فهرست

فصل اول، فیزیک و اندازه‌گیری ۷
درسنامه‌های بخش ۱: الفبای اندازه‌گیری ۸
درسنامه‌های بخش ۲: خطا، دقت، تخمین ۲۰
درسنامه‌های بخش ۳: چگالی ۲۸
پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۳۵
فصل دوم، کار، انرژی و توان ۵۴
درسنامه‌های بخش ۱: مفهوم کار و مفهوم انرژی ۵۵
درسنامه‌های بخش ۲: ارتباط بین کار و انرژی مکانیکی ۶۶
درسنامه‌های بخش ۳: توان و بازده ۸۵
پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۸۹
فصل سوم، ویژگی‌های فیزیکی مواد ۱۲۰
درسنامه‌های بخش ۱: ویژگی‌های ماده ۱۲۱
درسنامه‌های بخش ۲: مفهوم فشار در حالت‌های مختلف ماده ۱۳۰
درسنامه‌های بخش ۳: اصل پاسکال در مایع ساکن ۱۳۹
درسنامه‌های بخش ۴: کاربرد اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز ۱۴۶
درسنامه‌های بخش ۵: شناوری ۱۵۷
درسنامه‌های بخش ۶: معادله‌ی پیوستگی و اصل برنولی ۱۷۰
پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۱۷۴
فصل چهارم، دما و گرما ۲۰۲
درسنامه‌های بخش ۱: دما و دماسنجی ۲۰۳
درسنامه‌های بخش ۲: انبساط ۲۰۹
درسنامه‌های بخش ۳: گرما و اثر آن بر اجسام ۲۲۱
درسنامه‌های بخش ۴: تعادل گرمایی ۲۴۰
درسنامه‌های بخش ۵: گرما چه‌طور منتقل می‌شود؟ ۲۴۹
درسنامه‌های بخش ۶: رابطه‌ی نسبی گازها و نمودارهای آن ۲۵۵
درسنامه‌های بخش ۷: معادله‌ی حالت ۲۶۲
درسنامه‌های بخش ۸: مسئله‌های ترکیبی ۲۶۹
پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۲۷۲
فصل پنجم، ترمودینامیک ۳۲۱
درسنامه‌های بخش ۱: الفبای ترمودینامیک ۳۲۲
درسنامه‌های بخش ۲: قانون اول ترمودینامیک و آشنایی با نمودارهای آن ۳۲۶
درسنامه‌های بخش ۳: بررسی فرایندهای خاص ۳۳۶
درسنامه‌های بخش ۴: چرخه‌های ترمودینامیکی ۳۵۴
درسنامه‌های بخش ۵: قانون دوم ترمودینامیک در ماشین‌های گرمایی ۳۶۱
درسنامه‌های بخش ۶: ماشین‌های گرمایی برون‌سوز و درون‌سوز ۳۶۶
درسنامه‌های بخش ۷: قانون دوم ترمودینامیک در یخچال‌ها ۳۶۹
پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۳۷۴
ضمائم ۴۰۷
پاسخ‌نامه‌ی کلیدی ۴۱۰
آزمون جامع (سؤالات کنکور ۹۵) ۴۱۴
پاسخ تشریحی کنکور ۹۵ ..... ۴۱۷
آزمون جامع (سؤالات کنکور ۹۶) ۴۲۱
پاسخ تشریحی کنکور ۹۶ ..... ۴۲۴
کتاب‌نامه ۴۲۸

فصل ۱

فیزیک و اندازه‌گیری

درس‌نامه‌های بخش ۱: الفبای اندازه‌گیری

۱ فیزیک، دانش بنیادی

کمیت‌ها، اندازه‌گیری، تبدیل واحد، تخمین و حتی چگالی چیزهای مهمی هستند که در این فصل یاد می‌گیریم و در همه‌جای فیزیک به دردمان می‌خورد. در این درس‌نامه، اول با مفهوم علم فیزیک آشنا می‌شویم.

فیزیک، دانش بنیادی

فیزیک (Physics) یک واژه‌ی یونانی قدیمی به معنی «طبیعت» است. علم فیزیک «پدیده»های گوناگون طبیعت را «بررسی» می‌کند. بد نیست درباره‌ی واژه‌ی «پدیده» بیشتر توضیح دهیم.

پدیده، منظورمان از واژه‌ی «پدیده» چیز عجیب و غریبی نیست. هر اتفاقی که در اطراف ما می‌افتد، یک پدیده است. حرکت زمین به دور خورشید، شیرجه‌رفتن درون آب استخر، ترکاندن بادکنک با سوزن، جوشیدن آب درون یک سماور، موج مکزیکی رفتن در استادیوم و ... همگی پدیده‌اند.

مراحل بررسی یک پدیده

فیزیک‌دان‌ها برای بررسی یک پدیده مراحل زیر را به ترتیب اجرا می‌کنند:

۱- **مشاهده‌ی پدیده:** ابتدا پدیده را مشاهده می‌کنند. منظور از مشاهده فقط نگاه‌کردن نیست، بلکه جمع‌آوری همه‌ی اطلاعاتی است که از پدیده می‌توانیم به دست بیاوریم. مثلاً اندازه‌گرفتن زمانِ افتادن یک برگ از درخت به روی زمین نوعی مشاهده است.

۲- **ارائه‌ی قانون، مدل و نظریه‌ی فیزیکی:** فیزیک‌دان‌ها در مرحله‌ی بعدی اطلاعات را تحلیل می‌کنند، حسابی فکر می‌کنند و سعی می‌کنند پدیده را با استفاده از قانون، ارائه‌ی مدل و طرح نظریه‌ی فیزیکی توضیح دهند. (به قول کتاب درسی در این مرحله تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان نقش اساسی دارد.)

۳- **آزمون درستی و نادرستی:** در آخر با انجام آزمایش، درستی یا نادرستی قانون، مدل و نظریه‌ای را که بیان کردند مشخص می‌کنند. ممکن است سال‌ها طول بکشد تا با یک آزمایش نادرست‌بودن یک نظریه مشخص شود.

چندنکته

۱ آزمایش و مشاهده در فیزیک خیلی مهم است اما تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان در تکامل فیزیک مهم‌تر است.

۲ این‌طور نیست که یک مدل یا نظریه‌ی فیزیکی حتماً برای همیشه درست باشد. همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش جدیدی انجام شود و ثابت کند مدل و نظریه‌ی قبلی به بازنگری یا به طور کلی به جایگزینی نیاز دارد. «جایگزینی» و «بازنگری» در طول تاریخ دانش فیزیک بارها اتفاق افتاده است که به یک نمونه از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

نمونه: **نظریه‌ی اتمی**، نظریه‌ی اتمی که دنیای درون اتم را توصیف می‌کند، چندین بار به خاطر به دست آوردن اطلاعات جدید از رفتار اتم‌ها اصلاح شد. در شکل زیر روند این اصلاح‌ها را می‌بینید:

۳ «آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی» نه‌تنها یک ایراد برای دانش فیزیک محسوب نمی‌شود، بلکه نقطه‌ی قوت آن است چون باعث کامل‌شدن شناخت ما از جهان می‌شود.

مفهوم قانون فیزیکی و اصل فیزیکی

قانون‌های فیزیکی معمولاً ویژگی‌های زیر را دارند:

۱ اغلب با گزاره‌های کلی، کوتاه و مختصر بیان می‌شوند.

۲ ارتباط ریاضی بین بعضی از کمیت‌های فیزیکی را نشان می‌دهند.

۳ عمومیت دارند؛ یعنی در دامنه‌ی وسیعی از پدیده‌های طبیعت اعتبار دارند.

قانون‌های نیوتون در دینامیک و قانون کولن در الکتریسیته از آن دسته قوانین فیزیکی هستند که به وضوح این ویژگی‌ها را دارند.

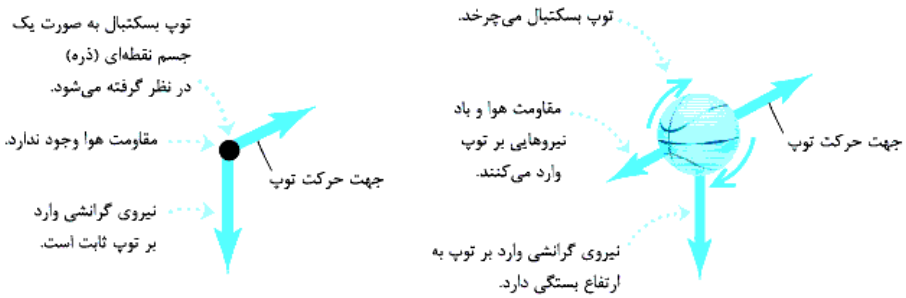
اصل‌های فیزیکی هم ارتباط ریاضی بین بعضی از کمیت‌های فیزیکی را بیان می‌کنند؛ ولی تفاوت آن‌ها با قانون‌های فیزیکی در این است که عمومیت کم‌تری دارند؛ یعنی برای بیان دامنه‌ی محدودتری از پدیده‌های فیزیکی استفاده می‌شوند. مثلاً اصل پاسکال که فقط برای توصیف شاره‌های ساکن و محصور به کار می‌رود.

مدل‌سازی در فیزیک

برای این‌که یک پدیده رخ بدهد عوامل ریز و درشت زیادی دخالت دارند. به همین خاطر تحلیل یک پدیده با در نظر گرفتن همه‌ی جزئیات خیلی پیچیده و حتی غیرممکن است. برای ساده‌شدن بررسی‌هایمان چشمانمان را بر روی عواملی که اثر جزئی دارند می‌بندیم و تنها بر عامل‌های مهم و سرنوشت‌ساز تأکید می‌کنیم. اسم این کار مدل‌سازی است! در واقع:

«مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که طی آن یک پدیده‌ی فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.»

نمونه: حرکت یک توپ فوتبال را در نظر بگیرید.



(الف) توپ بسکتبال در هوا (ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

در جدول زیر پیچیدگی‌های این پدیده و فرض‌هایی را که در فرایند مدل‌سازی اعمال می‌کنیم می‌بینید:

پیچیدگی	برای ساده‌سازی فرض می‌کنیم...
توپ یک کره‌ی کامل نیست و درزها و برجستگی‌هایی دارد و توپ در حال حرکت به دور خود هم می‌چرخد.	با چشم‌پوشی از ابعاد، شکل و چرخش، توپ به شکل یک نقطه است.
باد و مقاومت هوا بر حرکت توپ اثر می‌گذارند.	فرض می‌کنیم توپ در خلأ حرکت می‌کند و باد و هوایی در کار نیست.
وزن توپ با تغییر ارتفاع (فاصله تا مرکز زمین) اندکی تغییر می‌کند.	فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع ثابت است.

حواستون باشه *موقع مدل‌سازی از عامل‌های مهم صرف‌نظر نکنید چون در این صورت سرنوشت پدیده کلاً عوض می‌شه. مثلاً در حرکت توپ فوتبال حق نداریم وزن توپ رو نادیده بگیریم، چون مهم‌ترین عامل در حرکت توپ، وزن آن است.*

حالا می‌تونید تستای ۱ تا ۵ رو پاسخ بدید.

۲ اندازه‌گیری و کمیت

«اندازه‌گیری» در فیزیک خیلی مهم است. اصلاً می‌گویند: «فیزیک علم اندازه‌گیری است». برای این‌که بدانیم اندازه‌گیری چیست، باید با دو اصطلاح آشنا شویم:

۱- کمیت: به هر چیزی که بتوان مقدار آن را با یک عدد بیان کرد، کمیت می‌گوییم. مثلاً طول، جرم و نیرو همگی کمیت هستند زیرا مقدارشان با یک عدد مشخص می‌شود اما چیزهایی مثل ترس، زیبایی و احساس شادی کمیت نیستند زیرا نمی‌توانیم مقدارشان را با یک عدد مشخص کنیم، مثلاً *هیچ‌وقت نمی‌گیم من ۳ تا می‌ترسم یا من ۵۰۰ تا گرسنمه!*

مثال **کدام‌یک از مفاهیم زیر کمیت نیست؟**

۱) جریان الکتریکی ۲) احساس گرمی ۳) مزیت مکانیکی ۴) کار

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** از میان گزینه‌ها تنها چیزی را که نمی‌توان با هیچ ابزاری اندازه گرفت و با عدد معرفی کرد، احساس گرمی است. (البته دما کمیتی برای سنجش میزان گرمی است، اما احساس گرمی را نمی‌شود اندازه گرفت!)

۲- یکا (واحد): مقداری معین و قراردادی از یک کمیت را «یکا» یا «واحد» آن کمیت می‌گوییم. هر کمیت یکا یا یکاهای مخصوص خود را دارد. مثلاً وقتی می‌گوییم «متر»، یکی از یکاهای طول است، یعنی ۱ متر مقدار معینی از طول است. یکای هر کمیت باید دارای دو ویژگی باشد: ۱) **تغییرناپذیر باشد.** ۲) **قابلیت بازتولید داشته باشد**، پس مثلاً «فاصله‌ی نوک بینی تا نوک انگشت اشاره‌ی دست کشیده شده» یکای مناسبی برای طول نیست، چون برای افراد مختلف مقداری متفاوت و تغییرپذیر است.

حالا می‌توانیم درباره‌ی اندازه‌گیری، دقیق‌تر صحبت کنیم. منظور از اندازه‌گیری یک کمیت، مقایسه‌ی مقدار آن کمیت با مقدار یکای آن است. مثلاً وقتی می‌خواهیم طول یک درخت را برحسب متر اندازه بگیریم، هدفمان این است که مشخص کنیم طول این درخت چند برابر یک متر است.

نکته برخی از کمیت‌ها یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی که پارسال یاد گرفتید.

دسته‌بندی کمیت‌ها

کمیت‌ها را از نظر ماهیت به دو دسته‌ی **نرده‌ای (عددی)** و **برداری** تقسیم‌بندی می‌کنیم. هم‌چنین به صورت قراردادی آن‌ها را در دو گروه **اصلی** و **فرعی** نیز قرار می‌دهیم. بنابراین یک کمیت از یک سو می‌تواند نرده‌ای یا برداری باشد و از سوی دیگر یا اصلی است یا فرعی. ادامه‌ی ماجرا راجع به این موضوع است:

کمیت‌های عددی و برداری

همه‌ی کمیت‌ها اندازه دارند. بعضی از آن‌ها جهت هم دارند. به همین خاطر کمیت‌ها را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

۱- کمیت‌های عددی (نرده‌ای)[1]

این کمیت‌ها جهت ندارند، مثل جرم، طول، زمان، حجم، چگالی و ... . هر کمیت فیزیکی نرده‌ای را باید با عدد و یکای مناسبش بیان کنیم. یعنی این‌طوری:

۴۵ s ← مثال: زمان | عدد | یکا | : نمایش یک کمیت نرده‌ای

حواسمون باشه *که اگر یکا را ننویسیم، عدد خالی به تنهایی هیچ معنایی نداره!*

نکته حساب‌کتاب کمیت‌های نرده‌ای، جبری است. یعنی آن‌ها را با همان روشی که در دبستان یاد گرفتیم، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم می‌کنیم. مثلاً جمع ۵۰ گرم با ۱۰۰ گرم می‌شود ۱۵۰ گرم.

۲- کمیت‌های برداری

این کمیت‌ها هم اندازه دارند و هم جهت، مثل جابه‌جایی. اگر بخواهیم یک کمیت برداری را معرفی کنیم، باید مقدار، یکا و جهت آن را به شکل زیر بنویسیم:

۲۵ m (به طرف شمال) ← مثال: جابه‌جایی | جهت | یکا | عدد | :نمایش یک کمیت برداری

یکا و جهت را فراموش نکنید.

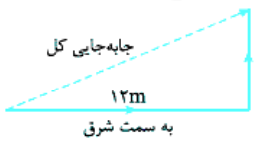
نکته برای جمع و تفریق کمیت‌های برداری باید از «بردار» و قاعده‌های مربوط به آن استفاده کنیم. یعنی جمع، تفریق و ضرب این کمیت‌ها معمولی (جبری) نیست. با حل مثال زیر بهتر درک می‌کنید که ما چه می‌گوییم.

مثال **متحرکی ابتدا ۱۲ m به طرف شرق و سپس ۵ m به طرف شمال حرکت می‌کند. اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک چند متر است؟**

۱) ۷ ۲) ۱۳ ۳) ۱۷ ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای آن وصل می‌شود.

برای حل این مثال باید از چیزهایی که در سال نهم یاد گرفتید، استفاده کنیم. اول شکل مناسبی رسم می‌کنیم:



حالا از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$\text{جابه‌جایی کل} = \sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲} = \sqrt{۲۵ + ۱۴۴} = \sqrt{۱۶۹} = ۱۳\ \text{m}$$

پس جابه‌جایی متحرک در کل حرکت ۱۳ متر است. همان‌طور که دیدید حاصل‌جمع دو جابه‌جایی به اندازه‌های ۵ m و ۱۲ m برابر جمع جبری آن‌ها ($۱۲ + ۵ = ۱۷\ \text{m}$) نمی‌شود! یعنی کمیت‌های برداری از قواعد جمع و تفریق **معمولی** پیروی نمی‌کنند.

نکته از بین کمیت‌هایی که شما در علوم دوره‌ی متوسطه‌ی اول خوانده‌اید، سرعت (متوسط و لحظه‌ای)، شتاب (متوسط و لحظه‌ای)، جابه‌جایی، نیرو و گشتاور برداری هستند و بقیه نرده‌ای!

حواسمون باشه سرعت و جابه‌جایی، کمیت‌های برداری هستند اما تندی (یا همان اندازه‌ی سرعت) و مسافت طی‌شده، کمیت‌های نرده‌ای به حساب می‌آیند.

حواسمون باشه کمیت‌های **کار**، **فشار** و **جریان الکتریکی** از قواعد جمع و تفریق معمولی پیروی می‌کنند. به همین دلیل هر سه تا نرده‌ای هستند.

کمیت‌ها و یکاهای اصلی و فرعی

مسئولیت استانداردسازی و یکسان‌کردن تعریف کمیت‌ها و یکاها در جهان، با سازمانی به نام **مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها** است. دانشمندانِ عضو این سازمان تصمیم‌های زیادی گرفته‌اند که مهم‌ترین آن‌ها عبارت‌اند از:

۱) هفت کمیت را به عنوان **کمیت اصلی** انتخاب کردند و یکای این کمیت‌ها را به عنوان **یکای اصلی** معرفی کردند. مثلاً طول، یک کمیت اصلی و یکای آن متر (m) است. در جدول روبه‌رو این هفت کمیت را با یکاهایشان می‌بینید. واضح است که هر کمیتی به جز این هفت کمیت، اصلی نیستند که به آن‌ها **کمیت‌های فرعی** و به یکاهای آن‌ها **یکاهای فرعی** می‌گویند.

۲) یکاهایی را به عنوان یکاهای استاندارد بین‌المللی تعریف کردند و به کمک رابطه‌ها و فرمول‌های فیزیکی، یکای کمیت‌های دیگر هم تعیین شد. اسم این مجموعه یکاها را **دستگاه بین‌المللی** یا **SI** (Systeme International) گذاشتند. مثلاً متر را به عنوان یکای طول و ثانیه را به عنوان یکای زمان به طور مستقل تعریف کردند؛ پس با توجه به $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، یکای تندی متوسط، متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$ به دست می‌آید که یک یکای فرعی است.

کمیت‌های اصلی و یکاهای آن‌ها

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

۱- به کمیت‌های نرده‌ای، اسکالر (Scaler) هم می‌گویند. (Scale به معنی اندازه و مقدار است.)

کمیت	یکای SI	یکای فرعی
تندی و سرعت	m/s	m/s
نیرو	نیوتون (N)	$kg\,m/s^2$
فشار	پاسکال (Pa)	kg/ms^2
انرژی	ژول (J)	$kg\,m^2/s^2$
توان	وات (W)	$kg\,m^2/s^3$
گرمای ویژه	$J/kg\,K$	$m^2/s^2\,K$

نکته تکلیف یکاهای اصلی در SI که هم تعریف مستقل دارند و هم نام مستقل، معلوم است. اما یکاهای فرعی تعریف مستقل ندارند و با توجه به فرمول‌های فیزیکی به کمک یکاهای دیگر تعریف می‌شوند. یکاهای فرعی خودشان در SI دو دسته‌اند:

الف) یک دسته آن‌هایی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل $\frac{m}{s}$ که از فرمول $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

ب) دسته‌ی دوم یکاهای فرعی پرکاربردی هستند که نام مستقل و مخصوص دارند. مثلاً یکای نیرو که نیوتون (N) و یکای کار و انرژی که ژول (J) است. در واقع این یکاها تعریف مستقل ندارند ولی نام مستقل دارند.

این نکته را به صورت خلاصه می‌توانیم این‌طوری بنویسیم:

انواع یکا:
- **یکاهای اصلی**، تعریف و نام مستقل دارند؛ مثل متر، کیلوگرم و ثانیه.
- **یکاهای فرعی**، تعریف مستقل ندارند.
  - الف) یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص دارند؛ مثل نیوتون، ژول و پاسکال.
  - ب) یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل متر بر ثانیه.

کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی دو کمیت طول و جرم را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. البته لازم نیست رابطه‌ی بین این یکاها را حفظ کنید.

۱- برخی یکاهای غیرSI: طول

ذرع و فرسنگ، از یکاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع $104\,cm$ و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.

یکای نجومی (AU)، میانگین فاصله‌ی زمین تا خورشید ($1\,AU \approx 1/5\times10^{11}\,m$) است. *(این تعریف رو حفظ کنید. ممکنه به دردتون بخوره.)*

سال نوری (ly)، مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند. *(این تعریف رو هم حفظ باشید.)*

فوت (پا) (ft) و اینچ (in)، از یکاهای بریتانیایی هستند. هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ $2/54\,cm$ است.

مایل (mi)، مایل هم یک یکای بریتانیایی برای طول است. اندازه‌ی یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. یک مایل در خشکی برابر $1609\,m$ و در دریا برابر $1852\,m$ است.

۲- برخی یکاهای غیرSI: جرم

یکاهای قدیمی ایرانی:

۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز **۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال**

۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم $= 4/68\,g$ **قیراط**، یکای جرم که در مورد الماس و جواهرات کاربرد دارد. هر قیراط $200\,mg$ است.

۲ نکته‌ی مهم از کمیت‌ها:

۱) در فیزیک فقط کمیت‌های **هم‌جنس** با **واحدهای یکسان** را می‌شود با هم جمع یا تفریق کرد. مثلاً جابه‌جایی را نمی‌شود با سرعت جمع کرد یا دو جرم با واحدهای متفاوت (مثل کیلوگرم و قیراط) را هم همین‌طور! پس وقتی یک فرمول مثل $E=K+U$ می‌بینیم، می‌فهمیم E، K و U، هر سه یک نوع کمیت‌اند و واحد آن‌ها هم یکسان است.

۲) ما اجازه داریم دو یا چند کمیت را در هم ضرب یا تقسیم کنیم؛ ولی باید بدانیم هر وقت دو یا چند کمیت را در هم ضرب یا تقسیم می‌کنیم، یک کمیت جدید به دست می‌آید. مثلاً حاصل‌ضرب جرم (m) در شتاب (a) نه از جنس جرم است و نه از جنس شتاب، بلکه از جنس کمیت دیگری به نام نیرو (F) است.

