فصل سوم

نوسان و موج

فصل ۳

نوسان و موج

بخش اول (قسمت اول): نوسان دوره‌ای

در طبیعت حرکت‌هایی وجود دارد که در بازه‌های زمانی معین به‌طور منظم عیناً تکرار می‌شود که به این حرکت‌ها، حرکت تناوبی و یا دوره‌ای گویند که مشهورترین این نوع حرکت‌های دوره‌ای، حرکت هماهنگ ساده (SHM) است.

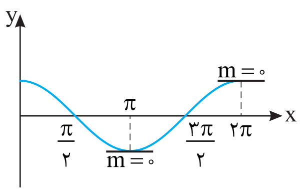
تعریف **مدت زمان یک نوسان را دوره (پریود) گویند و آن را با حرف T نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.**

تعریف **به تعداد نوسان‌های انجام شده در هر ثانیه بسامد (فرکانس) گویند و آن را با حرف f نمایش می‌دهند و یکای آن هرتز $\left(\frac{\text{چرخه}}{\text{ثانیه}}\right)$ است.**

بین دوره و بسامد رابطهٔ مقابل برقرار است. $f=\frac{۱}{T}$ یا $T=\frac{۱}{f}$

اما قبل از شروع بررسی فیزیکی حرکت هماهنگ ساده، می‌خواهیم به بررسی خلاصهٔ توابع دوره‌ای کسینوسی و سینوسی در ریاضی بپردازیم.

در یک تابع کسینوسی مانند $y=\cos x$، مقدار تابع بین ۱− و ۱+ در تغییر است $(-۱\leq \cos x \leq ۱)$ و این تغییرات در بازه‌های یکسان $T=۲\pi$ که به آن دوره تناوب گویند تکرار می‌شود.

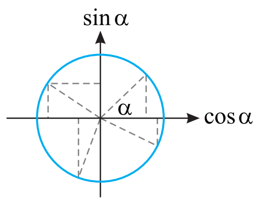


نمودار تابع کسینوسی به‌صورت روبه‌رو است و در نقاط بیشینه و کمینه شیب خط مماس صفر است.

اگر تابع به‌صورت $y=A\cos ax$ باشد در این صورت مقدار تابع بین دو مقدار $-A$ و $+A$ $(-A\leq y\leq A)$ در تغییر بوده و دورهٔ تغییرات $T=\frac{۲\pi}{a}$ است و نمودار شبیه نمودار شکل قبلی است و بر حسب مقدار T، نقاط بیشینه و کمینه به هم نزدیک‌تر یا از هم دورتر می‌شوند.

در دایرهٔ مثلثاتی مطابق شکل روبه‌رو خواهیم داشت:

α	۰	ربع اول	$\frac{\pi}{۲}$	ربع دوم	π	ربع سوم	$۳\frac{\pi}{۲}$	ربع چهارم
cos α	۱+	+	۰	−	۱−	−	۰	+



اکنون به بررسی یک مسألهٔ ساده فیزیکی می‌پردازیم.

مسأله ۱ **معادلهٔ مکان زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به‌صورت $x=۰/۰۲\cos ۱۰\pi t$ است.**

الف) این متحرک بین چه مکان‌هایی در حرکت است؟

ب) دوره و بسامد رفت و برگشت این حرکت را بیابید.

پ) در چه لحظه‌هایی و در چه مکان‌هایی سرعت صفر است؟

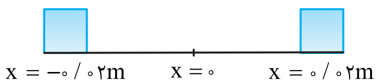
ت) در چه لحظه‌هایی و مکان‌هایی تندی بیشینه است؟

ث) در چه مکان‌هایی سرعت مثبت و در چه مکان‌هایی سرعت منفی است؟

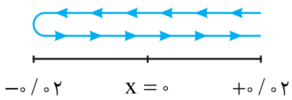
ج) در چه مکان‌هایی شتاب مثبت و در چه مکان‌هایی شتاب منفی است؟

راه‌حل الف) با توجه به آنچه که بیان شد:

$$-۱\leq \cos ۱۰\pi t\leq ۱\Rightarrow -۰/۰۲< x\leq ۰/۰۲$$

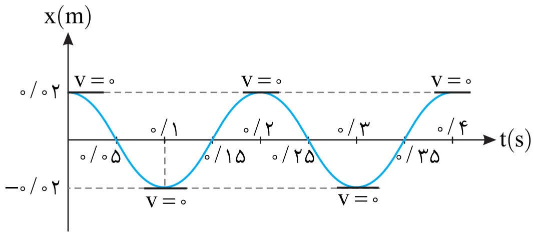


یعنی این متحرک روی خط راست در دو طرف مبدأ بین دو مکان $-۰/۰۲m$ و $+۰/۰۲m$ دارای حرکت رفت و برگشت است و این حرکت تکرار می‌شود.



ب) $T=\frac{۲\pi}{a}\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{۱۰\pi}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵}s,\ f=۵Hz$

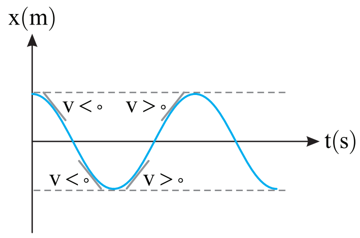
یعنی در مدت $۰/۲s$ این متحرک یک رفت و برگشت کامل را انجام می‌دهد.



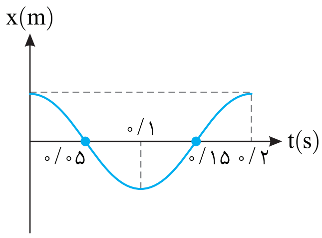
پ) نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان سرعت صفر است. با توجه به نمودار رسم شده در لحظه‌های $t=۰$، $t=\frac{T}{۲}=۰/۱s$، $t=T=۰/۲s$ و ... در مکان‌های $-۰/۰۲m$ و $+۰/۰۲m$ سرعت صفر است. **یعنی دقیقاً در دو انتهای مسیر سرعت صفر است.**

تعریف: به نقاطی که در آن‌ها سرعت صفر شده و جهت حرکت متحرک عوض می‌شود **نقاط بازگشت** می‌گویند.

ت) اگر از $t=۰$ تا $t=۰/۱s$ خط مماس رسم کنید خواهید دید که در $\frac{T}{۴}=۰/۰۵s$ شیب بیشترین مقدار است و این مطلب در مورد تمام نقاط نمودار واقع بر محور زمان مانند $۳\frac{T}{۴}=۰/۱۵$ و ... صدق می‌کند یعنی **هرگاه متحرک از مکان $x=۰$ می‌گذرد، تندی بیشینه است.**

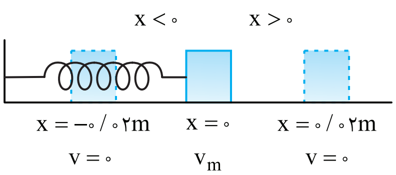


ث) دوباره به نمودار نگاه کنید در بازهٔ $t=۰$ تا $t=\frac{T}{۴}=۰/۰۵s$ و بازهٔ $t=\frac{۳T}{۴}=۰/۱۵s$ تا $t=T=۰/۲s$ با رسم خط مماس بر نمودار مشخص است که در صورتی که مکان مثبت باشد، سرعت می‌تواند هم مثبت و هم منفی باشد و وقتی مکان منفی است نیز سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



ج) با توجه به نمودار $x-t$ در بازهٔ صفر تا $۰/۰۵s$ و $۰/۱۵s$ تا $۰/۲s$ دهانه نمودار به سمت پایین است پس در این دو بازه شتاب منفی است. همچنین در بازهٔ $۰/۰۵s$ تا $۰/۱۵s$ دهانه نمودار به سمت بالا است پس شتاب در این بازه مثبت می‌باشد توجه کنید که در مدتی که مکان نوسانگر مثبت است (بازه‌های صفر تا $۰/۰۵s$ و $۰/۱۵s$ تا $۰/۲s$) شتاب منفی است و در مدتی که مکان نوسانگر منفی است (بازهٔ $۰/۰۵s$ تا $۰/۱۵s$) شتاب مثبت است. **بنابراین علامت شتاب و مکان مخالف هم می‌باشد.**

اکنون به بررسی حرکت وزنهٔ متصل به فنر می‌پردازیم و تمام پرسش‌های قبلی را به‌صورت کیفی مطرح می‌کنیم و شاهد یکسان بودن جواب‌ها خواهیم بود.

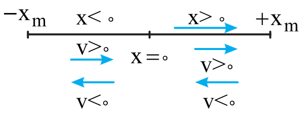


به شکل روبه‌رو نگاه کنید. وزنهٔ متصل به فنری را $۲cm$ از حالت تعادل بر سطح بدون اصطکاکی کشیده و رها می‌کنیم. وزنه شروع به نوسان می‌کند و چون سطح بدون اصطکاک است، این نوسان ادامه دارد. در وسط مسیر (حالت تعادل) قطعاً سرعت بیشینه و در دو انتهای مسیر قطعاً سرعت صفر است و این دقیقاً نتیجه‌ای است که از تابع کسینوسی این متحرک به‌دست آورده‌ایم، درواقع باید بیان کنیم که هرگاه یک متحرک بین دو نقطه در دو طرف $x=۰$ حرکت رفت و برگشت انجام دهد، الزاماً معادلهٔ حرکت آن یک تابع دوره‌ای کسینوسی (یا سینوسی) از زمان است.

پرسش

در لحظه‌ای که مکان متحرک مثبت $(x>0)$ و یا منفی $(x<0)$ است، علامت سرعت چگونه است؟

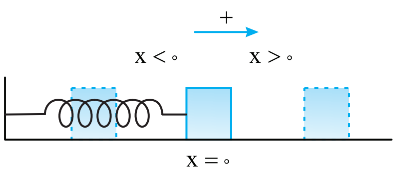
پاسخ



هرگاه $x>0$ باشد ممکن است متحرک در حال حرکت به سوی $+x_m$ باشد که در این صورت ســرعت آن مثبت اســت و یا این‌که در حال حرکت به سوی مبدأ باشد، که در این صورت سرعت آن منفی است (مطابق شکل).

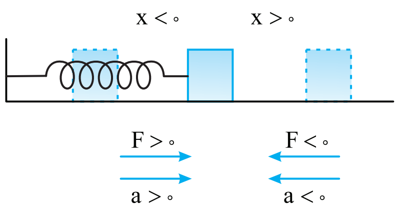
و هنگامی که $x<0$ اســت و متحرک به ســوی $-x_m$ می‌رود و در جهت منفی محور حرکت می‌کند، ســرعت آن منفی اســت و اگر به سوی مبدأ و در جهت مثبت حرکت کند، سرعت آن مثبت است. یعنی **علامت مکان، علامت سرعت را مشخص نمی‌کند.**

پرسش



بــه نظر شــما اگر جهت مثبت را به ســمت راســت اختیار کنیم، هنگامــی که وزنه در مکان‌های مثبت و هنگامی که وزنه در مکان‌های منفی قرار دارد، نیروی کشســانی وارد بر آن در کدام جهت است و علامت آن چیست؟

پاسخ



هنگامی که وزنه در سمت راست مرکز نوسان $(x>0)$ است، فنر دارای کشیدگی است و می‌خواهــد به حالت تعادل بازگردد، بنابراین نیرو به ســمت چپ بوده علامت نیرو و شــتاب منفی اســت و هنگامی که وزنه در ســمت چپ مرکز نوسان $(x<0)$ است، فنر فشــردگی دارد و می‌خواهد به ســمت حالت تعادل برگردد، بنابراین مطابق شکل نیرو و شتاب به سمت راست بوده و علامت آن‌ها مثبت است.

نتیجه در این حرکت همواره علامت نیرو و شتاب مخالف علامت مکان است و نیرو از قانون هوک $F=-kx$ پیروی می‌کند.

در تمام حرکت‌های هماهنگ ساده یک نیروی برگرداننده وجود دارد که این نیرو همواره رو به مرکز نوسان (حالت تعادل) است که این نیرو از قانون هوک پیروی می‌کند. در دستگاه جرم - فنر روی سطح افقی این نیرو، نیروی کشسانی فنر است.

پرسش

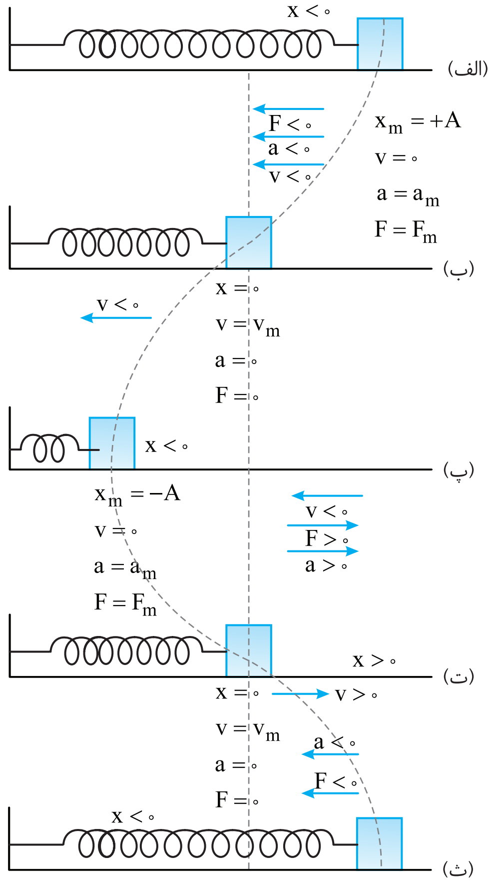
نیروی وارد بر وزنه و شتاب وزنه در وسط مسیر $x=0$ و در دو انتهای مسیر چگونه است؟

پاسخ

در وســط مســیر وزنه در تعادل اســت درواقع فنر دارای طول طبیعی خود بوده و $F=0$ اســت بنابراین شتاب در وسط مسیر صفر می‌باشد. در دو انتهای مسیر در سمت راست فنر بیشترین کشیدگی و در سمت چپ بیشترین فشردگی را دارد، بنابراین نیرو بیشینه (F_{max}) بوده و شتاب حاصل از آن نیز بیشینه (a_m) است.

