فهرست

فصل اول: حرکت بر خط راست ۷

بخش ۱: مبانی حرکت‌شناسی ۸

بخش ۲: حرکت یکنواخت ۳۴

بخش ۳: حرکت با شتاب ثابت ۴۴

بخش ۴: بررسی حرکت‌های ترکیبی ۶۵

بخش ۵: تعیین نوع حرکت ۷۷

بخش ۶: سقوط آزاد ۸۲

فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای ۹۳

بخش ۱: قوانین نیوتون ۹۴

بخش ۲: معرفی بعضی از نیروهای خاص ۱۰۱

بخش ۳: کار انجام‌شده توسط نیرو ۱۲۹

بخش ۴: تعادل ۱۳۰

بخش ۵: تکانه ۱۳۳

بخش ۶: حرکت دایره‌ای ۱۴۰

بخش ۷: گرانش و ماهواره ۱۵۷

بخش ۸ : نیروی مرکزگرای وارد بر ذرهٔ باردار ۱۶۴

فصل سوم: نوسان و موج ۱۶۶

بخش ۱: نوسان ۱۶۷

بخش ۲: موج ۲۱۰

فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج ۲۵۴

فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی ۳۱۰

فصل ششم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای ۳۳۶

پاسخ‌نامهٔ تشریحی ۳۵۷

پاسخ‌نامهٔ کلیدی ۶۸۵

بخش ۱ قوانین نیوتون

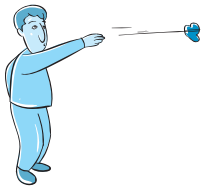
۱) قانون اول نیوتون

نیرو: نیرو حاصل برهم‌کنش یا تأثیر دو جسم بر یکدیگر است.

آثار نیرو: نیرو باعث ایجاد دو تغییر در یک جسم می‌شود:

الف بردار سرعت جسم را تغییر می‌دهد. **ب** شکل جسم را تغییر می‌دهد.

تذکر نیرو قابلیت ذخیره‌شدن در جسم را ندارد (برخلاف انرژی) و در لحظهٔ قطع اثر دو جسم بر یکدیگر، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، از بین می‌رود. در شکل (۱) بعد از پرتاب سنگ، دیگر نیرویی از طرف شخص پرتابگر به آن وارد نمی‌شود.


(شکل ۱)

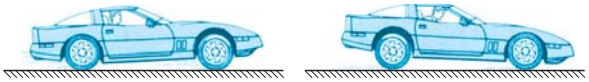
قانون اول نیوتون: قانون‌های اول و دوم نیوتون، تأثیر نیرو بر حرکت یک جسم را شرح می‌دهند. مطابق قانون اول نیوتون ...

«**هر جسمی حالت سکون یا حرکت راست‌خطِ یکنواخت خود را ادامه می‌دهد، مگر آن‌که نیروی خارجی خالصی بر آن اثر کند.**»

نتیجه۱ اگر به یک جسم نیروی خارجی وارد نشود، وضعیت حرکتی آن جسم تغییر نمی‌کند؛ یعنی اگر ساکن باشد، ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، با سرعت ثابت به حرکت خود روی خط راست ادامه می‌دهد؛ به عبارت دیگر، **در غیاب نیروهای خارجی، بردار سرعت جسم ثابت می‌ماند** و شتاب آن صفر است ($\vec{v}$ ثابت $\Rightarrow a = 0$).

لختی: طبق قانون اول نیوتون، **یک جسم مایل است وضعیت حرکتی خود را حفظ کند**؛ به این خاصیت اجسام، «**لختی**» می‌گویند.

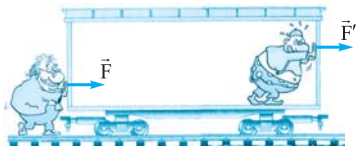
نمونه۱ مطابق شکل ۲- الف، در لحظهٔ شروع حرکت یک وسیلهٔ نقلیه به سمت جلو، بدن راننده به سمت عقب خم می‌شود؛ زیرا طبق خاصیت لختی، بدن او دوست دارد وضعیت اولیه‌اش (سکون) را حفظ کند! زمانی که راننده به طور ناگهانی ترمز می‌کند، بدن او به سمت جلو پرتاب می‌شود؛ زیرا بدن او تمایل به حفظ سرعت قبلی‌اش را دارد (شکل ۲- ب).


(الف) (ب)

(شکل ۲)

نیروی خارجی: نیرویی که در قانون اول نیوتون مورد توجه قرار می‌گیرد، نیروی خارجی است. منظور از نیروی خارجی، نیرویی است که خارج از اجزای یک دستگاه[1] بر آن اثر می‌کند. شدیداً احساس می‌کنیم به یک نمونه احتیاج دارید!

نمونه۲ در شکل (۳)، اگر واگن و شخص درون آن را یک دستگاه فرض کنیم، نیروی $\vec{F}$ یک نیروی خارجی و $\vec{F}'$ یک نیروی داخلی است. روشن است که نیروی $\vec{F}$ می‌تواند در حرکت واگن مؤثر باشد؛ ولی $\vec{F}'$ خیر. *(برای همینه که وقتی ماشینتون بنزین تموم می‌کنه، زیاد نباید زور بزنید و به فرمون فشار بیارید!! باید از ماشین تشریف بیارید بیرون و از خارج ماشین به اون نیرو وارد کنید! باز هم بگید فیزیک به چه درد می‌خوره!!)*



(شکل ۳)

نتیجه۲ در تحلیل دینامیکی یک دستگاه، نیروهای داخلی آن دستگاه، در نظر گرفته نمی‌شوند. (تا اطلاع ثانوی، فقط به نیروهای خارجی فکر کنید!)

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۴۳۷- از قانون اول نیوتون، کدام‌یک از گزاره‌های زیر برداشت می‌شود؟

۱) هر چه نیروی وارد بر جسم بزرگ‌تر باشد، سرعت آن بیشتر است.
۲) هر چه لختی یک جسم بیشتر باشد، به حرکت درآوردن آن مشکل‌تر است.
۳) برای ادامهٔ حرکت یک جسم باید به آن نیرو وارد کرد.
۴) نیرو عامل تغییر سرعت جسم است.

۴۳۸- در کدام‌یک از موقعیت‌های زیر، ممکن است نیرویی بر یک جسم وارد نشود؟

۱) قرارگرفتن جسم بر سطح ماه
۲) حرکت جسم در فضا
۳) جسم، جاده‌ای را با سرعتی با اندازهٔ ثابت دور بزند.
۴) سکون لحظه‌ای (صفرشدن سرعت جسم در یک لحظه)

۱- منظور از دستگاه، بخشی است که از نظر دینامیکی مورد توجه و مطالعهٔ ما قرار می‌گیرد.

۴۳۹- آزمایش شکل روبه‌رو، نشان‌دهندهٔ کدام‌یک از ویژگی‌های سکه است؟

۱) سرعت ۲) شتاب
۳) لختی ۴) هر سه مورد

۲) قانون دوم نیوتون

قانون دوم نیوتون: از قانون اول نیوتون فهمیدیم که اگر بر جسمی نیرو وارد نشود، جسم شرایط قبلی‌اش را حفظ می‌کند. حالا اگر یک یا چند نیرو سر جسم بریزند، چه اتفاقی برای آن می‌افتد؟! جواب را از قانون دوم نیوتون بشنویم:

«اگر بر یک جسم نیرو یا نیروهایی اثر کند، جسم در جهت برایند نیروها شتابی می‌گیرد که با برایند نیروهای وارد بر جسم نسبت مستقیم و با جرم آن نسبت وارون دارد.»

بنابراین، اگر برایند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m، برابر $\sum\vec{F}$ باشد، معادلهٔ ریاضی تعریف‌کنندهٔ قانون دوم نیوتون، چنین است:

$$\vec{a}=\frac{\sum\vec{F}}{m}\Rightarrow\sum\vec{F}=m\vec{a}$$ (رابطهٔ ۱)

در SI، m با یکای کیلوگرم (kg)، a با یکای متر بر مجذور ثانیه (m/s^2) و F با یکای نیوتون (N) بیان می‌شود؛ لذا: $1\,N=1\,kg.m/s^2$

طبق رابطهٔ (۱)، یکای دیگر شتاب در SI، «نیوتون بر کیلوگرم (N/kg)» است.

جرم یک جسم، معیاری از لختی آن است؛ به این معنی که هر چه جرم جسمی بیشتر باشد، در اثر نیروی معینی که به آن وارد می‌شود، شتاب کم‌تری می‌گیرد.

تعادل: از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌گیریم که اگر برایند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد (یعنی نیروی خالصی به آن وارد نشود)، شتاب حرکت آن نیز صفر است؛ یعنی اگر جسم ساکن است، ساکن باقی می‌ماند و اگر در حرکت است، با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ یعنی جسم وضعیتی مشابه آن‌چه در قانون اول بیان شد، پیدا می‌کند. چنین جسمی را **متعادل** می‌نامیم؛ بنابراین: $(\sum F=0\Leftrightarrow a=0)\Rightarrow$ اگر جسم متعادل باشد.

نتیجه دو صورت متفاوت از تعادل مکانیکی وجود دارد؛ جسمِ متعادل یا ساکن است (تعادل استاتیکی)، یا با سرعت ثابت روی یک خط راست حرکت می‌کند (تعادل دینامیکی).

استراتژی و نکات لازم برای حل تست‌های این بخش

۱ نیرو یک کمیت برداری است و $\sum\vec{F}$ برایند برداری نیروهای وارد بر جسم است.

تست **فرض کنید بر جسمی به جرم $0/5\,kg$ دو نیروی $\vec{F}_1=3\vec{i}-4\vec{j}$ و $\vec{F}_2=-2\vec{F}_1$ اثر می‌کند. بزرگی شتاب حرکت این جسم چه‌قدر است؟ (تمام مقادیر در SI هستند.)** *(سراسری ریاضی ـ ۸۲)*

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

پاسخ **گزینهٔ «۳»**

$$|\sum\vec{F}|=|-\vec{F}_1|=\sqrt{(-3)^2+(4)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\,N$$

$$\sum\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}_1-2\vec{F}_1=-\vec{F}_1=-3\vec{i}+4\vec{j}$$

$$a=\frac{\sum F}{m}=\frac{5}{0/5}\Rightarrow a=10\,N/kg$$

۲ بعضی موقع‌ها لازم می‌شه اندازهٔ $\sum\vec{F}$ رو از روش تجزیه یا فرمول حساب کنیم. یادآور می‌شویم که برایند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ که با هم زاویهٔ α می‌سازند، از رابطهٔ مقابل حساب می‌شود:

$$\sum F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}$$

و اگر $F_1=F_2$ باشد:

$$\sum F=2F_1\cos\frac{\alpha}{2}$$

مثال **دو نیروی هم‌اندازه به طور هم‌زمان به جسمی اثر می‌کنند. اگر این نیروها با زاویهٔ 90° نسبت به یکدیگر به جسم وارد شوند، به آن شتاب $10\,m/s^2$ می‌دهند. بیشترین شتابی که این نیروها می‌توانند به جسم بدهند، چند متر بر مجذور ثانیه است؟**

پاسخ در حالتی که نیروها بر هم عمودند، داریم:

$$F_1=F_2=F\Rightarrow\sum F_1=2F\cos\frac{\alpha}{2}=2F\cos(\frac{90^\circ}{2})=2F\cos45^\circ=2F\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}F$$

اگر نیروها به طور هم‌جهت به جسم اثر کنند، برایند نیروهای وارد بر جسم و شتاب جسم بیشینه می‌شود؛ در این حالت، بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم، ۲ برابر بزرگی هر کدام از نیروها است:

$$\sum F_2=F_1+F_2=F+F=2F$$

با توجه به ثابت‌ماندن جرم جسم، داریم:

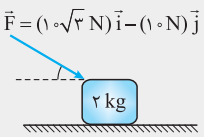
$$\sum F=ma\xrightarrow{(m:\text{ثابت})}\frac{\sum F_2}{\sum F_1}=\frac{a_2}{a_1}\Rightarrow\frac{2F}{\sqrt{2}F}=\frac{a_2}{10}\Rightarrow\sqrt{2}=\frac{a_2}{10}\Rightarrow a_2=10\sqrt{2}\,m/s^2$$

۳ اگر نیروی وارد بر جسم، دو مؤلفه در راستای محورهای x و y داشته باشد، می‌توان رابطه‌های نرده‌ای زیر را جایگزین رابطهٔ برداری (۱) کرد:

$$\sum F_x = ma_x \quad , \quad \sum F_y = ma_y$$

رابطه‌های بالا نشان می‌دهند که شتاب متحرک در هر راستا، ناشی از برایند نیروهای وارد بر جسم در همان راستا است؛ به این معنی که شتاب جسم در راستای محور x، ناشی از نیروی خالصی است که در راستای محور x به جسم وارد می‌شود و نیروهایی که در راستای محور y هستند، نمی‌توانند باعث شتاب‌گرفتن جسم در راستای محور x شوند و برعکس.

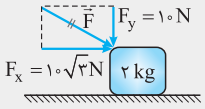
تست **در شکل مقابل، نیروی $\vec{F}$ جسم را با چه شتابی روی سطح افقی جابه‌جا می‌کند؟ (از اصطکاک جسم با سطح زمین صرف‌نظر می‌شود.)**



۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) $5\sqrt{3}$ ۴) $10\sqrt{3}$

پاسخ **گزینهٔ «۳»** مؤلفهٔ قائم $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_y$) جسم را به سطح زمین فشار می‌دهد و مؤلفهٔ افقی $\vec{F}$ (یعنی $\vec{F}_x$) باعث می‌شود جسم روی سطح افقی شتاب بگیرد.



$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ m/s^2 \xrightarrow{(a_y = 0)} a = a_x \Rightarrow a = 5\sqrt{3}\ m/s^2$$

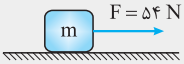
مسئله‌های کتاب درسی محدود به مواردی می‌شود که نیروهای وارد بر جسم در یک راستا و یا بر یکدیگر عمود هستند.

۴ در فصل قبل (حرکت‌شناسی)، با چهار کمیت پرکاربرد سروکار داشتیم: مکان (x)، سرعت (v)، زمان (t) و شتاب (a). در این فصل (دینامیک)، از سه کمیت نیرو (F)، جرم (m) و شتاب (a)، تا حد امکان کار می‌کشیم!! **شتاب**، کمیت مشترک بین این دو مبحث است و آن‌ها را به هم ارتباط می‌دهد. با محاسبهٔ شتاب، می‌توان از مبحث سینماتیک به دینامیک (و برعکس) قدم گذاشت.

تست **جسمی به جرم m تحت‌تأثیر نیروی ثابت و افقی ۵۴ نیوتونی روی سطح افقی بدون اصطکاک شروع به حرکت کرده و در مدت ۵ ثانیهٔ اول حرکت ۷۵ متر می‌پیماید. جرم جسم چند کیلوگرم است؟**

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ **گزینهٔ «۲»** کمیت‌های زمان $(5\ s)$ و مسافت $(75\ m)$ بوی خوش حرکت‌شناسی را می‌دهند! شتاب حرکت جسم را با استفاده از این داده‌ها حساب می‌کنیم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 75 = \frac{1}{2}a \times 5^2 \Rightarrow a = 6\ m/s^2$$

$$F = ma \Rightarrow 54 = m \times 6 \Rightarrow m = 9\ kg$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

قانون دوم نیوتون

ابتدا تست‌هایی را بررسی می‌کنیم که در آن‌ها برایند نیروهای وارد بر جسم صفر و شرایطی مشابه قانون اول نیوتون در مورد جسم برقرار است.

۴۴۰- کدام‌یک از شرایط زیر، جسمی را در حال تعادل توصیف می‌کند؟ *(برگرفته از کتاب «بانک آزمون فیزیک پایه»)*

۱) اتومبیلی که با سرعت ثابت از تپه‌ای صاف بالا می‌رود.

۲) ماهواره‌ای مخابراتی که به زمین را دور می‌زند.

۳) اتومبیلی که با سرعت $30\ km/h$ انحنایی را دور می‌زند.

۴) توپی که درست در بالاترین نقطه از مسیر قائمش قرار دارد.

۴۴۱- اگر نیروهای وارد بر یک جسم در حال حرکت متوازن باشند (برایندشان صفر باشد): *(سراسری ریاضی ۹۸ - خارج از کشور)*

۱) سرعت جسم ثابت می‌ماند.

۲) حرکت جسم با شتاب ثابت تندشونده خواهد بود.

۳) مسیر حرکت جسم ممکن است دایره‌ای یا سهمی باشد.

۴) سرعت جسم در مسیر مستقیم کاهش می‌یابد تا متوقف شود.

۴۴۲- جسمی به جرم ۱kg تحت‌تأثیر دو نیروی $\vec{F}_1 = \vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{F}_2$، با سرعت $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ در صفحهٔ xoy حرکت می‌کند. $\vec{F}_2$ در (SI) کدام است؟

۱) $-\vec{i} + \vec{j}$ ۲) $2\vec{i} + \vec{j}$ ۳) $-\vec{i} + 3\vec{j}$ ۴) $3\vec{j}$

حالا تست‌هایی را می‌بینیم که در آن‌ها برایند نیروهای وارد بر جسم مخالف صفر است.

۴۴۳- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

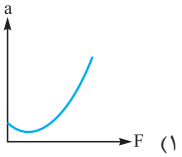
۱) تغییر بردار سرعت بر اثر اعمال نیرو است.

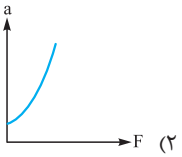
۲) بردارهای سرعت و نیرو هم‌جهت‌اند.

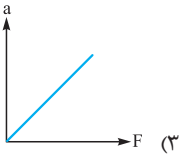
۳) بردارهای نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند.

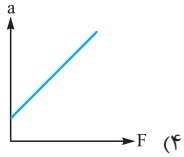
۴) اگر جسمی روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی در خلاف جهت سرعت اعمال شود، حرکت جسم کُند می‌شود.

۴۴۴- اندازهٔ نیروی وارد بر جسمی طبق رابطهٔ $F = t^2 - 2t + 1$ تغییر می‌کند. نمودار شتاب حرکت جسم برحسب نیروی وارد بر آن چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حالا وارد تست‌های عددی این قسمت می‌شیم!