یکای کمیت‌های مجهول را چه‌طور به دست بیاوریم؟

۱) فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت موردنظر در آن هست، بنویسید. ۲) فرمول را طوری تغییر دهید که نماد کمیت مجهول در یک طرف و بقیه‌ی نمادها در طرف دیگر تساوی باشند. ۳) به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده کنید. در این صورت واحد کمیت موردنظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید.

به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال **نیوتون (یکای نیرو) برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟**

۱) $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) $\frac{kg.m}{s}$ ۳) $\frac{kg.s}{m}$ ۴) $\frac{kg.s^2}{m}$

پاسخ **گزینه‌ی «۱»** **گام اول** ابتدا فرمولی که نیرو را به نیروهای دیگر ارتباط دهد می‌نویسیم. سال نهم یاد گرفتید که: $F=ma$. در این فرمول می‌خواهیم یکای F را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف قرار دارد.

گام دوم به جای هر کمیت یکای آن را قرار می‌دهیم، یکای جرم kg و یکای شتاب m/s^2 است، پس:

$$\text{یکای نیرو} = kg\times\frac{m}{s^2}=\frac{kg.m}{s^2}$$

حواستون باشه حرف لاتینی که در فرمول‌های فیزیک می‌نویسیم، «نماد» آن کمیت است؛ نه «واحد» آن! مثلاً در فرمول $F=ma$، حرف m نماد جرم است *(نه واحد طول که متره!)*.

مثال در رابطه‌ی $\Delta x = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + Ct$ اگر یکای C، متر بر ثانیه و یکای t، ثانیه باشد، یکای A و یکای B به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^2}$ ۲) $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^3}$ و $\frac{\text{متر}}{(\text{ثانیه})^2}$ ۳) $\frac{(\text{متر})^3}{\text{ثانیه}}$ و $\frac{(\text{متر})^2}{\text{ثانیه}}$ ۴) $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^3$ و $(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}})^2$

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** **گام‌اول** ضریب‌های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ تأثیری در کشف یکای کمیت‌ها ندارند. پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

گام‌دوم از آن‌جایی که ما فقط اجازه داریم کمیت‌های هم‌جنس را جمع یا تفریق کنیم، می‌توانیم ادعا کنیم که یکای Ct، Bt^2 و At^3 یکسان است:

$$\text{یکای } At^3 = \text{یکای } Bt^2 = \text{یکای } Ct$$

گام‌سوم یکای C و t را داریم؛ پس یکای Bt^2 و At^3 را هم می‌توانیم پیدا کنیم.

$$\text{یکای C} \times \text{یکای t} = \text{یکای A} \times (\text{یکای t})^3 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = \text{یکای A} \times (s)^3 \Rightarrow \text{یکای A} = \frac{m}{s^3}$$

$$\text{یکای C} \times \text{یکای t} = \text{یکای B} \times (\text{یکای t})^2 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = \text{یکای B} \times (s)^2 \Rightarrow \text{یکای B} = \frac{m}{s^2}$$

در جدول زیر چند کمیت و یکای فرعی را که در SI نام مخصوص دارند آورده‌ایم. برای هر کدام فرمول مناسبی آورده‌ایم که با آن می‌توانید (همانند مثال بالا) یکای فرعی را به دست بیاورید. *(البته هنوز چندتا از فرمول‌ها رو یاد نگرفتین که تا آخر این کتاب یاد می‌گیرین.)*

کمیت فرعی	فرمول مناسب	یکای فرعی	نام مخصوص SI
نیرو	$F = ma$	$kg\frac{m}{s^2}$	نیوتون (N)
فشار	$P = \frac{F}{A}$	$\frac{kg}{ms^2}$	پاسکال (Pa)
کار و انرژی	$W = Fd$	$kg\frac{m^2}{s^2}$	ژول (J)
توان	$P = \frac{W}{t}$	$kg\frac{m^2}{s^3}$	وات (W)
گرمای ویژه	$c = \frac{Q}{m\Delta T}$	$\frac{m^2}{s^2K}$	$\frac{J}{kgK}$
گرمای نهان ذوب	$L_F = \frac{Q}{m}$	$\frac{m^2}{s^2}$	$\frac{J}{kg}$

◄ *با خوندن این درس‌نامه تستای ۶ تا ۲۲ رو جواب بدین.*

۲ تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

تبدیل واحد، استفاده از پیشوندهای SI و هم‌چنین نمادگذاری علمی سه موضوع مهم است که در این درس‌نامه یاد می‌گیریم:

تبدیل واحد

ما برای تبدیل یکای یک کمیت به یکای دیگر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. مراحل این تبدیل را همراه با یک مثال برایتان روشن می‌کنیم:

فرض کنید می‌خواهیم ببینیم ۳۰ اینچ چند فوت است؟

گام‌اول تساوی‌ای را که بین دو یکا برقرار است، می‌نویسیم. هر فوت برابر ۱۲ اینچ است[۱]، یعنی؛ $1\,ft = 12\,in$

گام‌دوم تساوی‌ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی‌آوریم: $\frac{1\,ft}{12\,in} = 1$ یا $\frac{12\,in}{1\,ft} = 1$

حواسمون‌باشه بسته به این‌که کدام کمیت را می‌خواهیم به کدام کمیت تبدیل کنیم، این کسر را می‌نویسیم. مثلاً اگر بخواهیم اینچ را به فوت تبدیل کنیم، باید اینچ در مخرج و فوت در صورت کسر باشد (یعنی $\frac{1\,ft}{12\,in} = 1$). در این صورت یکایی که باید تغییر کند در گام بعدی ساده می‌شود.

گام‌سوم مقدار داده‌شده را در کسری که در گام دوم به دست آوردیم، ضرب می‌کنیم و این‌گونه کمیت از یک واحد به واحد دیگر تبدیل می‌شود:

$$30\,in = 30\,\cancel{in} \times \frac{1\,ft}{12\,\cancel{in}} = \frac{30}{12}\,ft = 2/5\,ft$$

۱- این را که هر فوت چند اینچ است لازم نیست حفظ باشید. در صورت سؤال می‌دهند.

مثال ۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال، ۴/۸۶ g است.)

۱) ۱۹/۴۴ ۲) ۱۹۴/۴ ۳) ۳۸/۸۸ ۴) ۳۸۸/۸

پاسخ **گزینه‌ی «۴»** براساس داده‌های سؤال باید سیر را به مثقال و مثقال را به گرم تبدیل کنیم،

$$\begin{cases} \frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\text{ سیر}} = ۱ \Rightarrow ۱۶\text{مثقال} = ۱\text{ سیر} \\ \frac{۴/۸۶\text{ g}}{۱\text{ مثقال}} = ۱ \Rightarrow ۱\text{ مثقال} = ۴/۸۶\text{ g} \end{cases}$$

پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم داریم، می‌نویسیم:

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$۵\text{ سیر} = ۵\ \text{سیر} \times \frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\ \text{سیر}} \times \frac{۴/۸۶\text{ g}}{۱\ \text{مثقال}} = ۵ \times ۱۶ \times ۴/۸۶\text{ g} = ۳۸۸/۸\text{ g}$$

حواستون باشه یک وقت کسرها را وارونه ننویسید. مثلاً اگر به جای $\frac{۱۶\text{ مثقال}}{۱\text{ سیر}}$ می‌نوشتید $\frac{۱\text{ سیر}}{۱۶\text{ مثقال}}$، سیر با سیر ساده نمی‌شد!

سعی کنید مثال بعدی را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. در انتخاب کسر مناسب، دقت کنید.

مثال ۴۵۷/۲ cm برابر چند فوت است؟ $(۱\text{ ft} = ۱۲\text{ in}, ۱\text{in} = ۲/۵۴\text{ cm})$

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۶۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** چون نمی‌دانیم هر cm، چند ft است، پس اول باید cm را به in و سپس in را به ft تبدیل کنیم. پس کسرهای به‌دردبخور $\frac{۱\text{in}}{۲/۵۴\text{ cm}}$ و $\frac{۱\text{ ft}}{۱۲\text{ in}}$ هستند و داریم:

$$۴۵۷/۲\text{ cm} = ۴۵۷/۲\ \text{cm} \times \frac{۱\ \text{in}}{۲/۵۴\ \text{cm}} \times \frac{۱\text{ ft}}{۱۲\ \text{in}} = \frac{۴۵۷/۲}{۲/۵۴ \times ۱۲}\text{ ft} = ۱۵\text{ ft}$$

استفاده از پیشوندهای SI

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه‌ی ۱۰ (یا همان ۱۰^n) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک واحد قرار بگیرد، اندازه‌ی واحد را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی $۱۰^۳$ و وقتی ابتدای واحدی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱km معادل $۱۰^۳\text{m}$ است. در جدول روبه‌رو پیشوندهای مورد نیاز را گذاشته‌ایم:

پیشوندهای کوچک‌کننده			پیشوندهای بزرگ‌کننده		
پیشوند	نماد	ضریب تبدیل	پیشوند	نماد	ضریب تبدیل
دسی	d	$۱۰^{-۱}$	دکا	da	$۱۰^۱$
سانتی	c	$۱۰^{-۲}$	هکتو	h	$۱۰^۲$
میلی	m	$۱۰^{-۳}$	کیلو	k	$۱۰^۳$
میکرو	μ	$۱۰^{-۶}$	مگا	M	$۱۰^۶$
نانو	n	$۱۰^{-۹}$	گیگا	G	$۱۰^۹$
پیکو	p	$۱۰^{-۱۲}$	ترا	T	$۱۰^{۱۲}$

معمولاً در بیشتر تست‌ها باید یکای یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر ببریم. روش انجام این کار را در مثال زیر نشان داده‌ایم.

مثال هر ng برابر چند kg است؟

۱) $۱۰^{-۶}$ ۲) $۱۰^۶$ ۳) $۱۰^{-۱۲}$ ۴) $۱۰^{۱۲}$

پاسخ **گزینه‌ی «۳»** تبدیل یکاهای پیشوندار به یکدیگر دو مرحله دارد:

گام اول برداشتن پیشوند اولیه: برای این کار کافی است، پیشوند اولیه را بردارید و به جای آن ضریب تبدیلش را قرار دهید:

$$۱\text{ ng} = ۱ \times \underbrace{(۱۰^{-۹})}_{\text{ضریب تبدیل نانو}}\text{ g}$$

گام دوم گذاشتن پیشوند جدید: در این مرحله، یکا را در $\frac{\text{نماد پیشوند}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند}}$ ضرب کنید:

$$۱۰^{-۹}\text{ g} \times \frac{\text{k}}{\underbrace{۱۰^۳}_{\text{ضریب تبدیل کیلو}}} = ۱۰^{-۱۲}\text{ kg}$$

مثال زیر را در یک مرحله پاسخ می‌دهیم:

مثال ۴/۹ hm چند μm است؟

۱) $۴/۹ \times ۱۰^{-۶}$ ۲) $۴/۹ \times ۱۰^۶$ ۳) $۴/۹ \times ۱۰^{-۸}$ ۴) $۴/۹ \times ۱۰^۸$

پاسخ **گزینه‌ی «۴»** h را برمی‌داریم و به جایش $۱۰^۲$ را قرار می‌دهیم و حاصل را در $\frac{\mu}{۱۰^{-۶}}$ ضرب می‌کنیم:

$$۴/۹ \times (۱۰^۲)\text{ m} \times \frac{\mu}{۱۰^{-۶}} = ۴/۹ \times ۱۰^۸\ \mu\text{m}$$

نکته اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد، توان آن را هم در تبدیل واحد در نظر می‌گیریم.

مثلاً مساحت $۵/۴\,m^۲$ برحسب سانتی‌متر مربع برابر است با:

$$۵/۴\,m^۲\times\left(\frac{c}{۱۰^{-۲}}\right)^۲=۵/۴\times۱۰^۴\,cm^۲$$

مثال $۴۰۰۰\,mm^۳$ معادل چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۴۰۰۰×۱۰^{-۱} ۲) ۴۰۰۰×۱۰^{-۲} ۳) ۴۰۰۰×۱۰^{-۳} ۴) ۴۰۰۰×۱۰^{-۴}

پاسخ گزینه‌ی «۳» «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن $۱۰^{-۳}$ می‌گذاریم و حاصل را در $\left(\frac{c}{۱۰^{-۲}}\right)^۳$ ضرب می‌کنیم:

$$۴۰۰۰\times(۱۰^{-۳}\,m)^۳\times\left(\frac{c}{۱۰^{-۲}}\right)^۳=۴۰۰۰\times\frac{۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۶}}\,cm^۳=۴۰۰۰\times۱۰^{-۳}\,cm^۳$$

حواستون باشه تنها زمانی اجازه داریم دو واحد را به هم تبدیل کنیم که هر دو از جنس یک نوع کمیت باشند؛ مثلاً نمی‌توانیم $۲۰\,m^۲$ را که از جنس مساحت است به متر مکعب (یکای حجم) تبدیل کنیم و یا $۳\,km/h$ را که از جنس سرعت است به متر بر مجذور ثانیه (یکای شتاب) تبدیل کنیم.

نکته یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با واحدهای SI بدانیم. در جدول صفحه‌ی بعد، این واحدها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

نام کمیت	واحد غیر SI	معادل واحد در SI
حجم	L (لیتر)	$۱۰^{-۳}\,m^۳$
فشار	atm (اتمسفر)	$۱۰^۵\,Pa$
فشار	cmHg (سانتی‌متر جیوه)	$^*۱۳۶۰\,Pa$
بزرگی میدان مغناطیسی	G (گاوس)	$۱۰^{-۴}\,T$
انرژی	cal (کالری)	$۴/۲\,J$
زمان	ساعت	$۳۶۰۰\,s$
زمان	دقیقه	$۶۰\,s$
چگالی	$g/cm^۳$ (گرم بر سانتی‌متر مکعب)	$۱۰^۳\,kg/m^۳$
چگالی	g/L (گرم بر لیتر)	$۱\,kg/m^۳$
سرعت	km/h (کیلومتر بر ساعت)	$\frac{۱}{۳/۶}\,m/s$

* واحد سانتی‌متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه $۱۳/۶\,g/cm^۳$ و $g=۱۰\,N/kg$ معرفی شود، معادل $۱۳۶۰\,Pa$ است.

مثال $۳۶۰\,km/h$، چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ داریم:

$$v=۳۶۰\,km/h=۳۶۰\times\frac{۱۰^۳\,m}{۳۶۰۰\,s}=۱۰۰\,m/s$$

نکته برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

$$(km/h)\xrightleftharpoons[\times۳/۶]{\times\frac{۱}{۳/۶}}(m/s)$$

اگر در مثال بالا بخواهیم km/h را به m/s تبدیل کنیم، باید $۳۶۰\,km/h$ را در $\frac{۱}{۳/۶}$ ضرب کنیم:

$$v=۳۶۰\times\frac{۱}{۳/۶}=۱۰۰\,m/s$$

استفاده از نمادگذاری علمی

سرعت نور در خلأ $۳۰۰۰۰۰۰۰\,m/s$ است. حالا اگر بخواهیم این عدد را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول $E=mc^۲$) باید یک ۹ بنویسیم و ۱۶ تا صفر جلویش بگذاریم. بهره‌گرفتن از تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرها خلاص می‌کند. این روش می‌گوید: عدد X به $x\times۱۰^k$ تبدیل می‌شود، به طوری که $۱\le x<۱۰$ و k یک عدد صحیح باشد. به مثال‌های مقابل توجه کنید:

$$۰/۰۰۲۳\,m\xrightarrow{\text{۳ رقم ممیز را به جلو می‌کشیم}}۲/۳\times۱۰^{-۳}\,m$$

$$۷۴۳۰۰۰۰\,kg\xrightarrow{\text{۶ رقم ممیز را به عقب می‌بریم}}۷/۴۳\times۱۰^۶\,kg$$

پس در واقع در $x\times۱۰^k$، عدد k برابر تعداد ارقامی است که ممیز را جابه‌جا می‌کنیم و هر وقت ممیز را جلو بکشیم، $k<۰$ و هر وقت آن را عقب ببریم، $k>۰$ است.

هر چیزی رو که برای زدن تستای ۲۳ تا ۵۰ لازمه، توی این درس‌نامه یاد گرفتید. با دقت به این تستا پاسخ بدین.

پرسش‌های بخش ۱: الفبای اندازه‌گیری

فیزیک، دانش بنیادی

سلام. خوشحالیم که اومدین، امیدواریم که تا آخر کتاب با ما باشید.

تست‌های آغازین کتاب رو از متن کتاب درسی طرح کردیم. توصیه می‌کنیم حتماً اولین درس‌نامه‌ی کتاب رو بخونید.

۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) دانشمندان علم فیزیک برای توصیف و توضیح پدیده‌های مورد بررسی، اغلب از مدل، قانون و نظریه‌ی فیزیکی استفاده می‌کنند و سپس با آزمایش آن‌ها را مورد آزمون قرار می‌دهند.

ب) آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت بسیار زیادی دارد و بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک ایفا کرده است.

پ) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شوند.

ت) احتمال نادرست بودن یا نیاز به اصلاح داشتن یک نظریه‌ی فیزیک نقطه‌ی ضعف دانش فیزیک است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- کدام‌یک از موارد زیر بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک داشته است؟

۱) مشاهده‌ی علمی پدیده‌ها ۲) آزمایش و تجربه و اندازه‌گیری ۳) ارائه‌ی مدل‌های فیزیکی ۴) اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه

در سه تست بعدی به مدل‌سازی پرداخته‌ایم.

۳- در مدل‌سازی پدیده‌ی «پرتاب توپ بسکتبال» (شکل زیر) کدام‌یک از فرض‌های زیر برای ساده‌سازی ضرورت ندارد؟

(الف) توپ بسکتبال در هوا (ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

۱) فرض می‌کنیم توپ در خلأ در حال حرکت است و مقاومت هوا و باد وجود ندارند.

۲) فرض می‌کنیم توپ به شکل یک ذره است و از اندازه و شکل آن چشم‌پوشی می‌کنیم.

۳) فرض می‌کنیم نیروی وزن وارد بر توپ ناچیز است.

۴) فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع تغییر نمی‌کند.

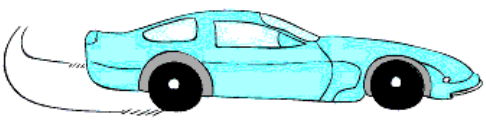
۴- فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این پدیده، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده‌گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجه‌ی بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟

الف) ابعاد خودرو

ب) اصطکاک خودرو با زمین و مقاومت هوا

پ) چرخش چرخ‌ها

ت) جرم خودرو و سرنشینان آن



۱) پ و ت ۲) الف و پ ۳) الف و ب ۴) ب و ت

۵- فرض کنید مطابق شکل زیر، مقداری آب درون ظرفی روی یک اجاق روشن قرار دارد. برای مدل‌سازی پدیده‌ی «افزایش دمای آب به خاطر دریافت گرما» کدام‌یک از ساده‌سازی‌های زیر ضرورتی ندارد؟

۱) فرض می‌کنیم ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کند و تمام گرما به آب منتقل می‌شود.

۲) فرض می‌کنیم ذرات هوای اطراف ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کنند.

۳) فرض می‌کنیم تمام قسمت‌های آب همواره دمای یکسانی دارند و دما در تمام نقاط مایع به طور همگن زیاد می‌شود.

۴) تمام آب موجود در ظرف را به شکل یک ذره در نظر می‌گیریم که در حال گرفتن گرما است.

اندازه‌گیری و کمیت

حالا می‌خواهیم به مفهوم «کمیت» و «یکا» بپردازیم!

۶- کدام گزینه درباره‌ی یکای یک کمیت نادرست است؟

۱) یکای هر کمیت مقداری قراردادی است.
۲) یکای یک کمیت نمی‌تواند مستقل از کمیت‌های دیگر باشد.
۳) یک کمیت ممکن است چند یکا داشته باشد.
۴) یکای هر کمیت مقدار معینی از همان کمیت است.

۷- برای گزارش ابعاد یک اتومبیل از یک کمیت ..... و برای گزارش سرعت آن از یک کمیت ..... استفاده می‌کنیم.

۱) اصلی ـ برداری ۲) فرعی ـ نرده‌ای ۳) برداری ـ اصلی ۴) نرده‌ای ـ اصلی

۸- کدام گزینه درباره‌ی یک کمیت نادرست است؟

۱) همه‌ی کمیت‌ها قابل اندازه‌گیری‌اند.
۲) همه‌ی کمیت‌ها «یکا» دارند.
۳) کمیتی که یکای آن تعریف مستقل دارد، اصلی است.
۴) در روابط فیزیکی هر کمیت با چند کمیت دیگر در ارتباط است.

۹- کمیت‌های اصلی، کمیت‌هایی هستند که:

۱) ثابت هستند.
۲) در دسترس هستند.
۳) یکای آن‌ها به طور مستقل تعریف شده است.
۴) دارای یکای مناسب هستند.

۱۰- چندتا از جمله‌های زیر درباره‌ی کمیت‌ها درست‌اند؟

الف) برای این‌که عددهای حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم مقایسه‌پذیر باشد، دانشمندان برای هر کمیت یکای معینی را تعریف کردند.

ب) تعدادی از کمیت‌ها بدون یکا (واحد) هستند.

پ) قوانین فیزیک و ریاضی کمیت‌ها را به هم مربوط می‌کنند. بنابراین یکای برخی کمیت‌ها به یکای برخی کمیت‌های دیگر وابسته است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آیا کمیت‌های اصلی و یکایشان را به خاطر سپرده‌اید؟

۱۱- کمیت‌های عنوان‌شده در کدام گزینه همگی اصلی‌اند؟

۱) شدت روشنایی، طول، نیرو
۲) گرما، زمان، جرم
۳) جریان الکتریکی، دما، جرم
۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

۱۲- جرم و زمان از ..... و کیلوگرم و ثانیه از ..... در SI می‌باشند. (سراسری ریاضی خارج ۸۶)

۱) یکاهای فرعی ـ یکاهای اصلی
۲) یکاهای اصلی ـ کمیت‌های فرعی
۳) کمیت‌های اصلی ـ یکاهای اصلی
۴) کمیت‌های اصلی ـ کمیت‌های فرعی

۱۳- یکای کمیت‌های اصلی «طول، جرم، زمان و دما» در SI، در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ به درستی بیان شده‌اند؟

۱) متر، گرم، ثانیه، درجه‌ی سلسیوس
۲) متر، کیلوگرم، ثانیه، کلوین
۳) سانتی‌متر، کیلوگرم، دقیقه، کلوین
۴) سانتی‌متر، گرم، دقیقه، کلوین

۱۴- ..... از کمیت‌های اصلی و ..... از کمیت‌های فرعی در SI می‌باشند. (سراسری ریاضی ۸۶ با تغییر)

۱) حجم و جرم ـ زمان و انرژی ۲) جرم و زمان ـ طول و نیرو ۳) طول و جرم ـ مساحت و نیرو ۴) نیرو و دما ـ سرعت و شدت جریان

۱۵- در کدام گزینه کمیت‌های مطرح‌شده جزء کمیت‌های اصلی هستند و به یکای آن‌ها در SI به درستی اشاره شده است؟

۱) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
۲) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)
۳) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
۴) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)

تشخیص کمیت‌های «برداری» و «نرده‌ای» هم از چیزهایی است که باید بلد باشید.

