند. در لحظهٔ $t = 6s$ داریم:

$$v = 4t - 12 \,,\, t = 6s \Rightarrow v = 4 \times 6 - 12 = 12m/s$$

چون علامت سرعت مثبت است، جسم در جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: معادلهٔ سرعت ـ زمان جسمی در SI به‌صورت $v = ۴t^۲ - ۱۶t + ۱۶$ است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت جسم درست است؟

۱) جهت حرکت جسم تغییر می‌کند.
۲) جسم همواره در جهت مثبت محور حرکت کرده است.
۳) جسم همواره در جهت منفی محور حرکت کرده است.
۴) مسیر حرکت جسم سهمی است.

پاسخ: معادلهٔ سرعت ـ زمان داده‌شده را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$v = ۴(t^۲ - ۴t + ۴) = ۴(t - ۲)^۲$$

با توجه به معادله می‌توان دریافت که در تمامی زمان‌ها، سرعت همواره نامنفی است. یعنی جسم همواره در جهت مثبت محور حرکت کرده است.
بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

تست: معادلهٔ سرعت ـ زمان حرکت جسمی در SI به‌صورت $v = t^۲ + t$ است. در ثانیهٔ دوم حرکت، شتاب متوسط جسم چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: با توجه به معادلهٔ سرعت ـ زمان، می‌توان سرعت جسم را در هر لحظه مشخص کرد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = (۱)^۲ + ۱ = ۲m/s \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow v_۲ = (۲)^۲ + ۲ = ۶m/s \end{array}\right\} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۶ - ۲}{۲ - ۱} = ۴m/s^۲ \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

نکته شتاب متوسط، کمیتی برداری بوده و همواره در جهت بردار تغییرات سرعت است.

نکته اگر جسم از حالت سکون شروع به حرکت کند، شتاب متوسط در جهت بردار سرعت جسم یا همان جهت حرکت جسم قرار می‌گیرد.

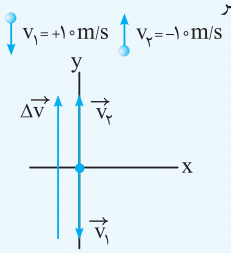
اگر $v_۱ = ۰ \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_۲}{\Delta t} \Rightarrow$ ($\vec{a}_{av}$ هم‌جهت با $\vec{v}$ قرار می‌گیرد.)

تذکر در صورتی که جسم بر مسیر مستقیم حرکت کند، برای محاسبهٔ شتاب متوسط از رابطهٔ روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{\Delta t}$$

تست: توپی را با تندی ۱۰m/s به طور قائم به سطح زمین می‌زنیم، به طوری‌که با همان تندی در همان راستا برمی‌گردد. اگر مدت زمان تماس توپ با سطح زمین ۰/۲ ثانیه باشد، شتاب متوسط چه مقدار و در چه جهتی است؟ (نیروهای مقاوم ناچیز است.)

۱) ۱۰۰، رو به پایین ۲) ۱۰، رو به پایین ۳) ۱۰۰، رو به بالا ۴) صفر



پاسخ: فرض کنیم جهت مثبت رو به پایین است. در این صورت سرعت توپ را می‌توان به‌صورت مقابل در نظر گرفت. در این صورت برای محاسبهٔ تغییرات سرعت داریم:

$$\Delta v = v_۲ - v_۱ = -۱۰ - ۱۰ = -۲۰ m/s \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲۰}{۰/۲} = -۱۰۰ \Rightarrow |a_{av}| = ۱۰۰ m/s^۲$$

بردار شتاب متوسط در جهت بردار تغییرات سرعت است. در این‌صورت جهت بردار شتاب متوسط رو به بالا (در جهت مثبت محور y) است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

خ) شتاب لحظه‌ای ($\vec{a}$) و تعیین نوع حرکت

شتاب متحرک در هر لحظه از زمان را شتاب لحظه‌ای یا شتاب می‌گویند. این کمیت برای بررسی چگونگی تغییر سرعت میان یک بازهٔ زمانی با توجه به تعریفی که برای لحظه انجام دادیم به کار می‌رود. برای نمونه، اگر گفته شود، شتاب حرکت جسمی $+۳m/s^۲$ است، یعنی سرعت جسم در هر ثانیه به اندازهٔ $۳m/s$ افزایش می‌یابد. یا اگر شتاب حرکت جسمی $-۱m/s^۲$ باشد، به این معنی است که سرعت جسم در هر ثانیه، به اندازهٔ $۱m/s$ کاهش می‌یابد.