۴۴۵- به جسمی به جرم m نیروی خالص F وارد می‌شود. اگر جرم جسم ۲۰ درصد کاهش یابد، شتاب حرکت جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۲۰، کاهش ۲) ۲۰، افزایش ۳) ۲۵، کاهش ۴) ۲۵، افزایش

۴۴۶- دو مکعب توپر به ضلع‌های d و $2d$ روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. مکعب کوچک‌تر تحت اثر نیروی افقی F شتاب $4a$ و مکعب بزرگ‌تر تحت اثر نیروی افقی $2F$ شتاب a می‌گیرد. چگالی مکعب بزرگ‌تر چند برابر چگالی مکعب کوچک‌تر است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۴۴۷- لوکوموتیوی به جرم ۱۲/۵ تُن، ۵ واگن باری هر یک به جرم ۷/۵ تُن را با شتاب $2/1\ m/s^2$ روی یک مسیر مستقیم افقی و بدون اصطکاک به حرکت درمی‌آورد. اگر در یک لحظه اتصال دو واگن متوالی از هم جدا شود، اندازهٔ شتاب لوکوموتیو با همان نیروی کشش، $90\ cm/s^2$ تغییر می‌کند. با شمارش واگن‌ها از ۱ تا ۵ و از سمت لوکوموتیو، اتصال کدام واگن‌ها از هم جدا شده است؟

۱) اول و دوم ۲) دوم و سوم ۳) سوم و چهارم ۴) چهارم و پنجم

۴۴۸- نیروی افقی F به جعبه‌ای که بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، شتاب $12\ m/s^2$ و به آجری که بر روی همان سطح قرار دارد، شتاب $6\ m/s^2$ می‌دهد. اگر آجر را درون جعبه قرار دهیم، شتاب حرکت مجموعه در اثر اعمال نیروی F، چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۹

۴۴۹- نیروی F به جسمی به جرم m_1، شتاب $12\ m/s^2$ و به جسمی به جرم m_2، شتاب $6\ m/s^2$ می‌دهد. این نیرو به جسمی به جرم $m_2 - m_1$ چه شتابی (برحسب متر بر مجذور ثانیه) می‌دهد؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۴۵۰- جعبه‌های A و B روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. اگر به این جعبه‌ها به ترتیب نیروهای افقی $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ وارد کنیم، شتاب جعبهٔ B، ۳ برابر شتاب جعبهٔ A می‌شود و اگر به این جعبه‌ها، به ترتیب نیروهای افقی $\vec{F}'$ و $\vec{F}$ وارد کنیم، شتاب جعبه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. جرم جعبهٔ A چند برابر جرم جعبهٔ B است؟

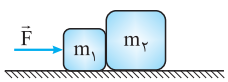
۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

بارها گفتیم تست‌های قفل‌دار یا فرم متفاوتی از تست‌های کنکور دارند یا درجهٔ سختی بالاتر. تست بعدی از دستهٔ اول است.

۴۵۱- جعبه‌ای روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد و درون آن تعدادی گلولهٔ مشابه وجود دارد. این جعبه را با استفاده از نیروی افقی $F = 66\ N$ می‌کشیم و جعبه با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. اگر یکی از گلوله‌ها را برداریم، شتاب جعبه ۱۰ درصد افزایش و اگر گلولهٔ مشابه دیگری به جعبه اضافه کنیم، شتاب جعبه $1\ m/s^2$ کاهش می‌یابد. به ترتیب تعداد گلوله‌های درون جعبه چند عدد است و جرم هر گلوله چند گرم است؟ (از جرم جعبه صرف‌نظر کنید.)

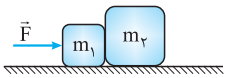
۱) ۳۰۰، ۱۰ ۲) ۵۰۰، ۱۰ ۳) ۳۰۰، ۱۱ ۴) ۵۰۰، ۱۱

۴۵۲- در شکل مقابل، دو وزنه به جرم‌های $m_1 = 2\ kg$ و $m_2 = 3\ kg$ روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی افقی $\vec{F}$ به بزرگی ۳۰ N به وزنهٔ m_1 وارد می‌شود. بزرگی برایند نیروهای وارد بر وزنه‌های m_1 و m_2 به ترتیب (از راست به چپ) چند نیوتون است؟



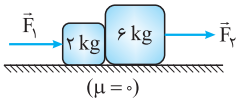
۱) ۱۵، ۱۰ ۲) ۱۵، ۱۰ ۳) ۱۸، ۱۲ ۴) ۱۸، ۱۲

۴۵۳- در شکل روبه‌رو، دو وزنه به جرم‌های m_1 و $m_2 = 2m_1$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی افقی $\vec{F}$ به وزنهٔ m_1 وارد می‌شود. اگر بزرگی برایند نیروهای وارد بر وزنهٔ m_1، ۱۵ N باشد، $|\vec{F}|$ چند نیوتون است؟



۱) ۱۵ ۲) ۲۲/۵ ۳) ۳۰ ۴) ۴۵

۴۵۴- در شکل روبه‌رو، نیروهای اصطکاک ناچیزند. اگر اندازهٔ نیروها در SI و در لحظهٔ t، برابر $F_1 = 2t + 3$ و $F_2 = 7t + 4$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو وزنه از یکدیگر جدا می‌شوند؟ (سطح افقی به اندازهٔ کافی بلند و جهت مثبت نیروها رو به سمت راست شکل است.)



۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

برای حل تست‌های زیر باید به مطالب مطرح‌شده در مبحث بردار (به‌ویژه روش‌های برایندگیری از چند بردار) مسلط باشید.

۴۵۵- سه نیرو، هم‌زمان به جرم ۵ kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 20\vec{i} - 50\vec{j}$، $\vec{F}_2 = 10\vec{i} + 20\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = -10\vec{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه است؟ *(سراسری ریاضی - ۹۳، خارج از کشور)*

۱) ۵ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) ۱۰ ۴) $10\sqrt{2}$

۴۵۶- دو نیروی هم‌جهت $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + b\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵ kg وارد می‌شوند. شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{5}$

۴۵۷- سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ به جسمی به جرم m اثر می‌کنند و جسم ساکن است. اگر نیروی $\vec{F}_1$ حذف شود، جسم با شتاب $\vec{i}$ و اگر نیروی $\vec{F}_2$ حذف شود، جسم با شتاب $\vec{j} + 2\vec{i}$ به حرکت درمی‌آید. در صورت حذف نیروی $\vec{F}_3$، جسم با چه شتابی (در SI) به حرکت درمی‌آید؟ (مقادیر شتاب‌ها در SI داده شده‌اند.)

۱) $\vec{i} + \vec{j}$ ۲) $-\vec{i} + \vec{j}$ ۳) $\vec{i} - \vec{j}$ ۴) $-\vec{i} - \vec{j}$

۴۵۸- جسمی به جرم ۲ kg تحت‌تأثیر دو نیروی $\vec{F}_1 = m\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 3\vec{i} + n\vec{j}$ با شتاب $5\ m/s^2$ در صفحهٔ xoy در حرکت است. اگر به این جسم نیروی دیگر $\vec{F}_3 = n\vec{i} - (n+2)\vec{j}$ وارد شود، بردار سرعت جسم ثابت می‌ماند. m و n به ترتیب کدام‌اند؟ (مؤلفهٔ همهٔ نیروها در SI هستند.)

۱) ۵، −۸ ۲) −۵، ۸
۳) −۹، ۶ ۴) هر یک از گزینه‌های (۱) و (۳) ممکن است درست باشند.

۴۵۹- دو نیروی هم‌اندازهٔ هم‌جهت به یک جسم شتاب $2\ m/s^2$ می‌دهند. اگر این دو نیرو به طور عمودی به همان جسم وارد شوند، به جسم چه شتابی می‌دهند؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) $2\sqrt{2}$

۴۶۰- بر جسمی به جرم m هم‌زمان دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ اثر می‌کند. حداقل و حداکثر شتاب ممکنی که این دو نیرو به جسم می‌دهند، به ترتیب ۱ و ۷ متر بر مجذور ثانیه است. اگر دو نیرو بر هم عمود باشند، جسم با شتاب چند متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌کند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۶۱- سه نیروی ۸، ۶ و ۱۲ نیوتونی با هم به جسمی به جرم ۴ کیلوگرم اعمال شده و جسم ساکن است. هرگاه نیروی ۶ نیوتونی حذف شود، جسم با چه شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌کند؟ *(سراسری ریاضی - ۸۴)*

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۵

۴۶۲- سه نیروی $F_1 = 8\ N$، $F_2 = 6\ N$ و $F_3 = 12\ N$ به جسمی به جرم ۴ kg اثر می‌کنند و جسم ساکن است. اگر بدون تغییر جهت، اندازهٔ نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ دو برابر شود، جسم با شتاب چند متر بر مجذور ثانیه به حرکت درمی‌آید؟

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۴۶۳- به جسمی به جرم ۵ kg، سه نیروی $F_1 = 5\ N$، $F_2 = 4\ N$ و $F_3 = 8\ N$ وارد می‌شوند و جسم ساکن است. اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}_3$ نصف شود، جسم با چه شتابی (برحسب متر بر مجذور ثانیه) و در چه جهتی شروع به حرکت می‌کند؟

۱) ۱، در جهت $\vec{F}_3$ ۲) ۱، در خلاف جهت $\vec{F}_3$ ۳) ۰/۸، در جهت $\vec{F}_3$ ۴) ۰/۸، در خلاف جهت $\vec{F}_3$

۴۶۴- سه نیروی $F_1 = 10\ N$، $F_2 = 20\ N$ و $F_3 = 30\ N$ به طور هم‌زمان، بر جسم ساکنی به جرم ۵ kg وارد می‌شوند و در اثر آن، جسم با شتاب $1\ m/s^2$ در خلاف جهت نیروی $\vec{F}_1$ به حرکت درمی‌آید. اندازهٔ برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ چند نیوتون است؟

۱) ۱۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۵

تست‌های ترکیبی دینامیک و سینماتیک

۴۶۵- گلوله‌ای به جرم ۲۰ گرم با سرعت $100\ m/s$ به تخته‌ای به ضخامت $1\ cm$ برخورد کرده و با سرعت $40\ m/s$ از طرف دیگر تخته خارج شده است. اگر حرکت گلوله با شتاب ثابت فرض شود، نیرویی که از طرف تخته به گلوله وارد شده، تقریباً چند نیوتون است؟

۱) ۶۰ ۲) ۶۰۰۰ ۳) ۸۴۰۰ ۴) ۸۴۰۰۰

۴۶۶- نیروی افقی $\vec{F}$ به جسم ساکنی که بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، وارد می‌شود. سرعت جسم، پس از طی مسافت x از صفر به v و پس از طی مسافت x'، از صفر به $2v$ می‌رسد. نسبت $\frac{x'}{x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۴۶۷- یک اتومبیل به جرم ۱ تُن و یک کامیون به جرم ۵ تُن به ترتیب با تندی‌های $20\ m/s$ و $10\ m/s$ در جاده‌ای مستقیم و افقی در حرکت‌اند. در یک جابه‌جایی برابر، نیروی لازم برای توقف اتومبیل چند برابر نیروی لازم برای توقف کامیون است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۲/۵

۴۶۸- دو نیروی عمود بر هم به جسم ساکنی به جرم $5\ kg$ وارد می‌شوند، طوری که جسم در راستایی که با نیروی بزرگ‌تر زاویهٔ 37° می‌سازد به حرکت درمی‌آید و پس از $5\ s$ مسافت $25\ m$ را می‌پیماید. نیروی کوچک‌تر چند نیوتون است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۶۹- اتومبیلی به جرم m تحت اثر ۵ ثانیه‌ایِ نیروی خالص $10\ kN$، مسیری را با سرعت متوسط $72\ km/h$ می‌پیماید. اگر سرعت اتومبیل در پایان مسیر، ۳ برابر سرعت اولیهٔ آن باشد، m چند کیلوگرم است؟

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۴۷۰- جسمی به جرم $500\ g$ با سرعت ثابت $\vec{v} = 2\vec{i}$ در جهت محور x حرکت می‌کند. از لحظه‌ای که جسم از مکان $x = -10\ m$ عبور می‌کند، نیروی خالص $\vec{F} = 3\vec{i}$ به آن وارد می‌شود. جسم $4\ s$ پس از واردآمدن نیرو از چه مکانی (برحسب متر) عبور می‌کند؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۶ ۴) ۵۶

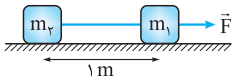
۴۷۱- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x و از مکان $x_0 = 4\ m$ حرکت خود را آغاز می‌کند، در ۵ ثانیهٔ اول و در SI به صورت $v = 2t - 3$ است. اگر نیروی خالص وارد بر جسم از لحظهٔ $t = 5\ s$ به بعد صفر شود، در لحظهٔ $t = 8\ s$، متحرک در چه مکانی (x) برحسب متر خواهد بود؟

۱) ۳۵ ۲) ۳۲ ۳) ۳۰ ۴) ۲۵

۴۷۲- دو جسم A و B هر یک به جرم $1\ kg$ در یک نقطه بر روی سطح افقی ساکن‌اند. به طور هم‌زمان به این دو جسم به ترتیب نیروهای افقی $F_A = 6\ N$ و $F_B = 4\ N$ وارد می‌کنیم. پس از $5\ s$ به جسم B چه نیرویی در جهت $\vec{F}_B$ (برحسب نیوتون) وارد کنیم تا هر دو جسم پس از $10\ s$ از لحظهٔ شروع حرکت به یکدیگر برسند؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۴۷۳- در شکل مقابل، دو وزنه به جرم‌های $m_1 = 20\ kg$ و $m_2 = 10\ kg$ با یک نخ به هم متصل‌اند و توسط نیروی افقی $F = 15\ N$ بر روی سطح افقیِ بدون اصطکاکی کشیده می‌شوند. پس از $2\ s$ از لحظهٔ شروع حرکت، نخ بین دو وزنه پاره می‌شود. $4\ s$ بعد از این لحظه (پاره‌شدن نخ)، فاصلهٔ بین دو وزنه به چند متر می‌رسد؟



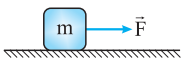
۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۱۴

سرعت رو به توان ۲ برسون، ضربدر نصف جرم کن، می‌شه انرژی جنبشی!!

۴۷۴- جسمی به جرم $2\ kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است. جسم در اثر نیروی افقی $F = 10\ N$ به حرکت درمی‌آید. پس از چند ثانیه انرژی جنبشی جسم به $100\ J$ می‌رسد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۴۷۵- جسمی مطابق شکل، روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است و در اثر نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$، انرژی جنبشی آن در مدت t از صفر به K می‌رسد. چه مدت پس از این لحظه انرژی جنبشی جسم $2K$ می‌شود؟



۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}t$ ۲) t ۳) $\sqrt{2}t$ ۴) $(\sqrt{2}-1)t$

۳) قانون سوم نیوتون

قانون سوم نیوتون: اگر جسم A نیرویی بر جسم B وارد کند، جسم B نیز نیرویی بر جسم A وارد می‌کند. این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.

◀ اگر نیرویی را که A به B وارد می‌کند، با $\vec{F}_{AB}$ و نیرویی را که B به A وارد می‌کند، با $\vec{F}_{BA}$ نشان دهیم، صورت ریاضی قانون سوم نیوتون چنین خواهد بود:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

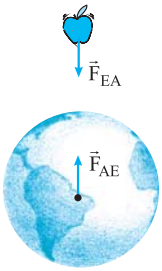
کنش، واکنش: *باحال‌ترین* نتیجه‌ای که از قانون سوم نیوتون می‌توان گرفت، زوج‌بودن نیروها است! معمولاً یکی از این زوج‌ها را «کنش» می‌نامیم و دیگری را «واکنش».

◀ عین ترجمهٔ قانون سوم نیوتون از کتاب «اصول» او، به این شرح است:

«برای هر کنشی، همیشه واکنشی هم‌اندازه و خلاف آن وجود دارد.» یا «برهم‌کنش متقابل دو جسم بر یکدیگر، همیشه هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر است.»

اصلاً اهمیت ندارد که کدام نیرو را کنش بنامید و کدام را واکنش؛ زیرا این دو نیرو به طور هم‌زمان ظاهر می‌شوند و هیچ‌گونه تأخیر زمانی‌ای در پیدایش آن‌ها وجود ندارد. *(مثلاً این‌طوری نیست که شما یک مشت محکم به دیوار بکوبید، دیوار چند ثانیه صبر کنه؛ بعدش جواب مشت شما را بده!)*

نمونه فرض کنید مطابق شکل (۴)، سیبی به سمت زمین سقوط می‌کند. دو نیرو در این برهم‌کنش ظاهر می‌شوند؛ یکی نیرویی که **زمین** به **سیب** وارد می‌کند $(\vec{F}_{EA})$ که همان وزن سیب است و دیگری واکنش این نیرو است که از طرف **سیب** به **زمین** وارد می‌شود $(\vec{F}_{AE})$. نیرویی که زمین به سیب وارد می‌کند، باعث می‌شود که سیب با شتابی برابر شتاب گرانش (در خلأ) سقوط کند.



(شکل ۴)

(a_A: شتاب سیب و m_A: جرم سیب)

$$a_A = \frac{F_{EA}}{m_A} = \frac{m_A g}{m_A} = g$$

نیرویی که سیب به زمین وارد می‌کند، باعث حرکت زمین به سمت سیب می‌شود! درست خواندید! *(اشتباه تایپی در کار نیست!)* اگر شتاب حرکت زمین را با a_E نشان دهیم، خواهیم داشت: (m_E: جرم زمین)

$$a_E = \frac{F_{AE}}{m_E} \xrightarrow{(F_{AE}=F_{EA})} a_E = \frac{m_A}{m_E} g$$

نسبت جرم زمین به جرم سیب، از مرتبهٔ 10^{24} است؛ بنابراین:

$$a_E = \frac{1}{10^{24}} \times 10 = 10^{-23}\ m/s^2 \simeq 0$$

پس، شتاب حرکت زمین به سوی سیب، در حدی نیست که به حساب بیاید!

پرسش **کشاورزی از الاغش خواهش می‌کند گاری حاملِ باری را بکشد! الاغ با این استدلال که طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که به گاری وارد می‌کند $(\vec{F})$، با نیرویی که گاری به او وارد می‌کند $(\vec{F}')$، خنثی شده و در نتیجه، گاری به حرکت درنمی‌آید، این کار را بی‌حاصل می‌داند و از انجام آن خودداری می‌کند! آیا جانور راست می‌گوید؟**

پاسخ خیر! *الاغه به شدت، در درس فیزیک مشکل داره!* نیروی $\vec{F}$ به گاری وارد می‌شود و نیروی $\vec{F}'$ به الاغ. بنابراین، این دو نیرو به دو جسم **مختلف** وارد می‌شوند و اثر یکدیگر را از بین **نمی‌برند**. $\vec{F}$ گاری را به جلو می‌کشد و $\vec{F}'$ از شتاب حرکت الاغ کم می‌کند؛ بنابراین، فقط نیروی $\vec{F}$ می‌تواند در حرکت گاری نقش داشته باشد و $\vec{F}'$ هیچ تأثیری در حرکت گاری ندارد.

نتیجه نیروهای کنش و واکنش، هم‌اندازه‌اند، قرینه‌اند، هم‌جنس هستند (مثلاً هر دو الکتریکی‌اند یا هر دو گرانشی‌اند) و بر دو جسم مختلف اثر می‌کنند (به عبارت دقیق‌تر، نقطه اثرِ متفاوت دارند).

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۴۷۶- جرم کرهٔ زمین تقریباً ۸۰ برابر جرم کرهٔ ماه است. بزرگی نیرویی که ماه بر زمین وارد می‌کند، چند برابر اندازهٔ نیرویی است که زمین بر ماه وارد می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۸۰ ۳) $۴\sqrt{۵}$ ۴) ۳۶۰

۴۷۷- هنگامی که جسمی در هوا در حال سقوط است، عکس‌العمل (واکنش) نیروهای وارد بر جسم ..... (سراسری ریاضی ـ قدیمی)

۱) بر هوا وارد می‌شود. ۲) بر زمین و بر هوا وارد می‌شود. ۳) بر زمین وارد می‌شود. ۴) صفر است.