حرکت هماهنگ ساده

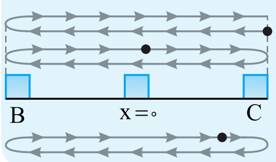
تمام آنچه در مسأله قبل بیان شد در شکل‌های روبه‌رو قابل مشاهده است. اکنون به تعریف حرکت هماهنگ ساده و کمیت‌های وابسته به آن می‌پردازیم.
حرکت هماهنگ ساده حرکتی است روی یک خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر (حالت تعادل، مبدأ) و دارای نیروی برگرداننده‌ای است متناسب با فاصله از مرکز که بردار نیرو همواره رو به مرکز است. (مطابق شکل‌های روبه‌رو)



شکل‌های (الف) تا (ث) یک نوسان کامل را نشان می‌دهند.

تعریف

هر رفت و برگشت را یک نوسان کامل گویند. برای درک بهتر این مطلب در شکل روبه‌رو یک نوسان نشان داده شده است.



پرسش

حرکت هماهنگ ساده دارای شتاب ثابت است یا شتاب متغیر؟

پاسخ

در حرکت هماهنگ ساده با دور شدن نوسانگر از حالت تعادل $(F_{net} = 0)$ نیروی خالص وارد بر نوسانگر (در اینجا نیروی کشسانی فنر) در حال افزایش است و برگشت از انتهای مسیر به سوی حالت تعادل (مرکز نوسان) این نیرو در حال کاهش است بنابراین نیروی برگرداننده وارد بر نوسانگر یک نیروی متغیر و بنا به قانون دوم نیوتون $(a = \frac{f_{net}}{m})$ شتاب نیز متغیر است.

پرسش

آیا حرکتی می‌شناسید که هنگام افزایش تندی متحرک، بزرگی شتاب آن کاهش یابد؟

پاسخ

بله، در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر از مرکز به سوی دو انتهای مسیر می‌رود، از تندی آن کاسته شده، اما شتاب آن افزایش می‌یابد و هنگامی که از دو انتهای مسیر به سمت حالت تعادل (مرکز نوسان) حرکت می‌کند، تندی آن افزایش و شتابش کاهش می‌یابد.

پرسش

در یک حرکت هماهنگ ساده در مدت یک دوره تندی، شتاب و نیرو هر کدام چند بار صفر و چند بار بیشینه می‌شوند؟

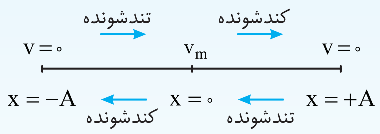
پاسخ

با توجه به شکل‌های (الف) تا (ث) صفحه قبل، در هر دوره، تندی، شتاب و نیرو هر کدام دو بار صفر و دو بار بیشینه می‌شوند.

تست ۱ در حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌هایی که حرکت کندشونده است، کدام گزینه درست است؟

۱) بزرگی شتاب در حال کاهش است.
۲) بزرگی شتاب در حال افزایش است.
۳) شتاب تغییر نمی‌کند.
۴) هر سه حالت ممکن است.

پاسخ ابتدا تندشونده و کندشونده بودن در حرکت هماهنگ ساده را بررسی می‌کنیم.



در نقاط بازگشت $x=\pm A$ سرعت صفر و در مرکز نوسان (حالت تعادل $x=0$) سرعت بیشینه است. از این‌رو وقتی متحرک از مبدأ (حالت تعادل) به سوی انتهای مسیر می‌رود حرکت کندشونده است تا سرعت آن صفر می‌شود و پس از بازگشت از $x=\pm A$ به سوی حالت تعادل، سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است.

اکنون به حل تست می‌پردازیم:

وقتی حرکت کندشونده است یعنی نوسانگر از مرکز نوسان (حالت تعادل، $a=0$) در حال حرکت به انتهای مسیر است که در انتهای مسیر شتاب بیشینه است (a_{max}). بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نتیجه

سرعت یا تندی:
- مکان جسم مشخص کنندهٔ علامت سرعت نیست.
- در نقاط بازگشت (انتهای مسیر) سرعت و تندی صفر می‌شود.
- در نقطهٔ تعادل $(x=0)$ تندی بیشینه است.

شتاب یا نیرو:
- علامت شتاب یا نیرو مخالف علامت مکان جسم است.
- در نقاط بازگشت (انتهای مسیر) بزرگی شتاب یا نیرو بیشینه است.
- در نقطهٔ تعادل $(x=0)$ شتاب یا نیرو صفر است.

نوع حرکت:
- اگر نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل باشد حرکت نوسانگر تندشونده است.
- اگر نوسانگر در حال دور شدن از نقطهٔ تعادل باشد حرکت نوسانگر کندشونده است.

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده

با توجه به مقایسه‌ای که بین رفتار فیزیکی یک نوسانگر با رفتار ریاضی یک تابع کسینوسی انجام دادیم، قطعاً معادلهٔ مکان – زمان یک حرکت هماهنگ ساده باید یک تابع ریاضی دوره‌ای کسینوسی (یا سینوسی) باشد که به‌صورت زیر آن را معرفی می‌کنیم:

$$\underset{\text{مکان}}{x} = \underset{\text{دامنه}}{A} \cos \underset{\text{بسامد زاویه‌ای}}{\omega} t$$

تعریف

– در رابطه $x=A\cos\omega t$، x فاصلهٔ نوسانگر از مبدأ است که آن را مکان نوسانگر گویند.

– بیشینهٔ فاصلهٔ نوسانگر از حالت تعادل (مبدأ) را دامنهٔ حرکت گویند و آن را با حرف A نمایش می‌دهند. $(x_m=\pm A)$

– کمان ωt را شناسه تابع کسینوسی گویند که این شناسه بیانگر مکان نوسانگر است. این شناسه برحسب رادیان است.

بسامد زاویه‌ای

پس از یک نوسان کامل، زمان به اندازهٔ T تغییر کرده و در این مدت باید نوسانگر به محل اولیه‌اش باز گردد از این‌رو:

$$\begin{cases} x_۱ = A\cos\omega t \\ x_۲ = A\cos\omega(t+T) \end{cases} \xrightarrow{x_۱=x_۲} A\cos\omega t = A\cos\omega(t+T) \Rightarrow \omega(t+T) = \omega t + ۲\pi \Rightarrow \omega T = ۲\pi \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T}$$

مسأله ۲ **یک نوسانگر در هر نیم دقیقه ۱۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. دوره و بسامد نوسان را پیدا کنید.**

راه‌حل

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{۳۰}{۱۲} = ۲/۵s \quad , \quad f = \frac{۱}{T} \Rightarrow f = \frac{۱}{۲/۵} \Rightarrow f = ۰/۴Hz$$

مسأله ۳ **معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای با دامنهٔ ۲cm و دورهٔ ۰/۱ ثانیه را در ساده‌ترین حالت ممکن بنویسید.**

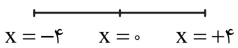
راه‌حل بسامد زاویه‌ای را به‌دست آورده و معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} A = ۲cm \\ T = ۰/۱s \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \omega = ۲۰\pi\ rad/s \end{cases} \Rightarrow x = ۰/۰۲\cos ۲۰\pi t$$

مسأله ٤ **یک نوسانگر روی پاره‌خطی به طول ۸cm دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت ۵s، ۴۰ بار طول پاره‌خطی را طی می‌کند. اگر این نوسانگر در مبدأ زمان $(t=۰)$ از مکان بیشینه مثبت شروع به حرکت کرده باشد، معادلهٔ حرکت آن را بنویسید.**

راه‌حل **تذکر**: با توجه به شکل، در حرکت هماهنگ ساده طول مسیر دو برابر دامنه است.

$$۲A = ۸ \Rightarrow A = ۴cm$$



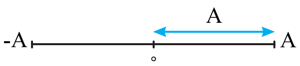
هر دو بار طی کردن مسیر معادل یک نوسان کامل است، بنابراین این نوسانگر در مدت ۵s، ۲۰ نوسان کامل انجام داده است:

$$N = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰ \Rightarrow T = \frac{t}{N} = \frac{۵}{۲۰} \Rightarrow T = ۰/۲۵s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = ۸\pi\ rad/s$$

اکنون می‌توانیم معادلهٔ حرکت را بنویسیم: $x = ۰/۰۴\cos ۸\pi t$

مسأله ۵ **ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۰cm دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت ۴s، مسافتی معادل ۱۶۰cm را می‌پیماید. بسامد زاویه‌ای آن را بیابید.**

راه‌حل با توجه به شکل روبه‌رو یک نوسانگر در هر دوره مسافتی چهار برابر دامنهٔ حرکت و دو برابر طول مسیر نوسان را طی می‌کند.



مسافت طی شده در نوسان کامل $= ۴A = ۲$ (طول پاره‌خط)

در این صورت تعداد نوسان‌های این ذره برابر است با:

$$\text{تعداد نوسان} = \frac{\text{طول مسیر}}{۲\times\text{طول پاره‌خط}} \Rightarrow N = \frac{۱۶۰}{۲\times ۱۰} \Rightarrow N = ۸\ \text{نوسان} \xrightarrow{T=\frac{t}{N}} T = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}s$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi\ rad/s$$

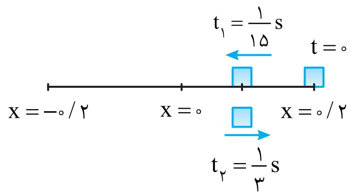
مسأله ۶ **معادلـهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ســاده‌ای در SI به‌صورت $x=\circ/۲\cos ۵\pi t$ اســت. در بــازهٔ زمانی دورهٔ اول در چه لحظه‌ای مکان نوسانگر نصف مکان بیشینهٔ مثبت است؟**

راه‌حل با توجه به فرض مسأله:

$$x=+\frac{A}{۲}=\frac{\circ/۲}{۲}=\circ/۱\,m$$

$$x=\circ/۲\cos ۵\pi t\Rightarrow \circ/۱=\circ/۲\cos ۵\pi t$$

$$\Rightarrow \cos ۵\pi t=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}۵\pi t=\frac{\pi}{۳}\\ ۵\pi t=\frac{۵\pi}{۳}\end{cases}\Rightarrow t_۱=\frac{۱}{۱۵}s,\ t_۲=\frac{۱}{۳}s$$



که هر دو قابل قبول است.

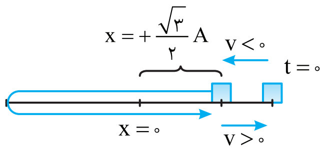
مسأله ۷ **معادلـهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ســاده‌ای در SI به‌صورت $x=\circ/۲\cos ۵\pi t$ اســت. در بــازهٔ زمانی دورهٔ اول در چه لحظه‌ای مکان نوسانگر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ مکان بیشینهٔ مثبت و سرعت نوسانگر مثبت است؟**

راه‌حل با توجه به فرض مسأله:

$$x=\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A\xrightarrow{A=\circ/۲m}x=\frac{\sqrt{۳}}{۱\circ}m$$

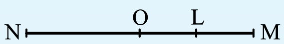
$$x=\circ/۲\cos ۵\pi t\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۱\circ}=\circ/۲\cos ۵\pi t\Rightarrow\cos ۵\pi t=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\begin{cases}۵\pi t_۱=\frac{\pi}{۶}\\ ۵\pi t_۲=\frac{۱۱\pi}{۶}\end{cases}\Rightarrow t_۱=\frac{۱}{۳\circ}s\ ,\ \ t_۲=\frac{۱۱}{۳\circ}s$$

اما کدام زمان قابل قبول است. باید حرکت را در ذهن تجسم کنید. در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۳\circ}s$، سرعت متحرک منفی و جواب مسأله نیست و در $t=\frac{۱۱}{۳\circ}s$ سرعت متحرک مثبت است.



بررسی بازه‌های زمانی، تندی و سرعت متوسط

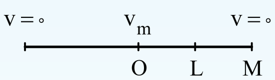
تست ۲ **در شــکل روبه‌رو، نوســانگری با دورهٔ T روی پاره‌خط MN حرکت نوسانی ساده دارد. چه مدت طول می‌کشد تا نوسانگر از نقطهٔ L وسط OM بدون تغییر جهت به نقطهٔ O برسد؟**



۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{T}{۸}$ ۳) $\frac{T}{۱۲}$ ۴) $\frac{T}{۶}$

پاسخ قبل از حل تســت باید خاطرنشــان کرد که گزینهٔ (۲) با استقبال زیادی روبه‌رو است در حالی که سرعت نوسانگر از M تا L کمتر از ســرعت نوســانگر از L تا O اســت. از این‌رو زمان حرکت از M تا L بیشــتر از L تا O است و گزینهٔ (۲) نمی‌تواند پاسخ درست باشد.