۱۶- کدام گزینه در مورد جرم و سرعت یک متحرک درست است؟

۱) هر دو کمیت دارای جهت‌اند.
۲) این دو کمیت را می‌توانیم در هم ضرب کنیم.
۳) عمل جمع و تفریق برای هر دو به یک صورت تعریف می‌شود.
۴) این دو کمیت را می‌توانیم با هم جمع کنیم.

۱۷- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو برداری هستند؟ سرعت / مقاومت الکتریکی / جریان الکتریکی / اختلاف پتانسیل الکتریکی / گرما / دما / جرم / چگالی

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۸- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو نرده‌ای هستند؟ تندی / فشار / شتاب / نیرو / جابه‌جایی / گشتاور / کار

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

همان‌طور که خودتان می‌دانید یکای کمیت‌های فرعی بر اساس یکای کمیت‌های اصلی تعریف می‌شوند. شما باید بتوانید یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای اصلی به دست بیاورید. در درس‌نامه یک روش خوب برای این کار یاد می‌گیرید.

۱۹- پاسکال (یکای فشار در SI) به کدام شکل برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شود؟

۱) $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) $\frac{kg}{m.s^2}$ ۳) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۴) $\frac{kg}{m^2.s^2}$

۲۰- می‌دانیم یکای کار در SI ژول نام دارد. ژول برحسب یکاهای اصلی به شکل کدام‌یک از گزینه‌های زیر مطرح می‌شود؟

۱) $\frac{kg.m}{s}$ ۲) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۳) $\frac{kg.m^2}{s}$ ۴) $\frac{kg^2.m}{s^2}$

۲۱- اگر دو سر فنری را با نیروی F بکشیم، طول فنر به اندازه‌ی Δx زیاد می‌شود. بین F و Δx رابطه‌ی $F = K\Delta x$ برقرار است. یکای K برحسب یکاهای اصلی در کدام گزینه به درستی ذکر شده است؟

۱) $\frac{kg.m^2}{s^2}$ ۲) $\frac{kg}{m^2.s^2}$ ۳) $\frac{kg}{s^2}$ ۴) $\frac{kg.m}{s}$

۲۲- در رابطه‌ی فیزیکی $A = \frac{BC^2}{D}$، کمیت A برحسب نیوتون (N)، D برحسب ثانیه (s) و C برحسب متر (m) است. در این صورت واحد کمیت B کدام است؟

۱) $\frac{N}{s.m^2}$ ۲) $\frac{N.s}{m^2}$ ۳) $\frac{N.s}{m}$ ۴) $\frac{m^2.s}{N}$

تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

از ما به شما نصیحت! برای حل تست‌های تبدیل واحد حتماً از روش «تبدیل زنجیره‌ای» استفاده کنید.

۲۳- مایل که از یکاهای متداول طول در دستگاه بریتانیایی است، تقریباً برابر با ۱۶۰۰ متر است. فاصله‌ی دو شهر نیویورک و لندن برابر با ۳۴۸۰ مایل است. این فاصله برابر چند کیلومتر است؟

۱) ۲۱۷۵ ۲) ۲۱۷۵۰۰۰ ۳) ۵۵۶۸ ۴) ۵۵۶۸۰۰۰

۲۴- ۶ / ۲۵ خروار برابر چند تن است؟ (۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۶۴۰ مثقال، ۱ مثقال = ۴ / ۸۶ گرم)

۱) ۱ / ۹۴۴ ۲) ۱۹ / ۴۴ ۳) ۱۹۴ / ۴ ۴) ۱۹۴۴

۲۵- ارتفاع هواپیمایی از سطح آزاد دریاها ۳۰۰۰۰ پا (فوت) است. این ارتفاع چند برابر کیلومتر است؟ (هر پا برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵ cm است.)

۱) ۶ ۲) ۷ / ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۲۶- ارتفاع برج میلاد، به عنوان ششمین برج بلند مخابراتی جهان، برابر ۴۳۵ / ۰۰ متر است. اگر هر فوت برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵۴ سانتی‌متر باشد، ارتفاع برج میلاد تقریباً برابر با چند فوت است؟

۱) ۱۴۲۷ ۲) ۱۳۲۷ ۳) ۱۴۸۸ ۴) ۱۳۸۸

۲۷- طول سی‌وسه‌پل اصفهان برابر با ۲۹۳ / ۲۸ m است. این عدد برحسب فرسنگ برابر کدام گزینه است؟ (هر فرسنگ برابر با ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع معادل ۱۰۴۰ میلی‌متر است.)

۱) ۰ / ۰۴۷ ۲) ۲۸۲ ۳) ۳۰۵ ۴) ۰ / ۰۵۱

۲۸- راید، استادیوم و پلترون از یکاهای قدیمی یونانی طول هستند. یک راید برابر ۴ استادیوم، یک استادیوم برابر ۶ پلترون و یک پلترون برابر ۳۰ / ۸ m است. ۵۰ / ۰۰ راید برابر چند کیلومتر است؟

۱) ۶ / ۱۶ ۲) ۹ / ۲۴ ۳) ۳۶ / ۹۶ ۴) ۷۳ / ۹۲

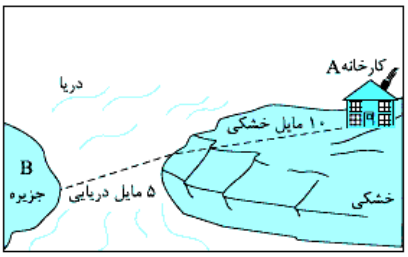
۲۹- یک اینچ برابر ۲ / ۵۴ cm، یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۱۱۴۳ / ۰۰ mm برابر چند یارد است؟

۱) ۳ / ۷۵ ۲) ۱ / ۲۵ ۳) ۳۷ / ۵ ۴) ۱۲ / ۵

۳۰- قد علی دایی، آقای گل جهان، برابر با ۶ / ۰۰ ft و ۳ / ۶۰ in است. قد علی دایی برحسب سانتی‌متر تقریباً برابر کدام گزینه است؟ (هر ft برابر ۱۲ in و هر in برابر ۲ / ۵۴ سانتی‌متر است.)

۱) ۱۹۰ ۲) ۱۹۱ ۳) ۱۹۲ ۴) ۱۹۳

۳۱- در شکل مقابل باید کالایی، طبق مسیر مشخص‌شده، از کارخانه‌ی A با کامیون و کشتی به جزیره‌ی B منتقل شود. مسافتی که کالا طی می‌کند، چند کیلومتر است؟ (یک مایل در خشکی برابر ۱۶۰۹ متر و در دریا ۱۸۵۲ متر است.)



۱) ۳۵/۲۵
۲) ۲۵/۳۵
۳) ۳۰/۳۵
۴) ۲۰/۲۵

۳۲- اگر فاصله‌ی زمین تا خورشید را $2\times10^{11}\ m$ در نظر بگیریم، قطر خورشید به صورت نماد علمی چند واحد نجومی (AU) است؟ (قطر خورشید $1/4\ Mm$ است.)

۱) $0/7\times10^{-6}$ ۲) 7×10^{-6} ۳) 7×10^{5} ۴) 7×10^{6}

۳۳- یک سال نوری تقریباً چند برابر یک یکای نجومی است؟ فاصله‌ی زمین تا خورشید را $2\times10^{11}\ m$ در نظر بگیرید.

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۵۰۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

در ۳ تست بعدی با یکاهای مساحت و حجم سروکله می‌زنیم!

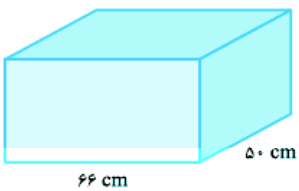
۳۴- ابعاد یک زمین فوتبال ۱۱۰/۰۰ متر در ۷۰/۰۰ متر است. مساحت این زمین فوتبال چند هکتار است؟

۱) ۰/۷۷ ۲) ۷/۷۰ ۳) ۷۷/۰۰ ۴) ۷۷۰/۰۰

۳۵- طول، عرض و ارتفاع یک مکعب‌مستطیل به ترتیب $2/500\ m$، $40/0\ cm$ و $300\ mm$ است. حجم مکعب برحسب میلی‌متر مکعب برابر کدام گزینه است؟

۱) 3×10^{7} ۲) 3×10^{8} ۳) 12×10^{7} ۴) 12×10^{8}

۳۶- گالن (یکی از واحدهای متداول حجم در دستگاه بریتانیایی) تقریباً برابر با ۴/۴ لیتر است. ۳۰ گالن آب را درون یک آکواریوم به ابعاد شکل روبه‌رو می‌ریزیم. ارتفاع آب در آکواریوم چند سانتی‌متر می‌شود؟



۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

از این‌جا به بعد تست‌ها کمی سفت‌تر می‌شود! برای حل تست‌های زیر لازم است علاوه‌بر تبدیل واحد از یک فرمول (که در سال‌های قبل یاد گرفتید) هم استفاده کنید.

۳۷- فاصله‌ی دو روستای «علی‌آباد» و «حسن‌آباد» به گفته‌ی پدربزرگ پدرام ۲ فرسنگ است. اگر پدرام مسیر مستقیم بین دو روستا را با سرعت $45\ km/h$ طی کند، بعد از چند دقیقه از علی‌آباد به حسن‌آباد می‌رسد؟ (هر فرسنگ را ۶۰۰۰ متر در نظر بگیرید.)

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

۳۸- علی، به تقلید از گالیله، برای اندازه‌گیری تندی متوسط یک خودرو از نبض خود به عنوان زمان‌سنج استفاده می‌کند. اگر در بازه‌ی زمانی‌ای که خودرو مسافت ۱۵۰۰ متر را طی می‌کند، نبض علی ۱۷۵ بار بزند، تندی متوسط خودرو چند کیلومتر بر ساعت است؟ (فرض کنید نبض یک شخص در هر دقیقه ۷۰ بار بزند.)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۶ ۴) ۷۲

۳۹- سرعت نور در خلأ تقریباً $3/00\times10^{8}\ m/s$ است. سرعت نور برحسب AU/min (یکای نجومی بر دقیقه) برابر کدام گزینه است؟ (متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید $2\times10^{11}\ m$ است.)

۱) $0/25\times10^{-3}$ ۲) $2/5\times10^{-3}$ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۰۹۰

۴۰- یک کشتی که با تندی ۲۰۰ گره در حال حرکت است، چند ثانیه طول می‌کشد تا مسافتی به اندازه‌ی $20/6\ km$ را طی کند؟ (هر گره را برابر با $0/515\ m/s$ در نظر بگیرید.)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

۴۱- تندی یک کشتی ۸ گره است. تندی این کشتی تقریباً چند مایل بر ساعت است؟ (هر گره تقریباً $0/5\ m/s$ و هر مایل در دریا تقریباً ۱۸۰۰ متر است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۴۲- مصرف سوخت اتومبیلی پس از طی مسافت ۲۲ مایل، ۱ گالن است. این اتومبیل با مصرف یک لیتر سوخت چند کیلومتر را طی می‌کند؟ (یک گالن برابر با $4/4\ L$ و یک مایل $1/6\ km$ است.)

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۸

۴۳- رکورد سریع‌ترین کاهش وزن در جهان در اختیار رضا دیداری (یک جوان گیلانی) است که توانست در مدت ۱۲ ماه، به طور طبیعی، وزن (به طور علمی‌تر، جرم) خود را از ۲۰۰ kg به ۸۰ kg برساند. آهنگ کاهش جرم وی چند میلی‌گرم بر ثانیه بوده است؟

۱) $\frac{۱۲۵۰}{۳۲۴}$ ۲) $\frac{۱۲۵}{۱۶۲}$ ۳) $\frac{۱۲۵}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۲۵}{۲۷}$

در بحث پیشوندها باید ضریب هر پیشوند را حفظ باشید و بتوانید پیشوندهای مختلف را به هم تبدیل کنید.

۴۴- مقدار $۵/۸\times۱۰^{۴}\ \mu m^{۲}$ برابر چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۵/۸ ۲) $۵/۸\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۵/۸\times۱۰^{۸}$ ۴) $۵/۸\times۱۰^{۱۲}$

۴۵- $۷۴۶\ cm^{۳}$، معادل چند میلی‌متر مکعب است؟

۱) $۷/۴۶\times۱۰^{۱}$ ۲) $۷/۴۶\times۱۰^{۵}$ ۳) ۷۴۶×۱۰^{-۳} ۴) $۷۴/۶\times۱۰^{۲}$

۴۶- هر میلی‌لیتر معادل است با یک ..... . (ضریب پیشوند دسی $۱۰^{-۱}$ است.)

۱) سانتی‌متر مکعب ۲) سانتی‌متر مربع ۳) دسی‌متر مکعب ۴) دسی‌متر مربع

۴۷- جرم جسمی $۰/۰۲۰۴۰\ mg$ گزارش شده است. جرم این جسم برحسب کیلوگرم کدام است؟

۱) $۲/۰۴۰\times۱۰^{-۵}$ ۲) $۲/۰۴\times۱۰^{-۶}$ ۳) $۲/۰۴۰\times۱۰^{-۴}$ ۴) $۲/۰۴۰\times۱۰^{-۸}$

۴۸- کدام گزینه $۴۶۵۰\ \mu m$ را برحسب کیلومتر به صورت نمادگذاری علمی نشان می‌دهد؟

۱) $۴/۶۵۰\times۱۰^{-۶}$ ۲) ۴۶۵×۱۰^{-۸} ۳) ۴۶۵۰×۱۰^{-۹} ۴) $۴/۶۵۰\times۱۰^{-۱۲}$

۴۹- قطر هسته‌ی اورانیم، $۰/۰۱۷۵\ pm$ است. این عدد در SI و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی عنوان شده است؟

۱) $۰/۱۷۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۲) $۰/۱۷۵\times۱۰^{-۱۳}$ ۳) $۱/۷۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۱/۷۵\times۱۰^{-۱۴}$

۵۰- هر $۴\ km/s$ به صورت نمادگذاری علمی، چند متر بر ساعت است؟

۱) ۱۴۴۰۰ ۲) $۱/۴۴\times۱۰^{۴}$ ۳) ۱۴۴۰۰۰۰۰ ۴) $۱/۴۴\times۱۰^{۷}$

تست‌های بخش اول تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزایی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!!! بزنند، چندتا تست جون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری z!

سری Z

۵۱- فرض کنید $\vec{A}$ و $\vec{B}$ دو کمیت برداری و c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین در SI) باشد. اگر $\vec{A}=c\vec{B}$ باشد، کدام‌یک از رابطه‌های زیر می‌تواند درست باشد؟ ($\vec{D}$ یک کمیت برداری است.)

۱) $\vec{B}-\vec{A}=\vec{D}$ ۲) $\vec{B}+۲\vec{A}=\frac{\vec{D}}{c}$ ۳) $۲\vec{A}-c\vec{B}=\vec{D}$ ۴) $\vec{B}=c+\vec{D}$

۵۲- در رابطه‌ی فیزیکی $BC^{۲}=A-\frac{D}{C}$، اگر کمیت B برحسب کیلوگرم متر بر مربع ثانیه و کمیت A برحسب کیلوگرم متر (kg.m) باشد، یکای کدام رابطه‌ی زیر $\frac{kg.m}{s}$ است؟

۱) $\frac{D^{۲}}{C}$ ۲) DC ۳) $\frac{C}{D}$ ۴) $\frac{D}{C^{۲}}$

۵۳- یک جهانگرد بر روی یکی از نصف‌النهارهای کره‌ی زمین از عرض جغرافیایی ۶۰° شمالی تا عرض جغرافیایی ۶۰° جنوبی سفر کرده است. مسافتی که این جهانگرد پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با قطر $۱۲۷۶۰\ km$ در نظر بگیرید، هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع $۱۰۴\ cm$ است.)

۱) ۲۱۴۰ ۲) ۳۲۱۰ ۳) ۴۲۸۰ ۴) ۶۴۲۰

۵۴- شخصی با هواپیما از مختصات جغرافیایی ۵۳° شمالی و ۴۵° شرقی مستقیماً به مختصات ۵۳° شمالی و ۱۵° غربی می‌رود. اگر ارتفاع پرواز هواپیما ۲۴۰۰۰ ذرع باشد، مسافتی که هواپیما پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با شعاع $۶۳۷۸\ km$ در نظر بگیرید، هر ذرع $۱۰۴\ cm$ و هر فرسنگ $۶/۲۴\ km$ است.)

۱) ۶۴۰ ۲) ۶۴۴ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۲۴

۵۵- شخصی می‌خواهد $۱۵\ kg$ نمک را در بسته‌های ۱۲۰ گرمی بسته‌بندی کند. اما او فقط وزنه‌های یک سیری و ده نخودی در اختیار دارد و با این وزنه‌ها نمک را به نزدیک‌ترین مقدار ممکن به $۱۲۰\ g$ بسته‌بندی می‌کند. او در پایان حداکثر چند بسته نمک به جرم تقریبی $۱۲۰\ g$ بسته‌بندی کرده است؟ (هر سیر، ۱۶ مثقال یا $۷۷/۷۶\ g$ و هر مثقال، ۲۴ نخود است.)

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۲۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۱۸

۵۶- حجم مکعب‌مستطیلی به ابعاد $۵۰۰\ in$، $۲۵\ ft$ و $۱۰۰۰\ cm$، چند متر مکعب است؟ (هر اینچ برابر $۲/۵۴\ cm$ و هر فوت برابر $۱۲\ in$ است.)

۱) ۲۳۳ ۲) ۲۳۲۶ ۳) ۹۷۰ ۴) ۹۶۸

۴ خطا و دقت در اندازه‌گیری

هیچ اندازه‌گیری‌ای قطعی و بدون خطا نیست، *(به این می‌گن عدم قطعیت در اندازه‌گیری)*. دقیق‌بودن یک اندازه‌گیری به سه عامل زیر بستگی دارد:

۱) دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری ۲) مهارت کسی که اندازه‌گیری می‌کند. ۳) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.

حالا هر کدام از این‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

۱- دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری

اغلب وسیله‌های اندازه‌گیری به دو صورت مدرج (درجه‌بندی‌شده) و رقمی (دیجیتال) ساخته می‌شوند. بنا به قراردادی که در کتاب درسی آمده، اعلام میزان دقت و خطای این دو نوع وسیله متفاوت است، پس لطفاً اول ببینید وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج است یا دیجیتال و بعد براساس قاعده‌ی زیر، دقت و خطای اندازه‌گیری وسیله را مشخص کنید. *(همین‌جا اینو بدونید که خطای اندازه‌گیری رو به کمک دقت اندازه‌گیری ابزار حساب می‌کنیم.)*

الف- دقت و خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج: خط‌کش، کولیس، ریزسنج، دماسنج جیوه‌ای و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسیله‌ها دقت اندازه‌گیری برابر کمینه‌ی درجه‌بندی آن وسیله است و میزان خطای اندازه‌گیری با آن وسیله را برابر منفی و مثبت نصف کم‌ترین تقسیم‌بندی آن در نظر می‌گیریم؛ یعنی:

$$\text{خطای اندازه‌گیری وسیله} = \pm \frac{\text{دقت یا کمینه‌ی تقسیم‌بندی وسیله}}{۲}$$

به عنوان نمونه، کمینه‌ی تقسیم‌بندی (دقت) خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده، ۱cm است و میزان خطای آن می‌تواند $\pm ۰/۵$ cm باشد. یعنی اگر ما طول یک جسم را با این خط‌کش مثلاً ۴/۰ cm اندازه گرفتیم، طول واقعی این جسم بین ۳/۵ cm تا ۴/۵ cm است که ما آن را به صورت $۴/۰ \text{ cm} \pm ۰/۵ \text{ cm}$ گزارش می‌کنیم.

مثال **کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک ریزسنج ۰/۰۱mm است. ما طول یک جسم را با این ریزسنج ۷/۷۷۰ mm خوانده‌ایم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟**

۱) $۷/۷۷۰ \text{ mm} \pm ۰/۰۰۵ \text{ mm}$ ۲) $۷/۷۷ \text{ mm} \pm ۰/۰۱ \text{ mm}$

۳) $۷/۷۷ \text{ mm} + ۰/۰۱ \text{ mm}$ ۴) $۷/۷۷۰ \text{ mm} + ۰/۰۰۵ \text{ mm}$

پاسخ **گزینه‌ی «۱»** بنا به روشی که در کتاب درسی پیشنهاد شده، اول باید کمینه‌ی تقسیم‌بندی ریزسنج را نصف کنیم: $\pm \frac{۰/۰۱}{۲} = \pm ۰/۰۰۵ \text{ mm}$

سپس می‌گوییم اندازه‌گیری ما ممکن است $\pm ۰/۰۰۵ \text{ mm}$ خطا داشته باشد، یعنی طول دقیق جسم (x) در محدوده‌ی زیر قرار دارد:

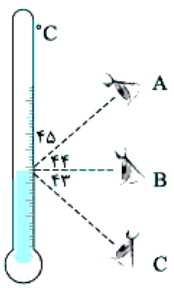
$۷/۷۶۵ \text{ mm} \le x \le ۷/۷۷۵ \text{ mm}$ یا $۷/۷۷۰ \text{ mm} \pm ۰/۰۰۵ \text{ mm}$

ب- دقت و خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری دیجیتال (رقمی): میزان دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی[۱] عددی است که نشان می‌دهند و خطای اندازه‌گیری با این وسایل برابر مثبت و منفی دقت اندازه‌گیری است. برای نمونه هر ردیف از جدول زیر را از چپ به راست ببینید تا متوجه منظور ما بشوید:

گزارش درست	خطای اندازه‌گیری	کم‌ترین ارزش مکانی (دقت اندازه‌گیری)	عددی که نمایشگر دیجیتال نشان داده است
$۳۷/۴ \text{ °C} \pm ۰/۱ \text{ °C}$	$\pm ۰/۱ \text{ °C}$	۰/۱ °C (یک‌دهم درجه‌ی سلسیوس)	37/4°C
$۴۳/۰۰۷ \text{ mm} \pm ۰/۰۰۱ \text{ mm}$	$\pm ۰/۰۰۱ \text{ mm}$	۰/۰۰۱ mm (یک‌هزارم میلی‌متر)	43/007
$۵۲۳ \text{ g} \pm ۱ \text{ g}$	$\pm ۱ \text{ g}$	۱g (یک گرم)	523g

نکته چه در ابزارهای مدرج و چه در ابزارهای دیجیتال، وسیله‌ی اندازه‌گیری‌ای دقیق‌تر است که دقت آن کوچک‌تر باشد، مثلاً خط‌کشی که برحسب میلی‌متر (۰/۰۰۱m) مدرج شده از خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر (۰/۰۱m) درجه‌بندی شده، دقیق‌تر است.

۲- مهارت کسی که اندازه می‌گیرد



واضح و مبرهن است که مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند روی دقت اندازه‌گیری مؤثر است. مثلاً در شکل روبه‌رو افراد A، B و C به ترتیب دما را ۴۵ °C، ۴۴ °C و ۴۳ °C می‌خوانند و ما و شما می‌دانیم شخص B که خط دیدش عمود بر ستون مایع دماسنج است، دقیق‌تر اندازه‌گیری کرده است.

۱- ارزش مکانی همون یکان، دهگان، صدگانه که وقتی بچه بودیم یاد گرفتیم!

۳- تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود

برای این‌که خطای یک اندازه‌گیری را کم کنیم، چند بار اندازه‌گیری را تکرار می‌کنیم و در نهایت میانگین عددهای به دست آمده را به عنوان نتیجه‌ی اندازه‌گیری گزارش می‌کنیم. در این‌جا فقط باید حواسمان به دو چیز باشد:

اول این‌که اگر یک یا دو عدد پرت بودند (یعنی با بقیه‌ی عددها اختلاف زیادی داشتند) در محاسبه‌ی میانگین وارد نمی‌کنیم.