۴۷۸- در موقع پرتاب موشک از پایگاه، کدام‌یک از عوامل زیر، موشک را به بالا می‌راند؟ (سراسری ریاضی ـ قدیمی)

۱) واکنش زمین در برابر گازی که از قاعدهٔ موشک خارج می‌شود و با زمین برخورد می‌کند.

۲) خروج گاز با سرعت زیاد از قاعدهٔ موشک که واکنش آن نیروی پیشران موشک را تأمین می‌کند.

۳) واکنش هوا در برابر فشار گازی که از قاعدهٔ موشک خارج شده و با هوا برخورد می‌کند.

۴) ازدیاد فوق‌العادهٔ فشار هوا در زیر موشک در اثر خروج گاز بسیار داغ از قاعدهٔ آن.

۴۷۹- توپی را در راستای قائم به زمین می‌زنیم و سپس (توپ) به طرف بالا برمی‌گردد. در تماس توپ با زمین، نیروی وارد بر توپ را در هنگام کُندشدن $\vec{F}_1$ و موقع برگشتن $\vec{F}_2$ می‌نامیم. کدام گزینه دربارهٔ جهت نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ صحیح است؟ (سراسری تجربی ـ قدیمی)

۱) پایین و بالا ۲) پایین و پایین ۳) بالا و پایین ۴) بالا و بالا

۴۸۰- مطابق شکل مقابل، شخصی بر روی یک ارابهٔ آهنی قرار می‌گیرد و آهن‌ربایی را در مقابل ارابه قرار می‌دهد. در این صورت، چه اتفاقی برای مجموعه (دستگاه) می‌افتد؟ (از اصطکاک ارابه با سطح زمین صرف‌نظر می‌شود.) *(با اقتباس از کتاب «چگونه مفاهیم فیزیک را درک کنیم؟»، نوشتهٔ «لوییز اپیشتین»)*

۱) حرکت نمی‌کند.

۲) شروع به حرکت می‌کند.

۳) ابتدا حرکت می‌کند و سپس می‌ایستد.

۴) بسته به جرم آن، ممکن است حرکت کند و ممکن است حرکت نکند.

۴۸۱- یک بازیکن هاکی به جرم ۸۰ kg که روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است، ناگهان توپی به جرم ۱۶۰ g را با سرعت افقی ۲۰ m/s به سمت جلو پرتاب می‌کند. او با سرعت ..... سانتی‌متر بر ثانیه به ..... رانده می‌شود.

۱) ۴، جلو ۲) ۲۰، جلو ۳) ۴، عقب ۴) ۲۰، عقب

۴۸۲- تانکی به جرم ۵ تن با سرعت ۵ m/s در حرکت است. این تانک گلوله‌ای به جرم ۵۰ kg را با سرعت ۴۰ m/s در جهت حرکت خود پرتاب می‌کند. بر اثر پرتاب گلوله، سرعت تانک چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۵، کاهش ۲) ۵، افزایش ۳) ۸، کاهش ۴) ۸، افزایش

بخش ۲ معرفی بعضی از نیروهای خاص

۴) نیروی وزن

وزن یک جسم نیروی گرانشی است که زمین به جسم وارد می‌کند و از رابطهٔ (۲) به دست می‌آید:

$$\vec{W} = m\vec{g}$$ (رابطهٔ ۲)

$\vec{g}$ بردار شتاب گرانشی (شتاب جاذبه) است که بزرگی آن در سطح زمین تقریباً $۹/۸ \text{ N/kg}$ است.

نتیجه از مقایسهٔ رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم شتاب یک جسم در هنگام سقوط آزاد، برابر $\vec{g}$ است.

$$\begin{cases} \vec{W} = m\vec{g} \\ \vec{F} = m\vec{a} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

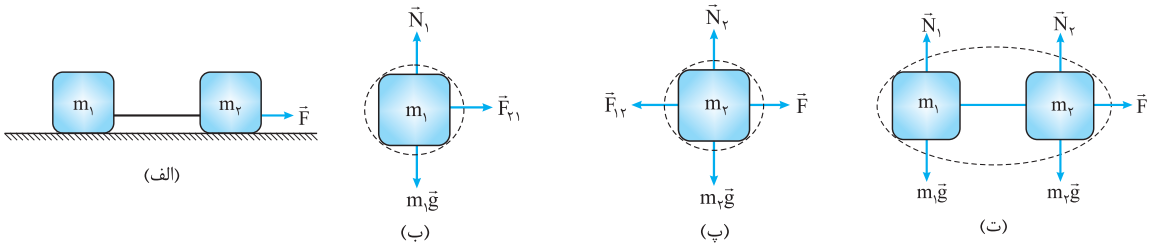
استراتژی و نکات لازم برای حل تست‌های دینامیک

تا الان کم‌وبیش با روش حل تست‌های دینامیک آشنا شده‌اید. برای حل یک مسئلهٔ دینامیک، باید مراحل زیر را پشت سر بگذارید:

۱ می‌خواهید سرعت، شتاب، جابه‌جایی یا ... را برای چه چیزی (یا چیزهایی) حساب کنید؟! آن چیز (چیزها) را مشخص می‌کنیم و اسم آن را دستگاه می‌گذاریم.

۲ نمودار نیروهای خارجی وارد بر دستگاه را رسم کنید (رسم نمودار جسم آزاد). نیازی به رسم واکنش این نیروها و رسم نیروهای داخلی نیست.

نمونه فرض کنید دو وزنهٔ m_1 و m_2 توسط نخ سبکی به هم وصل‌اند و مطابق شکل ۵- الف، توسط نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطح بدون اصطکاکی به حرکت درمی‌آیند. هر قسمت از این مجموعه را می‌توانید به عنوان دستگاه انتخاب کنید و برای آن قوانین نیوتون را بنویسید. اگر کسی m_1 را به عنوان دستگاه انتخاب کرد، نیروهای وارد بر دستگاه، مطابق شکل ۵- ب و اگر کسی m_2 را به عنوان دستگاه انتخاب کرد، نیروهای وارد بر دستگاه، مطابق شکل ۵- پ خواهند بود. ممکن است شخصی هر دو وزنه را به عنوان دستگاه انتخاب کند؛ در این صورت نمودار نیروهای خارجی وارد بر دستگاه، مطابق شکل ۵- ت است. دقت کنید که در دستگاه شکل (ت)، نیروهایی که دو نخ به هم وارد می‌کنند ($\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{12}$) جزء نیروهای داخلی محسوب می‌شوند و آن‌ها را رسم نمی‌کنیم.



(شکل ۵)

خط‌چین رسم‌شده دور دستگاه را «مرز منزوی‌کننده» می‌نامیم.

نکته در صورتی می‌توانید چند جسم را به عنوان یک دستگاه انتخاب کنید که شتاب حرکت آن جسم‌ها برابر باشد.

۳ یک دستگاه مختصات مناسب انتخاب می‌کنیم و سپس مؤلفه‌های نیروهای وارد بر جسم را روی این محورها مشخص می‌کنیم. منظور از دستگاه مختصات مناسب این است که یکی از محورهای دستگاه در راستای شتاب حرکت جسم باشد.

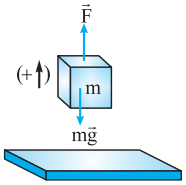
۴ برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای محوری که هم‌راستا با شتاب حرکت جسم است، برابر ma و برایند نیروهای وارد بر جسم در راستاهای محورهای دیگر برابر صفر است.

نتیجه اگر یک دستگاه در راستای افقی حرکت کند، برایند نیروهای وارد بر دستگاه در راستای قائم صفر است و اگر یک دستگاه در راستای قائم حرکت کند، برایند نیروهای وارد بر دستگاه در راستای افقی صفر است.

مثال **جسمی به جرم ۲ kg بر روی سطح زمین قرار دارد. آن را با نیروی $F = 24\ N$ در شرایط خلأ در راستای قائم به سمت بالا می‌کشیم. جسم پس از ۳ s در چه ارتفاعی از سطح زمین قرار می‌گیرد؟ $(g = 10\ N/kg)$**

۱) ۴/۵ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ **گزینهٔ ۲** مطابق شکل روبه‌رو، دو نیرو بر جسم وارد می‌شود: یکی نیروی محرک $\vec{F}$ که در جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود و دیگری نیروی مقاوم $m\vec{g}$ که در خلاف جهت حرکت جسم است. با توجه به این موضوع، داریم:



$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{F - mg}{m} = \frac{24 - 2\times 10}{2} = \frac{24-20}{2} = \frac{4}{2} = 2\ N/kg$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}\times 2\times 3^2 + 0 \Rightarrow \Delta y = 9\ m$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

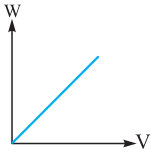
۴۸۳- نیروی یک نیوتونی به جسمی به وزن یک نیوتون، چه شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه می‌دهد؟ $(g = 9/8\ m/s^2)$ *(سراسری تجربی - قدیمی)*

۱) $\frac{1}{9/8}$ ۲) ۱ ۳) ۴/۸ ۴) ۹/۸

۴۸۴- وزن یک جسم در سطح سیارهٔ مشتری ۲/۵ برابر وزن آن در سطح زمین است. اگر جسمی از ۱۰ متری سطح سیارهٔ مشتری رها شود، با تندی تقریبی چند متر بر ثانیه به سطح سیاره می‌رسد؟

۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $10\sqrt{5}$ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

۴۸۵- نمودار تغییرات وزن مقداری آب در سطح زمین برحسب حجم آن مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شیب این نمودار در SI تقریباً چه‌قدر است؟



۱) ۱
۲) ۱۰
۳) 10^3
۴) 10^4

۴۸۶- گلوله‌ای از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین رها می‌شود و با شتاب ثابت سقوط می‌کند و با سرعت $20\ m/s$ به زمین می‌رسد. حداقل چند نیرو ممکن است در طول مسیر، بر گلوله اثر کرده باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۸۷- در شرایط خلأ، گلوله‌ای را با نیروی قائم $\vec{F}$ به سمت بالا می‌کشیم. گلوله با سرعت ثابت $1\ m/s$ حرکت می‌کند. اگر نیروی $\vec{F}$ در راستای قائم و روبه‌پایین به گلوله وارد شود، شتاب حرکت آن چند برابر شتاب گرانش می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۸۸- به جسمی به جرم $100\ kg$ نیروی ثابت $F = 1500\ N$ در راستای قائم به طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون از سطح زمین به طرف بالا حرکت می‌کند و پس از $20\ s$ نیروی $\vec{F}$ حذف می‌شود. جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ ($g = 10\ m/s^2$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌شود.)

۱) ۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۴۸۹- جسمی به جرم یک کیلوگرم از ارتفاع ۵ متری روی تودهٔ شن می‌افتد. اگر جسم ۵ سانتی‌متر در شن فرو رود و در حرکتی با شتاب ثابت متوقف شود، اندازهٔ نیرویی که تودهٔ شن روی جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10\ N/kg$) *(کارشناسی ارشد فیزیک)*

۱) ۱۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۰۱۰

۵) نیروی مقاومت شاره

نیروی مقاومت شاره: وقتی جسمی در یک شاره به حرکت درمی‌آید، نیرویی از طرف شاره در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که به آن «نیروی مقاومت شاره» می‌گوییم و آن را با $\vec{f}_D$ نشان می‌دهیم. وقتی جسم در هوا سقوط می‌کند، به این نیرو «نیروی مقاومت هوا» می‌گوییم.

نیروی مقاومت هوا: تا الان با مقاومت هوا کار نداشتیم و فرض می‌کردیم همهٔ اجسام در خلأ با شتاب مساوی $(\vec{g})$ سقوط می‌کنند. اگر اجسام در هوا سقوط کنند، این تساوی از بین می‌رود. هوا به اجسامی که داخل خود حرکت می‌کنند، نیرویی وارد می‌کند که حاصل برخورد مولکول‌های هوا با جسم است و به آن «نیروی مقاومت هوا» می‌گوییم.

ویژگی‌های نیروی مقاومت هوا:

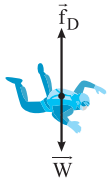
۱ **نیروی مقاومت هوا همیشه در خلاف جهت حرکت جسم است.**

۲ **هر چه تندی جسم بیشتر باشد، تعداد مولکول‌های هوایی که در هر ثانیه به جسم برخورد می‌کنند، بیشتر می‌شود و نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد.**

۳ **هر چه مساحت مقطعی از جسم که در معرض برخورد مولکول‌های هوا است، بیشتر باشد، نیروی مقاومت هوا هم بیشتر است.**

تندی حدی: به شکل (۶) نگاه کنید. وقتی جسمی در هوا سقوط می‌کند، ابتدا به سمت پایین شتاب می‌گیرد و سرعتش لحظه‌به‌لحظه افزایش می‌یابد. با افزایش سرعت، نیروی مقاومت هوا هم زیاد می‌شود؛ بالأخره زمانی می‌رسد که نیروی مقاومت هوا هم‌اندازه با نیروی وزن و در خلاف جهت آن می‌شود. در این شرایط، برایند نیروها و شتاب جسم، صفر می‌شود.

$$\sum F_y = W - f_D = 0 \Rightarrow f_D = W$$



شکل (۶)

از این لحظه به بعد جسم با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد که به این تندی می‌گوییم «تندی حدی». تندی حدی اجسام مختلف با هم فرق دارد، ولی برای یک چترباز در حدود $5\ m/s$ است.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

نیروی مقاومت شاره

۴۹۰- نیروی مقاومت شاره در برابر حرکت جسم به کدام‌یک از عوامل زیر بستگی ندارد؟

۱) مساحت سطحی از جسم که بر مسیر حرکت عمود است.
۲) تندی جسم
۳) شکل جسم
۴) جرم جسم

۴۹۱- گلوله‌ای را در هوا در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد نیروی مقاومت هوا درست است؟

۱) در بالاترین نقطهٔ مسیر بیشینه است.
۲) در موقع بالارفتن هم‌سو با حرکت و در موقع پایین‌آمدن در خلاف جهت حرکت است.
۳) در موقع بالارفتن کاهش و در موقع پایین‌آمدن افزایش می‌یابد.
۴) در تمام طول مسیر افزایش می‌یابد.

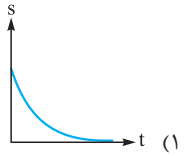
۴۹۲- جسمی در هوا از ارتفاع بسیار بلند سقوط می‌کند. تندی جسم چگونه تغییر می‌کند؟

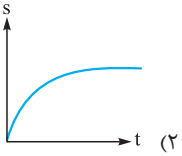
۱) همواره افزایش می‌یابد.
۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش می‌یابد، سپس ثابت می‌ماند.
۴) همواره ثابت می‌ماند.

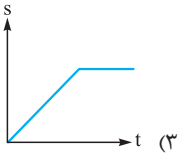
۴۹۳- جسمی در هوا از ارتفاع بسیار بلند سقوط می‌کند. شتاب حرکت جسم چگونه تغییر می‌کند؟

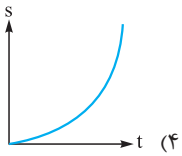
۱) ابتدا افزایش می‌یابد، سپس صفر می‌شود.
۲) ابتدا کاهش می‌یابد، سپس صفر می‌شود.
۳) همواره افزایش می‌یابد.
۴) همواره کاهش می‌یابد.

۴۹۴- نمودار تندی ـ زمان جسمی که در هوا از ارتفاع بلند سقوط می‌کند، مطابق کدام‌یک از شکل‌های زیر است؟

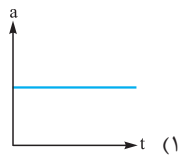
۱) 

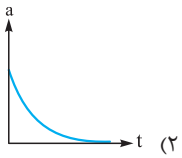
۲) 

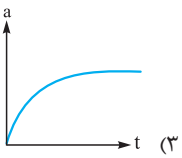
۳) 

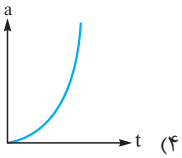
۴) 

۴۹۵- نمودار بزرگی شتاب برحسب زمان برای جسمی که در هوا از ارتفاع بلند سقوط می‌کند، مطابق کدام‌یک از شکل‌های زیر است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۴۹۶- چتربازی پس از چند متر پرش آزاد از ارتفاع بالا، ناگهان چترش را باز می‌کند. بلافاصله پس از آن، اندازهٔ مقاومت هوا از مقدار ناچیز اولیه به ۲ برابر وزن چترباز می‌رسد. جهت و اندازهٔ بردار شتاب چترباز پس از بازکردن چتر، چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ابتدا روبه‌بالا و سپس روبه‌پایین است و اندازه‌اش ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۲) ابتدا روبه‌پایین و سپس روبه‌بالا است و اندازه‌اش ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳) همواره روبه‌بالا است و اندازه‌اش همواره کاهش می‌یابد تا به صفر برسد.

۴) همواره روبه‌پایین است و اندازه‌اش همواره کاهش می‌یابد تا به صفر برسد.

۴۹۷- یک چترباز در هنگام سقوط، مطابق شکل روبه‌رو، بدن خود را به حالت افقی و به شکل گسترده درمی‌آورد. چترباز با این کار نیروی مقاومت هوا را ..... و تندی حدی خود را ..... می‌دهد.

۱) افزایش، افزایش ۲) افزایش، کاهش

۳) کاهش، افزایش ۴) کاهش، کاهش

۴۹۸- رابطهٔ نیروی مقاومت هوا و سرعت جسم به صورت کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (b عددی ثابت و مثبت است.)

۱) $f = \frac{b}{v}$ ۲) $f = -\frac{b}{v}$ ۳) $\vec{f} = b\vec{v}$ ۴) $\vec{f} = -b\vec{v}$

۴۹۹- گلوله‌ای را در هوا در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله با شتابی به بزرگی $a = 12\ m/s^2$ از نقطهٔ معینی بالا می‌رود و با شتابی به بزرگی a' از همین نقطه پایین می‌آید. کدام گزینه درست است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) $a' = 8\ m/s^2$ ۲) $8\ m/s^2 < a' < 10\ m/s^2$ ۳) $10\ m/s^2 < a' < 12\ m/s^2$ ۴) $a' = 12\ m/s^2$

۵۰۰- در یک هوای آرام توپی به جرم ۲۰۰ g را در راستای مایل به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر نیرویی که هوا به توپ در بالاترین نقطهٔ مسیر وارد می‌کند، ۱ N باشد، شتاب توپ در این نقطه چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۵ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) $5\sqrt{5}$ ۴) ۶

۵۰۱- چتربازی با تندی حدی $v\ m/s$ به سمت زمین سقوط می‌کند. در یک لحظه چترباز از کنار سنگی می‌گذرد که در همان لحظه از بالای ساختمانی به ارتفاع ۴۵ m رها می‌شود. اگر مقاومت هوا در برابر حرکت سنگ ناچیز باشد، چند ثانیه پس از برخورد سنگ به زمین، چترباز به زمین می‌رسد؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

۵۰۲- یک قطرهٔ باران به قطر $m\ mm$ در هوا سقوط می‌کند. اگر رابطهٔ بین بزرگی نیروی مقاومت هوا و سرعت قطره در SI به صورت $f = 2/5\times10^{-6}v^2$ باشد، قطره با تندی تقریبی چند متر بر ثانیه به سطح زمین می‌رسد؟ $(g = 10\ m/s^2,\ \pi \simeq 3$ و چگالی آب $1000\ kg/m^3$ است.)