اکنون تست را حل می‌کنیم.



به کمک معادلهٔ حرکت، زمان حرکت از M تا L را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x=\frac{A}{۲}}\frac{A}{۲}=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\frac{۲\pi}{T}t=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_{M\to L}=\frac{T}{۶}$$

زمان حرکت از M تا O برابر است با:

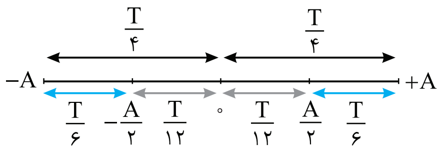
$$x=A\cos\omega t\xrightarrow{x=\circ}\cos\frac{۲\pi}{T}=\circ\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow T_{M\to O}=\frac{T}{۴}$$

بنابراین زمان حرکت از L تا O برابر خواهد شد با:

$$t_{L\to O}=t_{M\to O}-t_{M\to L}\Rightarrow t_{L\to O}=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۶}\Rightarrow T_{L\to O}=\frac{T}{۱۲}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

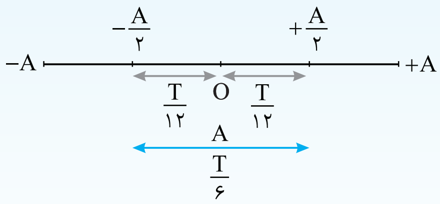
نتیجه مدت حرکت از صفر تا $\pm\frac{A}{۲}$ برابر $\frac{T}{۱۲}$ و از $\frac{+A}{۲}$ تا $+A$ (و از $\frac{-A}{۲}$ تا $-A$) برابر $\frac{T}{۶}$ است. مدت حرکت از صفر تا $\pm A$ و از $\pm A$ تا صفر برابر $\frac{T}{۴}$ است.



تست ۳ **در یک حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ T، کوتاه‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر جابه‌جایی به اندازهٔ یک دامنه (A) را طی کند، کدام است؟**

۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{T}{۸}$ ۳) $\frac{T}{۶}$ ۴) $\frac{T}{۳}$

پاسخ در این تست گزینهٔ (۱) بیشترین توجه را به خود جلب می‌کند، زیرا وقتی نوسانگر از مبدأ به سوی دامنه حرکت می‌کند، $\frac{T}{۴}$ طول می‌کشد. اما این حداقل زمان نخواهد بود. زیرا نوسانگر وقتی از $-\frac{A}{۲}$ به $\frac{A}{۲}$ می‌رود و یا از $\frac{A}{۲}$ به $-\frac{A}{۲}$ حرکت می‌کند، جابه‌جایی برابر با دامنه است ولی چون در این ناحیه سرعت بیشتر است، زمان کوتاه‌تر و برابر است با: $\Delta t=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{T}{۶}$



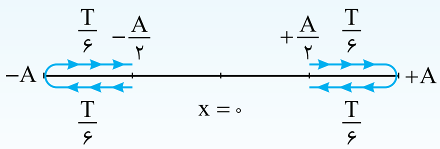
بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

تست ٤ **در یک حرکت هماهنگ ساده، بیشترین زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر مسافتی به اندازهٔ یک دامنه را طی کند، کدام است؟**

۱) $\frac{T}{۴}$ ۲) $\frac{T}{۶}$ ۳) $\frac{T}{۳}$ ۴) $\frac{T}{۸}$

پاسخ بیشترین زمان هنگامی رخ می‌دهد که نوسانگر دارای سرعت کمتری باشد، یعنی در مدتی که نوسانگر از نصف دامنه ($\frac{A}{۲}$ یا $-\frac{A}{۲}$) به دامنه (A یا $-A$) رفته و دوباره به نصف دامنه بازگردد.

$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۶}=\frac{T}{۳}$



تست ۵ **در یک حرکت هماهنگ ساده با معادلهٔ $x=A\cos\omega t$، در بازهٔ زمانی که نوسانگر بدون تغییر جهت از $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ به $x=۰$ می‌رود تندی متوسط متحرک کدام گزینه است؟**

۱) ۱ ۲) $۴\sqrt{۲}\frac{A}{T}$ ۳) $\frac{A}{۴T}$ ۴) $۲\sqrt{۲}\frac{A}{T}$

پاسخ مدتی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+A$ به مکان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ برسد برابر است با:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=A\cos\frac{۲\pi}{T}t\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۴}\Rightarrow t=\frac{T}{۸}$$

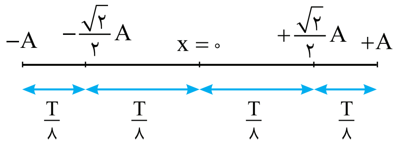
بنابراین از $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ تا $x=۰$ نیز زمان خواهد شد:

$$\Delta t=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۸}=\frac{T}{۸}$$

تندی متوسط برابر است:

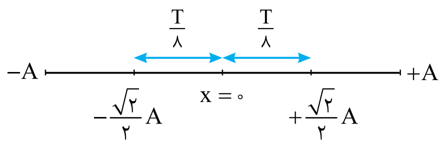
$$s_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow s_{av}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}A}{\frac{T}{۸}}=۴\sqrt{۲}\frac{A}{T}$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.



نتیجه مدت زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{۲}A}{۲}$ و $+\frac{\sqrt{۲}A}{۲}$ تا $x=۰$ یکسان و برابر $\frac{T}{۸}$ است.

مسئله ۸ در یک حرکت هماهنگ ساده، بیشینهٔ جابه‌جایی نوسانگر در مدت $\frac{۱}{۴}$ دوره، چه کسری از دامنه (A) است؟



راه‌حل وقتی جابه‌جایی بیشینه است که نوسانگر در دو طرف مرکز نوسان حرکت کند زیرا در این ناحیه سرعت زیاد بوده و جابه‌جایی بیشینه می‌شود. بازهٔ $\frac{T}{۴}$ را به دو قسمت $\frac{T}{۸}$ در دو طرف مبدأ تقسیم می‌کنیم و در مدت $\frac{T}{۸}$ در هر طرف نوسانگر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ جابه‌جا می‌شود در این صورت بیشینهٔ جابه‌جایی نوسانگر در بازهٔ $\frac{T}{۴}$ برابر است با:

$$\Delta x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=\sqrt{۲}A$$

مسئله ۹ در چه کسری از یک دوره، نوسانگر ساده بدون تغییر جهت از مکان $+A$ به مکان $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رود؟ و چه مدت طول می‌کشد از $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ به $x=۰$ برود؟

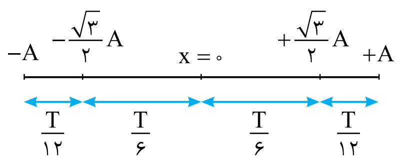
راه‌حل با توجه به معادلهٔ $x=A\cos\omega t$ خواهیم داشت:

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲}A=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{T}{۱۲}$$

بنابراین مدت زمان حرکت از $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ تا مبدأ $x=۰$ خواهد شد:

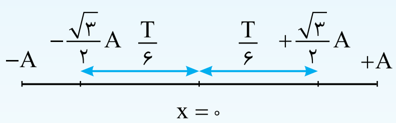
$$t=\frac{T}{۴}-\frac{T}{۱۲}\Rightarrow t=\frac{T}{۶}$$

نتیجه:



تست ۶ متحرکی روی پاره‌خطی به طول $۲۰cm$ دارای حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ $۰/۱۲s$ است. سرعت متوسط متحرک وقتی بدون تغییر جهت از مکان $x=-۵\sqrt{۳}cm$ به مکان $+۵\sqrt{۳}cm$ می‌رود چند m/s است؟

۱) $۲۵۰\sqrt{۳}$ ۲) $۲/۵\sqrt{۳}$ ۳) $۵۰\sqrt{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۳}$



پاسخ دامنهٔ حرکت برابر $A=\frac{۲۰}{۲}=۱۰cm$ است در این صورت مکان $\pm۵\sqrt{۳}cm$ برابر $\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ است و زمان طی مسیر از $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ تا $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}A$ خواهد شد:

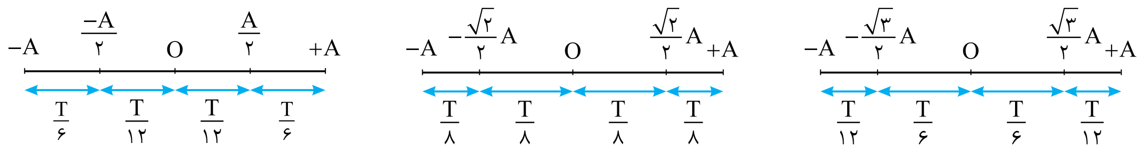
$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۶}=\frac{T}{۳}\Rightarrow\Delta t=\frac{۰/۱۲}{۳}=۰/۰۴s$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{[۵\sqrt{۳}-(-۵\sqrt{۳})]\times۱۰^{-۲}}{۰/۰۴}\Rightarrow v_{av}=\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۴}=۲/۵\sqrt{۳}m/s$$

بنابراین گزینهٔ (۲) درست است.

نتیجه برای حل این‌گونه مسائل می‌توانید شکل‌های زیر را به خاطر بسپارید.

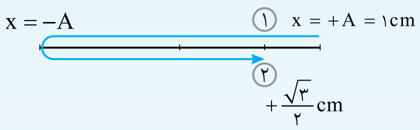


کاربرد ریاضی در فیزیک

تست ۷ **معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x=۰/۰۱\cos ۱۰۰\pi t$ است. بازهٔ زمانی دوبارگذر متوالی از مکان $x=+\frac{\sqrt{۳}}{۲}cm$ چند ثانیه است؟**

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

پاسخ با توجه به شکل نوسانگر یک‌بار هنگام رفت و بار دیگر در برگشت از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ می‌گذرد. اکنون کافی است به کمک معادلهٔ حرکت زمان‌های گذر از مکان $x=+\frac{\sqrt{۳}}{۲}cm$ را به‌دست آوریم و از هم کم کنیم.



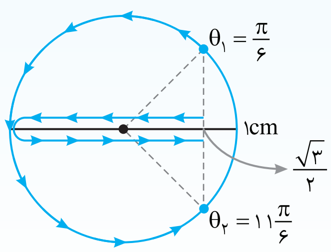
$$x=۰/۰۱\cos ۱۰۰\pi t\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲۰۰}=۰/۰۱\cos ۱۰۰\pi t\Rightarrow\cos ۱۰۰\pi t=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

کسینوس در ربع اول و ربع چهارم مثلثاتی مثبت است از این‌رو:

$$\text{(ربع اول) بار اول}: ۱۰۰\pi t_1=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t_1=\frac{۱}{۶۰۰}s$$

$$\text{(ربع دوم) بار دوم}: ۱۰۰\pi t_2=\frac{۱۱\pi}{۶}\Rightarrow t_2=\frac{۱۱}{۶۰۰}s$$

$$\Rightarrow \Delta t=\frac{۱۱}{۶۰۰}-\frac{۱}{۶۰۰}=\frac{۱}{۶۰}s$$

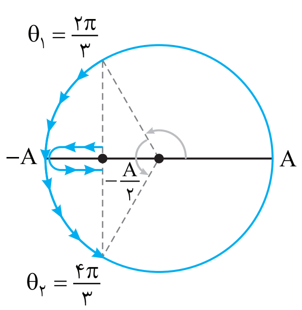


اکنون از شما می‌خواهم به دایرهٔ مثلثاتی که نوسانگر روی محور کسینوس‌های آن در نوسان است دقت کنید. اگر مکان نوسانگر $\frac{+\sqrt{۳}}{۲}cm$ باشد، کمان نظیر این مکان مطابق شکل $\frac{\pi}{۶}$ و $\frac{۱۱\pi}{۶}$ است. بنابراین شتاب تابع کسینوسی از $۱۰۰\pi t$ از $\frac{\pi}{۶}$ تا $\frac{۱۱\pi}{۶}$ تغییر کرده است و می‌توان نوشت:

$$۱۰۰\pi(t_2-t_1)=\theta_2-\theta_1\Rightarrow ۱۰۰\pi(t_2-t_1)=\frac{۱۱\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۶۰}s$$

اکنون مسألهٔ دیگری طرح کرده و آن را با روش ارائه شده به کمک دایرهٔ مثلثاتی حل می‌کنیم.