دوم این‌که اگر تعداد رقم‌های میانگین بیشتر از رقم‌های هر یک از عددهای گزارش‌شده باشد، آن را طوری گرد می‌کنیم که تعداد رقم‌هایش با گزارش برابر شود.

رقم‌های بامعنا

از نظر کسی که گزارش یک اندازه‌گیری معین را می‌بیند، تعداد رقم‌های عددی که گزارش شده معنی دارد! به عنوان مثال یک ترازوی دیجیتال جرم یک جسم را ۵/۲ g و یک ترازوی دیجیتال دیگر جرم همان جسم را ۵/۲۰ g نشان می‌دهد. در واقع گزارش اولی دو رقم بامعنا و دومی سه رقم بامعنا دارد.

۵/۲ g با ۵/۲۰ g فرق می‌کند، زیرا در دومی رقم صفر بعد از ممیز هم معنی دارد، چون به ما می‌گوید که دقت ترازو ±۰/۰۱ g است.

در مورد رقم صفر به دو نکته‌ی زیر توجه کنید:

۱) صفرهای سمت راست، بامعنا هستند مثل صفر در ۵/۲۰ g (در واقع تعداد این صفرها دقت اندازه‌گیری ابزار را نشان می‌دهد).

۲) صفرهای سمت چپ معنی ندارند! مثلاً در ۰/۰۳۵ m، صفرهای قبل از رقم ۳ بی‌معنی‌اند و تعداد رقم‌های بامعنا در ۰/۰۳۵ m دو رقم است.

رقم غیرقطعی

در اول همین بحث گفتیم که هیچ اندازه‌گیری‌ای قطعی و بدون خطا نیست. همیشه در رقم سمت راستِ یک گزارش، احتمال خطا وجود دارد. برای همین به رقم سمت راست گزارش **رقم غیرقطعی یا مشکوک** می‌گوییم. مثلاً در گزارش ۳۲/۰۱ A رقم ۱ غیرقطعی است و احتمال خطا در آن وجود دارد.

حواسمون باشه رقم غیرقطعی هم بامعنا است.

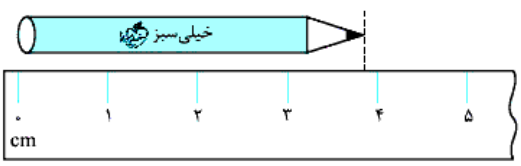
مثال **یک ترازوی دیجیتال جرم یک جسم را ۰/۰۳۰ kg نشان داده است. به ترتیب رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنا کدام است؟**

۱) ۰ و ۳ ۲) ۰ و ۲ ۳) ۳ و ۲ ۴) ۳ و ۱

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** آخرین رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی است و اگر از صفرهای سمت چپ عدد گزارش‌شده چشم‌پوشی کنیم، ۲ رقم بامعنا (یعنی ۰ و ۳) باقی می‌ماند.

رقم حدسی

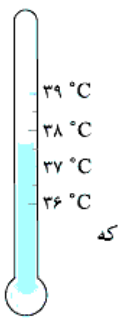
گفتیم خیلی از ابزارهای اندازه‌گیری مثل خط‌کش یا دماسنج درجه‌بندی دارند. در بیشتر آن‌ها می‌توانیم از مشاهده و تجربه‌مان استفاده کنیم و رقم سمت راست را حدس بزنیم. مثلاً با خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده می‌توانیم طول یک جسم را تا دهم سانتی‌متر حدس بزنیم. در شکل مقابل می‌بینید که طول مداد از ۳ cm بیشتر و از ۴ cm کم‌تر است و ما می‌توانیم حدس بزنیم که طولش در حدود ۳/۷ cm یا ۳/۸ cm است.



خوب است بدانید که این گزارش معتبر است. یعنی علی‌رغم این‌که دقت اندازه‌گیری وسیله سانتی‌متر است، ما حق داریم تا دهم سانتی‌متر گزارش کنیم. در این گزارش رقم ۷ یا ۸ حدسی (و صد البته غیرقطعی) است و در این‌جا ما ۲ رقم بامعنا داریم. در واقع می‌خواهیم به شما بگوییم که در اندازه‌گیری با وسیله‌های مدرج، رقم غیرقطعی، حدسی است.

نکته تأکید می‌کنیم که رقم حدسی جزء رقم‌های بامعنا به حساب می‌آید. مثلاً در خط‌کشی که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن میلی‌متر (۰/۱ cm) است تا یک‌دهم میلی‌متر (۰/۰۱ cm) گزارش می‌کنیم و رقم‌ها تا ۰/۰۱ cm هم بامعنا است.

مثال **در شکل روبه‌رو دماسنج جیوه‌ای دمای بدن یک نفر را نشان می‌دهد. در کدام گزینه اندازه‌ی دما دقیق‌تر و قابل قبول است؟**



۱) ۳۷/۷ °C

۲) ۳۷ °C

۳) ۳۷/۵ °C

۴) ۳۷/۷۵ °C

پاسخ **گزینه‌ی «۱»** اگر دقت کنید در شکل مشخص است که دماسنج برحسب ۰/۵ °C درجه‌بندی شده است و واضح است که سطح جیوه بین ۳۷/۵ °C و ۳۸ °C ایستاده است، پس می‌شود حدس زد که دمای بدن شخص ۳۷/۷ یا ۳۷/۸ است.

حواسمون باشه گزارش ۳۷/۷۵ ظاهراً دقیق‌تر است اما قابل قبول نیست چون ۲ رقم حدسی (۷۵) دارد.

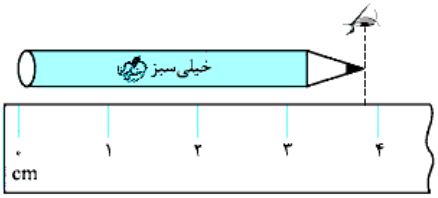
گزارش نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری

وقتی می‌خواهیم نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری را گزارش کنیم، گزارشمان باید دو چیز را نشان دهد:

۱) اندازه‌ای که گرفته‌ایم.

۲) میزان دقت یا خطای وسیله

مثلاً در شکل تکراری روبه‌رو:



۱- طول مداد را ۳/۷ cm اندازه گرفته‌ایم.

۲- کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش ۱ cm است، بنابراین خطای خط‌کش ۰/۵ cm ± است، پس گزارش ما باید به صورت روبه‌رو باشد. در این اندازه‌گیری تعداد رقم‌های بامعنا دو رقم و رقم ۷ غیرقطعی (حدسی) است.

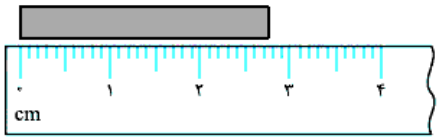
$۳/۷\ \text{cm} \pm ۰/۵\ \text{cm}$

میزان خطای وسیله

↓

اندازه‌ای که ما گرفته‌ایم

مثال با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه طول جسم را درست‌تر گزارش کرده است؟



۱) $۲/۷۴\ \text{cm} \pm ۰/۰۱\ \text{cm}$

۲) $۲/۷۴\ \text{cm} \pm ۰/۰۵\ \text{cm}$

۳) $۲/۷\ \text{cm} \pm ۰/۱\ \text{cm}$

۴) $۲/۷\ \text{cm} \pm ۰/۵\ \text{cm}$

پاسخ گزینه‌ی «۲» اگر با دقت به شکل نگاه کنید، می‌بینید که طول جسم کمی از ۲/۷ cm بیشتر است و می‌توانیم حدس بزنیم طول آن حدود ۲/۷۴ cm است (این‌که ۲/۷۴ cm گزارش کنیم یا ۲/۷۳ cm یا ۲/۷۵ cm چندان اهمیت ندارد، چون رقم سمت راست حدسی و غیرقطعی است). از سوی دیگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش، ۰/۱ cm (یا ۱ mm) است، پس خطای آن را $\pm\frac{۰/۱}{۲} = \pm ۰/۰۵\ \text{cm}$ در نظر می‌گیریم و به صورت روبه‌رو طول جسم را گزارش می‌کنیم:

$۲/۷۴\ \text{cm} \pm ۰/۰۵\ \text{cm}$

نکته باید حواسمان باشد که در گزارش یک اندازه‌گیری، کم‌ترین ارزش مکانی خطای دستگاه و اندازه‌ای که گرفته‌ایم، یکسان باشد. در مواردی که تعداد ارقام اعشار خطا بیشتر از تعداد ارقام اعشار گزارش باشد، خطای اندازه‌گیری را گرد می‌کنیم. مثلاً اگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک کولیس ۰/۰۵ mm باشد، خطای آن برابر نصف این مقدار (۰/۰۲۵ mm ±) می‌شود که سه رقم اعشار دارد ولی مقداری که گزارش می‌شود دو رقم اعشار دارد. بنابراین باید خطای اندازه‌گیری را به صورت ۰/۰۳ mm ± گرد کنیم. مثلاً:

$۳۷/۲۵\ \text{mm} \pm ۰/۰۲۵\ \text{mm}$ (غلط)

$۳۷/۲۵\ \text{mm} \pm ۰/۰۳\ \text{mm}$ (درست)

◄ تست‌های ۵۷ تا ۶۶ درباره‌ی دقت و خطای اندازه‌گیریه. با دقت و بدون خطا به این تست‌ها پاسخ بدین!

۵ تخمین مرتبه‌ی بزرگی

ممکن است در محاسبه‌ی یک کمیت، وقت کافی برای محاسبه‌ی دقیق نداشته باشیم؛ یا اطلاعاتمان در مورد چیزی که می‌خواهیم حساب کنیم دقیق و کافی نباشد، یا اصلاً دقت در نتیجه‌ی محاسبات ما چندان مهم نباشد. در این شرایط «تخمین می‌زنیم» یا «برآورد می‌کنیم». این را هم بگوییم که «تخمین» یا «برآورد» یک کمیت، راه و روش خودش را دارد. *(همین‌طوری یهویی نمی‌شه تخمین زد، تخمین با حدس فرق داره!)*

تخمین، چند نوع مختلف دارد که ما می‌خواهیم یک نمونه از آن‌ها به نام «تخمین مرتبه‌ی بزرگی» را یاد بگیریم. ابتدا باید با مفهوم «مرتبه‌ی بزرگی» آشنا شویم.

مرتبه‌ی بزرگی یک عدد

منظور از مرتبه‌ی بزرگی یک عدد تقریب‌زدن آن با توانی از ۱۰ است.

مرتبه‌ی بزرگی یک عدد مانند x را در دو پله به دست می‌آوریم:

پله‌ی اول: ابتدا عدد موردنظر را به شکل نمادگذاری علمی یعنی $x = a \times ۱۰^n$ می‌نویسیم $(۱ \le a < ۱۰)$.

پله‌ی دوم: اگر a کم‌تر از ۵ باشد به جای آن ۱ و اگر بزرگ‌تر یا مساوی ۵ باشد، به جای آن ۱۰ قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} ۱ \le a < ۵ : x = a \times ۱۰^n \sim ۱ \times ۱۰^n = ۱۰^n \\ ۵ \le a < ۱۰ : x = a \times ۱۰^n \sim ۱۰ \times ۱۰^n = ۱۰^{n+۱} \end{cases}$$

به نمونه‌های زیر دقت کنید.

$۰/۷ = ۷\times۱۰^{-۱} \sim ۱۰\times۱۰^{-۱} = ۱۰^{۰}$

$۰/۳ = ۳\times۱۰^{-۱} \sim ۱\times۱۰^{-۱} = ۱۰^{-۱}$

$۰/۰۵ = ۵\times۱۰^{-۲} \sim ۱۰\times۱۰^{-۲} = ۱۰^{-۱}$

$۰/۰۰۶۲ = ۶/۲\times۱۰^{-۳} \sim ۱۰\times۱۰^{-۳} = ۱۰^{-۲}$

$۰/۰۴۵\times۱۰^{-۴} = ۴/۵\times۱۰^{-۶} \sim ۱\times۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۶}$

$۴ = ۴\times۱۰^{۰} \sim ۱\times۱۰^{۰} = ۱۰^{۰}$

$۸ = ۸\times۱۰^{۰} \sim ۱۰\times۱۰^{۰} = ۱۰^{۱}$

$۲۶ = ۲/۶\times۱۰^{۱} \sim ۱\times۱۰^{۱} = ۱۰$

$۶۳ = ۶/۳\times۱۰^{۱} \sim ۱۰\times۱۰^{۱} = ۱۰^{۲}$

$۷۵۰۰۰ = ۷/۵\times۱۰^{۴} \sim ۱۰\times۱۰^{۴} = ۱۰^{۵}$

نکته در مرحله‌ی ۲ اگر می‌خواهیم محاسباتمان کمی دقیق‌تر باشد، به جای a، ۱ یا ۱۰ قرار نمی‌دهیم بلکه به جای آن نزدیک‌ترین عدد صحیح را قرار می‌دهیم. مثل نمونه‌های روبه‌رو:

$۰/۰۰۶۲ = ۶/۲\times۱۰^{-۳} \sim ۶\times۱۰^{-۳}$, $۱۶۷۵۰ = ۱/۶۷۵\times۱۰^{۴} \sim ۲\times۱۰^{۴}$

حل مسائل با روش «تخمین مرتبه‌ی بزرگی»

برای حل مسئله‌ها با روش تخمین مرتبه‌ی بزرگی مرحله‌های زیر را انجام می‌دهیم:

پله‌ی اول: رابطه‌ای را که تعیین‌کننده‌ی پاسخ نهایی مسئله است، می‌نویسیم. این رابطه می‌تواند یک «فرمول فیزیکی» باشد یا یک فرمول تناسبی یا هر چیز دیگر.

پله‌ی دوم: مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌های معلوم فرمول را مشخص می‌کنیم. در این مرحله ممکن است مجبور باشیم مقدار کمیتی را خودمان به طور منطقی و یا تجربی حدس بزنیم.

توجه در این مرحله اگر می‌خواهید پاسخ را با دقت بیشتری به دست آورید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌ها را دقیق‌تر تعیین کنید. *(یعنی این‌شکلی:* $۱۰^{n}\times$ *عدد صحیح)*

پله‌ی سوم: با استفاده از رابطه‌ای که در پله‌ی اول نوشتید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت مجهول را حساب کنید.

مرحله‌های گفته‌شده را در چند مثال پیاده می‌کنیم.

مثال **کل مدت زمانی که شما تاکنون در کلاس درس مدرسه سپری کرده‌اید، برحسب ثانیه، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟**

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** **پله‌ی اول:** برای محاسبه‌ی خواسته‌ی مسئله از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

متوسط زمان هر جلسه (ثانیه) × تعداد جلسات کلاس مدرسه = کل زمان سپری‌شده در کلاس مدرسه (ثانیه)

پله‌ی دوم: باید «متوسط زمان هر جلسه» و «تعداد جلسات کلاس مدرسه» را تعیین کنیم. در واقع باید خودمان به طور تقریبی ولی منطقی تخمین بزنیم. زمان هر جلسه *(همون زنگ)* در مدارس معمولاً ۶۰ تا ۹۰ دقیقه است. ما مدت زمان جلسه را ۷۵ min در نظر می‌گیریم اما باید آن را به ثانیه تبدیل کنیم. (ما محاسبات خود را در حل این مثال با دو دقت مختلف انجام می‌دهیم.)

$$\text{متوسط زمان هر جلسه} = ۷۵\ \text{min} = ۷۵\times۶۰\ \text{s} = ۴۵۰۰\ \text{s} = ۴/۵\times۱۰^{۳} = \begin{cases} ۱۰^{۳} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

برای تخمین تعداد جلسات، کارمان کمی طولانی‌تر است. تا این لحظه، شما ۹ سال تحصیلی را سپری کرده‌اید *(این چند هفته‌ی سال دهم رو بی‌خیال شید)*. هر سال تحصیلی ۹ ماه است، ولی تقریباً ۲ ماه از این ۹ ماه صرف امتحانات ترم، تعطیلات و ... می‌شود، پس در هر سال تحصیلی شما ۷ ماه آموزشی دارید. هر ماه ۴ هفته دارد. در هر هفته ۵ روز به مدرسه می‌روید و هر روز ۴ زنگ (جلسه) کلاس دارید، پس تعداد کل جلسات برابر است با:

$$\text{تعداد جلسات کلاس} = ۹\times۷\times۴\times۵\times۴ = ۵۰۴۰ = ۵/۰۴\times۱۰^{۳} = \begin{cases} ۱۰^{۴} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

پله‌ی سوم: از رابطه‌ی مرحله‌ی یک استفاده می‌کنیم:

$$\text{کل زمان سپری شده در کلاس مدرسه} = \text{متوسط زمان هر جلسه (ثانیه)} \times \text{تعداد جلسات کلاس مدرسه} = \begin{cases} ۱۰^{۴}\times۱۰^{۳} = ۱۰^{۷} & \text{«دقت کم»} \\ ۵\times۱۰^{۳}\times۵\times۱۰^{۳} = ۲/۵\times۱۰^{۷} & \text{«دقت زیاد»} \end{cases}$$

این مثال را بهانه کرده و چند نکته برایتان می‌گوییم:

۱) در تست‌های «تخمین» یا «برآورد» معمولاً فاصله‌ی گزینه‌ها از هم زیاد است (دقت کنید در این تست مقدار هر گزینه ۱۰۰ برابر گزینه‌ی قبلی است). به همین دلیل انتظار نمی‌رود که: اولاً محاسبات را خیلی دقیق انجام دهید، ثانیاً در تخمین مقدار کمیت‌هایی که سؤال نداده است، خیلی وسواس به خرج ندهید.

۲) برای تخمین کمیت‌هایی که سؤال درباره‌ی آن‌ها حرفی نزده و می‌خواهد خودمان آن‌ها را مشخص کنیم، باید از یک روند منطقی برای تخمین‌زدن استفاده کنیم *(نه این‌که یهویی یه عدد بگیم)*. مثلاً در این تست دیدید که برای تخمین تعداد جلسات از تعداد سال‌های تحصیلی، تعداد ماه‌هایی که کلاس‌های درس تشکیل می‌شود و ... استفاده کردیم.

مثال مصرف روزانه‌ی بنزین کل خودروهای شخصی کشور، برحسب لیتر، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^{5} ۲) 10^{8} ۳) 10^{11} ۴) 10^{14}

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** مرحله‌ی ۱: از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور (L) = تعداد خودروهای شخصی کشور $\times$ مصرف روزانه‌ی هر خودرو (L)

مرحله‌ی ۲: **گام اول** تعداد خودروهای شخصی کل کشور را تخمین می‌زنیم. ایران تقریباً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. به نظر شما از هر چند نفر، یک نفر خودروی شخصی دارد؟ از هر ۴ نفر؟ از هر ۵ نفر؟ یا از هر ۱۰ نفر؟ ما در نظر می‌گیریم از هر ۵ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد (شما در نظر بگیرید از هر ۱۰ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد یا حتی از هر ۲۰ نفر! می‌بینید که در نهایت ما و شما قرار است یک گزینه را انتخاب کنیم).

بنابراین تعداد خودروها برابر است با: تعداد خودروهای شخصی کشور = جمعیت ایران $\times \frac{1}{5} = (80\times10^{6})\times\frac{1}{5} = 16\times10^{6} \sim 10^{7}$

گام دوم حالا باید مصرف روزانه‌ی هر خودرو را برحسب لیتر برآورد کنیم. به نظر شما یک خودروی معمولی روزانه چند لیتر بنزین مصرف می‌کند؟ ما فرض می‌کنیم هر خودرو به طور متوسط روزانه ۵۰ km حرکت می‌کند. اگر خودروها، باز هم به طور متوسط، در هر ۱۰۰ km، ۱۰ لیتر بنزین مصرف کنند، در ۵۰ کیلومتر ۵ لیتر بنزین مصرف می‌کنند، پس مصرف روزانه‌ی بنزین خودروها را ۵L در نظر می‌گیریم.

مرحله‌ی ۳: در پایان از رابطه‌ای که در مرحله‌ی ۱ معرفی کردیم، استفاده می‌کنیم: مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور $(L) = 10^{7}\times5 \sim 10^{8}\ L$

بد نیست بدانید مصرف روزانه‌ی بنزین کشور تقریباً $7\times10^{7}\ L$ است.

حواستون باشه *ممکن بود در تخمین‌زدن، عددهای دیگه‌ای رو در نظر بگیریم و آخرش به 10^{7} یا 10^{9} برسیم که باید بازم گزینه‌ی (۲) رو انتخاب کنیم. چون سؤال گفته به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است.*

مثال جرم پروتون برحسب کیلوگرم به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (جرم یک مول اتم هیدروژن ۱ گرم است.)

۱) 10^{-18} ۲) 10^{-21} ۳) 10^{-24} ۴) 10^{-27}

پاسخ **گزینه‌ی «۴»** با مفهوم مول در فصل اول درس شیمی آشنا شدید و می‌دانید که یک مول اتم هیدروژن یعنی $6/022\times10^{23}$ اتم هیدروژن، بنابراین طبق گفته‌ی سؤال جرم $6/022\times10^{23}$ اتم هیدروژن برابر است با ۱ گرم. اتم هیدروژن از یک الکترون و یک پروتون تشکیل شده است. جرم الکترون در برابر پروتون بسیار ناچیز است بنابراین از جرم الکترون صرف‌نظر می‌کنیم و می‌نویسیم:

مرحله‌ی ۱: جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون $(kg) = \frac{\text{جرم یک مول هیدروژن}\ (kg)}{\text{تعداد اتم‌های یک مول هیدروژن}}$

مرحله‌ی ۲: جرم یک مول هیدروژن $= 1\ g = 10^{-3}\ kg$

تعداد اتم‌های یک مول هیدروژن $= 6/022\times10^{23} \sim 10^{24}$

مرحله‌ی ۳: جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون $(kg) \sim \frac{10^{-3}}{10^{24}} = 10^{-27}\ kg$

◄ *این مبحث سؤالای عجیبی داره! برای این‌که توی تخمین‌زدن مهارت پیدا کنید، تستای ۶۷ تا ۹۲ رو بزنید.*

پرسش‌های بخش ۲: خطا، دقت، تخمین

خطا و دقت در اندازه‌گیری

برای این‌که از پس تست‌های این قسمت بربیایید، باید معنی اصطلاحات «خطای اندازه‌گیری»، «دقت و حساسیت اندازه‌گیری»، «رقم‌های بامعنی»، «رقم مرسی» و ... را بدانید. آیا می‌دانید؟ به توصیه‌ی همیشگی ما توجه کنید: درس‌نامه را خوب بخوانید!