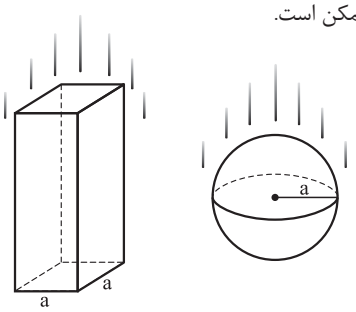
۱) 4×10^{-2} ۲) 16×10^{-2} ۳) ۴ ۴) ۱۶

۵۰۳- اگر تندی حدی یک قطرهٔ باران و یک قطرهٔ تگرگ با ابعاد مشابه را به ترتیب با s_1 و s_2 نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟

۱) $s_1 = s_2$ ۲) $s_2 > s_1$

۳) $s_1 > s_2$ ۴) هر یک از گزینه‌های قبلی ممکن است.

۵۰۴- یک کره و یک مکعب هم‌جرم به شکل مقابل را در هوا رها می‌کنیم. نیروی مقاومت هوای وارد بر هر دو جسم از رابطهٔ $f = \frac{1}{4}Av^2$ به دست می‌آید (v بزرگی سرعت و A مساحت مقطعی از جسم است که عمود بر مسیر حرکت است). تندی حدی کره تقریباً چند برابر تندی حدی مکعب است؟ $(\pi \simeq 3)$



۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۳

دینامیک حرکت جسم در هنگام سقوط در هوا

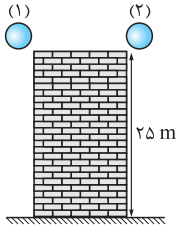
۵۰۵- شخصی که جرمش ۹۰ کیلوگرم است، توسط یک چتر نجات با شتاب $2/8\ m/s^2$ پایین می‌آید (جرم چتر مزبور ۱۰ کیلوگرم است). نیروی وارد از طرف هوا بر چتر چند نیوتون است؟ $(g = 9/8\ m/s^2$ و از نیرویی که هوا بر شخص وارد می‌کند، صرف‌نظر می‌شود.) *(مسابقهٔ علمی آموزشکده‌های فنی)*

۱) ۹۰۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۷۰۰ ۴) ۲۸۰

۵۰۶- جسمی به جرم ۲۰۰ g از ارتفاع ۴ متری، بدون سرعت اولیه در هوا سقوط می‌کند و با سرعت $8\ m/s$ به زمین می‌رسد. مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت جسم چند نیوتون خواهد بود؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۱/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۲

۵۰۷ مطابق شکل، دو گوی هم‌اندازهٔ (۱) و (۲) با جرم‌های $m_1 = 1\,kg$ و $m_2 = 2\,kg$، هم‌زمان از بالای ساختمانی به ارتفاع $25\,m$ رها می‌شوند. اگر نیروی مقاومت هوا برای هر گوی ثابت و برابر $1\,N$ باشد، اختلاف تندی برخورد گوی‌ها با زمین، تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\,m/s^2)$



۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۵۰۸ در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $1\,kg$ را از بلندی به ارتفاع h با سرعت اولیهٔ $25\,m/s$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌کنیم و گلوله پس از $1\,s$ به زمین می‌رسد. اگر در هوای آزاد مقاومت هوا در برابر حرکت گلوله، ثابت و برابر $10\,N$ باشد، گلوله را با چه سرعتی برحسب متر بر ثانیه به سمت پایین پرتاب کنیم تا در زمان مشابه $(1\,s)$ به زمین برسد؟ $(g = 10\,N/kg)$

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۵۰۹ گلوله‌ای به جرم $800\,g$ از ارتفاع h در هوا رها می‌شود و پس از $1\,s$ به زمین می‌رسد. اگر همین گلوله در خلأ و از ارتفاع $h' = h + 1$ (برحسب متر) رها شود، باز هم $1\,s$ طول می‌کشد تا به زمین برسد. اندازهٔ نیروی مقاومت هوا، با فرض ثابت‌بودن، برابر با چند درصد از اندازهٔ وزن گلوله است؟ $(g = 10\,m/s^2)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۵۱۰ یک گوی در هوا با نیروی مقاومت f، بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند و در ثانیهٔ سوم $2125\,cm$ جابه‌جا می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا برای گوی هم‌جرم دیگری که از همان مکان رها شده، $1f$ باشد، در مقایسهٔ جابه‌جایی گوی‌ها در ثانیهٔ سوم، گوی دوم چند سانتی‌متر کم‌تر از گوی اول جابه‌جا می‌شود؟ $(g = 10\,m/s^2)$

۱) ۴۷۵ ۲) ۴۲۵ ۳) ۳۷۵ ۴) ۳۲۵

۵۱۱ یک بالن تحقیقاتی به جرم کلی M در راستای قائم با شتاب a فرود می‌آید. چه جرمی از وزنه‌های تعادل، باید از بالن به بیرون ریخته شود تا بالن شتابی برابر a به طرف بالا پیدا کند؟ (از نیروی مقاومت هوا بر بالن، صرف‌نظر می‌شود؛ در ضمن، نیروی بالابر بالن را در هر دو حالت، یکسان بگیرید.)

۱) $\frac{g-a}{2Ma}$ ۲) $\frac{g+a}{Ma}$ ۳) $\frac{2Ma}{g+a}$ ۴) $\frac{Ma}{g-a}$

(کارشناسی ناپیوستهٔ سراسری ـ ۸۲)

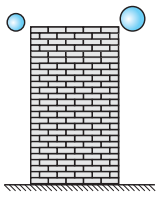
۵۱۲ در روزی که باد نمی‌وزد، گلوله‌ای را با سرعت اولیهٔ v در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله در مدت t_1 به نقطهٔ اوج خود می‌رسد. اگر همین آزمایش در خلأ انجام شود، گلوله در مدت t_2 به نقطهٔ اوجش می‌رسد. کدام گزینه درست است؟

۱) $t_2 > t_1$ ۲) $t_2 < t_1$
۳) $t_2 = t_1$ ۴) بسته به جرم گلوله، هر سه گزینهٔ قبلی ممکن است.

۵۱۳ در یک هوای آرام گلوله‌ای را از سطح زمین با سرعت اولیهٔ v_0 در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر زمان بالارفتن گلوله را با t_1 و زمان پایین‌آمدن آن را با t_2 نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟

۱) $t_1 = t_2$ ۲) $t_1 > t_2$
۳) $t_2 > t_1$ ۴) بسته به جرم گلوله، هر سه گزینهٔ قبلی ممکن است.

۵۱۴ مطابق شکل، دو گوی غیرهم‌اندازه و با جرم‌های برابر با $m = 1\,kg$ از بالای ساختمانی رها می‌شوند و شتاب سقوط یکی از گوی‌ها ۵۰٪ بزرگ‌تر از شتاب سقوط گوی دیگر است. اگر مجموع اندازهٔ نیروهای ثابت مقاومت هوای وارد بر دو گوی، برابر با نصف وزن هر گوی باشد، نیرویی که هوا به گوی کوچک‌تر وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10\,m/s^2)$



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۵۱۵ چتربازی به جرم $75\,kg$ از هلی‌کوپتری که در ارتفاع h به حالت سکون قرار دارد به بیرون می‌پرد. اگر این چترباز پس از $50\,m$ سقوط آزاد چتر خود را باز کند، شتابش در نقطهٔ بازشدن چتر $1\,m/s^2$ و روبه‌پایین می‌شود. اگر این چترباز پس از $200\,m$ سقوط آزاد چترش را باز کند، شتابش چند متر بر مجذور ثانیه و چگونه است؟ (از نیروی مقاومت هوا تا قبل از بازشدن چتر صرف‌نظر کنید، $g = 10\,N/kg$ و نیروی مقاومت هوا متناسب با سرعت چترباز فرض شود. $(f \propto v)$)

۱) ۴، روبه‌پایین ۲) ۴، روبه‌بالا ۳) ۶، روبه‌پایین ۴) ۶، روبه‌بالا

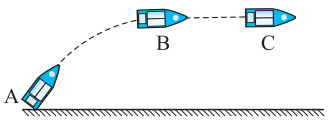
۵۱۶- دو کرهٔ مسی به جرم‌های $m_1 = m$ و $m_2 = 8m$ در حال سقوط در هوای آزاد هستند. در یک لحظه شتاب حرکت دو کره با یکدیگر مساوی و برابر $\frac{3}{4}g$ است. در این لحظه، سرعت کرهٔ (۱) چند برابر سرعت کرهٔ (۲) است؟ (بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر هر کره از رابطهٔ $f = kvr^2$ به دست می‌آید که k ضریبی ثابت، r شعاع و v سرعت کره است.)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۵۱۷- چتربازی به جرم ۵۰ kg، بدون سرعت اولیه، از بالای کوه بلندی به پایین رها می‌شود. پس از s سقوط اولیه، چترش را باز می‌کند و در این لحظه، نیروی مقاومت هوا از مقدار ثابت و اولیهٔ ۱۰۰ N به مقدار ثابت و ثانویهٔ ۱۰۰۰ N می‌رسد و چترباز با تندی کمی به زمین می‌خورد. اگر در دو لحظهٔ t_1 و t_2، تندی حرکت چترباز نصف بیشترین تندی‌اش در طول حرکت باشد، $\Delta t = t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۲/۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۴/۲ ۴) ۴/۸

۵۱۸- مطابق شکل، موشکی به جرم ۲۴۰ kg از نقطهٔ A پرتاب می‌شود و هنگامی که به بالاترین نقطهٔ مسیر یعنی B می‌رسد، موتور موشک روشن شده و موشک با شتاب ثابت $10\ m/s^2$ در راستای افق (مسیر BC) به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر بر اثر روشن‌شدن موتور موشک دو نیرو؛ یکی نیروی عمودی و روبه‌بالا و دیگری نیروی در راستای افق بر موشک وارد شود و برایند این دو نیرو ۴۰۰۰ N باشد، نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت موشک چند نیوتون است؟ $(g = 10\ N/kg)$



۱) ۵۰۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۴۳۷ گزینهٔ ۴ یکایک گزینه‌های تست ۱ را زیر ذره‌بین می‌بریم!

۱) این جمله نادرست است. مطابق قانون دوم نیوتون هر چه نیروی وارد بر جسم بزرگ‌تر باشد، شتاب آن بیشتر است. (نه سرعت آن!)

۲) این جمله هم صحیح است؛ اما پاسخ صحیح تست نیست!

۳) طبق قانون اول نیوتون، یک متحرک برای ادامهٔ حرکت خود، محتاج نیرو نیست. حرکت یک ذرهٔ آزاد (ذره‌ای که تحت‌تأثیر هیچ نیرویی نباشد) از خاصیت لختی جسم برای ادامهٔ حرکتِ خود ناشی می‌شود (نه از عاملی به نام نیرو)؛ پس، نیرو علت ادامهٔ حرکت نیست. **(گرچه علت شروع حرکت هست!)**

۴) بله! اگر نیروی خالصی به جسم وارد شود، بردار سرعت جسم تغییر می‌کند.

۴۳۸ گزینهٔ ۲ هر گزینه‌ای ساز خود را می‌زند! آن‌ها را جداجدا بررسی می‌کنیم!

۱) جسمی که بر سطح ماه قرار دارد، وزن دارد؛ نیروی وزن!

۲) نیرو را اجسام به یکدیگر وارد می‌کنند. اگر جسمی به دور از تأثیر هر جسم دیگری باشد، نیرویی به آن وارد نمی‌شود؛ بنابراین، در فضای دوردست، این امکان وجود دارد که به جسم نیرویی وارد نشود.

۳) بردار سرعت یک متحرک به دو صورت می‌تواند تغییر کند: یکی تغییر در **اندازه** و دیگری تغییر در **جهت**. هر کدام از این تغییرها باعث می‌شود که حرکت جسم شتاب‌دار ـ و به عبارتی نیرودار (!) ـ باشد. جهت بردار سرعت جسم در حین دور زدن تغییر می‌کند؛ بنابراین، شتاب حرکت آن مخالف صفر است و نیروی خالصی به آن وارد می‌شود.

۴) **اگر جسمی در یک بازهٔ زمانی ساکن باشد (سکون دائمی)، در آن بازهٔ زمانی نیروی خالصی به جسم وارد نمی‌شود؛ اما اگر سرعت جسمی فقط در یک لحظه صفر شود (سکون لحظه‌ای)، شتاب حرکت آن مخالف صفر است و حتماً به آن نیروی خالصی وارد می‌شود؛** برای نمونه، هنگامی که یک جسم را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم، سرعت جسم برای یک لحظه (در نقطهٔ اوج) صفر می‌شود؛ با این حال، نیروی وارد بر جسم صفر نیست و جسم در زمان حرکتش، تحت‌تأثیر نیروی وزنش است.

۴۳۹ گزینهٔ ۳ مطابق شکل صورت تست، ورقهٔ مقوا به سرعت از زیر سکه کشیده می‌شود، اما سکه همراه با مقوا به حرکت درنمی‌آید و در مدتی که با مقوا تماس دارد، وضعیت اولیه‌اش را حفظ می‌کند. این مقاومت سکه در برابر تغییر وضعیت حرکتی‌اش، به خاصیت لختی آن مربوط می‌شود.

۴۴۰ گزینهٔ ۱ در ۲ و ۳، جهت سرعت و در ۴، هم جهت و هم اندازهٔ سرعت تغییر می‌کند؛ پس، همهٔ این حرکت‌ها شتاب‌دار و نامتعادل‌اند. فقط در ۱، بردار سرعت جسم ثابت است.

۴۴۱ گزینهٔ ۱ در این شرایط، بردار سرعت جسم ثابت می‌مونه؛ یعنی هم اندازش ثابت می‌مونه هم جهتش.

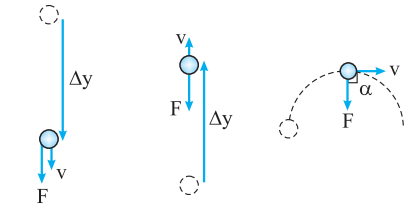
۴۴۲ گزینهٔ ۱ اگر بردار سرعت جسمی ثابت باشد، یا نیرویی به آن وارد نمی‌شود، یا چند نیرو با برایند صفر به آن وارد می‌شوند.

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{i} + \vec{j}$$

۴۴۳ گزینهٔ ۲ یکایک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) تغییر بردار سرعت جسم به معنی حرکت شتاب‌دار آن و شتاب جسم به مفهوم اعمال نیرو بر آن است.

۲) نیرو در جهت شتاب و شتاب در جهت تغییر بردار سرعت است (نه سرعت!). از فصل پیش می‌دانید بردار شتاب هر زاویه‌ای ممکن است با بردار سرعت بسازد؛ پس الزاماً نیروی وارد بر جسم هم‌جهت با بردار سرعت آن نیست. در شکل‌های روبه‌رو، زاویهٔ نیرو و سرعت (α) در سه حالت خاص مشخص شده است (نیروی وارد بر جسم در هر سه حالت در جهت نیروی وزن و روبه‌پایین است).



الف) $\alpha = 0^\circ$ ب) $\alpha = 180^\circ$ پ) $\alpha = 90^\circ$

۳) بحثی نیست!

۴) اگر نیروی وارد بر جسم متحرک در خلاف جهت حرکت آن باشد، $\vec{a}$ و $\vec{v}$ در خلاف جهت هم خواهند بود و حرکت متحرک کندشونده است.

۴۴۴ گزینهٔ ۳ مطابق رابطهٔ (۱)، نمودار شتاب یک جسم (با جرم ثابت) برحسب نیروی وارد بر آن، خطی مایل با شیب مثبت $(\frac{1}{m})$ و عرض از مبدأ صفر است. *بالا معادلهٔ نیروی وارد بر جسم هم هر چی که می‌خواد باشه، باشه!!*

۴۴۵ گزینهٔ ۴

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{m_1 - 0/20m_1} = \frac{m_1}{0/8m_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{5-4}{4} \Rightarrow \frac{\Delta a}{a_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\Delta a}{a_1} \times 100 = \%25$$

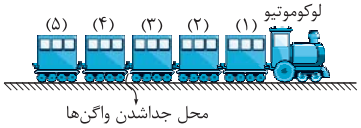
۴۴۶ گزینهٔ ۲ زیروند (۱) برای مکعب کوچک‌تر و زیروند (۲) برای مکعب بزرگ‌تر:

$$\sum F = ma \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = (\frac{m_2}{m_1})(\frac{a_2}{a_1}) \Rightarrow \frac{2F}{F} = (\frac{m_2}{m_1}) \times (\frac{a}{4a}) \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \times 4 = 8 \quad (I)$$

رابطهٔ چگالی، پاسخ‌گشا است! (حجم مکعب با ضلع d، $V = d^3$ است.)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho d^3 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = (\frac{\rho_2}{\rho_1})(\frac{d_2}{d_1})^3 \xrightarrow{(I)} 8 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times (\frac{2d}{d})^3 \Rightarrow 8\frac{\rho_2}{\rho_1} = 8 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1$$

۴۴۷ گزینه۳ مطابق شکل، واگن‌ها از (۱) تا (۵) شماره‌گذاری شده‌اند. جرم لوکوموتیو را M و جرم هر واگن را m می‌گیریم. تعداد واگن‌های متصل به لوکوموتیو در دو حالت را هم با n_1 و n_2 نمایش می‌دهیم. آشکار است که در حالت دوم با جداشدن تعدادی از واگن‌ها و عدم صحبت از تغییر نیروی کشش لوکوموتیو، شتاب سامانه افزایش می‌یابد.



$$a_2 = a_1 + \Delta a \xrightarrow{(\Delta a = 90\,cm/s^2 = 90\times10^{-2}\,m/s^2 = 0/9\,m/s^2)} a_2 = 2/1 + 0/9 = 3\,m/s^2$$

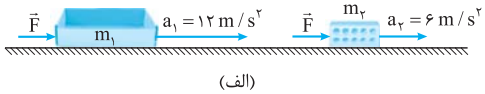
مقایسهٔ شتاب‌ها:

$$a = \frac{\sum F}{m} \xrightarrow[\text{(اصطکاک صفر است.)}]{(\sum F: \text{ثابت})} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{M+n_1m}{M+n_2m} \Rightarrow \frac{3}{2/1} = \frac{12/5+5\times7/5}{12/5+n_2\times7/5}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{50}{12/5+7/5n_2} \Rightarrow 7/5n_2+12/5 = 7\times5 \Rightarrow 7/5n_2 = 35-12/5 = 22/5 \Rightarrow n_2 = 3$$

توجه کنید که چون با نسبت جرم‌ها سروکار داریم، کافی است جرم‌ها با یکای یکسان (در این‌جا تُن) جاگذاری شوند. خب در حالت دوم، لوکوموتیو همراه سه واگن متصل به آن داریم. پس مطابق شکل بالا، واگن‌ها از اتصال بین واگن سوم و چهارم جدا شده‌اند.