نکته ۱ با توجه به نوع تغییر مقدار سرعت جسم (تندی)، حرکت آن را به سه دسته تقسیم‌بندی می‌کنیم:
آ) اگر مقدار سرعت (تندی) تغییر نکند، حرکت را یکنواخت می‌نامیم. در این‌صورت اگر جسم بر خط راست حرکت کند، حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود.
ب) اگر مقدار سرعت (تندی) افزایش یابد، حرکت را تندشونده می‌نامیم. پ) اگر مقدار سرعت (تندی) کاهش یابد، حرکت را کندشونده می‌نامیم.

نکته ۲ در حرکت تندشونده روی خط راست علامت سرعت و شتاب یکسان است. ($av > ۰$) (چرا؟)

نکته ۳ در حرکت کندشونده روی خط راست علامت سرعت و شتاب مخالف یکدیگر است. ($av < ۰$) (چرا؟)

تست: متحرکی با شتاب ثابت روی محور افقی در حال حرکت است و سرعت آن در یک بازهٔ زمانی مشخص از $+۲m/s$ به $۴m/s$ در خلاف جهت حرکت اولیه می‌رسد. نوع حرکت آن در این بازهٔ زمانی چگونه است؟

۱) تندشونده ۲) کندشونده
۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده ۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

پاسخ: سرعت کمیتی پیوسته است. بنابراین هنگام تغییر علامت سرعت جسم ابتدا باید سرعت به صفر برسد. یعنی سرعت متحرک ابتدا از $۲m/s$ به صفر رسیده و سپس از صفر به $-۴m/s$ می‌رسد. در این‌صورت حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تست: معادلهٔ سرعت- زمان اتومبیلی روی خط مستقیم در SI به‌صورت $v = -t^2 - 4t$ است. نوع حرکت اتومبیل پس از شروع حرکت چگونه است؟

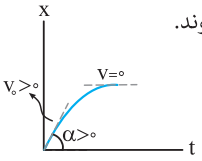
۱) تندشونده ۲) کندشونده

۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده ۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

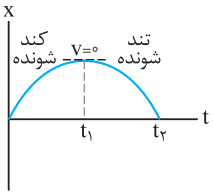
پاسخ: با توجه به معادلهٔ سرعت $v = -(t^2 + 4t) = -(t(t+4))$ می‌توان نتیجه گرفت پس از شروع حرکت $(t = 0)$ مقدار سرعت در حال افزایش است و علامت منفی سرعت، مشخص‌کنندهٔ حرکت جسم در جهت منفی محور است. یعنی تندی اتومبیل هنگام حرکت در جهت منفی محور در حال افزایش است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

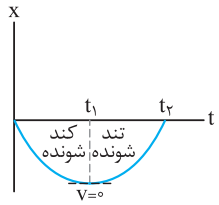
نکته ۱ علامت شتاب به تنهایی مشخص‌کنندهٔ نوع حرکت بر مسیر مستقیم نیست و باید علامت سرعت و شتاب مشخص شوند.

نکته ۲ اگر حرکت به‌صورت کندشونده انجام شود، الزاماً جسم باید دارای سرعت اولیه باشد. یعنی نمی‌توان خودروی ساکنی را کُند کرد!!

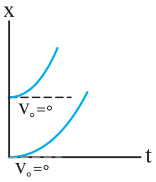


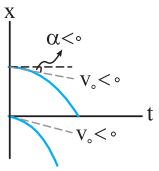
نکته ۳ اگر حرکت جسمی در ابتدا به‌صورت کندشونده انجام شود، پس از توقف جسم به شرط ادامهٔ حرکت، حرکت پس از آن تا زمان مشخصی تندشونده است.