۵۷- دقت اندازه‌گیری به کدام‌یک از عوامل زیر بستگی ندارد؟

۱) مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند.
۲) رقمی (دیجیتال) بودن یا نبودن ابزار اندازه‌گیری
۳) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.
۴) حساسیت ابزار اندازه‌گیری

۵۸- شکل زیر صفحه‌ی نمایشگر یک آمپرسنج رقمی را نشان می‌دهد. کدام گزینه گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟

۱) $2010\ mA \pm 1\ mA$ ۲) $2010/0\ mA \pm 0/5\ mA$
۳) $2/01\ A \pm 0/01\ A$ ۴) $2/01\ A \pm 0/001\ A$

۵۹- طول یک مداد را با یک خط‌کش که برحسب سانتی‌متر مدرج شده اندازه گرفته‌ایم و مقدار آن را $0/090\ m$ گزارش کرده‌ایم. به ترتیب رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنی این اندازه‌گیری کدام است؟

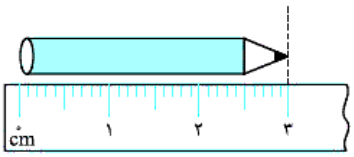
۱) ۰ و ۲ ۲) ۰ و ۳ ۳) ۹ و ۱ ۴) ۹ و ۲

۶۰- در هشت بار اندازه‌گیری جرم یک جسم به وسیله‌ی یک ترازو، مقدارهای روبه‌رو به دست آمده است. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از این اندازه‌گیری است؟

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۱۲۲ g	۱۲۱ g	۱۲۷ g	۱۲۲ g	۱۲۳ g	۱۲۱ g	۱۲۸ g	۱۲۲ g

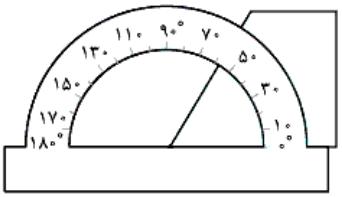
۱) ۱۲۱/۸ ۲) ۱۲۲ ۳) ۱۲۱ ۴) ۱۲۳

۶۱- با توجه به شکل روبه‌رو، در گزارش طول مداد، خطای وسیله ..... و تعداد ارقام بامعنا ..... است.



۱) $\pm 0/1\ cm$ ، ۲ ۲) $\pm 0/1\ cm$ ، ۱
۳) $\pm 0/05\ cm$ ، ۳ ۴) $\pm 0/05\ cm$ ، ۲

۶۲- در شکل روبه‌رو، با نقاله یکی از زاویه‌های یک قطعه‌ی ذوزنقه‌ای‌شکل را نشان داده‌ایم. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از اندازه‌ی این زاویه است؟



۱) $50^\circ \pm 10^\circ$ ۲) $57^\circ \pm 5^\circ$
۳) $57/5^\circ \pm 5^\circ$ ۴) $60^\circ \pm 10^\circ$

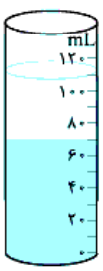
۶۳- با یک کولیس که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن $0/1\ mm$ است، قطر داخلی یک لوله $0/03520\ m \pm 0/00005\ m$ گزارش شده است. رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنای این گزارش کدام است؟

۱) ۲ و ۴ ۲) ۲ و ۳ ۳) ۰ و ۵ ۴) ۰ و ۴

۶۴- به کمک یک تندی‌سنج عقربه‌ای (مدرج)، تندی یک اتومبیل در یک لحظه $108\ km/h \pm 1\ km/h$ گزارش شده است. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این تندی‌سنج و تعداد ارقام بامعنای گزارش کدام است؟

۱) $1\ km/h$ و ۲ رقم ۲) $1\ km/h$ و ۳ رقم ۳) $2\ km/h$ و ۲ رقم ۴) $2\ km/h$ و ۳ رقم

۶۵- در کدام گزینه، حجم مایع درون استوانه‌ی روبه‌رو درست‌تر و دقیق‌تر گزارش شده است؟



۱) $113\ mL \pm 10\ mL$
۲) $113\ mL \pm 5\ mL$
۳) $110\ mL \pm 10\ mL$
۴) $105\ mL \pm 5\ mL$

۶۶- با یک کولیس قطر داخلی یک لوله را اندازه گرفتیم و به درستی مقدار $0/02810\ m \pm 0/00005\ m$ را گزارش کردیم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این کولیس و تعداد ارقام بامعنای آن به ترتیب کدام است؟

۱) $0/05\ mm$ و ۳ رقم ۲) $0/1\ mm$ و ۳ رقم ۳) $0/05\ mm$ و ۴ رقم ۴) $0/1\ mm$ و ۴ رقم

تخمین مرتبه‌ی بزرگی

تست‌های این بخش بسیار هیجان‌انگیز است، برای این‌که لازم است گاهی اطلاعات لازم برای حل یک مسئله را خودمان پیدا کنیم! حتماً قبل از حل این تست‌ها درس‌نامه را خیلی‌دقیق بخوانید.

۶۷- برای اولین بار، حدود ۲۴۰۰ سال پیش، ارسطو به اهمیت «مشاهده» در بررسی پدیده‌های فیزیکی اشاره کرد. چه مرتبه‌ای از ۱۰ برحسب ثانیه از آن زمان می‌گذرد؟

۱) 10^8 ۲) 10^{11} ۳) 10^{14} ۴) 10^{17}

۶۸- مساحت کره‌ی ماه برحسب هکتار به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (هر هکتار برابر ۱۰ هزار متر مربع و شعاع کره‌ی ماه ۱۷۰۰ کیلومتر است.)

۱) 10^6 ۲) 10^9 ۳) 10^{12} ۴) 10^{15}

۶۹- ایران با متوسط بارش سالانه‌ی ۲۵۰ میلی‌متری جزو مناطق خشک جهان محسوب می‌شود. با کل آب ناشی از بارش سالانه‌ی ایران، تقریباً چند بطری ۱/۵ لیتری را می‌توان پر کرد؟ (مساحت ایران تقریباً ۱/۶ میلیون کیلومتر مربع است.)

۱) 10^8 ۲) 10^{11} ۳) 10^{14} ۴) 10^{17}

۷۰- مصرف روزانه‌ی نفت خام در جهان ۸۰ میلیون بشکه و حجم تمام ذخایر نفتی جهان $۱/۴\times۱۰^{۱۲}$ بشکه است. اگر مصرف نفت به همین شکل ادامه پیدا کند، پس از چند سال تمام ذخایر نفتی جهان به پایان می‌رسد؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۰۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰۰

۷۱- حجم بدن یک انسان بالغ برحسب سانتی‌متر مکعب به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۷۲- بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین ۸۶۰ میلی‌متر گزارش شده است. حجم کل آب ناشی از بارش سالیانه، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) $۱۰^{۱۱}$ ۲) $۱۰^{۱۴}$ ۳) $۱۰^{۱۷}$ ۴) $۱۰^{۲۰}$

از این‌جا به بعد تست‌ها یه کوچولو سفت‌تر می‌شه!

۷۳- شهر رشت با مساحت $۱۸۰\ km^{۲}$ در زمینی مسطح در شمال ایران واقع است. در یک روز طوفانی حدود $۱۰\ mm$ باران در این شهر باریده است. تعداد قطره‌های باران، در این روز طوفانی، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۱۴}$ ۲) $۱۰^{۱۷}$ ۳) $۱۰^{۲۰}$ ۴) $۱۰^{۲۳}$

۷۴- نیوتون در سن ۸۵ سالگی از دنیا رفت. حجم هوایی که نیوتون در تمام طول عمر خود تنفس کرده، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) $۱۰^{۹}$ ۳) $۱۰^{۱۲}$ ۴) $۱۰^{۱۵}$

۷۵- مردم ایران هر ساله به مناسبت نوروز گندم سبز می‌کنند. اگر به ازای هر ۷ ایرانی، $۱۰۰\ g$ گندم سبز شود، هر ساله حدود چند کیلوگرم گندم به سبزه‌ی عید تبدیل می‌شود؟ (جمعیت ایران ۸۰ میلیون نفر است.)

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۴}$ ۳) $۱۰^{۶}$ ۴) $۱۰^{۸}$

۷۶- حجم خونی که قلب یک نفر در طول عمرش به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند، برحسب لیتر، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (قلب در هر ضربان به طور میانگین $۷۰\ cm^{۳}$ خون به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند.)

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۷۷- توان متوسط مفید یک کارگر که حداکثر می‌تواند ۸ ساعت در روز کار کند، $۱۵۰\ W$ است. اگر قرار باشد توربین‌های نیروگاه دو هزار مگاواتی شهید رجایی در تمام مدت شبانه‌روز با نیروی انسانی کار کنند، کلاً چند نفر کارگر لازم است؟

۱) ۱۰ ۲) $۱۰^{۳}$ ۳) $۱۰^{۵}$ ۴) $۱۰^{۷}$

۷۸- مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور، برحسب کیلوگرم، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۷۹- مصرف روزانه‌ی بنزین خودروهای شهر تهران، برحسب لیتر، به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

حالا تست‌ها یه کوچولوی دیگه هم سفت‌تر می‌شه!

۸۰- تنظیم موتور خودرو باعث می‌شود که مصرف بنزین در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم‌تر شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نصف خودروهای شهر تهران احتیاج به تنظیم موتور دارند. اگر این کار صورت گیرد، هزینه‌ی ماهانه‌ی صرفه‌جویی‌شده در مصرف بنزین در تهران، برحسب ریال، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (قیمت هر لیتر بنزین را ۱۰۰۰۰ ریال در نظر بگیرید.)

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۱۱}$ ۳) $۱۰^{۱۴}$ ۴) $۱۰^{۱۷}$

۸۱- فرض کنید در ایران از هر ده شیر آب یکی خراب است و آب به صورت قطره‌قطره از آن چکه می‌کند. حجم کل آبی که از این راه در طی یک شبانه‌روز در کل ایران هدر می‌رود، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۲}$

۸۲- حجم کل آب موجود در سطح کره‌ی زمین، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) $۱۰^{۱۵}$ ۲) $۱۰^{۱۸}$ ۳) $۱۰^{۲۱}$ ۴) $۱۰^{۲۴}$

۸۳- فرض کنید حجمی برابر با حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به شکل لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم. ضخامت این لایه برحسب میلی‌متر به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) $۱۰^{۳}$ ۲) ۱۰ ۳) $۱۰^{-۲}$ ۴) $۱۰^{-۵}$

در ۲ تست بعدی باید از کمیت «توان» استفاده کنید. مطمئن هستیم می‌دانید: $\text{توان}=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$

۸۴- توان مصرفی یک لامپ التهابی و یک لامپ کم‌مصرف، با روشنایی مشابه، به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰ وات است. اگر تمام لامپ‌های منازل مسکونی کشور از نوع التهابی به کم‌مصرف تبدیل شوند، تقریباً چند ریال در ماه در مصرف انرژی الکتریکی صرفه‌جویی می‌شود؟ (هزینه‌ی هر ژول انرژی الکتریکی برابر ۰/۰۲ ریال است. تمام اعداد و اطلاعات مورد نیاز را خودتان تخمین بزنید.)

۱) $۱۰^{۱۲}$ ۲) $۱۰^{۱۵}$ ۳) $۱۰^{۱۸}$ ۴) $۱۰^{۲۱}$

۸۵- هنگام تاریکی هوا، خودروها چراغ‌های خود را با توان متوسط ۱۰۰ وات روشن می‌کنند. در موتور این خودروها با سوزاندن هر لیتر مواد سوختنی، مقدار ۴×۱۰^{۷} ژول انرژی تولید می‌شود. بازده‌ی موتور خودروها حدود ۲۰ درصد است. اگر هر خودرو روزانه یک ساعت چراغ‌های خود را روشن کند، افزایش مصرف روزانه‌ی مواد سوختی خودروهای تهران به علت روشن‌کردن چراغ‌ها، حدود چند لیتر است؟

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۱۰}$ ۳) $۱۰^{۴}$ ۴) $۱۰^{۶}$

در ادامه لازم است از فرمول‌های فیزیکی که در سال‌های قبل یاد گرفته‌اید استفاده کنید.

۸۶- جرم یک مول آب، ۱۸ گرم است. تعداد مولکول‌های هر قطره‌ی آب به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۱۹}$ ۲) $۱۰^{۲۲}$ ۳) $۱۰^{۲۵}$ ۴) $۱۰^{۲۸}$

۸۷- طبق استاندارد آلایندگی یورو ۴، حداکثر میزان مجاز تولید مونواکسید کربن در یک خودرو، به ازای هر ۱ کیلومتر حرکت، برابر ۱ گرم است. بیشینه‌ی جرم مونواکسید کربنی که یک خودروی دارای گواهی یورو ۴، در یک سال وارد هوا می‌کند برحسب گرم، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۴}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۱۰}$ ۴) $۱۰^{۱۳}$

۸۸- می‌دانیم تقریباً ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. تندی حرکت زمین به دور خورشید با مرتبه‌ی بزرگی از ۱۰، برحسب کیلومتر بر ساعت برابر کدام گزینه است؟

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۵}$ ۳) $۱۰^{۸}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۸۹- یک ماشین خیالی را در نظر بگیرید که می‌تواند با سرعت نور حرکت کند. این ماشین روی خط استوا در حال گردش به دور زمین است. تعداد دورهایی که این ماشین در یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ (سرعت نور $۳\times۱۰^{۸}\ m/s$ و شعاع کره‌ی زمین $۶۴۰۰\ km$ است.)

۱) ۱۰ ۲) $۱۰^{۲}$ ۳) $۱۰^{۵}$ ۴) $۱۰^{۸}$

۹۰- فشار ناشی از وزن یک شخص بالغ که روی سطح افقی ایستاده است، برحسب پاسکال، به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۲}$ ۲) $۱۰^{۴}$ ۳) $۱۰^{۶}$ ۴) $۱۰^{۸}$

۹۱- می‌دانیم فشار هوا در سطح کره‌ی زمین $۱۰^{۵}$ پاسکال و شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است. جرم هوای موجود در جو زمین برحسب کیلوگرم به کدام‌یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{۱۵}$ ۲) $۱۰^{۱۹}$ ۳) $۱۰^{۲۳}$ ۴) $۱۰^{۲۷}$

۹۲- تقریباً چند ثانیه طول می‌کشد تا پرتوی نور خورشید به زمین برسد؟ (هر یکای نجومی تقریباً $۱/۵\times۱۰^{۱۱}\ m$ و سرعت نور در خلأ $۳\times۱۰^{۸}\ m/s$ است.)

۱) ۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

تست‌های بخش دوم تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزایی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!!! بزنند، چندتا تست جون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری z!

سری Z

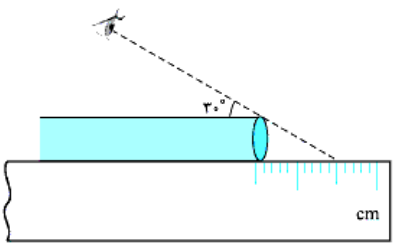
۹۳- با یک خط‌کش که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن $۰/۵\ cm$ است، طول یک مستطیل را $۲۰/۶۵\ cm$ و با یک خط‌کش دیگر که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن $۱\ mm$ است، عرض همان مستطیل را $۱۰/۲۲\ cm$ اندازه گرفته‌ایم. محدوده‌ی مساحت این مستطیل (S) برحسب سانتی‌متر مربع در کدام گزینه دقیق‌تر و درست بیان شده است؟

۱) $۲۱۸/۳\geq S\geq ۲۱۱/۰$ ۲) $۲۱۴/۶\geq S\geq ۲۰۷/۴۷$ ۳) $۲۱۱\geq S\geq ۲۰۳/۹$ ۴) $۲۱۱\geq S\geq ۲۰۷/۴۷$

۹۴- دمای یک جسم را با دماسنج معمولی (مدرج) $۲۲/۶\pm۰/۲\ ^{\circ}C$ و دمای همان جسم را با دماسنج دیجیتالی $۲۲/۶\pm۰/۱\ ^{\circ}C$ گزارش کرده‌ایم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی دماسنج مدرج چند برابر کمینه‌ی اندازه‌گیری دماسنج دیجیتال است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۹۵- مطابق شکل شخصی با روش اشتباه طول لوله‌ای به قطر $۰/۵۰\ cm$ را با خط‌کش میلی‌متری $۲۵/۵۰\ cm$ گزارش کرده است. اگر او با روشی اصولی طول لوله را اندازه می‌گرفت، کدام طول زیر به گزارش او نزدیک‌تر بود؟ ($\sqrt{۳}\simeq ۱/۷$)



۱) ۲۶/۳۵ ۲) ۲۶
۳) ۲۵ ۴) ۲۴/۶۵

۹۶- سرعت خون در رگ آئورت (اولین رگ خروجی از قلب) $۸\ m/s$ و سرعت متوسط آن در مویرگ‌ها $۰/۵\ mm/s$ است. قطر آئورت $۲/۵\ cm$ و قطر متوسط مویرگ‌ها $۰/۱\ mm$ می‌باشد. تعداد مویرگ‌های بدن انسان تقریباً برابر کدام گزینه است؟

۱) $۱۰^{۵}$ ۲) $۱۰^{۷}$ ۳) $۱۰^{۹}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

۹۷- می‌دانیم اگر در نیروگاه‌های هسته‌ای جرم m (برحسب کیلوگرم) به انرژی تبدیل شود، انرژی به دست آمده برحسب ژول از رابطه‌ی $E = mc^2$ به دست می‌آید که c سرعت نور در خلأ و برابر با $3 \times 10^8 \ m/s$ است. تعداد خانه‌هایی که روشنایی‌شان در یک شبانه‌روز با تبدیل ۱kg ماده به انرژی تأمین می‌شود، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) 10^4 ۲) 10^7 ۳) 10^{10} ۴) 10^{13}

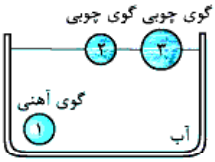
۹۸- مصرف روزانه‌ی نفت در کل جهان ۸۰ میلیون بشکه است. از سوختن هر یک گرم نفت ۵۰ کیلوژول انرژی حاصل می‌شود. می‌دانیم با تبدیل m کیلوگرم ماده به انرژی در نیروگاه‌های هسته‌ای، E ژول انرژی به دست می‌آید که داریم $E = mc^2$ ($c = 3 \times 10^8 \ m/s$: سرعت نور در خلأ). روزانه تقریباً چند کیلوگرم ماده به انرژی تبدیل شود تا انرژی حاصل از نفت را برای کل جهان تأمین کند؟ (هر بشکه معادل ۱۵۰ kg نفت است.)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

درس‌نامه‌های بخش ۲: چگالی

۶ چگالی

در شکل روبه‌رو سه تا گوی می‌بینید، که گوی آهنی داخل آب فرو رفته و گوی‌های چوبی روی سطح آب شناور شده‌اند. گوی آهنی (۱) و گوی چوبی (۲) هم‌حجم‌اند ($V_1 = V_2$)، پس حجم عامل فرورفتن یا نرفتن جسم در داخل آب نیست. گوی آهنی (۱) و گوی چوبی (۳) جرم یکسان دارند ($m_1 = m_3$)، پس جرم هم عامل فرورفتن یا نرفتن جسم در داخل آب نیست. اما در هر شرایطی نسبت جرم به حجم ($\frac{m}{V}$) آهن از نسبت جرم به حجم آب بیشتر و نسبت جرم به حجم چوب از نسبت جرم به حجم آب کم‌تر است؛ یعنی:



$$\frac{m_{چوب}}{V_{چوب}} < \frac{m_{آب}}{V_{آب}} < \frac{m_{آهن}}{V_{آهن}}$$

در واقع عاملی که باعث می‌شود چوب روی آب شناور بماند و آهن در آب فرو رود، نسبت جرم به حجم آن‌ها است. به این نسبت ($\frac{m}{V}$) چگالی می‌گوییم و در فرمول آن را با نماد ρ نشان می‌دهیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \begin{matrix} \text{جرم (kg)} \uparrow \\ \downarrow \text{حجم } (m^3) \end{matrix}$$

با نگاهی به یکای جرم و حجم می‌فهمیم که یکای چگالی در SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است.

یکاهای غیر SI چگالی

گرم بر لیتر (g/L) و گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) یکاهای دیگر چگالی‌اند که تبدیل آن‌ها را به کیلوگرم بر متر مکعب به صورت زیر انجام می‌دهیم:

الف) هر گرم بر لیتر معادل $1 \ kg/m^3$ است؛ زیرا:

$$1\frac{g}{L} \times \frac{1\,kg}{10^3\,g} \times \frac{10^3\,L}{1\,m^3} = 1\,kg/m^3$$

مثلاً چگالی روغن $800 \ kg/m^3$ یا $800 \ g/L$ است.

ب) هر گرم بر سانتی‌متر مکعب معادل $10^3 \ kg/m^3$ است؛ چون:

$$1\frac{g}{cm^3} \times \frac{1\,kg}{10^3\,g} \times \frac{10^6\,cm^3}{1\,m^3} = 10^3\ kg/m^3$$

بنابراین هر وقت خواستید چگالی برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) را به کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) تبدیل کنید، کافی است مقدار چگالی را در ۱۰۰۰ ضرب کنید. مثلاً: $\rho_{آب} = 1\,g/cm^3 \times 1000 = 1000\,kg/m^3$ و هر وقت لازم شد چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) را به گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) تبدیل کنید، مقدار داده‌شده را به ۱۰۰۰ تقسیم کنید. مثلاً:

$$\rho_{جیوه} = 13600\,kg/m^3 \div 1000 = 13/6\,g/cm^3$$

خلاصه این‌که:

چگالی برحسب kg/m^3 $\underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftharpoons}}$ چگالی برحسب g/cm^3

مثال چگالی آهن $7800 \ kg/m^3$ است. حجم ۲۷۳ g آهن چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱) ۱۷/۵ ۲) ۳۵ ۳) ۱۷۵ ۴) ۳۵۰

پاسخ **گزینه‌ی «۲»** **گام اول** جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب می‌خواهد. پس بهتر است اول چگالی را به گرم بر سانتی‌متر مکعب تبدیل کنیم:

$$\rho = 7800\,kg/m^3 = \frac{7800}{1000}\,g/cm^3 = 7/8\,g/cm^3$$

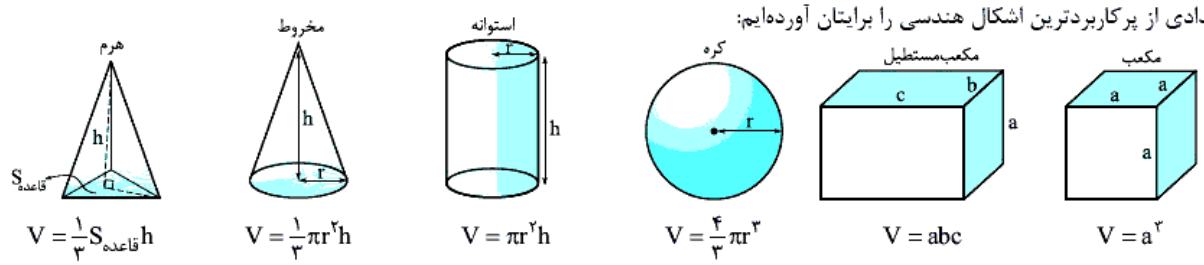
گام دوم با رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$، حجم آهن را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7/8 = \frac{273}{V} \Rightarrow V = \frac{273}{7/8} = 35\,cm^3$$

نکته چگالی یک ماده در دمای معین ثابت است و با تغییر جرم آن عوض نمی‌شود، زیرا اگر جرم تغییر کند به همان نسبت حجم هم تغییر می‌کند. مثلاً چگالی ۱g آب با چگالی ۲۰۰۰۰۰۰kg آب در دمای معین برابر است.

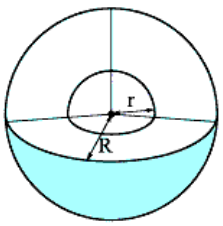
حواستون باشه اگر دمای جسم تغییر کند حجم آن تغییر می‌کند ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت عکسِ حجم تغییر می‌کند.