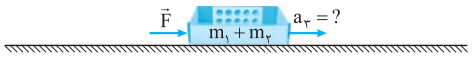
۴۴۸ گزینه۱ در شکل (الف)، جرم جعبه را با m_1 و جرم آجر را با m_2 نشان داده‌ایم.



(الف)

$$F = m_1a_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1} \quad , \quad F = m_2a_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2}$$

وقتی آجر را درون جعبه قرار می‌دهیم، جرم مجموعه به m_1+m_2 می‌رسد؛ در این صورت، مطابق شکل (ب)، داریم:



(ب)

$$F=(m_1+m_2)a_3 \Rightarrow F=(\frac{F}{a_1}+\frac{F}{a_2})a_3 \Rightarrow a_3=\frac{a_1a_2}{a_1+a_2}=\frac{12\times6}{12+6} \Rightarrow a_3=4\,m/s^2$$

نیزباش جواب نهایی مستقل از مقدار F است و هر عددی به F بدهیم، جواب نهایی، یکسان است. *(اگه مقدار F مهم بود، طراح حتماً اونو مطرح می‌کرد!) پس یه عدد قشنگ به F بده و با اون عدد، تست رو حل کن! البته نه هر عددی! یه عددی که به ۱۲ و ۶ راحت ساده بشه. ۱۲ خوبه؟ پس برو بریم؛*

$$F = m_1a_1 \Rightarrow 12 = m_1\times12 \Rightarrow m_1 = 1\,kg \quad , \quad F = m_2a_2 \Rightarrow 12 = m_2\times6 \Rightarrow m_2 = 2\,kg$$

$$F = (m_1+m_2)a_3 \Rightarrow 12 = (1+2)\times a_3 \Rightarrow 3a_3 = 12 \Rightarrow a_3 = 4\,m/s^2$$

۴۴۹ گزینه۳ شبیه پاسخ تست قبلی، می‌نویسیم:

$$F = (m_2-m_1)a_3$$

$$F = (\frac{F}{a_2}-\frac{F}{a_1})a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{a_1a_2}{a_1-a_2} = \frac{12\times6}{12-6} = \frac{12\times6}{6} \Rightarrow a_3 = 12\,m/s^2$$

(شما با عددگذاری تست رو حل کنید و نشون بدید چه‌قدر تیزید!)

۴۵۰ گزینه۲ **گام اول:** برای حالتی که نیروهای F و F' به ترتیب بر جعبه‌های A و B وارد می‌شوند، شتاب جعبهٔ B، ۳ برابر شتاب جعبهٔ A می‌شود، بنابراین:

$$F_A = m_Aa_A \Rightarrow F = m_Aa_A \quad , \quad F_B = m_Ba_B \Rightarrow F' = m_B(3a_A)$$

$$\frac{F}{F'} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{a_A}{3a_A} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{m_A}{3m_B} \quad (I)$$

گام دوم: و برای حالتی که نیروهای F' و F به ترتیب بر جعبه‌های A و B وارد می‌شوند، شتاب دو جعبه با یکدیگر برابر می‌شود، پس:

$$F_A = m_Aa_A \Rightarrow F' = m_Aa \quad , \quad F_B = m_Ba_B \Rightarrow F = m_Ba$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{a}{a} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{m_B}{m_A} \quad (II)$$

گام سوم: و در پایان از مقایسهٔ دو رابطهٔ (I) و (II) داریم:

$$\frac{m_A}{3m_B} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow m_A^2 = 3m_B^2 \Rightarrow m_A = \sqrt{3}m_B$$

۴۵۱ گزینه۴ **گام اول:** با فرض این‌که m جرم یک گلوله و n تعداد گلوله‌های درون جعبه باشد، در حالت اول با اعمال نیروی F به جعبه، شتاب حرکت a می‌شود؛ پس:

$$F = (nm)a \quad (I)$$

گام دوم: با برداشتن یک گلوله از جعبه، شتاب حرکت ۱۰ درصد افزایش می‌یابد:

$$F = (n'm)a' = (n-1)m(1/1a) \Rightarrow F = 1/1(n-1)ma \quad (II)$$

و با گذاشتن یک گلوله در جعبه، شتاب حرکت $1\,m/s^2$ کاهش می‌یابد؛ در نتیجه:

$$F = (n''m)a'' = (n+1)m(a-1) \quad (III)$$

گام سوم: از مقایسهٔ دو رابطهٔ (I) و (II) تعداد گلوله‌ها را به دست می‌آوریم: $(nm)a = ۱/۱(n-۱)ma \Rightarrow n = ۱/۱(n-۱) \Rightarrow ۰/۱n = ۱/۱ \Rightarrow n = ۱۱$

و از مقایسهٔ دو رابطهٔ (I) و (III) شتاب حرکت جعبه را محاسبه می‌کنیم:

$$(nm)a = (n+۱)m(a-۱) \Rightarrow na = (n+۱)(a-۱) \Rightarrow ۱۱a = (۱۱+۱)(a-۱) \Rightarrow ۱۱a = ۱۲a - ۱۲ \Rightarrow a = ۱۲\,m/s^۲$$

و در پایان با مشخص‌بودن n، a و F از رابطهٔ (I) جرم یک گلوله را به دست می‌آوریم: $F = (nm)a \Rightarrow ۶۶ = ۱۱m \times ۱۲ \Rightarrow m = ۰/۵\,kg = ۵۰۰\,g$

۴۵۲- گزینهٔ ۳ **گام اول:** دو وزنه را به هم چسبیده و معادل وزنه‌ای به جرم مجموع $m_۱$ و $m_۲$ در نظر می‌گیریم و شتاب آن را حساب می‌کنیم:

$$F = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۳۰ = (۲+۳)a \Rightarrow a = ۶\,N/kg$$

گام دوم: وزنه‌های $m_۱$ و $m_۲$ با شتاب فوق حرکت می‌کنند؛ پس: $\sum F_۲ = m_۲a = ۳ \times ۶ = ۱۸\,N$ ، $\sum F_۱ = m_۱a = ۲ \times ۶ = ۱۲\,N$

تنها نیرویی که در راستای افقی به وزنهٔ $m_۲$ وارد می‌شود، نیرویی است که $m_۱$ به آن وارد می‌کند.

۴۵۳- گزینهٔ ۴ بزرگی برایند نیروهای وارد بر وزنه‌های $m_۱$ و $m_۲$ را به ترتیب با $F_۱$ و $F_۲$ نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} F_۱ = m_۱a_۱ \\ F_۲ = m_۲a_۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \Rightarrow \frac{F_۲}{۱۵} = \frac{۲m_۱}{m_۱} \Rightarrow F_۲ = ۳۰\,N$$

$$F = (m_۱ + m_۲)a = m_۱a + m_۲a = F_۱ + F_۲ = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵\,N$$

۴۵۴- گزینهٔ ۳ تا زمانی‌که دو وزنه با هم حرکت می‌کنند، سرعت و شتاب یکسانی دارند. اگر قرار باشد، در یک لحظه دو وزنه از هم جدا شوند، چون سرعت لحظه‌ای برابری در آن لحظه دارند، باید شتاب وزنهٔ $m_۲ = ۶\,kg$ از آن لحظه به بعد، از شتاب لحظه‌ای وزنهٔ $m_۱ = ۲\,kg$ بیشتر شود تا وزنهٔ $m_۲$ از آن به بعد، با سرعت بیشتر، از وزنهٔ $m_۱$ جدا شود؛ توجه کنید که در لحظهٔ جدایی، وزنه‌ها نیرویی به هم وارد نمی‌کنند.

$$a_۲ \geq a_۱ \Rightarrow a_۲ - a_۱ \geq ۰ \Rightarrow \frac{F_۲}{m_۲} - \frac{F_۱}{m_۱} \geq ۰ \Rightarrow \frac{۷t+۴}{۶} - \frac{۲t+۳}{۲} \geq ۰ \xrightarrow{\text{(طرفین×۶)}} ۷t+۴-۳\times(۲t+۳) \geq ۰ \Rightarrow ۷t+۴-۶t-۹ \geq ۰ \Rightarrow t \geq ۵\,s$$

بنابراین، در لحظهٔ $t = ۵\,s$ ، دو وزنه از هم جدا می‌شوند.

۴۵۵- گزینهٔ ۳

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = (۲۰\vec{i} - ۵۰\vec{j}) + (۱۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}) + (-۱۰\vec{j}) = ۳۰\vec{i} - ۴۰\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{۳۰\vec{i} - ۴۰\vec{j}}{۵} = ۶\vec{i} - ۸\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{۶^۲ + (-۸)^۲} = \sqrt{۳۶+۶۴} = \sqrt{۱۰۰} \Rightarrow a = ۱۰\,m/s^۲$$

۴۵۶- گزینهٔ ۴ چون دو نیرو هم‌جهت‌اند، شیبشان برابر است:

$$\begin{cases} \vec{F}_۱ \text{ شیب} = \frac{b}{۲} \\ \vec{F}_۲ \text{ شیب} = \frac{۶}{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{۲} = \frac{۶}{۳} \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = (۲\vec{i} + ۴\vec{j}) + (۳\vec{i} + ۶\vec{j}) = ۵\vec{i} + ۱۰\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{۵\vec{i} + ۱۰\vec{j}}{۵} = \vec{i} + ۲\vec{j} \Rightarrow a = \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵}\,m/s^۲$$

۴۵۷- گزینهٔ ۳ **گام اول:** بر اثر اعمال سه نیروی $\vec{F}_۱$ ، $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ جسم ساکن و شتاب حرکت آن صفر است:

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t \xrightarrow{\vec{a}_t = ۰} \vec{F}_t = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \quad (I)$$

با حذف $\vec{F}_۱$ فقط نیروهای $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ بر جسم اعمال می‌شوند و شتاب حرکت جسم $\vec{i}$ می‌شود؛ در نتیجه: $\vec{F}'_t = m\vec{a}'_t \Rightarrow \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = m\vec{i} \quad (II)$

و با حذف $\vec{F}_۲$ شتاب حرکت جسم $-۲\vec{i} + \vec{j}$ می‌شود؛ بنابراین: $\vec{F}''_t = m\vec{a}''_t \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۳ = m(-۲\vec{i} + \vec{j}) \quad (III)$

و چنان‌چه نیروی $\vec{F}_۳$ را حذف کنیم فقط نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ بر جسم وارد شده و شتاب آن برابر $\vec{a}$ می‌شود؛ پس: $\vec{F}'''_t = m\vec{a}''' \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = m\vec{a} \quad (IV)$

گام دوم: از جمع طرفین رابطه‌های (III)، (II) و (IV) داریم:

$$(\vec{F}_۲ + \vec{F}_۳) + (\vec{F}_۱ + \vec{F}_۳) + (\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲) = m\vec{i} + m(-۲\vec{i} + \vec{j}) + m\vec{a}$$

$$\Rightarrow ۲(\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳) = m(\vec{i} - ۲\vec{i} + \vec{j} + \vec{a}) \xrightarrow{(I)} ۲\times ۰ = m(-\vec{i} + \vec{j} + \vec{a}) \Rightarrow -\vec{i} + \vec{j} + \vec{a} = ۰ \Rightarrow \vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$$

۴۵۸- گزینهٔ ۴ **گام اول:** در ابتدا جسم تحت‌تأثیر دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ با شتاب $۵\,m/s^۲$ در حرکت است. اگر برایند نیروهای وارد بر جسم را در این حالت با $\vec{F}_t$ نشان دهیم، داریم: $\vec{F}_t = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \Rightarrow \vec{F}_t = (m\vec{i} + ۲\vec{j}) + (۳\vec{i} + n\vec{j}) = (m+۳)\vec{i} + (n+۲)\vec{j} \Rightarrow F_t = \sqrt{(m+۳)^۲ + (n+۲)^۲}$

از طرفی مطابق با قانون دوم نیوتون، داریم: $F_t = ma_t \Rightarrow \sqrt{(m+۳)^۲ + (n+۲)^۲} = ۲\times ۵ = ۱۰ \Rightarrow (m+۳)^۲ + (n+۲)^۲ = ۱۰۰ \quad (I)$

گام دوم: با اعمال نیروی دیگر یعنی $\vec{F}_3$ به جسم، حرکت جسم یکنواخت و در نتیجه شتاب آن صفر می‌شود؛ پس:

$$\vec{F}'_t = m\vec{a}'_t = m\times 0 = 0 \Rightarrow \vec{F}'_t = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

$$\Rightarrow (m\vec{i} + 2\vec{j}) + (3\vec{i} + n\vec{j}) + (n\vec{i} - (n+2)\vec{j}) = 0 \Rightarrow (m+3+n)\vec{i} + (2+n-n-2)\vec{j} = 0$$

$$\Rightarrow (m+n+3)\vec{i} = 0 \Rightarrow m+n+3 = 0 \Rightarrow m+3 = -n \quad (II)$$

گام سوم: از قراردادن رابطهٔ (II) در رابطهٔ (I) داریم:

$$(-n)^2 + (n+2)^2 = 100 \Rightarrow n^2 + n^2 + 4n + 4 = 100 \Rightarrow 2n^2 + 4n - 96 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 2n - 48 = 0 \Rightarrow (n+8)(n-6) = 0 \Rightarrow (n = -8 \xrightarrow{(II)} m = 5) \ , \ (n = 6 \xrightarrow{(II)} m = -9)$$

۴۵۹- گزینه۲ اندازهٔ هر نیرو را با F و برایند دو نیرو را در حالت‌های اول و دوم به ترتیب با $\sum F_1$ و $\sum F_2$ نشان می‌دهیم:

$$\begin{cases} \sum F_1 = F + F = 2F \\ \sum F_2 = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F \end{cases} \xrightarrow[(m:\text{ثابت})]{(\sum F = ma)} \frac{\sum F_2}{\sum F_1} = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}F}{2F} = \frac{a_2}{2} \Rightarrow a_2 = \sqrt{2}\ m/s^2$$

۴۶۰- گزینه۳ هنگامی که دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به طور هم‌جهت بر جسم اثر کنند، برایند آن‌ها بیشترین مقدار ممکن و هنگامی که این دو نیرو در خلاف جهت یکدیگر بر جسم اثر کنند، برایند آن‌ها کمترین مقدار ممکن است؛ بنابراین:

$$F_{max} = F_1 + F_2 \Rightarrow ma_{max} = F_1 + F_2 \Rightarrow m\times 7 = F_1 + F_2 \Rightarrow F_1 + F_2 = 7m$$

$$F_{min} = F_1 - F_2 \Rightarrow ma_{min} = F_1 - F_2 \Rightarrow m\times 1 = F_1 - F_2 \Rightarrow F_1 - F_2 = m$$

از مقایسه دو رابطهٔ بالا داریم:

$$F_1 = 4m \ , \ F_2 = 3m$$

در نتیجه هنگامی که این دو نیرو به صورت عمود بر هم بر جسم به جرم m وارد می‌شوند، برایند آن‌ها برابر است با:

$$F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(4m)^2 + (3m)^2} = \sqrt{16m^2 + 9m^2} = \sqrt{25m^2} \Rightarrow F_t = 5m \Rightarrow ma = 5m \Rightarrow a = 5\ m/s^2$$

۴۶۱- گزینه۲ باید یادی از بحث بردار کنیم!

یادآوری

اگر برایند چند بردار صفر باشد، اندازهٔ هر بردار، برابر اندازهٔ برایند بردارهای دیگر است.

بنابراین، اگر برایند بردارهای $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$، $\vec{F}_3$ و ... و $\vec{F}_n$ صفر باشد، داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = -\vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n| = |-\vec{F}_1| \xrightarrow{|\vec{F}_1| = |-\vec{F}_1|^1} |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n|$$

به همین ترتیب: $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n| \ , \ |\vec{F}_n| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_{n-1}|$

برمی‌گردیم به تست خودمان که معتقد است سه نیروی $F_1 = 8\ N$، $F_2 = 6\ N$ و $F_3 = 12\ N$ به جسمی وارد شده‌اند و جسم ساکن است؛ حتماً برایند این سه نیرو صفر است و مطابق یادآوری قبل:

$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 6\ N$$

وقتی نیروی $\vec{F}_2$ حذف می‌شود، فقط نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ به جسم وارد می‌شوند. برایند این دو نیرو چند نیوتون است؟ حساب کردیم: $6\ N$. جسم در اثر این نیروها، با چه شتابی حرکت می‌کند؟ حساب خواهیم کرد:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|}{m} = \frac{6}{4} \Rightarrow a = 1/5\ m/s^2$$

۴۶۲- گزینه۱ با توجه به این‌که جسم در ابتدا ساکن است، داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

پس از این‌که اندازهٔ نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ دو برابر می‌شود، تعادل جسم به هم می‌خورد. در این صورت، برایند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\sum \vec{F} = 2\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 2(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 \xrightarrow{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3)} \sum \vec{F} = 2\times(-\vec{F}_3) + \vec{F}_3 = -2\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_3$$

$$\Rightarrow |\sum \vec{F}| = |-\vec{F}_3| = |\vec{F}_3| = 12\ N \Rightarrow a = \frac{\sum F}{m} = \frac{12}{4} \Rightarrow a = 3\ m/s^2$$

۴۶۳- گزینه۴ چون جسم در ابتدا ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (I)$$

اگر اندازهٔ $\vec{F}_3$ نصف شود، برایند نیروهای وارد بر جسم برابر می‌شود با:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \frac{\vec{F}_3}{2}$$

$$\sum \vec{F} = -\vec{F}_3 + \frac{\vec{F}_3}{2} = -\frac{\vec{F}_3}{2} \Rightarrow |\sum \vec{F}| = \frac{F_3}{2} = \frac{8}{2} = 4\ N \Rightarrow a = \frac{\sum F}{m} = \frac{4}{5} = 0/8\ N/kg$$

جسم در جهت $\sum \vec{F}$ یعنی در خلاف جهت $\vec{F}_3$ شروع به حرکت می‌کند.

۱- ضرب بردار در عدد ۱−، فقط جهت آن را تغییر می‌دهد، ولی اندازهٔ آن را تغییر نمی‌دهد؛ بنابراین: $|\vec{F}| = |-\vec{F}|$.

۴۶۴- گزینهٔ ۱ اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\sum F = ma = 5\times 1 = 5\ N \xrightarrow{(F_1=10\ N)} \sum F = \frac{F_1}{2}$$

چون جسم در خلاف جهت نیروی $\vec{F}_1$ به حرکت درمی‌آید، $\sum\vec{F}$ در خلاف جهت $\vec{F}_1$ است؛ بنابراین:

$$\sum\vec{F} = -\frac{\vec{F}_1}{2}$$

$$\sum\vec{F} = \vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3 \Rightarrow -\frac{\vec{F}_1}{2} = \vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_2+\vec{F}_3 = -\frac{3}{2}\vec{F}_1 \Rightarrow |\vec{F}_2+\vec{F}_3| = \frac{3}{2}|\vec{F}_1| = \frac{3}{2}\times 10 \Rightarrow |\vec{F}_2+\vec{F}_3| = 15\ N$$

۴۶۵- گزینهٔ ۳ *زود دست‌به‌کار شید و شتاب گلوله رو حساب کنید! فقط قرارمون (تبدیل یکای* cm *به* m *و* g *به* kg*) فراموش نشه!*

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 40^2 - 100^2 = 2a\times(1\times 10^{-2}) \Rightarrow 1600 - 10000 = 2\times 10^{-2}a \Rightarrow -84\times 10^2 = 2\times 10^{-2}a \Rightarrow a = -42\times 10^4\ m/s^2$$

$$\sum F = ma = (20\times 10^{-3})\times(-42\times 10^4) = -8400\ N$$

(علامت منفی $\sum F$ نشان می‌دهد که برایند نیروهای وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت آن است و باعث کندشدن حرکت می‌شود؛ در ضمن، از نیروی وزن گلوله در مقایسه با نیروی تخته صرف‌نظر می‌شود.)