مسأله ۱۰ **معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x=A\cos ۶۰\pi t$ است. بازهٔ زمانی دوبارگذار متوالی از مکان $-\frac{A}{۲}$ چند ثانیه است؟**

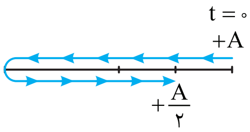


راه‌حل روی محور کسینوس‌ها $+A$ و $-A$ و مکان $-\frac{A}{۲}$ را در دایرهٔ مثلثاتی مشخص کرده و کمان‌های نظیر $-\frac{A}{۲}$ $(\cos\omega t=-\frac{۱}{۲})$ را نیز معین می‌کنیم. اکنون مسأله را حل می‌کنیم.

$$۶۰\pi(t_2-t_1)=\frac{۴\pi}{۳}-\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow ۶۰\pi(\Delta t)=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow\Delta t=\frac{۱}{۹۰}s$$

درواقع می‌توان نوشت: $\omega(t_2-t_1)=\theta_2-\theta_1$

مسأله ۱۱ **معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. چه مدت پس از $t = 0$ طول می‌کشد تا با یک‌بار تغییر جهت به مکان $+\frac{A}{2}$ برسد؟**

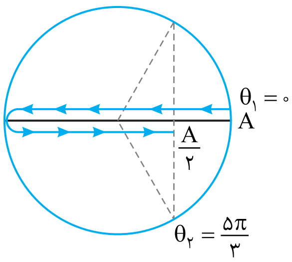


راه‌حل اول: با توجه به متن مسأله، زمان خواسته شده برای بار دوم گذر از مکان $+\frac{A}{2}$ است. (مطابق شکل روبه‌رو)

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow \frac{+A}{2} = A\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t = \frac{1}{2}$$

بار اول: $\omega t = \frac{\pi}{3}$

بار دوم $= \omega t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{5T}{6}$ جواب



راه‌حل دوم: روش دایره مثلثاتی:

مکان $\frac{A}{2}$ را روی محور کسینوس‌ها مشخص کرده کمان‌های نظیر آن را تعیین می‌کنیم (یادمان باشد همواره در جهت مثلثاتی بچرخیم).

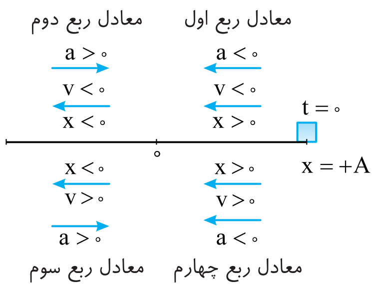
در لحظهٔ شروع $\theta_1 = 0$ و در لحظهٔ گذر از $\frac{+A}{2}$ بعد از یک‌بار تغییر جهت $\theta_2 = \frac{5\pi}{3}$ است.

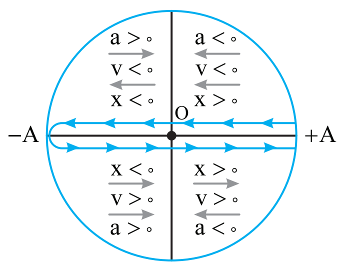
$$\omega(t_2 - t_1) = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{5\pi}{3} - 0 \Rightarrow t = \frac{5T}{6}$$

جمع‌بندی روش دایرهٔ مثلثاتی

در شکل‌های زیر مشخص است که اگر نوسانگر از $+A$ به سمت $x = 0$ برود، شناسهٔ تابع کسینوسی $(\theta = \omega t)$ در ربع اول مثلثاتی است و اگر از $x = 0$ به مکان $x = -A$ برود شناسهٔ تابع کسینوسی $\theta = \omega t$ در ربع دوم مثلثاتی است.

اگر نوسانگر از $x = -A$ به سوی $x = 0$ برود شناسهٔ تابع کسینوسی $(\theta = \omega t)$ در ربع سوم مثلثاتی است و اگر نوسانگر از $x = 0$ به سوی $x = +A$ برود شناسهٔ تابع کسینوس $(\theta = \omega t)$ در ربع چهارم مثلثاتی است.





بخش اول (قسمت اول)
پرسش‌های چهارگزینه‌ای

مفاهیم اولیه

۱- چه تعداد از حرکت‌های زیر حرکت دوره‌ای است؟ برگرفته از کتاب درسی

الف) چرخش زمین به دور خورشید

ب) ضربان قلب

پ) تاب خوردن

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲- چه تعداد از حرکت‌های زیر حرکت هماهنگ ساده است؟ برگرفته از کتاب درسی

الف) چرخش ماهواره به دور زمین

ب) ضربان قلب

پ) نوسانات زمین لرزه

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳- کدام گزینهٔ زیر درست است؟ برگرفته از کتاب درسی

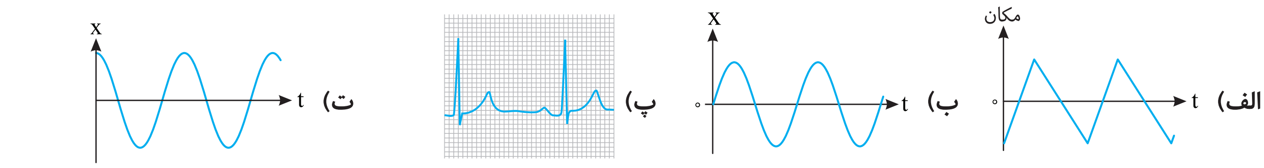
۱) نوسان‌ها همواره دوره‌ای هستند.

۲) معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده همواره به صورت یک تابع کسینوسی از زمان نوشته می‌شود.

۳) به نوسان‌های سینوسی، حرکت هماهنگ ساده گویند.

۴) هر سه گزینه درست است.

۴- کدام نمودارهای زیر مربوط به حرکت هماهنگ ساده است؟



۱) (ت) ۲) (الف)، (ب)، (ت) ۳) (الف)، (پ) ۴) (ب) و (ت)

در تست‌های زیر نیروی وارد بر نوسانگر بررسی می‌شود.

۵- نیروی وارد بر یک نوسانگر ساده همواره ....

۱) باعث افزایش شتاب آن می‌شود. ۲) باعث کاهش سرعت آن می‌شود.

۳) به سوی مرکز نوسان است. ۴) به سوی انتهای مسیر نوسان است.

۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، کدام زوج از کمیت‌های زیر، همواره در خلاف جهت یکدیگرند؟

۱) نیرو - شتاب ۲) شتاب - سرعت

۳) نیرو - مکان ۴) سرعت- مکان

۷- وقتی یک نوسانگر از یک انتهای مسیر نوسان به انتهای دیگر آن می‌رود، اندازهٔ نیروی وارد بر آن چگونه تغییر می‌یابد؟

۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. ۲) افزایش می‌یابد.

۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ۴) کاهش می‌یابد.

در تست‌های زیر دربارهٔ علامت کمیت‌های مربوط به نوسانگر سؤال شده است.

۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که شتاب حرکت مثبت است، الزاماً ....

۱) بردار مکان منفی و بردار سرعت مثبت است.
۲) بردار مکان مثبت و بردار سرعت منفی است.
۳) بردار مکان منفی و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.
۴) بردار مکان و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.

۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، شتاب نوسانگر چگونه است؟

سراسری خارج از کشور ریاضی-۹۰

۱) مثبت است.
۲) منفی است.
۳) از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد.
۴) از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد.

۱۰- در حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌ای که سرعت در حال افزایش است، ....

۱) الزاماً سرعت مثبت است.
۲) الزاماً شتاب منفی است.
۳) الزاماً سرعت منفی است.
۴) سرعت ممکن است مثبت باشد.

۱۱- در حرکت نوسانی هماهنگ، در کدام‌یک از موارد زیر، مکان نوسان‌کننده الزاماً منفی است؟ سراسری تجربی - ۹۵

۱) سرعت مثبت باشد.
۲) شتاب مثبت باشد.
۳) سرعت منفی باشد.
۴) شتاب منفی باشد.

در تست‌های زیر دربارهٔ اندازهٔ کمیت‌ها سؤال شده است.

۱۲- در یک حرکت هماهنگ ساده ....

۱) بزرگی شتاب متغیر اما جهت آن ثابت است.
۲) بزرگی شتاب ثابت اما جهت آن متغیر است.
۳) جهت سرعت و شتاب همواره یکسان است.
۴) بزرگی و جهت شتاب متغیر است.

۱۳- در یک حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌ای که سرعت منفی است، کدام گزینه درست است؟

۱) سرعت در حال کاهش است.
۲) سرعت در حال افزایش است.
۳) الزاماً مکان منفی است.
۴) گزینهٔ (۱) و (۲) می‌تواند درست باشد.

۱۴- کدام گزینه در مورد نقطهٔ بازگشت نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده درست است؟

۱) شتاب نوسانگر صفر است.
۲) تندی نوسانگر صفر است.
۳) نوسانگر در مکان $x=0$ است.
۴) گزینهٔ (۱) و (۳) درست است.

۱۵- در یک حرکت هماهنگ ساده کدام گزینه درست است؟

۱) در دو انتهای مسیر، شتاب صفر است.
۲) شتاب و سرعت همواره در خلاف جهت یکدیگرند.
۳) با افزایش شتاب، سرعت زیاد می‌شود.
۴) با افزایش شتاب سرعت کاهش می‌یابد.

۱۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ (نقطهٔ تعادل) است. کدام گزینه درست است؟

۱) شتاب در حال افزایش و تندی در حال کاهش است.
۲) شتاب و تندی در حال افزایش است.
۳) شتاب در حال کاهش و تندی در حال افزایش است.
۴) شتاب ثابت و تندی در حال افزایش است.

در تست‌های زیر نوع حرکت نوسانگر بررسی می‌شود.

۱۷- در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر ساده‌ای مثبت است، ....

۱) الزاماً سرعت مثبت است.
۲) الزاماً سرعت منفی است.
۳) حرکتش الزاماً تندشونده است.
۴) سرعتش ممکن است مثبت یا منفی باشد.

۱۸- در حرکت هماهنگ ساده، وقتی حرکت کندشونده است که ....

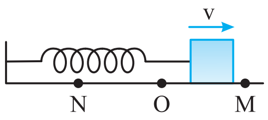
۱) الزاماً مکان نوسانگر منفی است.
۲) الزاماً مکان نوسانگر مثبت است.
۳) مکان می‌تواند مثبت یا منفی باشد.
۴) نوسانگر به سوی مرکز نوسان حرکت می‌کند.

۱۹- در حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌ای که مکان نوسانگر مثبت و حرکت تندشونده است ....

۱) شتاب مثبت و سرعت مثبت است. ۲) شتاب مثبت و سرعت منفی است.

۳) شتاب منفی و سرعت منفی است. ۴) شتاب منفی و سرعت مثبت است.

۲۰- در شکل زیر جسمی به انتهای فنری متصل بوده و روی سطح افقی بین دو نقطهٔ M و N در حال حرکت هماهنگ ساده است. با توجه به جهت سرعت در این لحظه جهت نیروی وارد بر نوسانگر و نوع حرکت در این لحظه چگونه است؟



۱) در جهت محور x، تندشونده ۲) در خلاف جهت محور x، تندشونده

۳) در جهت محور x، کندشونده ۴) در خلاف جهت محور x، کندشونده

در تست‌های زیر باید به رفتار نوسانگر در طول مسیر دقت کنید.

۲۱- در حرکت هماهنگ ساده، نیروی وارد بر نوسانگر در هر دوره چند مرتبه صفر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲- در یک حرکت هماهنگ روی خط راست، در مدت $\frac{T}{۲}$ سرعت به‌ترتیب حداقل چند بار صفر و چند بار بیشینه می‌شود؟

۱) صفر و ۱ ۲) ۱ و ۱ ۳) ۱ و صفر ۴) ۲ و ۲

۲۳- در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره چند بار متحرک از مکان $x=+\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴- در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره چند بار فاصلهٔ نوسانگر از نقطه تعادل $\frac{A}{۲}$ می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

۲۵- اگر تندی یک نوسان کننده که حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظهٔ عبور از مبدأ v باشد، در هر دوره چند بار تندی آن $\frac{v}{۳}$ می‌شود؟

تجربی خارج از کشور - ۹۶ - با تغییر

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸

۲۶- در یک حرکت هماهنگ ساده در لحظه‌ای که بردار مکان تغییر علامت می‌دهد بردار سرعت نوسانگر تغییر جهت .... و بردار شتاب آن تغییر جهت ....