یادآوری برای حل خیلی از تست‌های مربوط به چگالی باید حجم برخی از اجسام را که شکل هندسی مشخصی دارند بدانید. در این‌جا فرمول حجم تعدادی از پرکاربردترین اشکال هندسی را برایتان آورده‌ایم:

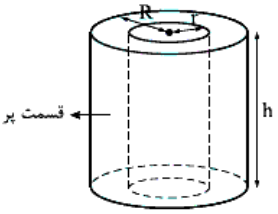


$V=\frac{1}{3}S_{قاعده}h$ $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$ $V=\pi r^2h$ $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ $V=abc$ $V=a^3$

نکته حجم قسمت توپر کره و استوانه‌ی دارای حفره را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

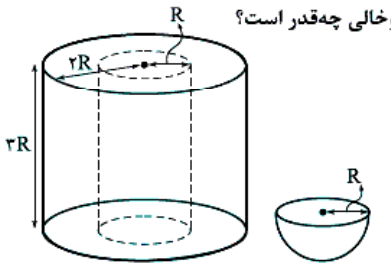


$V=\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$



$V=\pi(R^2-r^2)h$

مثال در شکل زیر هر دو جسم از فولاد ساخته شده‌اند. نسبت جرم نیم‌کره به جرم استوانه‌ی توخالی چه‌قدر است؟



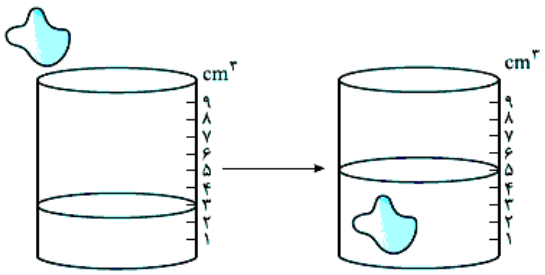
۱) $\frac{20}{27}$
۲) $\frac{2}{9}$
۳) $\frac{2}{27}$
۴) $\frac{20}{9}$

پاسخ **گزینه‌ی «۳»** هر دو جسم از فولاد ساخته شده است، پس چگالی آن‌ها یکسان و نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است. برای حجم دو جسم داده‌شده داریم: $V_{استوانه\,توخالی}=\pi((2R)^2-(R)^2)\times\underbrace{3R}_{\text{ارتفاع استوانه}}=\pi\times(3R^2)\times3R=9\pi R^3$ ، $V_{نیم‌کره}=\frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi R^3)=\frac{2}{3}\pi R^3$

$$\rho_{نیم‌کره}=\rho_{استوانه\,توخالی}\Rightarrow\frac{m_{نیم‌کره}}{m_{استوانه\,توخالی}}=\frac{V_{نیم‌کره}}{V_{استوانه\,توخالی}}=\frac{\frac{2}{3}\pi R^3}{9\pi R^3}=\frac{2}{27}$$

نکته برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند، از استوانه‌ی مدرج استفاده می‌کنیم. برای این کار ابتدا حجم مشخصی از یک مایع (مانند آب) را درون استوانه می‌ریزیم، سپس جسم را درون استوانه می‌اندازیم. حجم مایع جابه‌جاشده برابر با حجم جسم است.

با توجه به شکل، حجم جسم $3-5=2\ cm^3$ است.



مثال یک قطعه فلز به جرم ۵۰۰ g را درون استوانه‌ی مدرجی پر از آب می‌اندازیم. در نتیجه به حجم آب $1250\ cm^3$ اضافه می‌شود. چگالی این قطعه فلز چند واحد SI است؟

۱) ۲۵۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ **گزینه‌ی «۴»** حجم اضافه‌شده به آب همان حجم فلز است، بنابراین داریم: $\rho_{فلز}=\frac{m_{فلز}}{V_{فلز}}=\frac{500}{1250}=\frac{2}{5}=0/4\ g/cm^3=400\ kg/m^3$

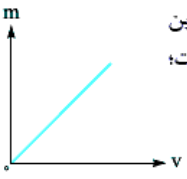
همان‌طور که می‌دانید واحد چگالی در SI، برابر کیلوگرم بر متر مکعب است.

نکته هر گرم بر میلی‌متر مکعب با توجه به رابطه‌ی مقابل برابر با یک کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب است: $1\frac{g}{mm^3}\times\frac{10^{-3}\ kg}{1\ g}\times\frac{10^3\ mm^3}{1\ cm^3}=1\ kg/cm^3$

نکته گاهی لازم است در بعضی مسئله‌ها از نسبت چگالی دو ماده استفاده کنیم. در این صورت از رابطه‌ی روبه‌رو استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}\rightarrow\boxed{\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}}$$

نکته رابطه‌ی چگالی را می‌توانیم به صورت $m=\rho V$ بنویسیم که مثل $y=ax+b$ یک معادله‌ی درجه‌یک است. بنابراین نمودار جرم برحسب حجم برای یک ماده به شکل خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن نشان‌دهنده‌ی چگالی است؛ یعنی هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است.



عرض از مبدأ شیب

$$\begin{matrix} y & = & a & x & + & b \\ m & = & \rho & V & + & 0 \end{matrix}$$

چگالی مخلوط

اگر دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم، به شرط این‌که در اثر مخلوط‌شدن مجموع حجم مواد تغییر نکند، چگالی مخلوط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\text{مجموع جرم کل مواد}}{\text{مجموع حجم کل مواد}}=\frac{m_1+m_2+m_3+\cdots}{V_1+V_2+V_3+\cdots}$$

که در آن m_1، m_2، m_3 و ... به ترتیب جرم ماده‌ی اول، جرم ماده‌ی دوم، جرم ماده‌ی سوم و ... است. به همین صورت V_1، V_2، V_3 و ... به ترتیب حجم ماده‌ی اول، حجم ماده‌ی دوم، حجم ماده‌ی سوم و ... است.

یادآوری آلیاژ نیز نوعی مخلوط است، پس برای به دست آوردن چگالی آلیاژ هم می‌توان از همین رابطه استفاده کرد.

نکته اگر چگالی و حجم مواد در تست معلوم و جرم مجهول باشد، برای به دست آوردن چگالی مخلوط در رابطه‌ی صفحه‌ی قبل به جای m، معادلش (ρV) را قرار می‌دهیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2+m_3+\cdots}{V_1+V_2+V_3+\cdots}=\frac{\overbrace{\rho_1V_1}^{m_1}+\overbrace{\rho_2V_2}^{m_2}+\overbrace{\rho_3V_3}^{m_3}+\cdots}{V_1+V_2+V_3+\cdots}$$

نکته اگر در مسئله، جرم و چگالی مواد را داده باشند و حجم را نداده باشند، در فرمول به جای V معادلش (یعنی $\frac{m}{\rho}$) را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_1+m_2+m_3+\cdots}{V_1+V_2+V_3+\cdots}=\frac{m_1+m_2+m_3+\cdots}{\underbrace{\frac{m_1}{\rho_1}}_{V_1}+\underbrace{\frac{m_2}{\rho_2}}_{V_2}+\underbrace{\frac{m_3}{\rho_3}}_{V_3}+\cdots}$$

مثال $500\ cm^3$ آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1/2\ g/cm^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1/1\ g/cm^3$ شود؟ (چگالی آب $1\ g/cm^3$ است.)

۱) ۲۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۷۵۰

پاسخ گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌های بیان‌شده، چگالی مخلوط برابر با $\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}$ است، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_1V_1+\rho_2V_2}{V_1+V_2}\Rightarrow 1/1=\frac{(1\times 500)+1/2\times V_2}{500+V_2}\Rightarrow 550+1/1V_2=500+1/2V_2\Rightarrow 550-500=1/2V_2-1/1V_2$$

$$\Rightarrow 0/1V_2=50\Rightarrow V_2=500\ cm^3$$

چگالی اولین فرمول فیزیکه که توی سال دهم باهاش آشنا شدین. زدن تستای ۹۹ تا ۱۴۴ رو به شما توصیه می‌کنیم.

پرسش‌های بخش ۳: چگالی

چگالی قرار نیست شما رو اذیت کنه. فقط یک نکته: حتماً حواستون به یکاها و تبدیل یکاها باشه.

۹۹- اگر چگالی جسمی $0/01\ g/mm^3$ باشد، چگالی آن برحسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ (ق.۹۰)

۱) ۰/۰۰۰۱ ۲) ۰/۰۰۱ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۱

۱۰۰- جرم $20\ L$ از مایعی با چگالی $1200\ kg/m^3$، چند کیلوگرم است؟ (ق.۹۰)

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۱۰۱- حجم جسمی $0/002\ dm^3$ و جرم آن $5\ g$ است. چگالی این جسم چند واحد SI است؟ (ضریب پیشوند دسی (d)، 10^{-1} است.)

۱) $2/5\times10^3$ ۲) $2/5\times10^2$ ۳) 4×10^3 ۴) 4×10^2

۱۰۲- جرم $50\ cm^3$ محلول یک اسید $60\ g$ است. جرم حجمی این محلول برحسب g/L و kg/m^3، از راست به چپ کدام است؟ (ق.۹۰)

۱) ۰/۱۲، ۱/۲ ۲) ۱۲، ۱۲ ۳) ۱۲۰، ۱/۲ ۴) ۱۲۰۰، ۱۲۰۰

۱۰۳- چگالی فلز اُسیوم که یکی از چگال‌ترین مواد یافت‌شده روی زمین است، $22/5\times10^3\ kg/m^3$ می‌باشد. جرم قطعه‌ای از این ماده به حجم $84/0\ cm^3$ چند کیلوگرم است؟

۱) $1/89\times10^{-2}$ ۲) $1/89\times10^{-1}$ ۳) $1/89$ ۴) $1/89\times10^1$

۱۰۴- حجم خون در گردش در یک فرد بالغ حدود ۵/۰۰ لیتر است. جرم این مقدار خون چند کیلوگرم است؟ چگالی خون $1/05\ g/cm^3$ است.

۱) ۵/۲۵ ۲) $5/25\times10^{-3}$ ۳) ۱۰/۵ ۴) $10/5\times10^{-3}$

۱۰۵- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم مکعبی به ابعاد $1\ cm\times3\ cm\times4\ cm$ از این جنس چند کیلوگرم است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۰۰

۱۰۶- جرم و حجم یک الماس به ترتیب ۷ قیراط و $0/35\ cm^3$ است. چگالی این الماس در SI چند واحد است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است.)

۱) ۲/۵ ۲) $2/5\times10^3$ ۳) ۴ ۴) 4×10^3

۱۰۷- چگالی نوشابه‌ی گازدار وقتی هنوز بطری آن باز نشده است ..... از هنگامی است که داخل لیوان ریخته می‌شود. زیرا وقتی نوشابه داخل لیوان ریخته می‌شود ..... .

۱) بیشتر ـ جرم آن اندکی کم می‌شود
۲) بیشتر ـ حجم آن اندکی زیاد می‌شود
۳) کم‌تر ـ جرم آن اندکی زیاد می‌شود
۴) کم‌تر ـ حجم آن اندکی کم می‌شود

۱۰۸- چگالی جسمی $1200\ kg/m^3$ است. وزن $5\ cm^3$ از این جسم، چند نیوتون است؟ $(g=10\ N/kg)$

۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۱۲ ۳) ۰/۰۶ ۴) ۲/۴

۱۰۹- می‌خواهیم از ماده‌ای با چگالی $8\times10^3\ kg/m^3$ مکعبی توپر به ضلع $5\ cm$ درست کنیم. چند کیلوگرم از این ماده لازم است؟ (ق.م)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۶

۱۱۰- یک مکعب‌مستطیل فلزی به ابعاد $5\ cm\times30\ cm\times20\ cm$ داریم. اگر چگالی این فلز $1200\ \frac{kg}{m^3}$ باشد، جرم آن چند کیلوگرم است؟

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۷۲ ۳) ۳/۶ ۴) ۷/۲

۱۱۱- یک مکعب همگن که هر بعد آن $10\ cm$ و چگالی آن $7800\ kg/m^3$ است، چند نیوتون وزن دارد؟ $(g=10\ N/kg)$

۱) ۰/۷۸ ۲) ۷/۸ ۳) ۷۸ ۴) ۷۸۰

۱۱۲- سطح مقطع یک استوانه‌ی همگن $25\ cm^2$، ارتفاع آن $10\ cm$ و چگالی آن $7800\ kg/m^3$ می‌باشد. جرم این استوانه چند گرم است؟

۱) ۱۹۵ ۲) ۱۹۵۰ ۳) ۹۷۵ ۴) ۹۷/۵

۱۱۳- چگالی کره‌ای همگن به جرم $8\ kg$ و به شعاع $10\ cm$، چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $(\pi=3)$ (ق.م)

۱) ۱۰۰۰ ۲) ۱۵۰۰ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۱۱۴- چگالی ماده‌ای $2/43\ g/cm^3$ است. جرم مکعبی از این ماده ۴ مثقال است. ضلع مکعب چند سانتی‌متر است؟ (هر مثقال ۴/۸۶ گرم است.)

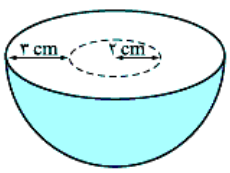
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

محاسبه‌ی چگالی اجسامی که درونشان حفره دارد خیلی رایج است. در چهار تست بعدی با این اجسام سروکار داریم.

۱۱۵- جرم یک پوسته‌ی فلزی کروی به شعاع خارجی $12\ cm$ و شعاع داخلی $4\ cm$، $939/36\ kg$ است. چگالی این فلز چند کیلوگرم بر لیتر است؟ $(\pi\simeq3)$

۱) ۶۰۰۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۶ ۴) ۱/۶

۱۱۶- شکل روبه‌رو، نیم‌کره‌ای فلزی را نشان می‌دهد که درون آن حفره‌ای به شکل نیم‌کره ایجاد شده است. اگر چگالی فلز $5\ g/cm^3$ باشد، جرم این جسم چند گرم است؟ $(\pi=3)$



۱) ۱۹۰ ۲) ۱۱۷۰ ۳) ۱۲۵۰ ۴) ۲۳۴۰

۱۱۷- درون یک قطعه طلا با حجم ظاهری $12\ cm^3$ و جرم $199/5\ g$، حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی طلا $19000\ kg/m^3$ باشد، حجم حفره‌ی خالی چند سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳/۴

۱۱۸- طول هر ضلع یک مکعب فلزی $10\ cm$ و جرم آن $6\ kg$ است. اگر چگالی فلز $8\ g/cm^3$ باشد، مکعب: (سراسری ریاضی ۸۸)

۱) توپر و حجم آن $750\ cm^3$ است.
۲) توپر و حجم آن $1000\ cm^3$ است.
۳) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره $750\ cm^3$ است.
۴) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره $250\ cm^3$ است.

در مسئله‌های پیش رو به مقایسه چگالی دو جسم پرداخته‌ایم!

۱۱۹- دو مکعب فلزی یکی از آلومینیم به جرم حجمی $2/7\ g/cm^3$ و دیگری از آلیاژی به جرم حجمی $8/1\ g/cm^3$ موجود است. اگر هر یال مکعب دوم دو برابر یال مکعب اول باشد، جرم آن چند برابر مکعب اول است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

۱۲۰- جرم دو کره‌ی همگن توپر A و B با هم برابر است. اگر شعاع کره‌ی A برابر ۳ cm و شعاع کره‌ی B برابر ۶ cm باشد، چگالی کره‌ی A چند برابر چگالی کره‌ی B است؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۹)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) $2\sqrt{2}$

۱۲۱- حجم جسم A دو برابر حجم جسم B و جرم آن ۳ برابر جرم جسم B است. چگالی جسم A چند برابر چگالی جسم B است؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۱۲۲- نسبت چگالی آهن به چگالی جسمی ۱/۳ است. حجم ۵۴۰ g از این جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آهن $7800\ kg/m^3$ است.) (ق.۹۰)

۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

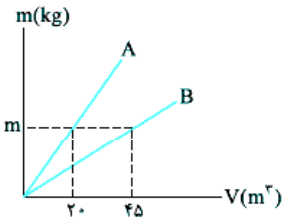
۱۲۳- چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است. اگر جرم $500\ cm^3$ از جسم B برابر ۲۰۰ g باشد، جرم $200\ cm^3$ از جسم A چند گرم است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۱)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

۱۲۴- چگالی مایع A، $\frac{4}{5}$ چگالی مایع B است. اگر حجم ۸ kg از مایع A برابر ۱۰ L باشد، حجم ۵ kg از مایع B برابر چند لیتر است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

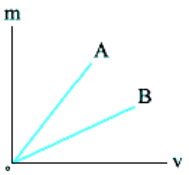
۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{6}$ ۳) ۴ ۴) ۵

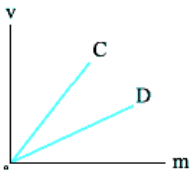
۱۲۵- شکل روبه‌رو نمودار جرم برحسب حجم دو فلز A و B است. نسبت چگالی فلز A به فلز B کدام است؟



۱) $\frac{4}{9}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{9}{4}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۶- با توجه به نمودارهای داده‌شده برای چهار ماده‌ی A، B، C و D کدام مقایسه در مورد چگالی این چهار ماده صحیح است؟





۱) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
۲) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$
۳) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
۴) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$

۱۲۷- دو استوانه‌ی همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانه‌ی A توپر و استوانه‌ی B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانه‌ی B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی A چند برابر چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی B است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۲۸- نیم‌کره‌ی توپری با شعاع R' را ذوب کرده، با مصالح آن، استوانه‌ای با شعاع داخلی R و شعاع خارجی R' می‌سازیم. اگر ارتفاع استوانه برابر R' باشد، نسبت $\frac{R'}{R}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲۹- با ذوب m گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول L، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده، استوانه‌ی دیگری به طول $3L$، شعاع داخلی $2R_1$ و شعاع خارجی $2R_2$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند m می‌شود؟ (ق.۹۰)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۳۰- کره‌ی توپری به شعاع R، از فلزی با چگالی ρ_1 ساخته شده است. اگر درون آن حفره‌ای کروی به شعاع $\frac{R}{2}$ و هم‌مرکز با کره ایجاد کنیم، چگالی این کره چند برابر ρ_1 می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۳)

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{7}{8}$

در تست زیر حجم جسم به شیوه‌ی جالبی اندازه‌گیری شده است.

۱۳۱- درون استوانه‌ی مدرجی آب وجود دارد. گلوله‌ی توپری به جرم ۴۲ g را داخل آب می‌اندازیم. سطح آب از درجه‌ی $50\ cm^3$ به $54\ cm^3$ می‌رسد. چگالی گلوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

۱) ۳/۵ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۲۱ ۴) ۴۲

۱۳۲- جرم یک استوانه‌ی مدرج ۱۲۰ g است. $۷۵\ cm^۳$ از یک مایع را درون آن می‌ریزیم. در این صورت جرم استوانه با مایع درون آن ۱۸۰ g می‌شود. چگالی این مایع چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

۱) ۸×۱۰^{-۱} ۲) ۸×۱۰^{۲} ۳) ۸×۱۰ ۴) ۸×۱۰^{-۲}

۱۳۳- یک قطعه فلز به جرم ۹۰ g را درون آب داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. با این عمل قطعه فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح آب درون استوانه به اندازه‌ی ۱/۲ cm بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه $۱۰\ cm^۲$ باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

۱) ۵/۵ ۲) ۶ ۳) ۷/۵ ۴) ۸

۱۳۴- جرم یک گلوله‌ی آهنی ۳۹۰۰ g و چگالی آن $۷۸۰۰\ kg/m^۳$ است. اگر گلوله‌ی آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی الکل $۸۰۰\ g/L$ باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۱۳۵- یک قطعه فلز را که چگالی آن $۲/۷\ g/cm^۳$ است، کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $۰/۸\ g/cm^۳$ وارد می‌کنیم و به اندازه‌ی ۱۶۰ g الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

۱) ۵۴۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۴۳۲ ۴) ۲۰۰

یک مدل از تست‌های چگالی، مسئله‌هایی است که به محاسبه‌ی چگالی مخلوط می‌پردازد!

۱۳۶- $۳۰۰\ cm^۳$ از مایعی به چگالی $۱۳۰۰\ kg/m^۳$ را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۱۵۰۰\ kg/m^۳$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $۱۴۰۰\ kg/m^۳$ شود؟ (در اختلاط، تغییر حجم ناچیز است.) (ق.م)

۱) ۲۰۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۵۰

۱۳۷- ۳ L آب به جرم حجمی $۱\ kg/L$ با ۲ L مایع به جرم حجمی $۱/۵\ kg/L$ مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با:

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۲۵۰ ۳) ۱/۳ ۴) ۱/۴

۱۳۸- مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ درست شده است. اگر $\frac{۱}{۳}$ حجم آن از مایعی با چگالی $\rho_۱$ بوده و $\frac{۲}{۳}$ باقی‌مانده از مایعی با چگالی $\rho_۲$ باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام گزینه است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

۱) $\frac{۳\rho_۱\rho_۲}{\rho_۲+۲\rho_۱}$ ۲) $\frac{\rho_۲+۲\rho_۱}{۳}$ ۳) $\frac{\rho_۱+۲\rho_۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳\rho_۱\rho_۲}{\rho_۱+۲\rho_۲}$

۱۳۹- چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه‌ی V_A و V_B، برابر $۰/۷۵\ g/cm^۳$ است. اگر چگالی مایع A برابر $۶۰۰\ g/L$ و چگالی مایع B برابر $۸۰۰\ g/L$ باشد، V_A چند برابر V_B است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۴۰- مخلوطی از دو ماده‌ی A و B به چگالی‌های $۴\ g/cm^۳$ و $۱۸\ g/cm^۳$ درست می‌کنیم. اگر جرم ماده‌ی B سه برابر جرم ماده‌ی A باشد، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر است؟

۱) ۱۲۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۴۸۰۰ ۴) ۹۶۰۰

۱۴۱- در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط $۵\ cm^۳$ کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب‌شده چند گرم است؟ $(\rho_{آب}=۱\ g/cm^۳ ,\ \rho_{یخ}=۰/۹\ g/cm^۳)$ (سراسری ریاضی خارج ۸۸)

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

پایان بخش تست‌های این فصل تست‌هایی است مربوط به تخمین، که در آن‌ها از مفهوم و فرمول چگالی باید استفاده کنید.

۱۴۲- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم یک قوطی کبریت از جنس ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی این ستاره‌ها چند برابر جرم یک خودروی معمولی است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰۰}$

۱۴۳- اخترشناسان شعاع جهان قابل رویت را $۱۰^{۱۰}$ سال نوری تخمین زده‌اند. برآورد شده است که در جهان در حدود $۱۰^{۱۱}$ کهکشان و در هر کهکشان حدود $۱۰^{۱۱}$ ستاره مانند خورشید وجود دارد. چگالی متوسط جهان برحسب کیلوگرم بر متر مکعب به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ جرم خورشید را $۲\times۱۰^{۳۰}\ kg$ و سرعت نور را $۳\times۱۰^{۸}\ m/s$ در نظر بگیرید.

۱) $۱۰^{-۳۸}$ ۲) $۱۰^{-۳۲}$ ۳) $۱۰^{-۲۶}$ ۴) $۱۰^{-۲۰}$

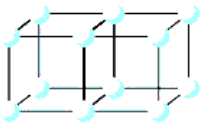
۱۴۴- با توجه به مفهوم چگالی، مشخص کنید که جرم زمین دارای چه مرتبه‌ای از ۱۰ برحسب کیلوگرم است؟ (شعاع کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است.)