۴۶۶- گزینهٔ ۴ چون نیروی ثابتی به جسم وارد می‌شود، شتاب حرکت آن نیز ثابت است؛ بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v^2 - v_0^2 = 2ax \xrightarrow{(v_0=0)} v^2 = 2ax \\ (2v)^2 - v_0^2 = 2ax' \xrightarrow{(v_0=0)} 4v^2 = 2ax' \end{cases} \Rightarrow \frac{4v^2}{v^2} = \frac{2ax'}{2ax} \xrightarrow[(a\neq 0)]{(v\neq 0)} \frac{x'}{x} = 4$$

۴۶۷- گزینهٔ ۲ با توجه به این‌که در این تست، *زمان مفقودالاثر است (!)*، دو بار از رابطهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم تا نسبت شتاب دو متحرک را به دست آوریم. ویژگی‌های اتومبیل و کامیون را به ترتیب با زیروندهای A و B نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} v_A^2 - v_{0A}^2 = 2a_A\Delta x \Rightarrow 0^2 - 20^2 = 2a_A\Delta x \\ v_B^2 - v_{0B}^2 = 2a_B\Delta x \Rightarrow 0^2 - 10^2 = 2a_B\Delta x \end{cases} \Rightarrow \frac{20^2}{10^2} = \frac{2a_A\Delta x}{2a_B\Delta x} \xrightarrow{(\Delta x\neq 0)} \frac{a_A}{a_B} = 4 \quad (I)$$

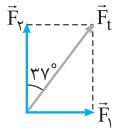
$$\sum F = ma \Rightarrow \frac{\sum F_A}{\sum F_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right)\left(\frac{a_A}{a_B}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)\times 4 = 0/8$$

۴۶۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** شتاب و نیروی وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 25 = \frac{1}{2}\times a\times(5)^2 + 0 \Rightarrow a = 2\ m/s^2$$

$$F_t = ma = 5\times 2 = 10\ N \quad (I)$$

گام دوم: چون جسم در ابتدا ساکن است، بر اثر اعمال دو نیروی عمود بر هم F_1 و F_2 در جهت برایند این دو نیرو یعنی F_t به حرکت درمی‌آید؛ با فرض این‌که F_2 بزرگ‌تر از F_1 است، شکل مقابل را با توجه به صورت تست رسم می‌کنیم:



$$\sin 37^\circ = \frac{F_1}{F_t} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{F_1}{10} \Rightarrow F_1 = 6\ N$$

۴۶۹- گزینهٔ ۲ نیروی خالص ثابت، شتاب ثابت را به جسم هدیه می‌دهد! اول سراغ رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت می‌رویم و v_0 را پیدا می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_0+v}{2} \xrightarrow[(v=3v_0)]{(v_{av}=72\ km/h=\frac{72}{3/6}\ m/s=20\ m/s)} 20 = \frac{v_0+3v_0}{2} \Rightarrow 4v_0 = 40 \Rightarrow v_0 = 10\ m/s$$

قانون دوم نیوتون و:

$$\sum F = ma = m\frac{(v-v_0)}{t} \xrightarrow[(v_0=10\ m/s),(v=3v_0=2\times 10=30\ m/s)]{(\sum F=10\ kN=10\times 10^3\ N)} 10\times 10^3 = \frac{m\times(30-10)}{5}$$

$$\Rightarrow 4m = 10\times 10^3 \Rightarrow m = 2/5\times 10^3 = 2500\ kg$$

۴۷۰- گزینهٔ ۳ شتابی که جسم پس از واردآمدن نیرو به خود می‌گیرد، برابر است با:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{3\vec{i}}{0/5} = 6\vec{i}$$

این شتاب در جهت سرعت اولیهٔ متحرک $(\vec{v}_0 = 2\vec{i})$ است. با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}\times 6\times 4^2 + 2\times 4 - 10 = 48 + 8 - 10 = 46\ m$$

۴۷۱- گزینهٔ ۱ در پنج ثانیهٔ اول طبق رابطهٔ $v = at + v_0$ و مقایسهٔ آن با رابطهٔ داده‌شده $(v = 2t - 3)$ در SI، متوجه می‌شویم که متحرک با شتاب ثابت $a = 2\ m/s^2$ و سرعت اولیهٔ $v_0 = -3\ m/s$ حرکت می‌کند. مکان متحرک در لحظهٔ $t = 5\ s$ را به دست می‌آوریم:

$$x_5 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}\times 2\times 5^2 + (-3)\times 5 + 4 = 25 - 15 + 4 = 10 + 4 = 14\ m$$

در ادامه، نیروی خالص وارد بر جسم صفر می‌شود و طبق قانون اول نیوتون، متحرک با سرعت ثابت (سرعت در لحظهٔ $t = 5\ s$)، به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بنابراین:

$$v = v_5 \xrightarrow{(v=2t-3)} v = v_5 = 2\times 5 - 3 = 7\ m/s$$

و در لحظهٔ $t = 8\ s$ با حرکت راست‌خط یکنواخت:

$$x_8 = v\Delta t + x_5 = 7\times(8-5) + 14 = 7\times 3 + 14 = 21 + 14 \Rightarrow x_8 = 35\ m$$

۴۷۲- گزینهٔ ۳ **گام اول:** در طول مسیر بر جسم A فقط نیروی ۶ نیوتونی وارد می‌شود و مدت‌زمان حرکت آن تا رسیدن جسم B به آن، برابر ۱۰ s است، پس:

$$F_A = m_A a_A \Rightarrow ۶ = ۱ \times a_A \Rightarrow a_A = ۶\ m/s^۲ \quad , \quad \Delta x_A = \frac{۱}{۲} a_A t^۲ + v_۰ t = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱۰^۲ + ۰ = ۳۰۰\ m$$

گام دوم: فرض کنید جسم B در ۵ ثانیهٔ اول به اندازهٔ Δx_B جابه‌جا شده و به سرعت v_B می‌رسد.

(در ۵ ثانیهٔ اول حرکت): $F_B = m_B a_B \Rightarrow ۴ = ۱ \times a_B \Rightarrow a_B = ۴\ m/s^۲$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲} a_B t_۱^۲ + v_{۰B} t_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۵^۲ + ۰ = ۵۰\ m \quad , \quad v_B = a_B t_۱ + v_{۰B} = ۴ \times ۵ + ۰ = ۲۰\ m/s$$

به جسم B پس از ۵ s نیروی $\Delta\vec{F}$ (در جهت $\vec{F}_B$) وارد می‌شود و این نیرو در مدت (۵ s) باعث می‌شود B به A برسد؛ یعنی ۲۵۰ m را طی کند:

$$\Delta x'_B = ۳۰۰ - \Delta x_B = ۳۰۰ - ۵۰ = ۲۵۰\ m$$

شتاب ثانویهٔ حرکت B برابر است با:

$$(t_۲ = t_{\text{کل}} - t_۱ = ۱۰ - ۵ = ۵\ s) \quad \Delta x'_B = \frac{۱}{۲} a'_B t_۲^۲ + v_B t_۲ \Rightarrow ۲۵۰ = \frac{۱}{۲} a'_B \times ۵^۲ + ۲۰ \times ۵ \Rightarrow a'_B = ۱۲\ m/s^۲$$

$$a'_B = \frac{F_B + \Delta F}{m} \Rightarrow ۱۲ = \frac{۴ + \Delta F}{۱} \Rightarrow ۴ + \Delta F = ۱۲ \Rightarrow \Delta F = ۸\ N$$

۴۷۳- گزینهٔ ۲ شتاب حرکت دو وزنه در آغاز حرکت (پیش از پاره‌شدن نخ):

$$a = \frac{F}{m_۱ + m_۲} = \frac{۱۵}{۲۰ + ۱۰} = ۰/۵\ N/kg$$

سرعت حرکت وزنه‌ها ۲ s پس از لحظهٔ شروع حرکت (در لحظهٔ پاره‌شدن نخ):

$$v = at + v_۰ = ۰/۵ \times ۲ + ۰ = ۱\ m/s$$

بعد از پاره‌شدن نخ، برایند نیروهای وارد بر وزنهٔ $m_۲$ صفر می‌شود و این وزنه با سرعت ثابت $v = ۱\ m/s$ به حرکت خود بر روی سطح افقی بدون اصطکاک ادامه می‌دهد و در مدت ۴ s، به اندازهٔ ۴ m جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta x_۲ = v_۲ t \xrightarrow{(v_۲ = v)} \Delta x_۲ = ۱ \times ۴ = ۴\ m$$

پس از پاره‌شدن نخ، وزنهٔ $m_۱$ تحت‌تأثیر نیروی F، شتاب $a_۱$ را به دست می‌آورد:

$$a_۱ = \frac{F}{m_۱} = \frac{۱۵}{۲۰} = \frac{۳}{۴}\ m/s^۲$$

جابه‌جایی وزنهٔ $m_۱$ پس از گذشت ۴ s (از لحظهٔ پاره‌شدن نخ):

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲} a_۱ t^۲ + v_{۰۱} t \xrightarrow{(v_{۰۱} = v)} \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۴} \times ۴^۲ + ۱ \times ۴ = ۱۰\ m$$

پس وزنهٔ $m_۱$، در همان ۴ s، ۶ متر بیشتر از وزنهٔ $m_۲$ جابه‌جا می‌شود؛ ۱ m هم که از اول کار جلوتر بود $(d_۱)$! پس فاصلهٔ بین دو وزنه $(d_۲)$ به ۷ m می‌رسد؛ یعنی:

$$d_۲ = d_۱ + (\Delta x_۱ - \Delta x_۲) = ۱ + (۱۰ - ۴) \Rightarrow d_۲ = ۷\ m$$

۴۷۴- گزینهٔ ۲

$$K = \frac{۱}{۲} m v^۲ \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v = ۱۰\ m/s$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{۱۰}{۲} = ۵\ N/kg \quad , \quad v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۰ = ۵t + ۰ \Rightarrow t = ۲\ s$$

۴۷۵- گزینهٔ ۴ چون نیروی ثابتی به جسم وارد می‌شود، شتاب آن ثابت است:

$$v = at + v_۰ = at$$

$$\frac{K_۲}{K_۱} = \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ = \left(\frac{at_۲}{at_۱}\right)^۲ = \left(\frac{t_۲}{t_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲K}{K} = \left(\frac{t_۲}{t}\right)^۲ \Rightarrow \frac{t_۲}{t} = \sqrt{۲} \Rightarrow t_۲ = \sqrt{۲}t$$

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = \sqrt{۲}t - t = (\sqrt{۲} - ۱)t$$

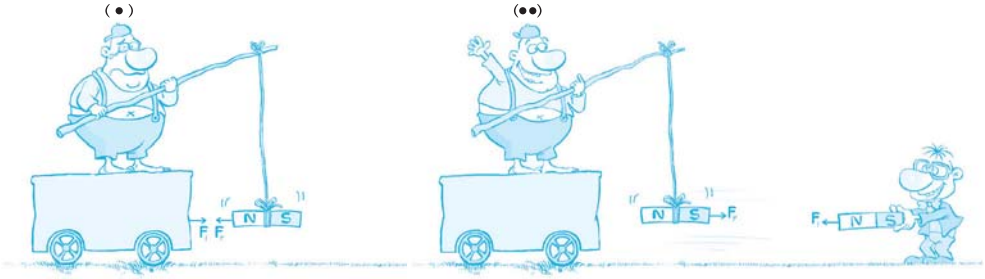
۴۷۶- گزینهٔ ۱ اندازهٔ نیروهایی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، یکسان است؛ حتی اگر جرمشان برابر نباشد.

۴۷۷- گزینهٔ ۲ زمین و هوا بر جسم نیرو وارد می‌کنند و جواب آن را هم از طرف جسم می‌گیرند!

۴۷۸- گزینهٔ ۲ *تست آنتیک، ولی مهم!!* برای پاسخ به اون، بد نیست به یک داستان تاریخی اشاره کنم! در اولین روزهای پرتاب موشک به فضا، در انتشارات معتبری مثل «نیویورک تایمز»، در این مورد بحث می‌کردند و اعتقاد داشتند که موشک باید مثل یک بادکنک، هوا را به عقب براند و هوا آن را به جلو و چون در فضای دوردست هوایی برای به جلوراندن موشک وجود ندارد، موشک نمی‌تواند کار کند؛ ولی در واقع، موشک به دلیل نیروی واکنش حاصل از گازهای خروجی به خودِ موشک، حرکت می‌کند.

۴۷۹- گزینهٔ ۴ نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ واکنش زمین در برابر نیروهایی است که توپ در دو حالت به زمین وارد می‌کند؛ در نتیجه، جهت هر دوی این نیروها، روبه‌بالا است. (البته $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ عملکرد متفاوتی دارند؛ $\vec{F}_۱$ در خلاف جهت حرکت توپ بر آن وارد می‌شود و حرکت آن را کند می‌کند، ولی $\vec{F}_۲$ محرک توپ به سمت بالا است.)

۴۸۰- گزینهٔ ۱ مطابق شکل زیر (●)، نیرویی که ارابه به آهن‌ربا وارد می‌کند $(\vec{F}_۲)$، هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که آهن‌ربا به ارابه وارد می‌کند $(\vec{F}_۱)$؛ بنابراین، مجموعه نه در جهت $\vec{F}_۱$ به راست می‌رود و نه در جهت $\vec{F}_۲$ به چپ. البته، طور دیگری هم می‌شود استدلال کرد: اگر مجموعهٔ ارابه، شخص و آهن‌ربا را یک دستگاه در نظر بگیریم، نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ جزء نیروهای داخلی (نیروهای بین اجزای دستگاه) هستند و نمی‌توانند منجر به حرکت دستگاه شوند. اگر مطابق شکل زیر (● ●)، آهن‌ربای دومی خارج از دستگاه نصب شود، نیروی آن نیرویی خارجی خواهد بود که می‌تواند باعث حرکت ارابه (و دستگاه) به سمت آن آهن‌ربا شود.



۴۸۱- گزینهٔ ۳ اگر نیرویی را که بازیکن به توپ وارد می‌کند، با $\vec{F}_1$ و نیرویی را که توپ به بازیکن وارد می‌کند، با $\vec{F}_2$ نشان دهیم، داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow m_1\left(\frac{\Delta v_1}{\Delta t}\right) = m_2\left(\frac{\Delta v_2}{\Delta t}\right)$$

چون هم بازیکن و هم توپ در ابتدا ساکن بوده‌اند، داریم: $(v_{01}=0 \Rightarrow \Delta v_1 = v_1)$, $(v_{02}=0 \Rightarrow \Delta v_2 = v_2)$

$$\Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow 0/16\times 20 = 80 v_2 \Rightarrow v_2 = 0/04\ m/s \Rightarrow v_2 = 4\ cm/s \qquad (m_1 = 160\ g = 0/16\ kg\ ,\ m_2 = 80\ kg)$$

چون $\vec{F}_2$ در خلاف جهت $\vec{F}_1$ و رو به عقب است، شخص با سرعت v_2 به عقب رانده می‌شود.

۴۸۲- گزینهٔ ۳ زیروند A را به کمیت‌های وابسته به تانک و زیروند B را به کمیت‌های وابسته به گلوله اختصاص می‌دهیم. مطابق قانون سوم نیوتون اندازهٔ نیرویی که از طرف تانک بر گلوله وارد می‌شود ($|\vec{F}_{AB}|$)، برابر اندازهٔ نیرویی است که از طرف گلوله بر تانک وارد می‌شود ($|\vec{F}_{BA}|$) و جهت این دو نیرو در خلاف یکدیگر است، بنابراین:

$$F_{AB} = -F_{BA} \Rightarrow m_B a_B = -m_A a_A \Rightarrow m_B \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = -m_A \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A}$$

زمان اثر دو نیرو بسیار کوتاه و با یکدیگر برابر است ($\Delta t_A = \Delta t_B$)، پس:

$$m_B \Delta v_B = -m_A \Delta v_A \Rightarrow m_B(v_B - v_{0B}) = -m_A(v_A - v_{0A})$$

$$\Rightarrow 50(40-0) = -5000(v_A - 5) \Rightarrow v_A - 5 = -0/4 \Rightarrow v_A = 4/6\ m/s$$

در نتیجه تغییر سرعت تانک برابر است با:

$$\frac{v_A - v_{0A}}{v_{0A}}\times 100 = \frac{4/6-5}{5}\times 100 = -8\%$$

۴۸۳- گزینهٔ ۴

$$F = W \Rightarrow ma = mg \Rightarrow a = g = 9/8\ m/s^2$$

۴۸۴- گزینهٔ ۲ ویژگی‌های مربوط به سیارهٔ مشتری (jupiter) را با زیرنویس j و مربوط به زمین را با زیرنویس e نشان می‌دهیم.

$$W = mg \xrightarrow{(m:\text{ثابت})} \frac{W_j}{W_e} = \frac{g_j}{g_e} \xrightarrow{(g=10\ m/s^2)} 2/5 = \frac{g_j}{10} \Rightarrow g_j = 25\ m/s^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2\times 25\times 10 \Rightarrow v^2 = 500 \Rightarrow v = 10\sqrt{5}\ m/s$$

۴۸۵- گزینهٔ ۴ شیب خط برابر نسبت تغییرات کمیت واقع بر محور قائم به کمیت واقع بر محور افقی است؛ پس:

$$\text{شیب خط} = \frac{W}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{\rho V g}{V} = \rho g \xrightarrow[(g\simeq 10\ m/s^2)]{(\rho_{آب}=10^3\ kg/m^3)} \text{شیب خط} = 10^4\ kg/m^2.s^2$$

۴۸۶- گزینهٔ ۲ *چون که خواهی حل کنی این تست ناب، از شتاب رو برمتاب!!*

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 20^2 - 0^2 = 2a\times 40 \Rightarrow a = 5\ m/s^2$$

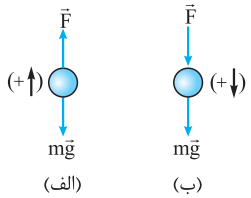
اگر فقط نیروی وزن گلوله بر آن اثر می‌کرد، گلوله شتابی معادل شتاب گرانشی ($g \simeq 10\ m/s^2$) پیدا می‌کرد، پس قطعاً نیروی دومی هم باید بر گلوله اثر کرده باشد؛ نیروی مقاومی که از شتاب سقوط گلوله کم می‌کند.