نکته ۴ حرکت تندشونده می‌تواند بدون سرعت اولیه (از حالت سکون) نیز انجام شود.





د) نمودار سرعت ـ زمان

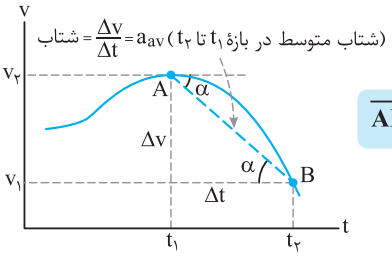
اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مشخص باشد، به کمک این نمودار می‌توان موارد زیر را مشخص کرد:

۱- شتاب متوسط ۲- شتاب لحظه‌ای ۳- نوع حرکت

۴- جابه‌جایی ۵- مسافت ۶- سرعت متوسط

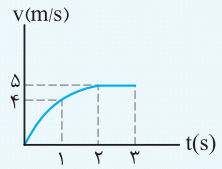
تعیین شتاب متوسط به کمک نمودار سرعت ـ زمان: اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مشخص باشد، با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ شتاب متوسط $(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t})$ می‌توان نتیجه گرفت:

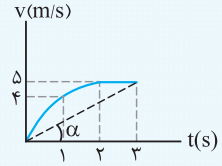
شیب خط واصل بین دو نقطه روی نمودار سرعت ـ زمان مشخص‌کنندهٔ شتاب متوسط است.



$$\text{شیب خط واصل } \overline{AB} = \tan\alpha = a_{av}$$

تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت ..... است و در سه ثانیهٔ اول حرکت، شتاب متوسط متحرک ..... است.





۱) صفر ، منفی ۲) $1\,m/s^2$ ، منفی

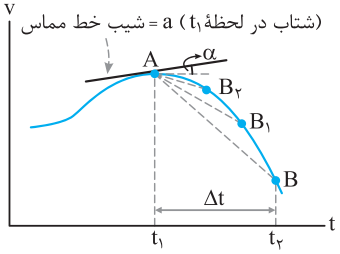
۳) $1\,m/s^2$ ، مثبت ۴) صفر ، مثبت

پاسخ: در ثانیهٔ سوم حرکت (بین دو لحظهٔ $t_1 = 2s$ و $t_2 = 3s$) سرعت متحرک تغییر نکرده است، بنابراین شتاب متوسط صفر است. در نمودار $v-t$ شیب خط واصل از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ $t = 3s$ مثبت است، در این صورت علامت شتاب متوسط نیز مثبت است. $\tan\alpha > 0 \Rightarrow a > 0$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تعیین شتاب لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت- زمان:

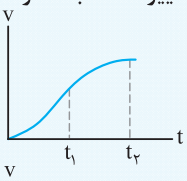
همان‌طور که می‌دانید شتاب متوسط بین دو لحظه، شیب خطی است که این دو لحظه را به هم وصل می‌کند. با توجه به تعریف لحظه، اگر Δt به سمت صفر میل کند $(\Delta t \to 0)$، خط واصل بین دو لحظه به خط مماس بر نمودار در یک لحظه میل می‌کند. در این حالت شیب خط مماس با شتاب لحظه‌ای برابر است.

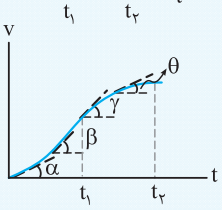


شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان مشخص‌کنندهٔ شتاب لحظه‌ای است.

$$\text{شیب خط مماس} = \tan\alpha = a$$

تست: در شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند رسم شده است. کدام گزینه در مورد تغییرات شتاب متحرک درست است؟





۱) شتاب از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t_1 در حال کاهش و از لحظهٔ t_1 تا t_2 در حال افزایش است.

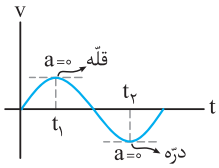
۲) شتاب از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t_1 در حال افزایش و از لحظهٔ t_1 تا t_2 در حال کاهش است.

۳) شتاب همواره در حال کاهش است.