۱) $۱۰^{۱۶}$ ۲) $۱۰^{۱۹}$ ۳) $۱۰^{۲۲}$ ۴) $۱۰^{۲۵}$

تست‌های بخش سوم هم تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزایی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!! بزنند، چندتا تست چون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری z!

سری Z



۱۴۵- ماده‌ای از اتم‌های کربن با ساختار مکعبی‌شکل روبه‌رو ساخته شده است. می‌دانیم در هر ۱۲ گرم کربن تقریباً ۶×۱۰^{۲۳} اتم کربن وجود دارد. اگر چگالی این ماده $۲/۵\ g/cm^۳$ باشد، فاصله‌ی ۲ اتم مجاور روی یک ضلع در مکعب برحسب متر به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

۱) $۱۰^{-۶}$ ۲) $۱۰^{-۸}$ ۳) $۱۰^{-۱۰}$ ۴) $۱۰^{-۱۲}$

۱۴۶- مکعبی به طول ضلع a و استوانه‌ای توخالی به شعاع داخلی $\frac{a}{۲}$ و شعاع خارجی $\frac{۳}{۲}a$ و ارتفاع $۲a$ در اختیار داریم. اگر جرم مکعب $\frac{۱}{۴}$ برابر جرم استوانه باشد، نسبت چگالی استوانه به چگالی مکعب کدام است؟ $(\pi \simeq ۳)$

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۴۷- یک ظرف استوانه‌ای فلزی به شعاع داخلی $۱۰\ cm$ و عمق $۹\ cm$ وقتی کاملاً پر از آب باشد، جرمش $۱۰/۱۴\ kg$ است. اگر ضخامت ظرف در دیواره و کف آن $۱\ cm$ باشد، چگالی ظرف چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟ $(\pi = ۳$ و $\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳)$

۱) ۸ ۲) ۷/۸ ۳) ۴ ۴) ۲/۷

۱۴۸- درون یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع $۴\ cm$ آب ریخته‌ایم و یک قالب یخ مکعبی‌شکل به ضلع $۵\ cm$ درون آن انداخته‌ایم به طوری که ارتفاع آب درون استوانه $۱۰\ cm$ افزایش یافته و ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب قرار گرفته است. پس از مدتی نیمی از یخ ذوب می‌شود، ارتفاع آب ..... $(\pi \simeq ۳\ ,\ \rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳\ ,\ \rho_{یخ} = ۰/۹\ g/cm^۳)$

۱) تغییر نمی‌کند.
۲) ۱/۳ cm افزایش می‌یابد.
۳) ۱/۳ cm کاهش می‌یابد.
۴) ۱/۱cm افزایش می‌یابد.

۱۴۹- یک لیوان با حجم داخلی $۲۰۰\ cm^۳$ پر از آب می‌باشد. اگر $\frac{۳}{۴}$ آب داخل لیوان را خالی کنیم، جرم لیوان و آب باقی‌مانده در آن نصف می‌شود. جرم لیوان چند گرم است؟ $(\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳)$

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۷۵

۱۵۰- بر روی یک کفه‌ی ترازو، وزنه‌ی ۶۰۰ گرمی و بر روی کفه‌ی دیگر آن یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع $۴\ cm$ و وزن $۱/۰۸\ N$ قرار دارد. درون استوانه تا ارتفاع $۴\ cm$ آب می‌ریزیم. اگر با انداختن ۱۰ عدد سکه‌ی مشابه درون آب، ارتفاع آب به $۵\ cm$ برسد و دو کفه‌ی ترازو معادل شوند، چگالی آلیاژ به کار رفته در سکه چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ $(\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳\ ,\ \pi \simeq ۳\ ,\ g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۵۴۵۰ ۲) ۶۲۵۰ ۳) ۶۵۰۰ ۴) ۶۷۵۰

۱۵۱- جرم یک لیوان هنگامی که پر از جیوه است، برابر $۵۴۰۰\ g$ و هنگامی که پر از آب است، برابر $۶۰۰\ g$ می‌باشد. حداکثر چند گرم نفت در این لیوان جا می‌گیرد؟ $(\rho_{نفت} = ۰/۸\ g/cm^۳$، $\rho_{جیوه} = ۱۳\ g/cm^۳$ و $\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳)$

۱) ۵۲۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۸۲۰

۱۵۲- $۱۰۰\ cm^۳$ از مایعی به چگالی $۳/۵\ g/cm^۳$ را با $۳۰۰\ cm^۳$ از مایعی با چگالی $۴/۵\ g/cm^۳$ مخلوط می‌کنیم. اگر در این مخلوط‌کردن حجم کل ۱۵ درصد کاهش یابد، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۱۵۳- $۵۱۰\ g$ از مایع A را با $۳۰\ cm^۳$ از مایع B با چگالی $۴\ g/cm^۳$ مخلوط می‌کنیم. چگالی مایع A چند گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد تا در صورت کاهش ۱۰ درصدی حجم، چگالی مخلوط، برابر میانگین چگالی دو مایع شود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۵

۱۵۴- نصف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط $۸\ g/cm^۳$ است. اگر یک‌سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم، چگالی مخلوط $۶\ g/cm^۳$ می‌شود. چگالی هر یک از مایعات چند $g/cm^۳$ است؟ *(المپیاد فیزیک ۹۰)*

۱) ۶ و ۹ ۲) ۶ و ۱۰ ۳) ۵ و ۱۱ ۴) ۲ و ۱۴

پاسخ‌نامه‌ی تشریحی

۱- گزینه‌ی «۲» دو عبارت (الف) و (پ) درست‌اند.

طبق گفته‌ی کتاب درسی، اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک داشته است (گزینه‌ی (ب) غلط است). هم‌چنین ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیک، نقطه‌ی قوت فیزیک است (گزینه‌ی (ت) هم نادرست است).

۲- گزینه‌ی «۴» متن کتاب درسی را باید خوب بخوانید.

۳- گزینه‌ی «۳» وزن توپ یک عامل سرنوشت‌ساز است و نمی‌توانیم از آن صرف‌نظر کنیم.

۴- گزینه‌ی «۴» اگر از اصطکاک خودرو با زمین صرف‌نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده‌گرفتن جرم هم باعث می‌شود همه‌ی نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شود، پس نباید بی‌خیالِ موارد (ب) و (ت) شویم. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.

۵- گزینه‌ی «۴» لزومی ندارد کل آب را به شکل یک ذره در نظر بگیریم. ۳ مورد دیگر تحلیل و بررسی این پدیده را ساده‌تر می‌کنند و ضرورت دارند.

۶- گزینه‌ی «۲» یکای بعضی از کمیت‌ها (مثل جرم) مستقل از کمیت‌های دیگر تعریف می‌شود.

۷- گزینه‌ی «۱» ابعاد را با کمیت طول گزارش می‌کنیم که کمیتی اصلی و نرده‌ای است؛ ولی سرعت کمیتی فرعی و برداری است.

حواسمون باشه تندی (اندازه‌ی سرعت) کمیتی فرعی و نرده‌ای است؛ چون فقط مقدار سرعت را نشان می‌دهد.

۸- گزینه‌ی «۲» در فیزیک، با کمیت‌هایی برخورد می‌کنید که یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی. درستی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) قطعی است. در مورد گزینه‌ی (۴) یادآور می‌شویم که فرمول‌های فیزیک، رابطه‌ی میان کمیت‌ها را بیان می‌کنند.

۹- گزینه‌ی «۳» اگر درس‌نامه را خوانده باشید، حتماً به این تست جواب درستی می‌دهید.

۱۰- گزینه‌ی «۴» هر سه مورد درست است. فقط در مورد (ب) بد نیست بدانید که کمیت‌هایی مثل ضریب اصطکاک وجود دارد که واحد ندارد.

۱۱- گزینه‌ی «۳» در گزینه‌ی (۱) نیرو، در گزینه‌ی (۲) گرما و در گزینه‌ی (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی کمیت‌های فرعی هستند.

۱۲- گزینه‌ی «۳» با نگاهی به جدول کمیت‌های اصلی درس‌نامه، گزینه‌ی (۳) را انتخاب می‌کنیم! یادتان باشد مفهوم یکا با کمیت تفاوت دارد.

۱۳- گزینه‌ی «۲» جدول کمیت‌های اصلی را که در درس‌نامه آمده است به خاطر بسپارید، خیلی مهم است.

۱۴- گزینه‌ی «۳» به جدول کمیت‌های اصلی در درس‌نامه مراجعه کنید.

۱۵- گزینه‌ی «۳» بار الکتریکی کمیت اصلی نیست. یکای مقدار ماده مول است، نه کیلوگرم. یکای شدت روشنایی، شمع یا کندلا است.

۱۶- گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی (۱): جرم کمیت نرده‌ای است، پس جهت ندارد؛ اما سرعت، برداری و جهت‌دار است. گزینه‌ی (۲): دو کمیت مختلف را می‌توانیم در هم ضرب یا تقسیم کنیم. *(اصلن فرمول‌های فیزیک همشون همین‌جوری به دست می‌آن. مثلن همین‌جا حاصل‌ضرب جرم در سرعت برابر یه کمیت دیگه است که بهش تکانه می‌گیم.)* گزینه‌ی (۳): جمع و تفریق کمیت‌های نرده‌ای (مثل جرم)، جبری و جمع و تفریق کمیت‌های برداری (مثل سرعت)، برداری است. گزینه‌ی (۴): دو کمیت با دو واحد مختلف را حق نداریم با هم جمع یا تفریق کنیم.

۱۷- گزینه‌ی «۲» سرعت تنها کمیت برداری در میان این چند کمیت است.

۱۸- گزینه‌ی «۲» تندی جهت ندارد و کمیت نرده‌ای است (سرعت، جهت دارد و برداری است!). فشار و کار هم نرده‌ای هستند.

۱۹- گزینه‌ی «۲» فشار از رابطه‌ی $P=\frac{F}{A}$ به دست می‌آید، اما ابتدا لازم است یکای نیرو را برحسب یکاهای اصلی به دست بیاوریم. برای این کار از رابطه‌ی $F=ma$ استفاده می‌کنیم.

$$F=ma \Rightarrow F_{\text{یکای}}=kg\times\frac{m}{s^2}$$

$$P=\frac{F}{A} \Rightarrow P_{\text{یکای}}=\frac{kg\times\frac{m}{s^2}}{m^2}=\frac{kg.m}{m^2.s^2}=\frac{kg}{m.s^2}$$

۲۰- گزینه‌ی «۲» روش اول این تست را شبیه تست قبل حل می‌کنیم.

$$\text{نیرو}: F=ma \Rightarrow F_{\text{یکای}}=kg\times\frac{m}{s^2}$$

$$W=Fd \Rightarrow W_{\text{یکای}}=(kg\times\frac{m}{s^2})\times m=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

روش دوم می‌دانیم که ژول هم یکای کار است و هم یکای همه‌ی انرژی‌ها. یعنی یکای انرژی جنبشی هم ژول است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_{\text{یکای}}=(kg)\times(\frac{m}{s})^2=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

۲۱- گزینه‌ی «۳» ابتدا یکای F را برحسب یکاهای اصلی به دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow F_{\text{یکای}} = kg \times \frac{m}{s^2}$$

حالا از رابطه‌ی گفته‌شده در صورت سؤال استفاده می‌کنیم:

$$F = K\Delta x \Rightarrow K = \frac{F}{\Delta x}$$

یکای Δx متر (m) است. پس:

$$K \text{ یکای} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2}}{m} = \frac{kg}{s^2}$$

۲۲- گزینه‌ی «۲» مطابق تاکتیک درس‌نامه عمل می‌کنیم؛ در این‌جا رابطه‌ی فیزیکی را به ما داده‌اند، پس کارمان ساده‌تر است.

گام اول فرمول فیزیکی را به گونه‌ای مرتب می‌کنیم که کمیت مجهول در یک طرف تساوی و بقیه در طرف دیگر قرار گیرند:

$$A = \frac{BC^2}{D} \Rightarrow B = \frac{AD}{C^2}$$

گام دوم کافی است واحدها را جای‌گذاری کنیم:

$$B \text{ واحد} = \frac{N.s}{m^2}$$

۲۳- گزینه‌ی «۳» از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۳۴۸۰ \text{ mi} = ۳۴۸۰ \text{ mi} \times \frac{۱۶۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰۰۰ \text{ m}} = ۵۵۶۸ \text{ km}$$

۲۴- گزینه‌ی «۱» از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. دقت کنید یکایی که می‌خواهیم حذف شود باید در مخرج باشد.

$$۱/۹۴۴ \text{ ton} = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} \times ۴/۸۶ \times ۶۴۰ \times ۶/۲۵ = \frac{۱ \text{ تن}}{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}} \times \frac{۱ \text{ کیلوگرم}}{۱۰۰۰ \text{ گرم}} \times \frac{۴/۸۶ \text{ گرم}}{۱ \text{ مثقال}} \times \frac{۶۴۰ \text{ مثقال}}{۱ \text{ من تبریز}} \times \frac{۱۰۰ \text{ من تبریز}}{۱ \text{ خروار}} \times ۶/۲۵ \text{ خروار} = ۶/۲۵ \text{ خروار}$$

۲۵- گزینه‌ی «۳»

$$۳۰۰۰۰ \text{ ft} = ۳۰۰۰۰ \text{ ft} \times \frac{۱۲ \text{ in}}{۱ \text{ ft}} \times \frac{۲/۵ \text{ cm}}{۱ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ m}}{۱۰۰ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰۰۰ \text{ m}} = ۹ \text{ km}$$

۲۶- گزینه‌ی «۱»

$$۴۳۵ \text{ m} = ۴۳۵ \text{ m} \times \frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} = ۴۳۵ \times ۱۰۰ \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲} \text{ ft} = ۱۴۲۷/۲ \text{ ft} \simeq ۱۴۲۷ \text{ ft}$$

۲۷- گزینه‌ی «۱» متر باید به میلی‌متر تبدیل شود، پس از کسر $\frac{۱۰۰۰ \text{ میلی‌متر}}{۱ \text{ متر}}$ استفاده می‌کنیم.

میلی‌متر باید به ذرع تبدیل شود، پس کسر $\frac{۱ \text{ ذرع}}{۱۰۴۰ \text{ میلی‌متر}}$ به کار ما می‌آید.

ذرع هم باید به فرسنگ تبدیل شود، پس کسر $\frac{۱ \text{ فرسنگ}}{۶۰۰۰ \text{ ذرع}}$ را هم باید به کار بگیریم:

$$\text{فرسنگ } ۰/۰۴۷ = \frac{۲۹۳/۲۸ \times ۱۰۰۰}{۱۰۴۰ \times ۶۰۰۰} \text{ فرسنگ} = ۲۹۳/۲۸ \text{ متر} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ میلی‌متر}}{۱ \text{ متر}} \times \frac{۱ \text{ ذرع}}{۱۰۴۰ \text{ میلی‌متر}} \times \frac{۱ \text{ فرسنگ}}{۶۰۰۰ \text{ ذرع}}$$

۲۸- گزینه‌ی «۳»

$$۵۰/۰۰ \text{ رایل} = ۵۰/۰۰ \text{ رایل} \times \frac{۴ \text{ استادیوم}}{۱ \text{ رایل}} \times \frac{۶ \text{ پلتروون}}{۱ \text{ استادیوم}} \times \frac{۳۰/۸ \text{ متر}}{۱ \text{ پلتروون}} \times \frac{۱ \text{ کیلومتر}}{۱۰۰۰ \text{ متر}} = ۵۰/۰۰ \times ۴ \times ۶ \times ۳۰/۸ \times \frac{۱}{۱۰۰۰} = ۳۶/۹۶ \text{ km}$$

۲۹- گزینه‌ی «۲» ازکسرهای ضریب تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$۱۰ \text{ mm} = ۱ \text{ cm}$$
$$۱ \text{ in} = ۲/۵۴ \text{ cm}$$
$$۱ \text{ ft} = ۱۲ \text{ in}$$
$$۱ \text{ y} = ۳ \text{ ft}$$

(y: یارد)

$$۱۱۴۳ \text{ mm} = ۱۱۴۳ \text{ mm} \times \frac{۱ \text{ cm}}{۱۰ \text{ mm}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} \times \frac{۱ \text{ y}}{۳ \text{ ft}} = ۱۱۴۳ \times \frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۲/۵۴} \times \frac{۱}{۱۲} \times \frac{۱}{۳} = ۱/۲۵ \text{ y}$$

۳۰- گزینه‌ی «۳» ابتدا قد علی دایی را فقط برحسب اینچ می‌نویسیم. هر فوت برابر ۱۲ اینچ است، پس ۶ فوت می‌شود ۷۲ اینچ. اگر به اضافه‌ی ۳/۶ اینچ دیگر کنیم، قد علی دایی می‌شود ۷۵/۶ اینچ. یعنی:

$$۷۵/۶ \text{ in} = ۷۵/۶ \text{ in} \times \frac{۲/۵۴ \text{ cm}}{۱ \text{ in}} \simeq ۱۹۲ \text{ cm}$$

۳۱- گزینه‌ی «۲» مسافت طی‌شده در خشکی و دریا را جداگانه حساب می‌کنیم، چون مایل در دریا و خشکی دو مقدار متفاوت دارد.

$$\text{خشکی: } ۱۰ \text{ mi} = ۱۰ \text{ mi} \times \frac{۱۶۰۹ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰۰۰ \text{ m}} = ۱۶/۰۹ \text{ km} \quad \text{و} \quad \text{دریا: } ۵ \text{ mi} = ۵ \text{ mi} \times \frac{۱۸۵۲ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰۰۰ \text{ m}} = ۹/۲۶ \text{ km}$$

$$\text{کل مسافت} = ۱۶/۰۹ + ۹/۲۶ = ۲۵/۳۵ \text{ km}$$

۳۲- گزینه‌ی «۲» یکای نجومی همان متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید است، پس: $۱ \text{ AU} = ۲ \times ۱۰^{۱۱} \text{ m}$. حالا از روش تبدیل‌های زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۱/۴ \text{ Mm} = ۱/۴ \text{ Mm} \times \frac{۱۰^۶ \text{ m}}{\text{Mm}} \times \frac{۱ \text{ AU}}{۲ \times ۱۰^{۱۱} \text{ m}} = ۰/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ AU} = ۷ \times ۱۰^{-۶} \text{ AU}$$

۳۳- گزینه‌ی «۳» سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، پس:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\rightarrow ۳\times۱۰^{۸}=\frac{\Delta x}{۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰}\rightarrow \Delta x=۳\times۱۰^{۸}\times۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰\rightarrow ۱\,ly=۳\times۱۰^{۸}\times۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰\,m$$

یکای نجومی (AU) فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید است، پس: $۱\,AU=۲\times۱۰^{۱۱}\,m$

$$\frac{۱\,ly}{۱\,Au}=\frac{۳\times۱۰^{۸}\times۳۶۵\times۲۴\times۶\times۶}{۲\times۱۰^{۱۱}}=\frac{۳\times۳۶۵\times۱۲\times۶\times۶}{۱۰}=۴۷۳۰۴$$

که این پاسخ به گزینه‌ی (۳) نزدیک‌تر است.

۳۴- گزینه‌ی «۱» گام‌اول در این مرحله مساحت زمین فوتبال را برحسب متر مربع به دست می‌آوریم: $\text{مساحت}=۷۰\times۱۱۰=۷۷۰۰\,m^{۲}$

گام‌دوم هر هکتار برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع است، پس: $۷۷۰۰\,m^{۲}=۷۷۰۰\,m^{۲}\times\frac{\text{۱ هکتار}}{۱۰۰۰۰\,m^{۲}}=۰/۷۷\ \text{هکتار}$

۳۵- گزینه‌ی «۲» گام‌اول ابتدا ابعاد مکعب را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$۲/۵۰۰\,m=۲۵۰۰\,mm$

$۴۰/۰\,cm=۴۰۰\,mm$

گام‌دوم حالا حجم مکعب به راحتی حساب می‌شود: $\text{حجم}=۲۵۰۰\times۴۰۰\times۳۰۰=۳\times۱۰^{۸}\,mm^{۳}$

۳۶- گزینه‌ی «۲» ابتدا مشخص می‌کنیم که ۳۰ گالن برابر چند سانتی‌متر مکعب است. گالن را با نماد gal نشان می‌دهیم.

$$۳۰\,gal=۳۰\,gal\times\frac{۴/۴\,L}{۱\,gal}\times\frac{۱۰۰۰\,cm^{۳}}{۱\,L}=۱۳۲۰۰۰\,cm^{۳}$$

ارتفاع آب را h سانتی‌متر در نظر می‌گیریم و سپس حجم آب را با مقدار به دست آمده برابر قرار می‌دهیم: $۶۶\times۵۰\times h=۱۳۲۰۰۰\rightarrow h=\frac{۱۳۲۰۰۰}{۶۶\times۵۰}=۴۰\,cm$

۳۷- گزینه‌ی «۲» گام‌اول ابتدا فرسنگ را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم: $\text{کیلومتر}\ ۱۲=۲\ \text{فرسنگ}\times\frac{\text{۶۰۰۰ متر}}{\text{۱ فرسنگ}}\times\frac{\text{۱ کیلومتر}}{\text{۱۰۰۰ متر}}=۲\ \text{فرسنگ}$

گام‌دوم حالا از رابطه‌ی سرعت استفاده می‌کنیم. به یکاها دقت کنید:

$$\text{سرعت}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}\rightarrow \underset{\text{برحسب km/h}}{v}=\frac{\overset{\text{برحسب کیلومتر (km)}}{\Delta x}}{\underset{\text{برحسب ساعت (h)}}{\Delta t}}\rightarrow ۴۵=\frac{۱۲}{\Delta t}\rightarrow \Delta t=\frac{۱۲}{۴۵}h=\frac{۱۲}{۴۵}h\times\frac{۶۰\,min}{۱\,h}=\frac{۱۲\times۶۰}{۴۵}=۱۶\,min$$

۳۸- گزینه‌ی «۳» گام‌اول ابتدا باید زمان را برحسب ساعت به دست بیاوریم. $\text{ساعت}\ \frac{۱}{۲۴}=\text{۱ ساعت}\times\frac{\text{۱ دقیقه}}{\text{۶۰ دقیقه}}\times\frac{۱۷۵\ \text{نبض}}{\text{۷۰ نبض}}=۱۷۵\ \text{نبض}$

گام‌دوم حالا با استفاده از رابطه‌ی زیر، تندی را حساب می‌کنیم. به یکاها دقت کنید:

$$\underset{\text{برحسب (km/h)}}{\text{تندی متوسط}}=\frac{\overset{\text{برحسب کیلومتر (km)}}{\text{مسافت}}}{\underset{\text{برحسب ساعت (h)}}{\text{زمان}}}\rightarrow \text{تندی متوسط}=\frac{۱/۵}{\frac{۱}{۲۴}}=۳۶\,km/h$$