۱) می‌دهد - می‌دهد ۲) می‌دهد - نمی‌دهد ۳) نمی‌دهد - نمی‌دهد ۴) نمی‌دهد - می‌دهد

دوره - بسامد

۲۷- در یک حرکت هماهنگ ساده نوسانگر در مدت ۲۰s، ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، دورهٔ آن چند ثانیه است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۲ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۲

۲۸- در یک حرکت هماهنگ ساده متحرک در مدت ۳۰s طول پاره‌خط مسیرش را ۴۰ بار طی کرده است. بسامد آن چند هرتز است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌های زمانی ۰/۱ ثانیه سرعت متحرک صفر می‌شود. بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۳۰- نوسانگری از یک سر پاره‌خط شروع به حرکت کرده و در مدت ۵ ثانیه ۲۰۰ بار از مرکز پاره‌خط (وسط پاره‌خط) می‌گذرد. بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰۰

۳۱- ذره‌ای روی پاره‌خطی به‌طول ۲cm دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت یک دقیقه ۱۲۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. به‌ترتیب از راست به چپ، دورهٔ حرکت ذره چند ثانیه است و در مدت ۴s چه مسافتی را برحسب سانتی‌متر طی می‌کند؟

سراسری تجربی - ۷۷ با تغییر

۱) ۲ و ۱۶ ۲) ۲ و ۳۲ ۳) ۱ و ۱۶ ۴) ۰/۵ و ۱۲۸

۳۲- دو نوسانگر ساده هم‌زمان از مبدأ مکان شروع به نوسان می‌کنند دورهٔ نوسان اولی $1/5s$ است. پس از $6s$ نوسانگر اول یک نوسان کامل از نوسانگر دوم جلو می‌افتد، دوره نوسانگر دوم چند ثانیه است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۸

بسامد زاویه‌ای

۳۳- بسامد زاویه‌ای نوسانگر A، ۴ برابر بسامد زاویه‌ای نوسانگر B است. به‌ترتیب از راست به چپ دوره و بسامد نوسانگر A چند برابر نوسانگر B است؟

۱) ۲، $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$، ۲ ۳) ۴، $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{4}$، ۴

۳۴- در مدت زمان یکسان، نوسانگر A دو برابر نوسانگر B نوسان کامل انجام می‌دهد. بسامد زاویه‌ای A چند برابر بسامد زاویه‌ای نوسانگر B است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

۳۵- نوسانگری از انتهای مسیر خود شروع به نوسان می‌کند. اگر بسامد زاویه‌ای حرکت نوسانگر 4π باشد مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر به نقطهٔ بازگشت برسد چند ثانیه است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۶ ۳) ۱ ۴) هر سه گزینه درست است.

۳۶- دورهٔ نوسان، نوسانگری ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. بسامد و بسامد زاویه‌ای آن به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ٪۶۴ افزایش - ٪۶۴ افزایش ۲) ٪۵۶/۲۵ افزایش - ٪۵۶/۲۵ افزایش
۳) ٪۶۴ کاهش - ٪۶۴ کاهش ۴) ٪۵۶/۵ کاهش - ٪۵۶/۲۵ کاهش

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده

۳۷- ذره‌ای با دامنهٔ $5cm$ با بسامد $20Hz$ شروع به نوسان می‌کند. ساده‌ترین معادلهٔ حرکت آن در SI کدام است؟

۱) $x = 5\cos 40\pi t$ ۲) $x = 0/05\cos 40\pi t$ ۳) $x = 2/5\cos 20\pi t$ ۴) $x = 0/25\cos 40\pi t$

۳۸- متحرکی روی پاره‌خطی به طول $20cm$ در مبدأ زمان از مکان بیشینه مثبت شروع به حرکت کرده و در هر $0/1s$، ۲۰ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند، معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ آن کدام است؟

۱) $x = 0/2\cos 200\pi t$ ۲) $x = 0/1\cos 200\pi t$ ۳) $x = 0/1\cos 100\pi t$ ۴) $x = 0/2\cos 100\pi t$

۳۹- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/02\cos 5\pi t$ است. این نوسانگر ۵۰ نوسان کامل را در چند ثانیه انجام می‌دهد؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

۴۰- معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/02\cos 20\pi t$ است. در لحظهٔ $t = \frac{1}{6}s$ مکان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۱) -1 ۲) $+1$ ۳) $-\sqrt{3}$ ۴) $+\sqrt{3}$

۴۱- ذرهٔ نوسانگری در مبدأ زمان از انتهای مسیر شروع به نوسان می‌کند. مکان این ذره در $\frac{1}{6}$ دوره چه کسری از دامنه آن است؟

مشابه کنکور دهه‌های گذشته

۱) $\frac{A}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ ۴) $\frac{A}{6}$

۴۲- در یک حرکت هماهنگ ساده در لحظهٔ t، نوسانگر در بیشینهٔ مکان مثبت است. پس از گذشت زمان $\frac{2T}{3}$ مکان نوسانگر چند برابر دامنه است؟

۱) $\frac{-1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

در تست‌های زیر به کاربرد حل معادله مثلثاتی دقت کنید.

۴۳- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. در لحظهٔ t_1 برای اولین بار مکان نوسانگر $x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است. در لحظهٔ $t_2 = 2t_1$ مکان نوسانگر کدام است؟

۱) $x = 0$ ۲) $x = \frac{+A}{2}$ ۳) $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ ۴) $x = -\frac{A}{2}$

۴۴- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. دو ثانیه پس از شروع نوسان برای اولین بار متحرک از نقطهٔ تعادل می‌گذرد دوره این نوسانگر چند ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{8}$

۴۵- ذره‌ای روی پاره‌خطی در مبدأ زمان از مکان بیشینه مثبت شروع به نوسان می‌کند و پس از $0/05s$ برای اولین بار به فاصلهٔ $2\sqrt{3}cm$ نقطهٔ تعادل می‌رسد. اگر در هر دوره ذره مسافت $16cm$ را طی کند، معادلهٔ حرکت ذره کدام است؟

۱) $x = 0/04\cos\frac{20\pi}{3}t$ ۲) $x = 0/08\cos\frac{20\pi}{3}t$ ۳) $x = 0/08\cos\frac{10\pi}{3}t$ ۴) $x = 0/04\cos\frac{10\pi}{3}t$

۴۶- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. کمترین زمانی که پس از $t = 0$ طول می‌کشد تا مکان نوسانگر $-\frac{A}{2}$ شود کدام است؟ (T دوره است)

۱) $\frac{7T}{12}$ ۲) $\frac{5T}{12}$ ۳) $\frac{T}{3}$ ۴) $\frac{5T}{6}$

۴۷- نوسانگری روی یک خط راست به طول $4cm$ در دو طرف نقطهٔ تعادلش $(x = 0)$ با بسامد زاویه‌ای $\frac{5\pi}{6}$ از انتهای مسیر خود شروع به نوسان می‌کند. در چه لحظه‌ای برای دومین بار از مکان $x = +1cm$ عبور می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۸- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/02\cos 20\pi t$ است. در چه لحظه‌ای پس از $t = 0$ برای دومین بار مکان متحرک $x = +1cm$ می‌شود؟

۱) $\frac{1}{60}$ ۲) $\frac{1}{30}$ ۳) $\frac{1}{12}$ ۴) $\frac{1}{6}$

۴۹- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0/04\cos 50\pi t$ است. در چه لحظه‌هایی از دورهٔ اول حرکت، مکان نوسانگر $-0/02m$ است؟

۱) $\frac{1}{75}$ ۲) $\frac{1}{100}$ ۳) $\frac{2}{75}$ ۴) گزینهٔ (۱) و (۳) درست است.

در تست‌های زیر به ویژگی‌های نقاط خاص مسیر دقت کنید.

۵۰- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/03\cos 10\pi t$ است. در چه لحظه‌ای پس از $t = 0$ برای اولین بار سرعت صفر می‌شود؟

۱) $t = 0/2s$ ۲) $t = 0/1s$ ۳) $t = 0/3s$ ۴) $t = 0/15s$

۵۱- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. در چه لحظه‌هایی بر حسب دوره، نوسانگر در نقطهٔ بازگشت قرار دارد؟ (k عدد صحیح است)

برگرفته از کتاب درسی

۱) $(2k-1)\frac{T}{2}$ ۲) $\frac{T}{4}$ ۳) $(2k-1)\frac{T}{4}$ ۴) $k\frac{T}{2}$

۵۲- ذره‌ای در حال نوسان هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب T است. با فرض اینکه در $t = 0$ ذره در $x = +A$ باشد تعیین کنید در چه تعداد از زمان‌های زیر تندی ذره بیشینه است؟

برگرفته از کتاب درسی

الف) $t_1 = 2T$ ب) $t_2 = 3/5T$ پ) $t_3 = 5/25T$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

در سه تست زیر به شتاب تابع کسینوسی (ωt) پرداخته‌ایم.

۵۳- تغییر شناسهٔ تابع کسینوس در معادلهٔ مکان – زمان نوسانگر در مدت یک ثانیه با کدام کمیت وابسته به نوسانگر برابر است؟

برگرفته از کتاب درسی و مشابه سراسری تجربی – ۸۰

۱) سرعت ۲) دوره ۳) بسامد ۴) بسامد زاویه‌ای

۵۴- شناسهٔ تابع کسینوس در معادلهٔ مکان – زمان در مدت $\frac{1}{120}s$ به اندازهٔ $\frac{\pi}{10}$ تغییر می‌کند. بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

کنکور دهه‌های گذشته – با تغییر

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۶۰ ۴) ۱۲۰

۵۵- نوسانگری روی پاره‌خطی در امتداد محور x ها حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که شناسهٔ تابع کسینوس در معادلهٔ مکان – زمان نوسانگر برابر $\frac{7\pi}{6}$ رادیان است، کدام گزینه درست است؟

۱) بردار مکان نوسانگر، در جهت مثبت محور است.
۲) بردار شتاب نوسانگر، خلاف جهت مثبت محور است.
۳) بردار سرعت نوسانگر، در جهت مثبت محور است.
۴) حرکت نوسانگر، کندشونده است.

۵۶- کدام معادلهٔ داده شده معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده نمی‌باشد؟

برگرفته از کتاب درسی

۱) $x=5\sin 5\pi t$ ۲) $x=0/5\cos 2t$ ۳) $x=4\tan 2t$ ۴) $x=2+0/5\cos 2t$

بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده

برای یادآوری بازه‌های زمانی شناخته شده به سه تست اول و حل آن‌ها توجه کنید.

۵۷- در یک حرکت هماهنگ ساده مدت زمانی که نوسانگر از مکان $+A$ بدون تغییر جهت به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود چند برابر مدت زمان حرکت از $+\frac{A}{2}$ بدون تغییر جهت به مبدأ می‌باشد؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{2}{3}$

۵۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، بازهٔ زمانی که در آن نوسانگر بدون تغییر جهت از $+A$ به مکان $x=\frac{+\sqrt{2}}{2}A$ می‌رود، چند برابر بازهٔ زمانی است که در آن نوسانگر بدون تغییر جهت از مکان $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x=0$ می‌رود؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۲

۵۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر از مرکز نوسان در مدت Δt_1 بدون تغییر جهت به مکان $x=\frac{-\sqrt{3}}{2}A$ می‌رود. سپس بدون تغییر جهت در مدت Δt_2 از مکان $x=\frac{-\sqrt{3}}{2}A$ به مکان $x=-A$ می‌رود. نسبت $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

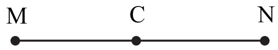
۶۰- نوسانگر ساده‌ای در لحظه‌های $t_1=3s$ و $t_2=5s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1=\frac{A}{2}$ و $x_2=-\frac{A}{2}$ می‌گذرد و در این بازهٔ زمانی سرعت نوسانگر تغییر علامت نمی‌دهد. دوره چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{12}{7}$ ۴) ۱۲

۶۱- نوسانگر ساده‌ای با دامنهٔ A نوسان می‌کند. اگر کمترین زمان لازم برای آن‌که نوسانگر از مکان $\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ برسد، برابر با $0/1s$ باشد، دورهٔ حرکت آن چند ثانیه است؟

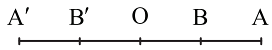
۱) ۰/۶ ۲) ۱ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۴

۶۲- نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خط MN در دو طرف مبدأ تعادل (C) نوسان می‌کند. اگر دوره ۱/۲ ثانیه باشد و نوسانگر، MA را بدون تغییر جهت در مدت ۰/۲ ثانیه بپیماید، کدام گزینه درست است؟ (A بین M و C واقع است.)



۱) $MA = MC$
۲) $MA = \frac{\sqrt{۲}}{۲} MC$
۳) $MA = AC$
۴) $MA = \frac{\sqrt{۳}}{۲} MC$

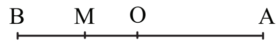
۶۳- در شکل روبه‌رو اگر متحرکی بین دو نقطهٔ A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصلهٔ OB را در مدت $\frac{۱}{۳۰۰}$ ثانیه طی کند، بسامد نوسان چند هرتز است؟



$OB = BA = OB' = B'A'$

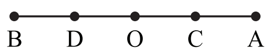
۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۷۵

۶۴- ذره‌ای روی پاره‌خط AB در دو طرف نقطهٔ O دارای حرکت هماهنگ ساده است. نوسانگر در لحظهٔ $t = ۱s$ از نقطهٔ O می‌گذرد و به سوی نقطهٔ B می‌رود و در لحظه‌های $t = ۲s$ و $t = ۴s$ هنگام رفت و برگشت از نقطهٔ M می‌گذرد. دوره چند ثانیه است؟



۱) ۶
۲) ۱۶
۳) ۸
۴) ۱۲

۶۵- متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام می‌دهد. اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصلهٔ CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصلهٔ DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چقدر است؟ سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۶

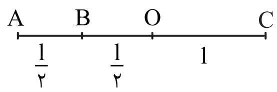


۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

۶۶- در یک حرکت نوسانی ساده متحرک از دامنهٔ $+A$ بدون تغییر جهت به مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ در مدت $\Delta t_۱$ و از $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ نیز بدون تغییر جهت حرکت به مکان $-A$ در مدت $\Delta t_۲$ حرکت می‌کند. نسبت $\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}$ کدام است؟ (A دامنهٔ نوسان است.)

۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) ۲
۳) ۵
۴) $\frac{۳}{۲}$

۶۷- نوسانگری فاصلهٔ AB را بدون تغییر جهت در مدت ۶ ثانیه طی می‌کند. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از O به $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}l$ برود؟



۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۴/۵

۶۸- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = A\cos\omega t$ است. اگر مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ برابر $+\frac{A}{۲}$ و جهت حرکت آن در جهت مثبت محور باشد. پس از چه مدتی برحسب دوره مکان متحرک بدون تغییر جهت مکان متحرک $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌شود؟

۱) $\frac{T}{۶}$
۲) $\frac{T}{۳}$
۳) $\frac{T}{۴}$
۴) $\frac{T}{۱۲}$

در تست‌های زیر نوسانگر در جابه‌جایی خواسته شده تغییر جهت می‌دهد.

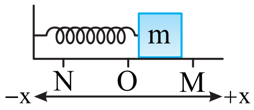
۶۹- در یک حرکت هماهنگ ساده در $t = ۱s$، نوسانگر در موقعیت $x = +A$ و در لحظهٔ $t = ۵s$، بعد از یک بار تغییر جهت در موقعیت $x = -\frac{A}{۲}$ است. دورهٔ نوسان چند ثانیه است؟

۱) ۱۲
۲) ۶
۳) $\frac{۱۶}{۳}$
۴) $\frac{۳۲}{۳}$

آزمون ۱ *

۱- مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم m به فنری با جرم ناچیز متصل است و بین دو نقطهٔ M و N حرکت نوسانی هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چه تعداد از جملات زیر درست می‌باشند؟

قلم‌چی



الف) در نقطهٔ M ، اندازهٔ شتاب نوسانگر بیشینه است.

ب) در نقطهٔ O اندازهٔ سرعت نوسانگر بیشینه است.

پ) در نقطهٔ N علامت شتاب منفی است.

ت) در نقطهٔ N اندازه‌ی نیروی کشسانی فنر کمینه است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

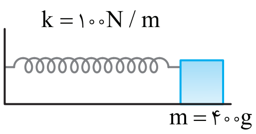
۲- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ ۸ میلی‌متر، در مدت ۳۰ ثانیه، ۱۲۰ بار جهت شتاب عوض می‌شود. در لحظه‌ای که فاصلهٔ نوسانگر از یک انتهای مسیر ۳ میلی‌متر است، اندازهٔ شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi \simeq \sqrt{10})$

۱) ۰/۲ ۲) ۲ ۳) ۰/۸ ۴) ۸

۳- در یک حرکت هماهنگ ساده، بیشینهٔ اندازهٔ سرعت متوسط وقتی نوسانگر جابه‌جایی معادل یک دامنه را می‌پیماید، چند برابر تندی نوسانگر هنگام گذر از مرکز نوسان است؟

۱) $\frac{3}{\pi}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) π

۴- در شکل روبه‌رو، طول طبیعی فنر ۵۰ سانتی‌متر، وزنه ساکن و اصطکاک ناچیز است. اگر وزنه را تا جایی ببریم که طول فنر $60cm$ شود و از این وضعیت رها کنیم، چند ثانیه پس از رها کردن وزنه طول فنر برای نخستین بار ۴۵ سانتی‌متر می‌شود؟ $(\pi \simeq \sqrt{10})$



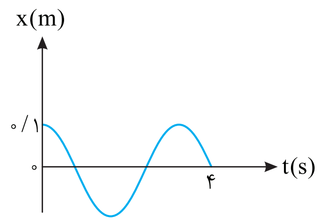
۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{2}{15}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{4}{15}$

۵- دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای برابر $4cm$ است. از لحظه‌ای که نوسانگر در مکان $x = +2\sqrt{3}cm$ با حرکت تندشونده می‌گذرد تا لحظه‌ای که برای دومین بار شتاب حرکت صفر می‌شود $\frac{4}{150}$ ثانیه طول می‌کشد. معادلهٔ حرکت این نوسانگر در SI کدام گزینه می‌باشد؟

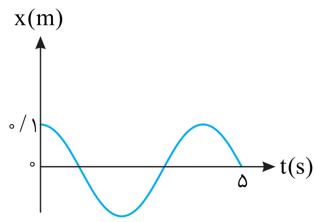
۱) $x = 4\cos 50\pi t$ ۲) $x = 0/04\cos 50\pi t$ ۳) $x = 4\cos 25\pi t$ ۴) $x = 0/04\cos 25\pi t$

۶- معادلهٔ سرعت - مکان نوسانگری در SI به صورت $v^2 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4}x^2$ است. نمودار مکان - زمان آن کدام است؟ سراسری ریاضی ۹۵ - با تغییر

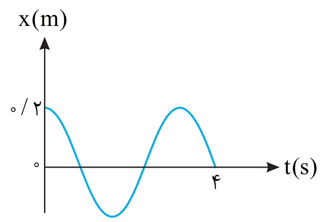
۱)



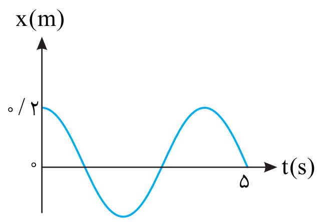
۲)



۳)

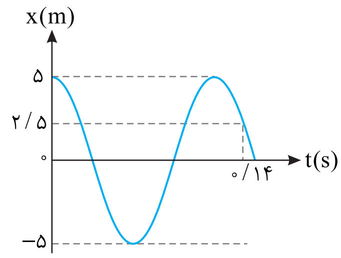


۴)



* این آزمون مربوط به بخش اول می‌باشد.

۷– نمودار مکان – زمان نوسانگری به صورت روبه‌رو است. در کدام بازهٔ داده شده تندی متوسط و سرعت متوسط نوسانگر با هم برابر است؟



۱) ۰/۲s تا ۰/۷s
۲) صفر تا ۰/۶s
۳) ۰/۹s تا ۰/۱۴s
۴) ۰/۱s تا ۰/۱۲s

۸– در یک حرکت هماهنگ ساده در یک دوره از لحظه‌ای که اندازهٔ شتاب نوسانگر $|a|=+\frac{\sqrt{۳}}{۲}a_{max}$ و سرعت مثبت است تا لحظه‌ای که اندازهٔ شتاب نوسانگر $|a|=+\frac{\sqrt{۳}}{۲}a_{max}$ و سرعت منفی می‌شود، مسافت طی شده چند برابر جابه‌جایی نوسانگر است؟ (با فرض اینکه جابه‌جایی نوسانگر صفر نمی‌شود.)

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) ۱

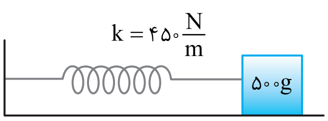
۹– معادلهٔ نیرو – سرعت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $F^۲=۱۰۰-۱۰v^۲$ است. اگر جرم نوسانگر ۱۰g باشد، دامنهٔ نوسان‌های نوسانگر چند سانتی‌متر است؟
قلم‌چی

۱) ۱۰ ۲) $۱۰^{-۲}$ ۳) ۱ ۴) $۱۰^{-۱}$

۱۰– چهار سر نشین به جرم کل ۴۰۰kg وقتی درون اتومبیلی می‌نشینند کمک فنرهای کهنهٔ آن ۴cm فشرده می‌شوند. اتومبیل و سرنشینان را به صورت جسم واحدی که روی یک فنر آرمانی قرار دارند در نظر بگیرید. اگر دورهٔ تناوب ارتعاش اتومبیل به همراه سرنشینان 1s باشد، دورهٔ تناوب ارتعاش اتومبیل خالی چقدر است؟ $(\pi\simeq\sqrt{۱۰})$
برگرفته از کتاب درسی

۱) $\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲۱}}{۵}$ ۳) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۱۱– در شکل روبه‌رو اگر وزنه را از فنر جدا کرده و از یک ریسمان سبک بیاویزیم، طول ریسمان چند سانتی‌متر باشد تا دوره‌ی نوسان وزنه (آونگ) سه برابر دوره‌ی دستگاه جرم – فنر شود؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰
۳) ۰/۱ ۴) ۰/۰۱

۱۲– معادلهٔ اندازهٔ شتاب بر حسب مکان، آونگ ساده‌ای در نوسانات کم‌دامنه و در SI به صورت $|a|=+\pi^۲x$ است. اگر $g=\pi^۲=۱۰$ فرض شود، طول آونگ چند متر است؟
سراسری خارج از کشور ریاضی – ۸۸

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۱۰}$

۱۳– دورهٔ آونگ ساده‌ای T است. آن را به سقف واگن قطاری که با شتاب ثابت a روی ریل افقی در حرکت است، متصل می‌کنیم و به نوسان در می‌آوریم. اگر دورهٔ آونگ را در این حالت T' بنامیم، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

۱) $T'>T$ ۲) $T'<T$ ۳) $T'=T$ ۴) هر سه حالت ممکن است.

۱۴– دورهٔ آونگ ساده‌ای در سطح زمین 2s است، اگر این آونگ به سیاره‌ای برده شود که چگالی و شعاع سیاره به ترتیب ۳ و ۲ برابر چگالی و شعاع کره‌ی زمین باشد، دورهٔ آونگ چند ثانیه خواهد شد؟

۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

فصل ۳ نوسان و موج

پاسخ‌های تشریحی

۱- گزینهٔ ۴ هر سه حرکت دوره‌ای است زیرا در زمان‌های یکسان چرخه تکرار می‌شود.

۲- گزینهٔ ۱ حرکت هماهنگ ساده یک حرکت رفت و برگشت روی خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر است که هیچ‌یک از حرکت‌های بیان شده این ویژگی را ندارد.

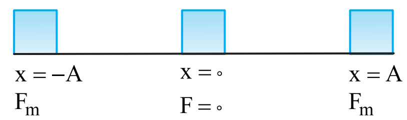
۳- گزینهٔ ۳ نوسان‌ها می‌توانند دوره‌ای و یا غیر دوره‌ای باشند و گزینهٔ (۱) نادرست است.
معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده می‌تواند به‌صورت یک تابع کسینوسی یا یک تابع سینوسی نوشته شود و گزینهٔ (۲) نادرست است.
به نوسان‌های سینوسی حرکت هماهنگ ساده گویند که معادلهٔ حرکت آن‌ها کسینوسی یا سینوسی است که به‌طور عمومی آن‌ها را تابع سینوسی گویند و گزینهٔ (۳) درست است. درنتیجه قطعاً گزینهٔ (۴) نادرست است.

۴- گزینهٔ ۴ شکل (ب) و (ت) نمودارهای سینوسی و کسینوسی هستند که به آن‌ها به‌طور عمومی تابع سینوسی می‌گویند و مربوط به حرکت هماهنگ ساده هستند.

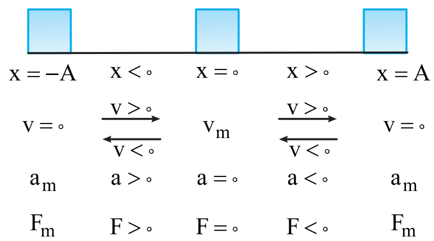
۵- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده، یک نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

۶- گزینهٔ ۳ با توجه به قانون هوک $(F=-kx)$ نیرو و مکان همواره در خلاف جهت هم هستند.

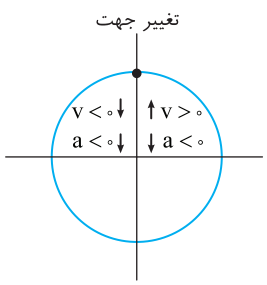
۷- گزینهٔ ۳ هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی وارد بر آن صفر است. بنابراین هنگامی که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



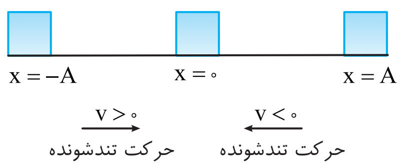
۸- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



۹- گزینهٔ ۲ سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x=+A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



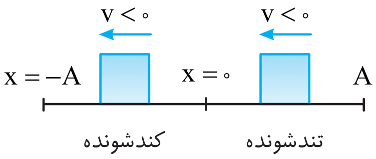
۱۰- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر از دامنه به‌سوی مرکز نوسان در حرکت است، سرعتش در حال افزایش است، در این صورت ممکن است سرعت نوسانگر مثبت و یا منفی باشد.



۱۱- گزینهٔ ۲ در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و هرگاه شتاب مثبت است، مکان الزاماً منفی است.

۱۲- گزینهٔ ۴ حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است. هنگام گذر نوسانگر از مرکز نوسان جهت بردار شتاب عوض می‌شود و در مرکز نوسان شتاب صفر و در دو انتهای مسیر شتاب بیشینه است.

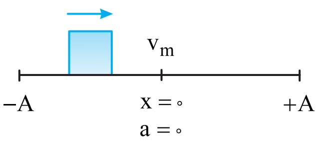
۱۳- گزینهٔ ۴ هنگامی که سرعت منفی باشد یعنی جهت حرکت نوسانگر در خلاف جهت محور x ها است پس در مکان‌های مثبت $(x>0)$ هنگامی که نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطهٔ تعادل باشد سرعت منفی است و با نزدیک شدن به مرکز نوسان تندی افزایش می‌یابد پس سرعت در حال افزایش است. همچنین در مکان‌های منفی نیز هنگامی که نوسانگر در خلاف جهت محور x ها یعنی در حال حرکت به سمت $-A$ باشد سرعت نوسانگر منفی است که در این زمان نوسانگر در حال دور شدن از نقطه تعادل است پس تندی کاهش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۱) و (۲) می‌تواند درست باشد.