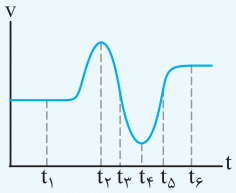
۴) شتاب همواره در حال افزایش است.

پاسخ: با توجه به نمودار از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t_1، شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان که مشخص‌کنندهٔ شتاب لحظه‌ای است در حال افزایش می‌باشد. از لحظهٔ t_1 تا لحظهٔ t_2 شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در حال کاهش بوده و در نتیجه شتاب حرکت در حال کاهش است. بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نکته در نمودار سرعت ـ زمان، اگر معادله درجه دوم یا بالاتر و یا غیرخطی باشد، در لحظه‌هایی که نمودار به قله یا دره می‌رسد شتاب حرکت صفر است.



تست: نمودار سرعت ـ زمان دوچرخه‌سواری مطابق شکل است. چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد این دوچرخه‌سوار درست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



آ) شتاب حرکت دوچرخه‌سوار در دو لحظهٔ t_1 و t_4 صفر است.

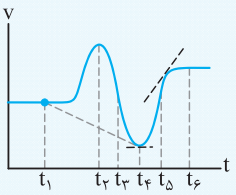
ب) شتاب حرکت دوچرخه‌سوار در لحظهٔ t_5 صفر است.

پ) شتاب متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_4 منفی است.

ت) از لحظهٔ t_2 تا لحظهٔ t_5 شتاب همواره در جهت مثبت محور است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: آ) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در دو لحظهٔ t_1 و t_4 صفر است. پس شتاب در این دو لحظه صفر است.



ب) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در لحظهٔ t_5 مثبت و مخالف صفر است.

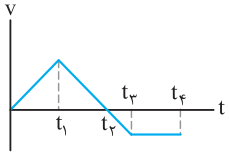
پ) شیب خط واصل بین دو لحظهٔ t_1 و t_4 منفی است. یعنی شتاب متوسط بین این دو لحظه منفی است.

ت) از لحظهٔ t_2 تا لحظهٔ t_4 شتاب در جهت منفی محور است و از لحظهٔ t_4 تا لحظهٔ t_5 شتاب در جهت مثبت محور است. (به شیب خط مماس توجه کنید.)

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

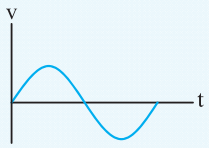
نتیجه در تمامی لحظاتی که نمودار سرعت ـ زمان بالای محور زمان قرار دارد، علامت سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در تمامی لحظاتی که نمودار سرعت ـ زمان پایین محور زمان قرار دارد، علامت سرعت منفی است و متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند.

برای نمونه در نمودار سرعت ـ زمان شکل مقابل، در بازهٔ زمانی $[0 - t_2]$ علامت سرعت مثبت و متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند و در بازهٔ زمانی $[t_2 - t_4]$ علامت سرعت منفی و متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند.



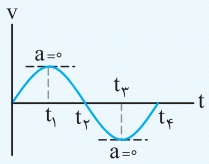
نکته به تعداد برخوردهای نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان، سرعت متحرک برابر صفر می‌شود و در صورت ادامهٔ حرکت، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است. در این بازهٔ زمانی شتاب حرکت جسم ..... بار صفر شده و جهت حرکت جسم ..... بار تغییر می‌کند.



۱) ۳ ، ۲ ۲) ۲ ، ۲
۳) ۲ ، ۱ ۴) ۱ ، ۱

پاسخ: با توجه به نمودار در لحظات t_1 و t_3 خط مماس بر منحنی سرعت- زمان افقی است و در این حالت شتاب حرکت صفر است. در لحظات t_2 و t_4 پس از لحظهٔ $t = 0$، تندی صفر است. اما در لحظهٔ t_4 حرکت پایان یافته است، در نتیجه فقط در لحظهٔ t_2 جهت حرکت تغییر کرده است.