۴۸۷- گزینهٔ ۳ در حالت اول (شکل الف)، گلوله با سرعت ثابت حرکت می‌کند؛ پس نیروی بالاسوی $\vec{F}$ با نیروی پایین‌سوی $m\vec{g}$ موازنه می‌شود: $(v:\text{ثابت}) \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow F - mg = 0 \Rightarrow F = mg$

در حالت دوم (شکل ب) که نیروی $\vec{F}$ به سمت پایین بر گلوله وارد می‌شود، داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F + mg = ma \Rightarrow mg + mg = ma \Rightarrow 2mg = ma \Rightarrow a = 2g$$

(در هر یک از حالت‌های بالا، جهت حرکت را مثبت فرض کردیم و علامت پشت نیروهای $\vec{F}$ و $m\vec{g}$ را با توجه به هم‌سویی یا عدم هم‌سویی با جهت حرکت گلوله، مشخص کردیم.)



۴۸۸- گزینه۳ با توجه به این‌که جسم به سمت بالا حرکت می‌کند، برایند نیروهای وارد بر آن با توجه به شکل (الف) برابر است با:

$$\sum F = F - mg = ۱۵۰۰ - ۱۰۰ \times ۱۰ = ۱۵۰۰ - ۱۰۰۰ = ۵۰۰\ N$$

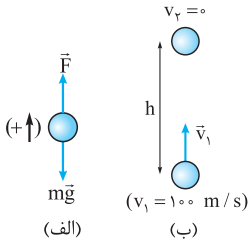
$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{۵۰۰}{۱۰۰} = ۵\ N/kg$$

سرعت جسم را پس از $۲۰\ s$ با $v_۱$ نشان می‌دهیم:

$$v_۱ = at + v_۰ = ۵ \times ۲۰ + ۰ = ۱۰۰\ m/s$$

جابه‌جایی جسم در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\Delta y = \left(\frac{v_۱ + v_۰}{۲}\right)t = \left(\frac{۱۰۰ + ۰}{۲}\right) \times ۲۰ = ۱۰۰۰\ m$$



بعد از حذف نیروی F، فقط نیروی وزن به جسم وارد می‌شود و جسم تا ارتفاع h بالا می‌رود.

با توجه به شکل (ب) و به‌کارگیری قانون پایستگی انرژی مکانیکی h را حساب می‌کنیم:

$$E_۱ = E_۲$$

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + ۰ = ۰ + mgh \Rightarrow v_۱^۲ = ۲gh \Rightarrow ۱۰۰^۲ = ۲ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۵۰۰\ m$$

کل ارتفاعی که جسم بالا می‌رود، برابر است با:

$$H = \Delta y + h = ۱۰۰۰ + ۵۰۰ \Rightarrow H = ۱۵۰۰\ m$$

۴۸۹- گزینه۴ سرعت جسم در لحظهٔ برخورد به تودهٔ شنی $(v_۱)$ را حساب می‌کنیم:

$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲g\Delta y \Rightarrow v_۱^۲ - ۰^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۵ \Rightarrow v_۱ = ۱۰\ m/s$$

این سرعت را می‌توان سرعت اولیهٔ جسم در مدت‌زمان حرکت در شن منظور کرد. حالا، به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت جسم را در داخل شن حساب می‌کنیم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta y \Rightarrow ۰^۲ - ۱۰^۲ = ۲a \times (۵ \times ۱۰^{-۲}) \Rightarrow a = -۱۰۰۰\ m/s^۲$$

a شتاب ناشی از برایند نیروها است؛ پس:

$$mg - F_{شن} = ma \Rightarrow F_{شن} = mg - ma = ۱ \times ۱۰ - ۱ \times (-۱۰۰۰) = ۱۰ + ۱۰۰۰ \Rightarrow F_{شن} = ۱۰۱۰\ N$$

۴۹۰- گزینه۴ راجع به تأثیر مساحت سطحی از جسم که بر مسیر حرکت عمود است (یعنی در معرض برخورد مولکول‌های شاره است) و تندی جسم بر نیروی مقاومت شاره قبلاً صحبت کردیم. فرض کنید که یک تکه خمیر را یک بار به شکل *نون بربری* و بار دیگر به شکل *نون قلقلی* درمی‌آوریم(!!) و آن‌ها را در هوا رها می‌کنیم. جرم خمیرها برابر است، اما خمیری که تخت شده در معرض برخورد با مولکول‌های بیشتری از هوا قرار می‌گیرد و نیروی بزرگ‌تری از طرف هوا به آن وارد می‌شود. این مثال ساده نشان می‌دهد شکل جسم در نیروی مقاومت شاره مؤثر است، اما جرم آن نه!

۴۹۱- گزینه۳ تک‌تک گزینه‌ها را با هم ببینیم!

۱) تندی گلوله در موقع بالارفتن کاهش و در موقع پایین‌آمدن افزایش می‌یابد. سرعت گلوله در نقطهٔ اوج یک لحظه صفر می‌شود و سپس تغییر جهت می‌دهد. نیروی مقاومت هوا به اجسام ساکن وارد نمی‌شود؛ پس نیروی مقاومت هوا بر گلوله در نقطهٔ اوج صفر است.

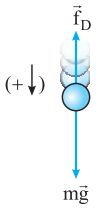
۲) نیروی مقاومت هوا در هر صورتی در خلاف جهت حرکت جسم است.

۳) بله! نیروی مقاومت هوا تابع اندازهٔ سرعت جسم است و در مدت بالارفتن گلوله، کاهش و موقع پایین‌آمدن گلوله، افزایش می‌یابد.

۴) *وقتی ۳ درسته، ۴ غلطه دیگه!*

۴۹۲- گزینه۳ جسم اول به سمت پایین شتاب می‌گیرد و تندی‌اش افزایش می‌یابد. وقتی برایند نیروهای وارد بر جسم صفر شد، شتاب حرکت آن صفر می‌شود و جسم با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

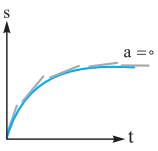
۴۹۳- گزینه۲ شکل روبه‌رو جسمی را نشان می‌دهد که در هوا سقوط می‌کند. با توجه به جهت حرکت جسم برایند نیروهای وارد بر آن برابر است با:



$$\sum F = mg - f_D \quad , \quad a = \frac{\sum F}{m} = \frac{mg - f_D}{m}$$

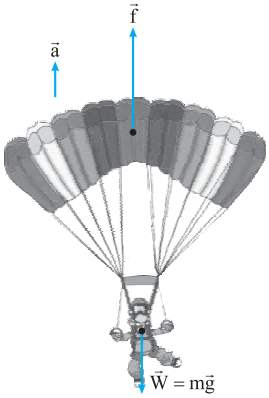
با افزایش سرعت جسم، نیروی مقاومت هوا افزایش و برایند نیروهای وارد بر جسم $(\sum F = W - f_D)$ و شتاب جسم کاهش می‌یابد $(f_D \uparrow \Rightarrow a \downarrow)$. تا کِی؟ تا زمانی که $f_D = mg$ شود. در این حالت، شتاب حرکت جسم صفر می‌شود و از این به بعد تندی جسم تغییر نمی‌کند.

۴۹۴- گزینه۲ تندی جسم باید به تدریج زیاد شود (رد ۱) تا به مقدار ثابتی برسد (رد ۴). از طرفی شیب خط مماس بر نمودار تندی ـ زمان بیانگر اندازهٔ شتاب متحرک است. چون به تدریج شتاب متحرک کاهش می‌یابد، شیب نمودار $s - t$ باید به تدریج کم شود (رد ۳) تا این که در پایان که جسم به حد تندی خود می‌رسد، شتاب صفر می‌شود. نمودار رسم‌شده در ۲ این ویژگی را دارد.



۴۹۵- گزینه۲ قرار است شتاب به تدریج کم شود تا به صفر برسد؛ یعنی ۲!

۴۹۶- گزینهٔ ۳ باتوجه‌به‌شکل، پس‌ازباز کردن چتر، دونیروی $\vec{f}$ (مقاومت هوا روبه‌بالا) و $\vec{W}=m\vec{g}$ (وزن روبه‌پایین) به سامانهٔ چتر و چترباز وارد می‌شوند. (مانند کتاب درسی، از جرم چتر در برابر جرم چترباز چشم‌پوشی کردیم!) قانون دوم نیوتون می‌گوید:



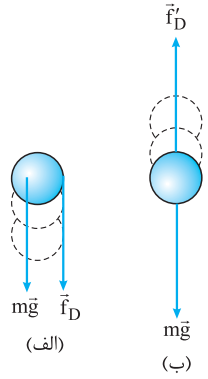
$$\vec{f}+\vec{W}=m\vec{a} \Rightarrow f-W=ma \xrightarrow[(W=mg)]{(f=2mg)} 2mg-mg=ma \Rightarrow mg=ma \Rightarrow a=g$$

جهت بردار شتاب در این شرایط، هم‌جهت با نیروی بزرگ‌تر ($\vec{f}$) یعنی روبه‌بالا است. چون چترباز روبه‌پایین حرکت می‌کند (به دلیل سرعت اولیهٔ روبه‌پایین که پیش از بازشدن چتر داشته است)، چترباز ابتدا حرکت کندشونده‌ای را تجربه می‌کند و اندازهٔ سرعت روبه‌پایین آن کاهش می‌یابد؛ به طور هم‌زمان، با کاهش سرعت، اندازهٔ $\vec{f}$ هم کم می‌شود تا اندازه‌اش از $2mg$ به mg برسد؛ در این شرایط، $\vec{f}$ و $\vec{W}$ موازنه شده $(f=mg)$ و نیروی خالص وارد بر سامانه صفر و حرکت آن یکنواخت می‌شود. در این حالت اندازهٔ سرعت روبه‌پایین جسم ثابت می‌ماند (شتاب صفر)، ولی بردار $\vec{f}$ همواره روبه‌بالا می‌ماند؛ پس در کل، بردار شتاب $\vec{a}$ همواره روبه‌بالا است و اندازه‌اش از g (روبه‌بالا) به صفر کاهش می‌یابد.

۴۹۷- گزینهٔ ۲ چتربازها سعی می‌کنند بدن خود را به شکل افقی و عمود بر مسیر حرکت (عمود بر $\vec{v}$) درآورند (به این شکل بدن می‌گویند «spread eagle» به معنی «عقاب گسترده‌بال»!). این وضعیت باعث می‌شود نیروی مقاومت هوا به بیشترین مقدار و تندی حدی به کم‌ترین مقدار ممکن برسد.

۴۹۸- گزینهٔ ۴ نیروی مقاومت هوا: الف) با افزایش سرعت جسم، افزایش می‌یابد (رد ۱ و ۲)؛ ب) در خلاف جهت سرعت جسم است (رد ۳).

۴۹۹- گزینهٔ ۲ **گام اول:** وقتی گلوله بالا می‌رود (شکل الف):



$$a=\frac{mg+f_D}{m}=g+\frac{f_D}{m}= \Rightarrow 12=10+\frac{f_D}{m} \Rightarrow \frac{f_D}{m}=2 \Rightarrow f_D=2m$$

گام دوم: وقتی گلوله پایین می‌آید (شکل ب):

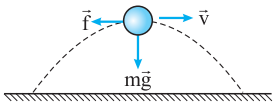
$$a'=\frac{mg-f'_D}{m}=g-\frac{f'_D}{m}= \Rightarrow a'<g \Rightarrow a'<10\,m/s^2$$

تندی گلوله در زمان پایین آمدن از یک نقطه از تندی آن در زمان بالا رفتن از همان نقطه کم‌تر است، چرا که مقاومت هوا باعث کاهش انرژی مکانیکی جسم می‌شود. پس بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در موقع پایین آمدن کم‌تر از بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در موقع بالا رفتن است:

$$f'_D<f_D \Rightarrow f'_D<2m \Rightarrow \frac{f'_D}{m}<2 \ (I)$$

$$a'=10-\frac{f'_D}{m} \xrightarrow{(I)} a'>8\,m/s^2 \Rightarrow 8\,m/s^2<a'<10\,m/s^2$$

۵۰۰- گزینهٔ ۳ شکل روبه‌رو مسیر حرکت توپ را نشان می‌دهد. بردار سرعت همیشه مماس بر مسیر حرکت است و در بالاترین نقطهٔ مسیر به شکل افقی است. نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت توپ به آن وارد می‌شود. پس در بالاترین نقطهٔ مسیر، نیروی مقاومت هوا عمود بر وزن جسم است و برایند این دو نیرو (F) برابر است با:



$$F=\sqrt{(mg)^2+f^2}=\sqrt{(0/2\times10)^2+1^2}=\sqrt{5}\ N \qquad a=\frac{F}{m}=\frac{\sqrt{5}}{0/2}=5\sqrt{5}\ m/s^2$$

۵۰۱- گزینهٔ ۳ مبدأ زمان را لحظهٔ رهاشدن سنگ (۱) در نظر می‌گیریم و چترباز (۲) در همین لحظه، با تندی حدی $5\ m/s$ (یعنی با حرکت یکنواخت) و هم‌زمان با سقوط آزاد سنگ، سقوط غیرآزاد (یکنواخت) می‌کند.

(۱) برای سنگ: $\Delta y=\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow 45=\frac{1}{2}\times10t_1^2 \Rightarrow t_1^2=\frac{45}{5}=9 \Rightarrow t_1=\sqrt{9}=3\,s$

(۲) برای چترباز: $\Delta y=v_{\text{حدی}}t_2 \Rightarrow 45=5t_2 \Rightarrow t_2=\frac{45}{5}=9\,s$

بنابراین، ابتدا در لحظهٔ $t_1=3\,s$، سنگ و سپس در لحظهٔ $t_2=9\,s$، چترباز به زمین می‌رسند. چند ثانیه پس از برخورد سنگ به زمین، چترباز به زمین می‌رسد؟

$$\Delta t=t_2-t_1=9-3=6\,s$$

۵۰۲- گزینهٔ ۳ **گام اول:** شعاع قطره $1\ mm$ و حجم تقریبی آن برابر است با:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3 \simeq \frac{4}{3}\times3\times(1\times10^{-3})^3=4\times10^{-9}\ m^3$$

گام دوم: جرم قطره برابر است با:

$$m=\rho V=1000\times4\times10^{-9}=4\times10^{-6}\ kg$$

گام سوم: تندی یک جسم زمانی به مقدار حدی خود می‌رسد که نیروی مقاومت هوا دقیقاً نیروی وزن جسم را خنثی کند.

$$f=mg \Rightarrow 2/5\times10^{-6}v^2=4\times10^{-6}\times10 \Rightarrow v^2=\frac{40}{2/5}=16 \Rightarrow v=4\,m/s$$

۵۰۳- گزینه۳ چگالی آب بیشتر از چگالی یخ است؛ پس جرم یک قطرهٔ باران (m_1) از جرم یک قطرهٔ تگرگ با همان حجم (m_2) بیشتر است:

$$m=\rho V \xrightarrow{(\rho_{\text{باران}}<\rho_{\text{تگرگ}})} m_1<m_2 \Rightarrow m_1g<m_2g \Rightarrow W_1<W_2$$

زمانی قطره‌ها به تندی حدی می‌رسند که وزنشان برابر نیروی مقاومت هوا شود:

$$f=W$$

پس نیرویی که هوا به قطره وارد می‌کند، بزرگ‌تر از نیرویی است که هوا به تگرگ وارد می‌کند:

$$W_1<W_2 \Rightarrow f_1<f_2$$

نیروی مقاومت هوا تابع تندی جسم است؛ پس تندی حدی قطرهٔ باران بزرگ‌تر از تندی حدی تگرگ است:

$$s_1>s_2$$

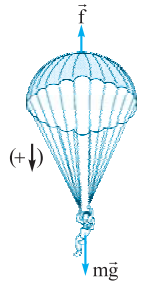
۵۰۴- گزینه۲ زمانی تندی جسم به مقدار حدی‌اش می‌رسد که نیروی وزن آن با نیروی مقاومت هوا موازنه شود؛ یعنی:

$$f=mg \Rightarrow \frac{1}{4}Av^2=mg \Rightarrow v=\sqrt{\frac{4mg}{A}}$$

چون وزن دو جسم یکسان است، تندی حدی دو جسم با جذر A نسبت عکس دارد (مساحت مقطعی از کره که عمود بر مسیر حرکت است برابر $A=\pi r^2$ است.):

$$\frac{v_{\text{کره}}}{v_{\text{مکعب}}}=\sqrt{\frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}}}=\sqrt{\frac{a^2}{\pi a^2}}=\sqrt{\frac{1}{\pi}}\simeq\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

۵۰۵- گزینه۳ در این تست، وزن دستگاه (چترباز و چتر)، نیروی محرک و نیروی مقاومت هوا، نیروی مقاوم در برابر حرکت دستگاه محسوب می‌شود. اگر جرم دستگاه را با m، نیروی مقاومت هوا را با f و جهت حرکت دستگاه را مثبت فرض کنیم، خواهیم داشت:



$$a=\frac{\sum F}{m}=\frac{mg-f}{m}=\frac{(90+10)\times 9/8-f}{90+10}$$

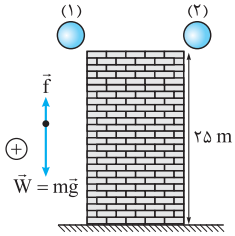
$$a=2/8\ m/s^2 \Rightarrow 2/8=\frac{980-f}{100} \Rightarrow 980-f=280 \Rightarrow f=980-280 \Rightarrow f=700\ N$$

۵۰۶- گزینه۳

$$v^2-v_0^2=2a\Delta x \Rightarrow 8^2-0^2=2a\times 4 \Rightarrow 64=8a \Rightarrow a=8\ m/s^2$$

$$\sum F=ma \Rightarrow mg-f=ma \Rightarrow 0/2\times 10-f=0/2\times 8 \Rightarrow 2-f=1/6 \Rightarrow f=2-1/6=0/4\ N$$

۵۰۷- گزینه۲ با توجه به شکل و داده‌های صورت تست، قانون دوم نیوتون برای گوی‌ها را می‌نویسیم. (جهت حرکت گوی‌ها یعنی جهت روبه‌پایین را جهت مثبت می‌گیریم.)