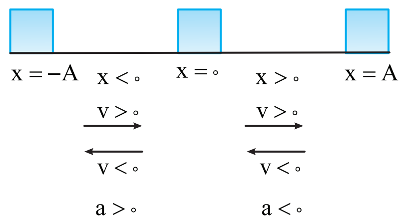
۱۴- گزینهٔ ۲ دو انتهای مسیر نوسان $(x=\pm A)$ را که در آن‌جا تندی نوسانگر صفر می‌شود و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را نقطهٔ بازگشت می‌گویند. در این نقاط تندی صفر است اما شتاب نوسانگر بیشینه است زیرا نیروی خالص برگرداننده وارد بر نوسانگر در این نقاط بیشینه است.

۱۵- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینهٔ (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم‌جهت هستند، پس گزینهٔ (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود، در حالی‌که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست و گزینهٔ (۴) درست است.

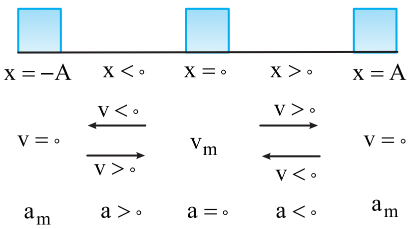
۱۶- گزینهٔ ۳ در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر به مبدأ نزدیک می‌شود، تندی در حال افزایش است اما به دلیل کاهش نیروی خالص وارد بر نوسانگر شتاب کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) درست است.



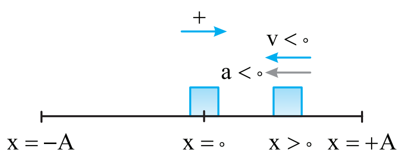
۱۷- گزینهٔ ۴ در حرکت هماهنگ ساده، شتاب نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان است و هنگامی‌که نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار دارد شتاب منفی و هنگامی‌که نوسانگر در مکان‌های منفی قرار دارد شتاب مثبت است. اما علامت شتاب و سرعت با هم رابطه‌ای ندارند. یعنی وقتی شتاب مثبت است، سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد.



۱۸- گزینهٔ ۳ هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان به سوی دامنه در حرکت باشد، حرکت کندشونده است و ممکن است مکان نوسانگر مثبت یا منفی باشد، همچنین علامت سرعت و یا علامت شتاب نیز می‌تواند مثبت و یا منفی باشد.

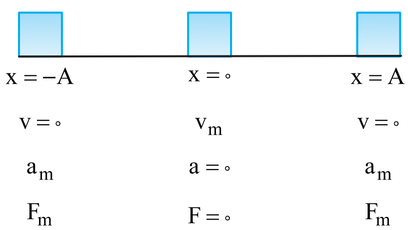


۱۹- گزینهٔ ۳ مکان مثبت است و مطابق شکل برای آن‌که حرکت تندشونده باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان باشد بنابراین سرعت منفی و چون حرکت تندشونده است شتاب نیز منفی است البته می‌دانیم که مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و هرگاه مکان مثبت است قطعاً شتاب منفی است.

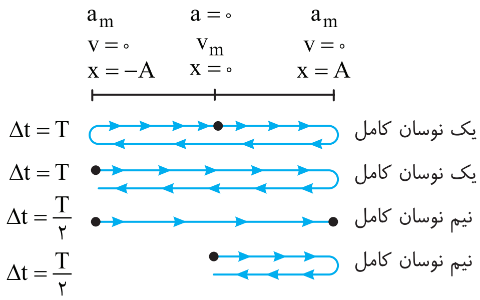


۲۰- گزینهٔ ۴ جسم در حال حرکت به سمت نقطهٔ بازگشت و تندی آن در حال کاهش است پس، حرکت آن کندشونده و نیروی وارد بر آن در خلاف جهت محور x ها است زیرا در حرکت هماهنگ ساده علامت نیروی خالص همواره خلاف علامت مکان است.

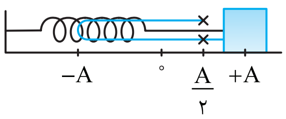
۲۱- گزینهٔ ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب، و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در هر دوره شتاب و نیرو، دو بار صفر می‌شود.



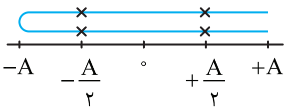
۲۲- گزینهٔ ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازهٔ $\frac{T}{۲}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.



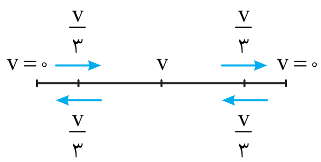
۲۳- گزینهٔ ۲ در هر دوره نوسانگر دو بار از $x=+\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند درواقع در هر دوره متحرک دو بار از هر نقطه بین A تا $-A$ می‌گذرد.



۲۴- گزینهٔ ۲ نوسانگر دو بار در $x=+\frac{A}{۲}$ و دو بار در $x=-\frac{A}{۲}$ در هر دوره قرار می‌گیرد پس در هر دوره ۴ بار فاصلهٔ نوسانگر از $x=۰$ برابر $\frac{A}{۲}$ می‌شود.

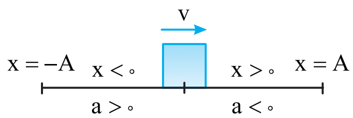


۲۵- گزینهٔ ۳ تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطهٔ تعادل بیشینه یعنی v است از این‌رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل روبه رو در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{۳}$ می‌شود.



نتیجه: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{۱}{n}v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

۲۶- گزینهٔ ۴ در گذر از مبدا (نقطهٔ تعادل) بردار مکان تغییر علامت می‌دهد اما بردار سرعت تغییر جهت نداده در صورتی که شتاب تغییر جهت می‌دهد.



۲۷- گزینهٔ ۱ با یک تناسب ساده مسأله قابل حل است.

$N=۴۰$ نوسان	$t=۲۰s$
۱ نوسان	$T=?$

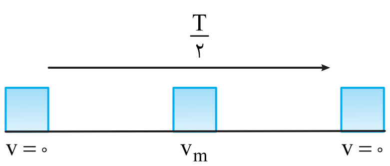
$$\Rightarrow T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۲۰}{۴۰}=۰/۵s$$

۲۸- گزینهٔ ۲ هر دو بار طی مسیر، معادل یک نوسان است از این رو نوسانگر در $۳۰s$، ۲۰ نوسان انجام داده است.

$$T=\frac{t}{N}=\frac{۳۰}{۲۰}\Rightarrow T=\frac{۳}{۲}s\Rightarrow f=\frac{۲}{۳}Hz$$

۲۹- گزینهٔ ۳ هرگاه نوسانگر در انتهای مسیر باشد سرعت آن صفر است. در بازهٔ زمانی $\frac{T}{۲}$ نوسانگر به انتهای دیگر مسیر می‌رسد و سرعتش صفر می‌شود، بنابراین: $\frac{T}{۲}=۰/۱\Rightarrow T=۰/۲s$

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۲}\Rightarrow f=۵Hz$$



۳۰- گزینهٔ ۳ نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد، بنابراین ۲۰۰ بار گذر از مرکز نوسان به معنای ۱۰۰ دوره است. در مدت ۵ ثانیه ۱۰۰ دوره اتفاق افتاده است. در این صورت یک دوره برابر با $\frac{۵}{۱۰۰}=۰/۰۵$ ثانیه خواهد بود.

$$f=\frac{۱}{T}\Rightarrow f=\frac{۱}{۰/۰۵}\Rightarrow f=۲۰Hz$$

۳۱- گزینهٔ ۳ نوسانگر در هر نوسان کامل، ۲ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. با توجه به این‌که نوسانگر در طول یک دقیقه ۱۲۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده، بنابراین تعداد نوسانات در یک دقیقه برابر با ۶۰ است. در نتیجه دورهٔ نوسان برابر با $1s$ $(T=\frac{t}{N}=\frac{۶۰}{۶۰})$ است. در مدت $۴s$ نوسانگر ۴ نوسان انجام می‌دهد. بنابراین ۸ بار طول پاره‌خط را طی می‌کند. در نتیجه مسافت طی شده برابر با $۸\times۲=۱۶cm$ است.

۳۲- گزینهٔ ۲ A تعداد نوسان‌های اولی را به‌دست می‌آوریم:

$$N_{۱}=\frac{t}{T_{۱}}\Rightarrow N_{۱}=\frac{۶}{۱/۵}=۴$$

تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_{۲}=۴-۱=۳$ است و دورهٔ آن برابر است با:

$$N_{۲}=\frac{t}{T_{۲}}\Rightarrow ۳=\frac{۶}{T_{۲}}\Rightarrow T_{۲}=۲s$$

۳۳- گزینهٔ ۴ A با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای و دوره:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow ۴=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow T_A=\frac{۱}{۴}T_B \quad , \quad T=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=\frac{T_B}{T_A}=۴\Rightarrow f_A=۴f_B$$

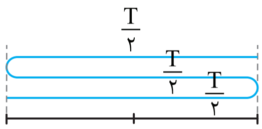
۳۴- گزینهٔ ۱ A تعداد نوسانات A در مدت t دو برابر نوسانات B است از این‌رو:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{N_B}{N_A}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{۱}{۲}$$

با توجه به رابطهٔ بسامد زاویه‌ای و دوره خواهیم داشت:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{T_B}{T_A}\Rightarrow\frac{\omega_A}{\omega_B}=۲$$

۳۵- گزینهٔ ۳ B ابتدا دوره را به‌دست می‌آوریم:



$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow ۴\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۰/۵s$$

نوسانگر با گذشت هر $\frac{T}{۲}$ به نقطهٔ بازگشت می‌رسد.

$$\Delta t_{۱}=\frac{۰/۵}{۲}=۰/۲۵s \quad , \quad \Delta t_{۲}=۲\times\frac{۰/۵}{۲}=۰/۵s \quad , \quad \Delta t_{۳}=۳\times\frac{۰/۵}{۲}=۰/۷۵s \quad , \quad \Delta t_{۴}=۴\times\frac{۰/۵}{۲}=۱s$$

بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۳۶- گزینهٔ ۲ A دورهٔ نوسان ٪۳۶ کاهش یافته بنابراین دورهٔ جدید برابر است با:

$$T_{۲}=T_{۱}-\frac{۳۶}{۱۰۰}T_{۱}=\frac{۶۴}{۱۰۰}T_{۱}=\frac{۱۶}{۲۵}T_{۱}$$

می‌دانیم که بسامد برابر $f=\frac{۱}{T}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} f_{۱}=\frac{۱}{T_{۱}} \\ f_{۲}=\frac{۱}{T_{۲}} \end{cases}\Rightarrow\frac{f_{۲}}{f_{۱}}=\frac{T_{۱}}{T_{۲}}=\frac{۲۵}{۱۶}\Rightarrow f_{۲}=\frac{۲۵}{۱۶}f_{۱}$$

حال درصد تغییرات برابر است با:

$$\frac{\Delta f}{f_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{\frac{۲۵}{۱۶}f_{۱}-f_{۱}}{f_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{۹}{۱۶}\times ۱۰۰=٪۵۶/۲۵$$

بنابراین بسامد ٪۵۶/۲۵ افزایش یافته است.