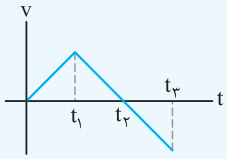


بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

تعیین نوع حرکت به کمک نمودار سرعت ـ زمان: همان‌طور که می‌دانید اگر تندی جسم افزایش یابد حرکت تندشونده و در صورتی‌که تندی کاهش یابد حرکت کندشونده و در صورت ثابت ماندن تندی، حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود. در این‌صورت می‌توان نتیجه گرفت:

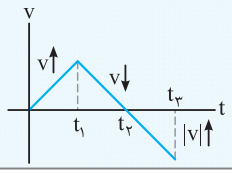
با افزایش فاصلهٔ منحنی سرعت از محور زمان، تندی افزایش پیدا کرده و حرکت تندشونده انجام می‌گیرد و با کاهش فاصلهٔ منحنی از محور زمان، تندی کاهش پیدا کرده و حرکت کندشونده انجام می‌گیرد.

تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی بر مسیر مستقیم مطابق شکل است. نوع حرکت جسم در بازهٔ زمانی $[0 - t_3]$ چگونه است؟

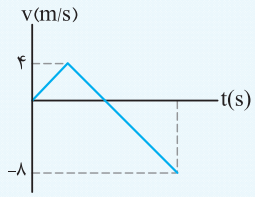


۱) تندشونده- کندشونده- کندشونده ۲) کندشونده- تندشونده- کندشونده
۳) تندشونده- کندشونده- تندشونده ۴) تندشونده- تندشونده- کندشونده

پاسخ: در بازهٔ زمانی $[0 - t_1]$، تندی در جهت مثبت در حال افزایش است. بنابراین حرکت در این قسمت تندشونده است. در بازهٔ زمانی $[t_1 - t_2]$ تندی در جهت مثبت در حال کاهش است، بنابراین حرکت در این قسمت کندشونده انجام می‌شود. در بازهٔ زمانی $[t_2 - t_3]$ تندی در جهت منفی در حال افزایش است، یعنی حرکت در این قسمت تندشونده انجام می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



تست: با توجه به نمودار سرعت ـ زمان مقابل، مدت زمان حرکت کندشونده چند برابر مدت زمانی است که متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کند؟

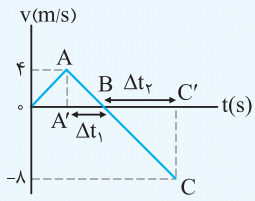


۱) ۲ ۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

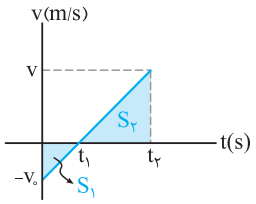
پاسخ: حرکت جسم در بازهٔ زمانی Δt_1 کندشونده انجام می‌شود و در بازهٔ زمانی Δt_2 در جهت منفی محور حرکت می‌کند. با توجه به ثابت بودن شیب خط در قسمت AC می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{AA'}{CC'} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.



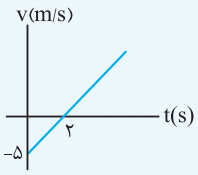
تعیین جابه‌جایی، مسافت و سرعت متوسط به کمک نمودار سرعت- زمان: اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مشخص باشد، مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان در صورتی که با علامت در نظر گرفته شود، مشخص‌کنندهٔ جابه‌جایی و بدون علامت، مشخص‌کنندهٔ مسافت پیموده‌شده است.



جابه‌جایی انجام‌شده : $d = S_1 + S_2$ ، **مسافت پیموده‌شده :** $l = |S_1| + |S_2|$

در این‌صورت برای محاسبهٔ سرعت متوسط، ابتدا مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان با در نظر گرفتن علامت را حساب کرده و از رابطهٔ سرعت متوسط استفاده می‌کنیم.

تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. مسافتی که متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول پیموده چند متر است؟

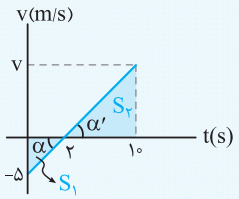


۱) ۷۵ ۲) ۸۵

۳) ۱۶۵ ۴) ۱۶۰

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان بدون در نظر گرفتن علامت، مشخص‌کنندهٔ مسافت پیموده‌شده است. در این صورت می‌توان نوشت:

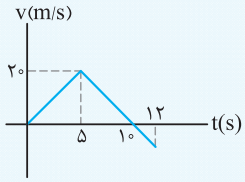
$$\tan\alpha = \tan\alpha' \Rightarrow \frac{۵}{۲} = \frac{v}{۸} \Rightarrow v = ۲۰\,m/s$$



$$\left.\begin{aligned} l &= |S_۱| + |S_۲| \\ |S_۱| &= \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۵ = ۵ \\ |S_۲| &= \frac{۱}{۲}\times ۸\times ۲۰ = ۸۰ \end{aligned}\right\} \Rightarrow l = ۸۵m$$

گزینهٔ (۲) درست است.

تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است. تغییر مکان متحرک بین دو لحظهٔ $t = ۵s$ و $t = ۱۲s$ چند متر است؟



۱) ۴۲ ۲) ۷۰

۳) ۸۰ ۴) ۵۸

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار سرعت-زمان با در نظر گرفتن علامت، مشخص‌کنندهٔ تغییر مکان (جابه‌جایی) متحرک است. در این‌صورت خواهیم داشت:

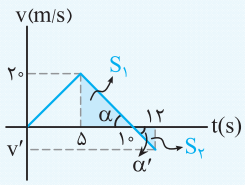
$$S_۱ = \frac{۲۰\times(۱۰-۵)}{۲} = ۵۰$$

$$|\tan\alpha| = |\tan\alpha'| \Rightarrow \frac{۲۰}{۵} = \frac{v'}{۲} \Rightarrow |v'| = ۸\,m/s$$

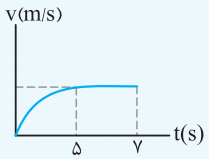
$$S_۲ = -\frac{۱}{۲}(۸)(۱۲-۱۰) = -۸$$

$$\Delta x = S_۱ + S_۲ = ۵۰ + (-۸) = ۴۲m$$

گزینهٔ (۱) درست است.



تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۵s$ و $t_۲ = ۷s$ مسافت ۱۸ متر را پیموده باشد، شتاب متوسط آن پس از ۵ ثانیه چند $m/s^۲$ است؟



۱) ۱/۸ ۲) ۴/۵

۳) ۳/۶ ۴) ۰/۷۲

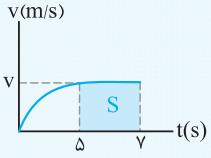
پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با در نظر گرفتن علامت مشخص‌کنندهٔ جابه‌جایی است. در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$S = \Delta x = l = ۱۸ \Rightarrow ۲v = ۱۸ \Rightarrow v = ۹\,m/s$$

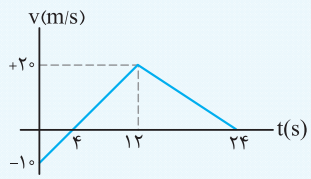
اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۹-۰}{۵-۰} = ۱/۸\,m/s^۲$$

بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.



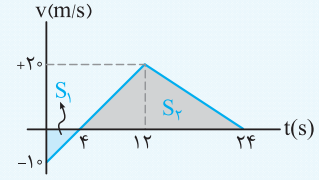
تست: نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در مدت ۲۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۹/۱۶ ۲) ۱۸/۳

۳) ۱۵ ۴) ۷/۵

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان با در نظر گرفتن علامت، جابه‌جایی متحرک را مشخص می‌کند. در این‌صورت داریم:



$$S_۱ = -\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱۰ = -۲۰$$

$$S_۲ = \frac{۱}{۲}\times(۲۴-۴)\times ۲۰ = ۲۰۰$$

$$\Rightarrow \Delta x = S_۱ + S_۲ = -۲۰ + ۲۰۰ = ۱۸۰m$$

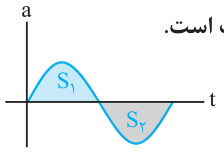
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۸۰}{۲۴} = ۷/۵\,m/s \Rightarrow$$

گزینهٔ (۴) درست است.