شتاب گوی‌ها:

$$m_1g-f=m_1a_1 \xrightarrow[(f=2\ N)]{(m_1=1\ kg)} 1\times 10-2=1\times a_1 \Rightarrow a_1=8\ m/s^2$$

$$m_2g-f=m_2a_2 \xrightarrow[(f=2\ N)]{(m_2=2\ kg)} 2\times 10-2=2a_2 \Rightarrow 18=2a_2 \Rightarrow a_2=9\ m/s^2$$

تندی برخورد گوی‌ها با زمین:

$$v_1^2-0^2=2a_1\Delta y_1 \xrightarrow[(a_1=8\ m/s^2)]{(\Delta y_1=h=25\ m)} v_1^2=2\times 8\times 25=16\times 25 \Rightarrow v_1=4\times 5=20\ m/s$$

$$v_2^2-0^2=2a_2\Delta y_2 \xrightarrow[(a_2=9\ m/s^2)]{(\Delta y_2=h=25\ m)} v_2^2=2\times 9\times 25 \Rightarrow v_2=\sqrt{2}\times 3\times 5=15\sqrt{2}\simeq 15\times 1/4=21\ m/s$$

اختلاف تندی‌های برخورد به زمین:

$$\Delta v=v_2-v_1\simeq 21-20=1\ m/s$$

۵۰۸- گزینه۱ **گام اول:** در ابتدا ارتفاع h را با استفاده از اطلاعات وابسته به حرکت گلوله در شرایط خلأ به دست می‌آوریم:

$$h=\frac{1}{2}gt^2+v_0t=\frac{1}{2}\times 10\times 5^2+25\times 5=250\ m$$

گام دوم: شتاب حرکت گلوله در هوای آزاد را با استفاده از قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم:

$$F_t=ma \Rightarrow mg-f=ma \Rightarrow 5\times 10-10=5a \Rightarrow 5a=40 \Rightarrow a=8\ m/s^2$$

و در پایان سرعت اولیهٔ گلوله را که باید با آن به سمت زمین پرتاب شود، به دست می‌آوریم:

$$h=\frac{1}{2}at^2+v_0't \Rightarrow 250=\frac{1}{2}\times 8\times 5^2+v_0'\times 5 \Rightarrow 250=100+5v_0' \Rightarrow 5v_0'=150 \Rightarrow v_0'=30\ m/s$$

۵۰۹- گزینه۴ **گام اول:** اول بریم سراغ سقوط آسان‌تر (در خلأ):

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[(t'=4\ s)]{(y=h')} h'=\frac{1}{2}\times 10\times 4^2=5\times 16=80\ m \xrightarrow{(h'=h+4)} h+4=80\ m \Rightarrow h=80-4=76\ m$$

گام دوم: حالا بریم سراغ سقوط در هوا (که hاش رو در گام اول به دست آوردیم):

$$y=\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[(t=4\ s)]{(y=h)} 76=\frac{1}{2}a\times 4^2 \Rightarrow 8a=76 \Rightarrow a=9/5\ m/s^2$$

جهت مثبت را جهت حرکت گلوله روبه‌پایین می‌گیریم. طبق قانون دوم نیوتون:

$$W-f=ma \Rightarrow mg-f=ma \Rightarrow 0/800\times 10-f=0/800\times 9/5 \Rightarrow f=0/8\times 10-0/8\times 9/5=0/8\times(10-9/5)=0/8\times 0/5=0/4\ N$$

درصد ناقابل خواسته‌شده:

$$\frac{f}{mg}\times 100=\frac{0/4}{0/8\times 10}\times 100=\frac{0/4}{0/8}\times 10=\frac{10}{2}=\%5$$

۵۱۰- گزینه ۳ با توجه به ثابت‌بودن نیروی مقاومت هوا برای هر گوی، هر کدام یک حرکت راست‌خط با شتاب ثابت را تجربه می‌کنند. از فصل گذشته به یاد دارید که در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت، جابه‌جایی در ثانیهٔ nاُم چگونه به دست می‌آید. حالا چون حرکت گوی‌ها در راستای قائم (هر چند با $a \neq g$) صورت می‌گیرد، از نماد y_n به جای x_n استفاده می‌کنیم:

$$y_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 \xrightarrow[(v_0=0)]{(n=3)} y_3 = \frac{1}{2}a\times(2\times3-1)+0 \Rightarrow y_3 = \frac{5}{2}a \qquad (I)$$

ابتدا رابطهٔ کلی شتاب را برای دو گوی در نظر می‌گیریم (جهت مثبت روبه‌پایین):

$$mg - f = ma \Rightarrow a = \frac{mg-f}{m} = \frac{mg}{m} - \frac{f}{m} \Rightarrow a = g - \frac{f}{m} \qquad (II)$$

حالا رابطهٔ (II) برای گوی اول به جرم m و شتاب a_1 و نیروی مقاومت هوای $f_1 = f$:

$$a_1 = g - \frac{f_1}{m} = 10 - \frac{f}{m} \qquad (III)$$

$$y_3 = 2125\ cm = 21/25\ m \xrightarrow{(I)} \frac{5}{2}a_1 = 21/25 \xrightarrow{(III)} \frac{5}{2}\times(10-\frac{f}{m}) = 21/25$$

$$\Rightarrow 25 - \frac{5}{2}(\frac{f}{m}) = 21/25 \Rightarrow \frac{5}{2}(\frac{f}{m}) = 25 - 21/25 = 3/75\ m \qquad (IV)$$

می‌توانیم کسر $\frac{f}{m}$ و حتی a_1 را حساب کنیم ولی در ادامه می‌بینید که اگر حساب نکنیم، اتفاقی نمی‌افتد! و حالا رابطهٔ (II) برای گوی دوم به جرم m و شتاب a_2 و نیروی مقاومت هوای $f_2 = 2f$:

$$a_2 = g - \frac{f_2}{m} = 10 - \frac{2f}{m} \qquad (V)$$

به کمک جابه‌جایی گوی دوم در ثانیهٔ سوم (y'_3):

$$y'_3 = \frac{5}{2}a_2 \xrightarrow{(V)} y'_3 = \frac{5}{2}\times(10-\frac{2f}{m})$$

اختلاف جابه‌جایی دو گوی در ثانیهٔ سوم:

$$\Delta y_3 = y_3 - y'_3 = \frac{5}{2}\times(10-\frac{f}{m}) - \frac{5}{2}\times(10-\frac{2f}{m}) = \frac{5}{2}\times(10-\frac{f}{m}-10+\frac{2f}{m})$$

$$\Rightarrow \Delta y_3 = \frac{5}{2}\times\frac{f}{m} \xrightarrow{(IV)} \Delta y_3 = 3/75\ m = 375\ cm$$

۵۱۱- گزینه ۳ در شکل مقابل، نیروی بالابر بالن را با F نشان داده‌ایم. فرض می‌کنیم جرم وزنه‌هایی که از بالن به بیرون پرت شده، m باشد. در این صورت:

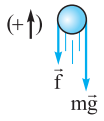
با توجه به شکل (الف)، داریم: $Mg - F = Ma$

با توجه به شکل (ب)، داریم: $F - (M-m)g = (M-m)a$

طرفین رابطه‌های بالا را با هم می‌جمعیم!!

$$Mg - (M-m)g = Ma + (M-m)a \Rightarrow mg = 2Ma - ma \Rightarrow mg + ma = 2Ma \Rightarrow m(g+a) = 2Ma \Rightarrow m = \frac{2Ma}{g+a}$$

۵۱۲- گزینه ۱ مطابق شکل روبه‌رو، در آزمایش اول، نیروی مقاومت هوا $(\vec{f})$ در خلاف جهت حرکت گلوله، بر آن اثر می‌کند.



شتاب حرکت گلوله در این حالت برابر است با:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{-mg-f}{m} = -g - \frac{f}{m}$$

و زمان اوج گلوله در این حالت، برابر است با:

$$t_s = \frac{-v_0}{a} \xrightarrow{(t_s = t_1)} t_1 = \frac{v_0}{g+\frac{f}{m}}$$

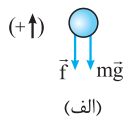
اگر آزمایش در خلأ انجام شود، شتاب حرکت گلوله $-g$ می‌شود؛ در این صورت:

$$t_s = -\frac{v_0}{a} \xrightarrow[(t_s = t_2)]{(a=-g)} t_2 = \frac{v_0}{g}$$

از مقایسهٔ t_1 و t_2، می‌فهمیم:

$$g + \frac{f}{m} > g \Rightarrow \frac{v_0}{g+\frac{f}{m}} < \frac{v_0}{g} \Rightarrow t_1 < t_2$$

۵۱۳- گزینه ۳ **گام اول:** شتاب حرکت گلوله در موقع بالارفتن (شکل الف) برابر است با:



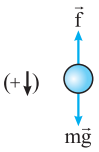
$$\sum F = ma$$

$$-mg - f = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{-(mg+f)}{m}$$

سرعت گلوله در پایان این مرحله (یعنی نقطهٔ اوج) به صفر می‌رسد $(v_1 = 0)$. با توجه به رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه داریم:

$$h = -\frac{1}{2}at_1^2 + v_1t_1 \Rightarrow h = (\frac{mg+f}{2m})t_1^2 \qquad (I)$$

گام دوم: شتاب حرکت گلوله را در موقع پایین‌آمدن (شکل ب) حساب می‌کنیم:



$$\sum F = ma$$

$$mg - f = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{mg-f}{m}$$

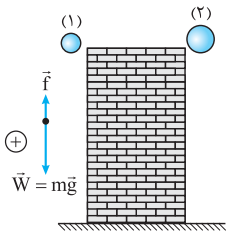
سرعت گلوله در ابتدای این مرحله برابر $v_1 = 0$ است. با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی- زمان می‌نویسیم:

$$h = \frac{1}{2}at_2^2 + v_1t_2 \Rightarrow h = (\frac{mg-f}{2m})t_2^2 \quad (II)$$

گام سوم: با مقایسهٔ رابطه‌های (I) و (II) نتیجه می‌گیریم:

$$(\frac{mg+f}{2m})t_1^2 = (\frac{mg-f}{2m})t_2^2 \xrightarrow{(mg+f>mg-f)} t_1 < t_2$$

۵۱۴- گزینه۱ مطابق شکل، گوی کوچک‌تر را با زیروند (۱) و گوی بزرگ‌تر را با زیروند (۲) همراه می‌کنیم. شتاب سقوط گوی‌ها را به کمک قانون دوم نیوتون پیدا می‌کنیم. (جهت حرکت گوی‌ها یعنی جهت پایین را جهت مثبت می‌گیریم.)



$$mg - f = ma \Rightarrow a = \frac{mg-f}{m} = \frac{2\times10-f}{2} = \frac{20-f}{2} = 10 - \frac{f}{2} \quad (I)$$

گوی (۱) کوچک‌تر و مساحت جلوی آن (سطح مقطع) کوچک‌تر از گوی (۲) است؛ بنابراین، نیروی مقاومت هوا در برابر گوی (۱) کم‌تر از نیروی مقاومت هوا برای گوی (۲) است $(f_1 < f_2)$؛ بنابراین طبق رابطهٔ (I)، شتاب گوی (۱) بزرگ‌تر از شتاب گوی (۲) می‌باشد $(a_1 > a_2)$ و طبق فرض تست:

$$a_1 = a_2 + 0/50a_2 = 1/5a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{2}a_2 \quad (II)$$

به کمک رابطه‌های (I) و (II):

$$10 - \frac{f_1}{2} = \frac{3}{2}\times(10 - \frac{f_2}{2}) \xrightarrow{(\text{دو طرف}\times4)} 40 - 2f_1 = 60 - 3f_2 \Rightarrow 3f_2 - 2f_1 = 60 - 40 = 20\,N \quad (III)$$

فرض تست: $f_1 + f_2 = \frac{mg}{2} = \frac{2\times10}{2} = 10\,N \Rightarrow f_2 = 10 - f_1 \xrightarrow{(III)} 3\times(10-f_1) - 2f_1 = 20 \Rightarrow 30 - 3f_1 - 2f_1 = 20 \Rightarrow 5f_1 = 10 \Rightarrow f_1 = 2\,N$

۵۱۵- گزینه۴ **گام اول:** در ابتدا نیروی مقاومت هوا در لحظه‌ای که چترباز، چترش را پس از ۵۰ m سقوط آزاد باز می‌کند به دست می‌آوریم:

$$F_t = ma_1 \Rightarrow mg - f_1 = ma_1 \Rightarrow f_1 = m(g-a_1) = 75(10-2) = 600\,N$$

گام دوم: سرعت چترباز را پس از ۵۰ m و ۲۰۰ m سقوط آزاد به دست می‌آوریم و نسبت این دو سرعت را محاسبه می‌کنیم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2g\Delta y_1 \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2g\times50 \Rightarrow v_1^2 = 100g$$

$$v_2^2 - v_0^2 = 2g\Delta y_2 \Rightarrow v_2^2 - 0 = 2g\times200 \Rightarrow v_2^2 = 400g$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{100g}{400g} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2} \quad (I)$$

گام سوم: حالا می‌توانیم نیروی مقاومت هوا را در لحظه‌ای که چترباز، چترش را پس از ۲۰۰ m سقوط آزاد باز می‌کند، حساب کنیم:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{(I)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{600}{f_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow f_2 = 1200\,N$$

گام چهارم: در پایان، شتاب چترباز در لحظه‌ای که چترش را پس از ۲۰۰ m سقوط آزاد باز می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$F_t' = ma_2 \Rightarrow mg - f_2 = ma_2 \Rightarrow 750 - 1200 = 75a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-450}{75} \Rightarrow a_2 = -6\,m/s^2$$

۵۱۶- گزینه۲ **گام اول:** اندازهٔ نیروی مقاومت هوا برای هر یک از کره‌های مسی را در لحظهٔ t به دست می‌آوریم؛ شتاب دو کره در این لحظه با یکدیگر مساوی و برابر $\frac{3}{4}g$ است، بنابراین:

کرهٔ مسی (۱): $F_1 = m_1a_1 \Rightarrow m_1g - f_1 = m_1(\frac{3}{4}g) \Rightarrow f_1 = \frac{1}{4}m_1g$

کرهٔ مسی (۲): $F_2 = m_2a_2 \Rightarrow m_2g - f_2 = m_2(\frac{3}{4}g) \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4}m_2g$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m}{8m} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{8} \quad (I)$$

گام دوم: با توجه به رابطه‌ای که بین جرم دو کرهٔ مسی وجود دارد، نسبت شعاع‌های دو کره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{8m}{m} = 8 \xrightarrow{(m=\rho V)} \frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{V_2}{V_1} = 8 \xrightarrow{(\rho_2=\rho_1)} \frac{V_2}{V_1} = 8 \Rightarrow (\frac{r_2}{r_1})^3 = 8 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2} \quad (II)$$

گام سوم: با توجه به رابطهٔ $\frac{3}{4}g$ می‌نویسیم:

$$\frac{f_1}{f_2} = (\frac{v_1}{v_2})(\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow[(II)]{(I)} \frac{1}{8} = (\frac{v_1}{v_2})(\frac{1}{2})^2 \Rightarrow (\frac{v_1}{v_2})\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$$

۵۱۷- گزینهٔ ۲ **گام اول:** (شتاب پیش از بازکردن چتر): نیروی مقاومت هوا $(\vec{f}_1)$ روبه‌بالا و کم‌تر از نیروی وزن $(\vec{W})$ روبه‌پایین است. پس جسم به صورت تندشونده روبه‌پایین حرکت می‌کند (با شتاب روبه‌پایین). در این حالت، جهت مثبت را روبه‌پایین می‌گیریم؛ بنابراین :

$$W - f_1 = ma_1 \Rightarrow mg - f_1 = ma_1 \Rightarrow ۵۰\times۱۰ - ۱۰۰ = ۵۰a_1 \Rightarrow ۵۰a_1 = ۴۰۰ \Rightarrow a_1 = ۸\,m/s^2$$

گام دوم: (شتاب پس از بازکردن چتر): پس از بازکردن چتر، بزرگی نیروی مقاومت هوا $(\vec{f}_2)$ روبه‌بالا بر بزرگی نیروی وزن $(\vec{W})$ روبه‌پایین، پیشی می‌گیرد و بردار شتاب روبه‌بالا و حرکت چترباز کندشونده است. باز هم جهت مثبت را روبه‌پایین می‌گیریم (شتاب منفی می‌شود)؛ پس:

$$W - f_2 = ma_2 \Rightarrow mg - f_2 = ma_2 \Rightarrow ۵۰\times۱۰ - ۱۰۰۰ = ۵۰a_2 \Rightarrow ۵۰a_2 = -۵۰۰ \Rightarrow a_2 = -۱۰\,m/s^2$$

گام سوم: می‌بینید که پیش از بازکردن چتر، چترباز به مدت $۴\,s$ با شتاب $۸\,m/s^2$ حرکت تندشونده دارد و پس از بازکردن چتر، حرکتی کندشونده با شتاب $-۱۰\,m/s^2$ را تجربه می‌کند تا به تندی حدی برسد و حرکت یکنواختی را تجربه کند، بنابراین، بیشترین تندی حرکت چترباز مربوط به لحظهٔ $t = ۴\,s$ است. (در طول حرکت، بردار سرعت روبه‌پایین می‌ماند.)

$$v_{max} = v_{(t=۴\,s)} = a_1 t + v_0 = ۸\times۴ + ۰ \Rightarrow v_{max} = ۳۲\,m/s$$

در لحظهٔ t_1 از حرکت تندشونده، تندی چترباز نصف تندی بیشینه می‌شود.

$$v_1 = at_1 + v_0 \xrightarrow{(v_1 = \frac{v_{max}}{۲} = \frac{۳۲}{۲} = ۱۶\,m/s)} ۱۶ = ۸t_1 + ۰ \Rightarrow t_1 = ۲\,s$$

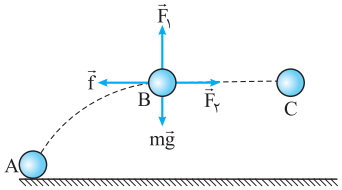
و در لحظهٔ t_2 از حرکت کندشونده هم تندی چترباز نصف تندی بیشینه‌اش می‌شود. توجه کنید که سرعت اولیهٔ حرکت کندشونده، همان سرعت در آخرین لحظهٔ حرکت تندشونده (یعنی v_{max}) است.

$$v_2 = a(t_2 - ۴) + v'_0 \xrightarrow[(v'_0 = v_{max} = ۳۲\,m/s)]{(v_2 = \frac{v_{max}}{۲} = v_1 = ۱۶\,m/s)} ۱۶ = -۱۰(t_2 - ۴) + ۳۲ \Rightarrow ۱۰(t_2 - ۴) = ۱۶ \Rightarrow t_2 - ۴ = ۱/۶ \Rightarrow t_2 = ۵/۶\,s$$

و خواستهٔ تست:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = ۵/۶ - ۲ = ۳/۶\,s$$

۵۱۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** با روشن‌شدن موتور موشک در نقطهٔ B، دو نیروی عمود بر هم بر موشک اعمال می‌شود؛ نیروی F_1 در راستای قائم و روبه‌بالا و نیروی F_2 در راستای افق (شکل مقابل). برایند این دو نیرو طبق صورت تست، $۴۰۰۰\,N$ است؛ پس:



$$\sqrt{F_1^2 + F_2^2} = ۴۰۰۰ \quad (I)$$

همچنین بر موشک دو نیروی دیگر وزن و مقاومت هوا (f) هم وارد می‌شوند.

گام دوم: چون حرکت موشک در راستای افق (مسیر BC) است، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است، پس:

$$F_1 = mg = ۲۴۰\times۱۰ = ۲۴۰۰\,N$$

اکنون می‌توان با استفاده از رابطهٔ (I)، نیروی F_2 را نیز به دست آورد:

$$\sqrt{(۲۴۰۰)^2 + F_2^2} = ۴۰۰۰ \Rightarrow F_2 = \sqrt{(۴۰۰۰)^2 - (۲۴۰۰)^2} = ۳۲۰۰\,N$$

گام سوم: و در پایان برای محاسبهٔ نیروی مقاومت هوا، قانون دوم نیوتون را برای موشک در راستای افق می‌نویسیم:

$$F_x = ma_x \Rightarrow F_2 - f = ma_x \Rightarrow ۳۲۰۰ - f = ۲۴۰\times۱۰ \Rightarrow f = ۳۲۰۰ - ۲۴۰۰ = ۸۰۰\,N$$