برای بسامد زاویه‌ای $(\omega=۲\pi f)$ نیز داریم:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{۲\pi f_{۲}-۲\pi f_{۱}}{۲\pi f_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{f_{۲}-f_{۱}}{f_{۱}}\times ۱۰۰=٪۵۶/۲۵$$

۳۷- گزینهٔ ۲ A دامنه $A=۰/۰۵m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega=۲\pi f=۴۰\pi\ rad/s$ است بنابراین معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=۰/۰۵\cos ۴۰\pi t$$

۳۸- گزینهٔ ۲ A طول پاره‌خط مسیر $۲۰cm$ است از این‌رو دامنهٔ حرکت یعنی بیشینه فاصله از نقطهٔ تعادل $A=۱۰cm$ می‌شود. هر دو بار طی پاره‌خط برابر یک نوسان است بنابراین نوسانگر در مدت $۰/۱s$، $N=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$ نوسان انجام می‌دهد و دوره برابر است با:

$$T=\frac{t}{N}\Rightarrow T=\frac{۰/۱}{۱۰}\Rightarrow T=۰/۰۱s \quad , \quad \omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\omega=\frac{۲\pi}{۰/۰۱}\Rightarrow\omega=۲۰۰\pi\ rad/s$$

بنابراین معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=۰/۱\cos ۲۰۰\pi t$$

۳۹- گزینهٔ ۱ دورهٔ حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/4s$$

نوسانگر در $0/4s$ یک نوسان انجام می‌دهد بنابراین ۵۰ نوسان را در مدت:

$$t=NT\Rightarrow t=50\times 0/4=20s$$

۴۰- گزینهٔ ۱ کافی است زمان داده شده را در معادله حرکت جای‌گذاری کنیم. البته باید مثلثات نیز بلد باشیم.

$$x=0/02\cos 20\pi t\xrightarrow{t=\frac{1}{6}s}x=0/02\cos\frac{20\pi}{6}=0/02\cos(\frac{18\pi}{6}+\frac{2\pi}{6})\Rightarrow x=0/02\cos(3\pi+\frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow x=0/02\cos(\pi+\frac{\pi}{3})\Rightarrow x=-0/02\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=-0/01m=-1cm$$

۴۱- گزینهٔ ۱ با توجه به معادلهٔ مکان - زمان داریم:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=A\cos\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{6}\Rightarrow x=A\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{A}{2}$$

۴۲- گزینهٔ ۱ نوسانگر در لحظهٔ t در دامنه $(x=A)$ قرار دارد پس می‌توان لحظهٔ t را زمان شروع حرکت نوسانگر درنظر گرفت و معادلهٔ نوسانگر نیز برابر $x=A\cos\omega t'$ قرار دارد که t' زمان پس از t است، حال با قرار دادن $t'=\frac{2T}{3}$ مکان نوسانگر در لحظهٔ t' را به‌دست می‌آوریم:

$$x=A\cos\frac{2\pi}{T}\times\frac{2T}{3}\Rightarrow x=A\cos\frac{4\pi}{3}=-\frac{A}{2}$$

۴۳- گزینهٔ ۲ با توجه به فرض مسأله:

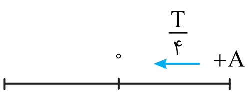
$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\cos\omega t_1\Rightarrow\omega t_1=\frac{\pi}{6}\xrightarrow{t_2=2t_1}\omega t_2=\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=A\cos\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=+\frac{A}{2}$$

۴۴- گزینهٔ ۲ در لحظهٔ $t=2s$ مکان متحرک $x=0$ شده است از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow 0=A\cos\frac{2\pi}{T}\times 2\Rightarrow\cos\frac{4\pi}{T}=0\Rightarrow\frac{4\pi}{T}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=8s$$

روش دیگر: نوسانگر ابتدا در مکان $+A$ بوده و پس از $2s$ به مکان $x=0$ می‌رود زمان حرکت از A تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است. بنابراین:

$$\frac{T}{4}=2\Rightarrow T=8s$$



۴۵- گزینهٔ ۴ ذره در هر دوره $16cm$ مسافت طی کرده بنابراین دامنه برابر است با:

$$4A=16\Rightarrow A=4cm=0/04cm$$

مکان ذره در $t=0/05s$ برابر $x=+2\sqrt{3}cm$ است از این‌رو:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow\frac{2\sqrt{3}}{100}=0/04\cos\omega(\frac{5}{100})\Rightarrow\cos\frac{5}{100}\omega=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{5}{100}\omega=\frac{\pi}{6}\Rightarrow\omega=\frac{10\pi}{3}rad/s$$

معادلهٔ حرکت خواهد شد:

$$x=0/04\cos\frac{10\pi}{3}t$$

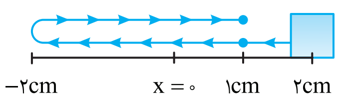
۴۶- گزینهٔ ۳ کافی است در معادلهٔ حرکت، مکان $x=-\frac{A}{2}$ را قرار دهیم.

$$-\frac{A}{2}=A\cos\omega t\Rightarrow\cos\omega t=-\frac{1}{2}$$

در صورت سؤال کمترین زمان پس از $t=0$ خواسته شده است از این‌رو:

$$\omega t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}t=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{T}{3}$$

۴۷- گزینهٔ ۳ طول پاره‌خط $4cm$ است بنابراین دامنه مطابق شکل برابر $2cm$ است:



$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=0/02\cos(\frac{5\pi}{6}t)$$

حال زمان‌هایی که نوسانگر از $x=1cm=0/01m$ عبور می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

$$0/01=0/02\cos(\frac{5\pi}{6}t)\Rightarrow\cos\frac{5\pi}{6}t=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{5\pi}{6}t=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_1=\frac{2}{5}s\ ,\ \frac{5\pi}{6}t=2\pi-\frac{\pi}{3}\Rightarrow t_2=2s$$

بنابراین پس از $2s$ برای دومین بار از $x=1cm$ عبور می‌کند.

۴۸- گزینهٔ ۳ با توجه به فرض مسأله $(x=+1cm)$ خواهیم داشت: $x=0/02\cos 20\pi t \Rightarrow 0/01=0/02\cos 20\pi t \Rightarrow \cos 20\pi t=\frac{1}{2}$

برای اولین بار: $20\pi t=\frac{\pi}{3} \Rightarrow t=\frac{1}{60}s$, برای دومین بار: $20\pi t=5\frac{\pi}{3} \Rightarrow t=\frac{1}{12}s$

۴۹- گزینهٔ ۴ در هر دوره نوسانگر از هر نقطه از مسیر در دو لحظه می‌گذرد.

$x=0/04\cos 50\pi t \Rightarrow -0/02=0/04\cos 50\pi t \Rightarrow \cos 50\pi t=-\frac{1}{2}$

در یک دوره مثلثاتی در ربع دوم و سوم کسینوس منفی است از این‌رو:

بار اول (ربع دوم): $50\pi t=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow t=\frac{2}{150}s \Rightarrow t=\frac{1}{75}s$, بار دوم (ربع سوم): $50\pi t=\frac{4\pi}{3} \Rightarrow t=\frac{4}{150}s \Rightarrow t=\frac{2}{75}s$

۵۰- گزینهٔ ۲ در نقاط بازگشت یعنی در مکان‌های $x=\pm A$ سرعت صفر می‌شود. بنابراین:

$x=-A \Rightarrow \cos 10\pi t=-1 \Rightarrow 10\pi t=\pi \Rightarrow t=0/1s$

۵۱- گزینهٔ ۴ نقاط بازگشت مکان‌های $x=\pm A$ هستند از این‌رو:

$x=A\cos\omega t \Rightarrow \pm A=A\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t=\pm 1 \Rightarrow \omega t=k\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t=k\pi \Rightarrow t=k\frac{T}{2}$

۵۲- گزینهٔ ۲ هنگام گذر متحرک از مرکز $x=0$ تندی ذره بیشینه می‌شود.

$x=0 \Rightarrow \cos\omega t=0 \Rightarrow \omega t=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=\frac{k}{2}T+\frac{T}{4} \Rightarrow t=(2k+1)\frac{T}{4}$

که k عدد صحیح می‌باشد. یعنی زمان باید مضرب فرد $\frac{T}{4}$ باشد.

اکنون زمان‌های داده شده را بررسی می‌کنیم. $t_1=2T=8\frac{T}{4} \Rightarrow$ t_1 مضرب فرد نیست.

$t_2=3/5T=14\times\frac{T}{4} \Rightarrow$ مضرب زوج $\frac{T}{4}$ است. , $t_3=5/25T \Rightarrow t_3=21\times\frac{T}{4} \Rightarrow$ مضرب فرد $\frac{T}{4}$ است.

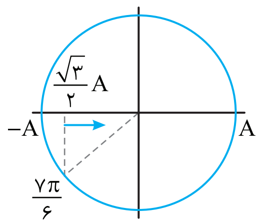
بنابراین در t_3 سرعت بیشینه است.

۵۳- گزینهٔ ۴ تغییر شناسهٔ تابع کسینوس برابر است با: $\omega t_2-\omega t_1=\omega(t_2-t_1)=\omega\times 1=\omega$

۵۴- گزینهٔ ۱ تغییر شناسهٔ تابع کسینوس برابر است با:

$\omega t_2-\omega t_1=\omega(t_2-t_1)=\frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega(\frac{1}{120})=\frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega=12\pi$, $\omega=2\pi f=12\pi \Rightarrow f=6Hz$

۵۵- گزینهٔ ۳ مکان نظیر این کمان را مشخص می‌کنیم مطابق شکل کمان در ربع سوم است و نوسانگر دارای مکان منفی، سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است و حرکت نوسانگر تندشونده است. بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.



۵۶- گزینهٔ ۳ حرکت هماهنگ ساده حرکت سینوسی است که مکان آن به‌صورت تابعی کسینوسی یا سینوسی از زمان بیان می‌شود بنابراین گزینهٔ (۳) حرکت هماهنگ ساده نمی‌باشد.

۵۷- گزینهٔ ۳ با توجه به بازهٔ زمانی شناخته شده خواهیم داشت:

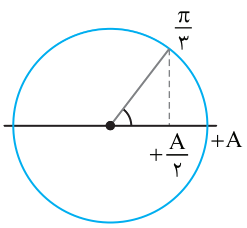
$$\begin{aligned} &+A \to +\frac{A}{2}: \quad \Delta t_1=\frac{T}{6} \\ &+\frac{A}{2} \to 0: \quad \Delta t_2=\frac{T}{12} \end{aligned} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=2$$

روش دیگر: کمان متناظر با $+\frac{A}{2}$ را روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم. اکنون به کمک شناسهٔ تابع کسینوسی می‌توان نوشت:

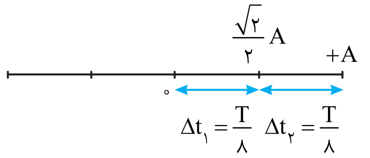
$\omega t_2-\omega t_1=\frac{\pi}{3}-0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}\Delta t_1=\frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t_1=\frac{T}{6}$

در این صورت مدت زمان حرکت از $\frac{+A}{2}$ تا صفر برابر است با: $\Delta t_2=\frac{T}{4}-\frac{T}{6}=\frac{T}{12}$

بنابراین: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}}=2$

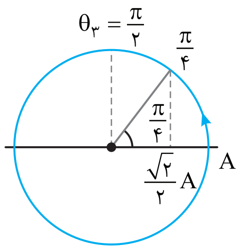


۵۸- گزینهٔ ۲ Ⓐ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده



بنابراین $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=1$

روش دایرهٔ مثلثاتی: زمان از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $x=0$ را حساب می‌کنیم.



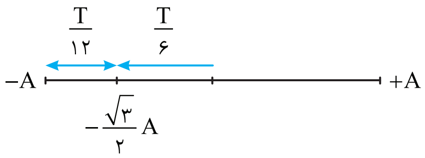
$$x=+A\Rightarrow\theta=0 \quad , \quad x=0\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2} \quad , \quad x=+\frac{\sqrt{2}}{2}A\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{4}$$

$$\omega t_2-\omega t_1=\frac{\pi}{4}-0\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_1=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Delta t_1=\frac{T}{8}$$

$$\omega t_3-\omega t_2=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_2=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\Delta t_2=\frac{T}{8}$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=1$$

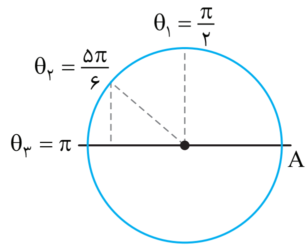
۵۹- گزینهٔ ۳ Ⓐ روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



$$\Rightarrow\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}}=2$$

روش مثلثاتی:

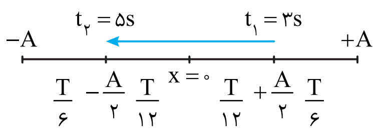
کمان‌های مثلثاتی معادل $x=0$ و $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}A$



$$\omega t_2-\omega t_1=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_1=\frac{\pi}{3}\Rightarrow\Delta t_1=\frac{T}{6}$$

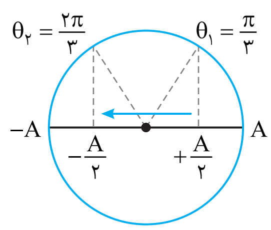
$$\omega t_3-\omega t_2=\pi-\frac{5\pi}{6}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}\Delta t_2=\frac{\pi}{6}\Rightarrow\Delta t_2=\frac{T}{12}\Rightarrow\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{12}}=2$$

۶۰- گزینهٔ ۴ Ⓑ مسیر حرکت را رسم کرده و بازه‌های زمانی روی مسیر را با بازه‌های شناخته شده مقایسه می‌کنیم.



$$5-3=\frac{T}{12}+\frac{T}{12}\Rightarrow 2=\frac{T}{6}\Rightarrow t=12s$$

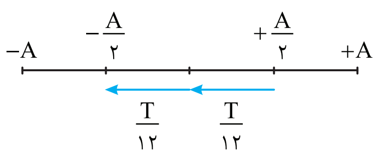
روش دایـرهٔ مثلثاتـی: کمان‌های نظیر مکان‌های $+\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ را مشـخص کرده، تغییر شناسهٔ تابع را به‌دست آورده و مسأله را حل می‌کنیم.



$$\omega t_2-\omega t_1=\theta_2-\theta_1$$

$$\frac{2\pi}{T}\times5-\frac{2\pi}{T}\times3=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\Rightarrow\frac{4\pi}{T}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow T=12s$$

۶۱- گزینهٔ ۱ Ⓑ کمترین زمان یعنی نوسانگر بدون تغییر جهت از $+\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ رفته است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده خواهیم داشت.



$$\Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{12}\Rightarrow 0/1=\frac{T}{6}\Rightarrow T=0/6s$$

روش دایره مثلثاتی: حل به عهدهٔ دانش‌آموز