ذ) نمودار شتاب ـ زمان

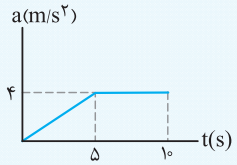
اگر نمودار شتاب- زمان متحرکی مشخص باشد به کمک این نمودار می‌توان شتاب متحرک در هر لحظه، تغییرات سرعت و شتاب متوسط را مشخص کرد.

باید توجه داشت که **مساحت سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان با در نظر گرفتن علامت، مشخص‌کنندهٔ تغییرات سرعت است.**



$\Delta v = S_1 + S_2$ ، $S_2 < 0$

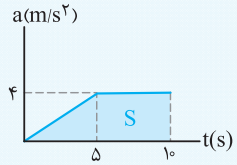
تست: نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در مدت ۱۰ ثانیه چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۲ ۲) ۲/۵

۳) ۳ ۴) ۶

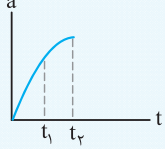
پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان مشخص‌کنندهٔ تغییرات سرعت است. در این صورت برای محاسبهٔ شتاب متوسط می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \\ S = \Delta v = \dfrac{1}{2}(5+10)\times 4 = 30 \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{30}{10} = 3\,m/s^2$$

گزینهٔ (۳) درست است. ⇒

تست: نمودار شتاب ـ زمان متحرکی بر مسیر مستقیم مطابق شکل است. در مورد حرکت آن در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 کدام گزینه درست است؟



۱) حرکت الزاماً تندشونده است.

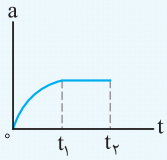
۲) حرکت الزاماً کندشونده است.

۳) حرکت ممکن است ابتدا تندشونده و سپس کندشونده باشد.

۴) حرکت ممکن است ابتدا کندشونده و سپس تندشونده باشد.

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان مشخص‌کنندهٔ تغییرات سرعت است که در مورد این متحرک، تغییرات سرعت مثبت است. **برای مشخص کردن نوع حرکت باید تغییرات سرعت را بررسی کرد که این تغییرات وابسته به مقدار سرعت اولیه است.** در مورد این حرکت، اگر سرعت اولیه مثبت باشد، حرکت تندشونده و اگر سرعت اولیه منفی باشد، بسته به اندازهٔ آن ممکن است ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده یا فقط کندشونده باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

تست: نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که از حالت سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در مورد حرکت متحرک کدام گزینه درست است؟



۱) حرکت روی محور x و همواره در جهت مثبت بوده است.

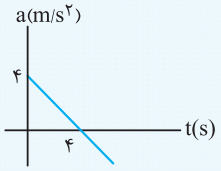
۲) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

۳) حرکت ابتدا در جهت مثبت محور و سپس در جهت منفی محور است.

۴) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان مشخص‌کنندهٔ تغییرات سرعت است. در نتیجه سرعت متحرک همواره مثبت بوده و در جهت مثبت محور در حال حرکت است. بنابراین گزینهٔ (۱) درست است.

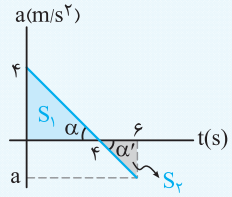
تست: شکل مقابل نمودار شتاب ـ زمان متحرکی را که از حالت سکون بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰ ۲) ۴

۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: مساحت سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان مشخص‌کنندهٔ تغییرات سرعت است. در این‌صورت داریم:



$$\Delta v = S_1 + S_2$$

$$|\tan\alpha| = |\tan\alpha'| \Rightarrow \left|\frac{4}{4}\right| = \left|\frac{a}{2}\right| \Rightarrow |a| = 2\,m/s^2 \quad \Rightarrow \Delta v = \left(\frac{4\times 4}{2}\right) + \left(\frac{-2\times 2}{2}\right) = 6\,m/s$$

$$\Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow 6 = v_2 - 0 \Rightarrow v_2 = 6\,m/s \Rightarrow$$ گزینهٔ (۴) درست است.

اکنون می‌توانید به تست‌های این قسمت در جلد تست پاسخ دهید.