۳۹- گزینه‌ی «۴» متر (m) باید به یکای نجومی (AU) و ثانیه (s) باید به دقیقه (min) تبدیل شود. پس ضریب تبدیل‌های به درد بخور این‌ها هستند:

$$۱\,AU=۲\times۱۰^{۱۱}\,m\rightarrow\frac{۱\,AU}{۲\times۱۰^{۱۱}\,m}=۱$$

$$۱\,min=۶۰\,s\rightarrow\frac{۶۰\,s}{۱\,min}=۱$$

$$۳/۰۰\times۱۰^{۸}\,m/s=۳/۰۰\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}\times\frac{۱\,AU}{۲\times۱۰^{۱۱}\,m}\times\frac{۶۰\,s}{۱\,min}=\frac{۳\times۱۰^{۸}\times۶۰}{۲\times۱۰^{۱۱}}AU/min=۰/۰۹\,AU/min$$

۴۰- گزینه‌ی «۴» گام‌اول ابتدا تندی را برحسب m/s به دست می‌آوریم. $\text{۲۰۰ گره}=۲۰۰\times\frac{۰/۵۱۵\,m/s}{\text{۱ گره}}=۱۰۳\,m/s$

گام‌دوم با استفاده از رابطه‌ی تندی، زمان را حساب می‌کنیم:

$$\underset{\text{برحسب (m/s)}}{\text{تندی}}=\frac{\overset{\text{برحسب متر (m)}}{\text{مسافت}}}{\underset{\text{برحسب ثانیه (s)}}{\text{زمان}}}\rightarrow ۱۰۳=\frac{۲۰۶۰۰}{t}\rightarrow t=۲۰۰\,s$$

۴۱- گزینه‌ی «۴» از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$۸\ \text{گره}=۸\ \text{گره}\times\frac{۰/۵\,\frac{m}{s}}{\text{۱ گره}}\times\frac{۳۶۰۰\,s}{۱\,h}\times\frac{۱\,mi}{۱۸۰۰\,m}=۸\times۰/۵\times۳۶۰۰\times\frac{۱}{۱۸۰۰}\,mi/h=۸\,mi/h$$

۴۲- گزینه‌ی «۲» گام‌اول ابتدا ۲۲ مایل را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$۲۲\ \text{mi} = ۲۲\ \text{mi} \times \frac{۱/۶\ \text{km}}{۱\ \text{mi}} = ۳۵/۲\ \text{km}$$

گام‌دوم چون یک گالن $۴/۴\ \text{L}$ است، می‌توان گفت این خودرو با $۴/۴\ \text{L}$ بنزین $۳۵/۲\ \text{km}$ حرکت می‌کند. حالا با استفاده از یک تناسب ساده مسافتی را که با یک لیتر بنزین طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c} ۴/۴\ \text{L} & ۳۵/۲\ \text{km} \\ \hline ۱\ \text{L} & x\ \text{km} \end{array} \rightarrow x = \frac{۱ \times ۳۵/۲}{۴/۴} = ۸\ \text{km}$$

۴۳- گزینه‌ی «۱» گام‌اول معنی آهنگ کاهش جرم یعنی نسبت تغییرات جرم به تغییرات زمان. اما با توجه به واحد خواسته‌شده باید تغییرات جرم برحسب میلی‌گرم و تغییرات زمان برحسب ثانیه باشد. (در این محاسبات هر ماه را ۳۰ روز فرض می‌کنیم.)

$$\text{تغییرات جرم} = ۲۰۰ - ۸۰ = ۱۲۰\ \text{kg} = ۱۲۰ \times ۱۰^{۶}\ \text{mg}$$

$$\text{تغییرات زمان} = ۱۲\ \text{ماه} = ۱۲ \times ۳۰ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰\ \text{s}$$

گام‌دوم حالا آهنگ کاهش جرم را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ کاهش جرم} = \frac{\text{تغییرات جرم}}{\text{تغییرات زمان}} = \frac{۱۲۰ \times ۱۰^{۶}}{۱۲ \times ۳۰ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = \frac{۱۰۰۰۰}{۳ \times ۲۴ \times ۶ \times ۶} = \frac{۱۲۵۰}{۳۲۴}$$

۴۴- گزینه‌ی «۲» کافی است به جای نماد μ عددش را بگذاریم و بعد در $(\frac{\text{cm}}{۱۰^{-۲}})^{۲}$ ضرب کنیم:

$$۵/۸ \times ۱۰^{۴}\ \mu\text{m}^{۲} = ۵/۸ \times ۱۰^{۴} \times (۱۰^{-۶}\ \text{m})^{۲} \times (\frac{\text{cm}}{۱۰^{-۲}\ \text{m}})^{۲} = ۵/۸ \times ۱۰^{-۴}\ \text{cm}^{۲}$$

۴۵- گزینه‌ی «۲» گام‌اول هر سانتی‌متر معادل ۱۰ mm است، پس داریم:

$$۱\ \text{cm} = ۱۰\ \text{mm} \Rightarrow ۱\ \text{cm}^{۳} = ۱۰^{۳}\ \text{mm}^{۳} \Rightarrow \frac{۱۰^{۳}\ \text{mm}^{۳}}{۱\ \text{cm}^{۳}} = ۱$$

گام‌دوم حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل واحد خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$۷۴۶\ \text{cm}^{۳} \times \frac{۱۰^{۳}\ \text{mm}^{۳}}{۱\ \text{cm}^{۳}} = ۷۴۶ \times ۱۰^{۳}\ \text{mm}^{۳} = ۷/۴۶ \times ۱۰^{۵}\ \text{mm}^{۳}$$

۴۶- گزینه‌ی «۱» احتمالاً خیلی از شما می‌دانید که هر لیتر معادل $۱۰۰۰\ \text{cm}^{۳}$ است. پس داریم: $۱\ \text{mL} = ۱ \times (۱۰^{-۳}\ \text{L}) = ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰۰\ \text{cm}^{۳} = ۱\ \text{cm}^{۳}$

۴۷- گزینه‌ی «۴» هر کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ g و هر گرم معادل ۱۰۰۰ mg است. یعنی:

$$\begin{cases} ۱\ \text{kg} = ۱۰۰۰\ \text{g} \Rightarrow \frac{۱\ \text{kg}}{۱۰۰۰\ \text{g}} = ۱ \\ ۱\ \text{g} = ۱۰۰۰\ \text{mg} \Rightarrow \frac{۱\ \text{g}}{۱۰۰۰\ \text{mg}} = ۱ \end{cases}$$

بنابراین ۰/۰۲۰۴۰ mg معادل است با:

$$۰/۰۲۰۴۰\ \text{mg} \times \frac{۱\ \text{g}}{۱۰۰۰\ \text{mg}} \times \frac{۱\ \text{kg}}{۱۰۰۰\ \text{g}} = ۰/۰۲۰۴۰ \times ۱۰^{-۶}\ \text{kg} = ۲/۰۴۰ \times ۱۰^{-۸}\ \text{kg}$$

۴۸- گزینه‌ی «۱» گام‌اول اول نسبت‌های مناسب برای تبدیل واحد را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} ۱\ \mu\text{m} = ۱۰^{-۶}\ \text{m} \Rightarrow \frac{۱۰^{-۶}\ \text{m}}{۱\ \mu\text{m}} = ۱ \\ ۱\ \text{km} = ۱۰^{۳}\ \text{m} \Rightarrow \frac{۱\ \text{km}}{۱۰^{۳}\ \text{m}} = ۱ \end{cases}$$

گام‌دوم حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$۴۶۵۰\ \mu\text{m} \times \frac{۱۰^{-۶}\ \text{m}}{۱\ \mu\text{m}} \times \frac{۱\ \text{km}}{۱۰^{۳}\ \text{m}} = ۴۶۵۰ \times ۱۰^{-۹}\ \text{km}$$

گام‌سوم حالا مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$۴۶۵۰ \times ۱۰^{-۹}\ \text{km} = ۴/۶۵۰ \times ۱۰^{-۶}\ \text{km}$$

خواستون باشه گزینه‌های (۲) و (۳) به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشدند. *در ضمن گزینه‌ی (۲) به اشکال دیگه هم داره اونم اینه که رقم صفر رو حذف کرده.* (ما حق نداریم برای تبدیل واحد تعداد ارقام گزارش را کم یا زیاد کنیم.)

۴۹- گزینه‌ی «۴» سؤال ساده‌ای است! ابتدا عدد داده‌شده را به متر (یکای طول در SI) تبدیل می‌کنیم و سپس عدد را به شکل نمادگذاری علمی می‌نویسیم.

$$۰/۰۱۷۵\ \text{pm} = ۰/۰۱۷۵ \times ۱۰^{-۱۲}\ \text{m} = ۱/۷۵ \times ۱۰^{-۱۴}\ \text{m}$$

۵۰- گزینه‌ی «۴» اول تبدیل واحد می‌کنیم و بعد از روش نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم:

$$۴\ \text{km/s} = ۴ \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{۱۰۰۰\ \text{m}}{۱\ \text{km}} \times \frac{۳۶۰۰\ \text{s}}{۱\ \text{h}} = ۱/۴۴ \times ۱۰^{۷}\ \text{m/h}$$

خواستون باشه *در این سؤال گفته شده پاسخ به صورت نمادگذاری علمی محاسبه بشه. اگر این نکته گفته نشده بود، گزینه‌های ۳ و ۴ هر دو پاسخ درست بودند.*

۵۱- گزینه‌ی «۳» از رابطه‌ی $\vec{A} = c\vec{B}$ و این‌که c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین) است، می‌فهمیم $\vec{A}$ و $c\vec{B}$ دو کمیت برداری هم‌جنس‌اند و $\vec{A}$ و $\vec{B}$ دو کمیت برداری متفاوت‌اند. از سوی دیگر جمع و تفاضل دو کمیت غیرهم‌جنس غیرممکن است، پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) که در آن‌ها دو کمیت متفاوت با هم جمع و تفریق شده‌اند، نادرست‌اند. اما در گزینه‌ی (۳)، $۲\vec{A}$ و $c\vec{B}$ دو کمیت هم‌جنس‌اند و می‌توانیم آن‌ها را تفریق کنیم. (در ضمن در گزینه‌ی (۳) بردار $\vec{D}$ هم با $\vec{A}$ و $c\vec{B}$ هم‌جنس است.)

۵۲- گزینه‌ی «۴» گام‌اول یکای کمیت‌های $A.BC^2$ و $\frac{D}{C}$ یکسان است (چرا؟) چون می‌توانیم آن‌ها را با هم جمع یا منها کنیم؛ پس داریم:

$$B\text{ یکای}\times(C\text{ یکای})^2=A\text{ یکای}\Rightarrow 1\frac{kg.m}{s^2}\times(C\text{ یکای})^2=1kg.m\Rightarrow(C\text{ یکای})^2=1s^2\Rightarrow(C\text{ یکای})=1s$$

و به همین ترتیب یکای $\frac{D}{C}$ را هم برابر یکای A قرار می‌دهیم:

$$\frac{D\text{ یکای}}{C\text{ یکای}}=A\text{ یکای}\Rightarrow\frac{D\text{ یکای}}{1s}=1kg.m\Rightarrow D\text{ یکای}=1kg.m.s$$

گام‌دوم حالا می‌خواهیم با D و C کمیتی بسازیم که یکای آن $\frac{kg.m}{s}$ است، پس کافی است کمیت D را بر مربع C تقسیم کنیم:

$$\frac{D\text{ یکای}}{C^2\text{ یکای}}=\frac{1kg.m.s}{1(s)^2}=1(\frac{kg.m}{s})$$

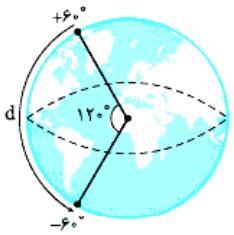
۵۳- گزینه‌ی «۱» گام‌اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

$$R_e=\frac{12760km}{2}\times\frac{1000m}{1km}\times\frac{100cm}{1m}\times\frac{1\text{ذرع}}{104cm}\times\frac{1\text{فرسنگ}}{6000\text{ذرع}}=\frac{12760\times1000\times100}{2\times104\times6000}\simeq1022/4\text{ فرسنگ}$$

گام‌دوم حالا محیط دایره‌ی عظیمه‌ی کره‌ی زمین را حساب می‌کنیم (چون نصف‌النهارها بر روی دایره‌ی عظیم قرار دارند):

$$\text{محیط دایره‌ی عظیمه}=2\pi R_e=2\times3/14\times1022/4\simeq6420\text{ فرسنگ}$$

گام‌سوم مطابق شکل جهانگرد $\frac{120}{360}$ از دایره‌ی عظیمه را پیموده است، پس داریم:



$$d=6420\times\frac{120}{360}=2140\text{ فرسنگ}$$

۵۴- گزینه‌ی «۲» گام‌اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

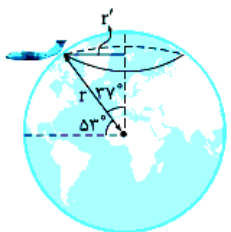
$$R_e=6378km\times\frac{1\text{ فرسنگ}}{6/24km}\simeq1022\text{ فرسنگ}$$

همچنین باید بدانیم ارتفاع پرواز چند فرسنگ است! فرسنگ $4=\frac{1\text{فرسنگ}}{6/24km}\times\frac{1km}{1000m}\times\frac{1m}{100cm}\times\frac{104cm}{1\text{ذرع}}\times24000\text{ذرع}=h$

پس فاصله‌ی هواپیما از مرکز زمین (شکل الف) برابر است با: $r=R_e+h=1022+4=1026$ فرسنگ

شکل الف

گام‌دوم چون در طول مسیر عرض جغرافیایی (53° شمالی) ثابت است، هواپیما بر روی دایره‌ای به شعاع r' مسافرت می‌کند. (شکل ب را ببینید.) کمانی که هواپیما می‌پیماید از 45° شرقی شروع و به 15° غربی ختم می‌شود یعنی هواپیما 60°، دایره‌ای به شعاع r' را پیموده است، پس داریم:



شکل ب

$$(\text{مسافت طی‌شده})d=2\pi r'\frac{\Delta\theta}{360^\circ}\xrightarrow{r'=r\cos53^\circ}d=2\pi r\cos53^\circ(\frac{60^\circ}{360^\circ})$$

$$=2\times3/14\times1026\times0/6\times\frac{60^\circ}{360}\simeq6424\text{ فرسنگ}$$

۵۵- گزینه‌ی «۲» گام‌اول ببینیم وزنه‌ی ده نخودی چند گرم است؟

$$10\text{ نخود}=10\text{ نخود}\times\frac{1\text{ مثقال}}{24\text{ نخود}}\times\frac{1\text{ سیر}}{16\text{ مثقال}}\times\frac{77/76g}{1\text{ سیر}}=\frac{10\times77/76}{24\times16}=2/025g$$

گام‌دوم با این وزنه‌ها به چند روش می‌توانیم بسته‌های نزدیک به 120 g ایجاد کنیم.

روش‌اول فقط از وزنه‌های ده نخودی استفاده کنیم. در این صورت داریم: $59\text{تا وزنه‌ی ۱۰ نخودی}=59\times2/025=119/475g\Rightarrow\frac{120}{2/025}\simeq59/26$

$$\text{جرم بسته در روش اول}=119/475g$$

روش‌دوم یک راه دیگر این است که یک وزنه‌ی یک سیری و چند وزنه‌ی ده نخودی را به 120 g نزدیک کنیم: $120-77/76=42/24g$

$$21=21\times2/025=42/525\text{ وزنه‌ی ده‌نخودی}\Rightarrow\frac{42/24}{2/025}\simeq20/86$$

$$\text{جرم بسته در روش دوم}=77/76+42/525=120/285g$$

همین‌طور که می‌بینید جرم بسته‌ها در حالت دوم به 120 g نزدیک‌تر است. (تازه این‌طوری کمی از 120 g بیشتر هم هست و طرف به کم‌فروشی متهم نمی‌شه!)، پس حالت دوم را برای بسته‌بندی 15 kg نمک انتخاب می‌کنیم.

گام‌سوم کافی است 15000 g را به 120/285 g تقسیم کنیم: $n=\frac{15000}{120/285}\simeq124/7\Rightarrow$ یعنی 124 بسته نمک نزدیک به 120 g

۵۶- گزینه‌ی «۴» ابعاد مکعب‌مستطیل را به متر تبدیل می‌کنیم:

$$a = ۵۰۰\,in \times \frac{۲/۵۴\,cm}{۱\,in} \times \frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm} = ۱۲/۷\,m$$

$$b = ۲۵\,ft \times \frac{۱۲\,in}{۱\,ft} \times \frac{۲/۵۴\,cm}{۱\,in} \times \frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm} = ۷/۶۲\,m$$

$$c = ۱۰۰۰\,cm \times \frac{۱\,m}{۱۰۰\,cm} = ۱۰/۰۰\,m$$

حالا حجم مکعب‌مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$V = abc = ۱۲/۷ \times ۷/۶۲ \times ۱۰/۰۰ \simeq ۹۶۸\,m^۳$$

۵۷- گزینه‌ی «۲» دیجیتال‌بودن یک ابزار اندازه‌گیری لزوماً به معنای دقیق‌بودن ابزار اندازه‌گیری نیست.

۵۸- گزینه‌ی «۱» گام اول گفتیم در ابزارهای رقمی (دیجیتال) خطای اندازه‌گیری برابر کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده است که در این‌جا برابر $۰/۰۰۱\,A$ یا $۱\,mA$ است، پس یا گزینه‌ی (۱) درست است یا گزینه‌ی (۴).

گام دوم در نمایشگر آمپرسنج می‌بینید که تعداد ارقام بامعنای نشان داده شده، ۴ رقم است (صفر سمت چپ جزو رقم‌های بامعنا نیست) ولی در گزینه‌ی (۴) ما سه رقم بامعنا می‌بینیم، پس گزینه‌ی (۱) درست است.

۵۹- گزینه‌ی «۱» درست است که خط‌کش برحسب سانتی‌متر مدرج شده اما ما به کمک همین خط‌کش طول مداد را تا دقت میلی‌متر حدس زده‌ایم و برای همین در گزارش، رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی یا حدسی است و بدون در نظر گرفتن صفرهای سمت چپ ۲ رقم بامعنا (یعنی ۰ و ۹) داریم.

۶۰- گزینه‌ی «۲» **اول این‌که** موردهای ۳ و ۷ خیلی پرت‌اند، پس آن‌ها را از میانگین‌گیری حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{۱۲۲+۱۲۱+۱۲۲+۱۲۳+۱۲۱+۱۲۲}{۶} = ۱۲۱/۸$$

دوم این‌که چون گزارش‌ها ۳ رقم بامعنا دارند، عدد به دست آمده را تا ۳ رقم بامعنا گرد می‌کنیم؛ یعنی:

$$m = ۱۲۲\,g$$

۶۱- گزینه‌ی «۳» گام اول کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش $۰/۱\,cm$ است، پس داریم:

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲} = \pm\frac{۰/۱\,cm}{۲} = \pm ۰/۰۵\,cm$$

گام دوم چون خط‌کش برحسب دهم سانتی‌متر مدرج شده است، پس تا صدم سانتی‌متر می‌توانیم حدس بزنیم و طول این مداد را $۳/۰۰\,cm$ گزارش می‌کنیم، پس سه رقم بامعنا دارد.

۶۲- گزینه‌ی «۲» کمینه‌ی تقسیم‌بندی این نقاله ۱۰° است، پس میزان خطای آن نصف این مقدار یعنی $\pm ۵^\circ$ است. همین‌طور که در شکل می‌بینید، اندازه‌ی زاویه‌ی موردنظر، بین ۵۰° و ۶۰° و نزدیک به ۶۰° است، پس بهترین و دقیق‌ترین گزارش، گزینه‌ی (۲) است. گزینه‌ی (۳) (یعنی $۵۷/۵^\circ$) قابل قبول نیست، زیرا دو رقم آخر آن حدسی است و ما حق نداریم بیشتر از ۱ رقم حدس بزنیم.

۶۳- گزینه‌ی «۴» آخرین رقم سمت راست (یعنی صفر) غیرقطعی است و با چشم‌پوشی از صفرهای سمت چپ، ۴ رقم بامعنا (یعنی ۰، ۲، ۵ و ۳) داریم.

۶۴- گزینه‌ی «۴» گام اول می‌دانید که خطای اندازه‌گیری وسیله‌های مدرج نصف کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن است، پس داریم:

$$\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی} = ۲\,km/h \Rightarrow \pm ۱ = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲} \Rightarrow \text{خطای اندازه‌گیری} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}$$

گام دوم $۱۰۸\,km/h$ سه رقم بامعنا دارد که در آن رقم ۸ غیرقطعی است.

۶۵- گزینه‌ی «۲» گام اول کمینه‌ی تقسیم‌بندی استوانه $۱۰\,mL$ است، پس داریم: $\text{خطای اندازه‌گیری} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲} = \pm\frac{۱۰}{۲} = \pm ۵\,mL$

(تا این‌جا گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند.)

گام دوم حجم مایع از $۱۱۰\,mL$ بیشتر است، پس دقیق‌ترین گزارش، گزینه‌ی (۲) است.

۶۶- گزینه‌ی «۴» چون گزینه‌ها برحسب میلی‌متر است، اول خطای اندازه‌گیری را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$\pm ۰/۰۰۰۰۵\,\cancel{m} \times \frac{۱۰^۳\,mm}{۱\,\cancel{m}} = \pm ۰/۰۵\,mm$$

گام دوم می‌دانیم که مقدار خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری نصف کمینه‌ی تقسیم‌بندی است:

$$\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی} = ۰/۱\,mm \Rightarrow \pm ۰/۰۵\,mm = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲} \Rightarrow \text{خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲}$$

گام سوم صفرهای سمت چپ جزء ارقام بامعنا نیستند اما صفر سمت راست بامعنا است، پس تعداد ارقام بامعنا در $۰/۰۲۸۱۰\,m$ برابر ۴ رقم است.

۶۷- گزینه‌ی «۲» با سؤال ساده‌ای مواجه هستیم. کافی است پیدا کنیم ۲۴۰۰ سال برابر چند ثانیه است. هر سال ۳۶۵ روز، هر روز ۲۴ ساعت، هر ساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است، پس:

$$\text{سال } ۲۴۰۰ \times \frac{۳۶۵\,\text{روز}}{۱\,\text{سال}} \times \frac{۲۴\,\text{ساعت}}{۱\,\text{روز}} \times \frac{۶۰\,\text{دقیقه}}{۱\,\text{ساعت}} \times \frac{۶۰\,\text{ثانیه}}{۱\,\text{دقیقه}} = ۲۴۰۰ \times ۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰\,\text{ثانیه} = ۲۴۰۰\,\text{سال}$$

از آن‌جایی که هدف ما محاسبه‌ی مرتبه‌ی بزرگی عدد نهایی است، کافی است به جای هر عدد، مرتبه‌ی بزرگی آن را قرار دهیم، پس:

$$۲۴۰۰\,\text{سال} \sim ۱۰۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰^{۱۰}\,s$$

گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم. اگر حاصل‌ضرب اعداد را دقیق‌تر انجام می‌دادیم به $۱۰^{۱۱}$ می‌رسیدیم.

۶۸- گزینه‌ی «۲» گام‌اول مساحت سطح کره‌ی ماه را به طور تقریبی برحسب متر محاسبه می‌کنیم:

$$A = 4\pi r^2 = 4\times 3/14\times(1700\times 10^3)^2 = (4\times 3/14)\times(1/7)^2\times(10^6)^2 \sim 10^{13}\ m^2$$

گام‌دوم عدد به دست آمده را به هکتار تبدیل می‌کنیم:

$$10^{13}\ m^2 = 10^{13}\ m^2\times\frac{1\ \text{هکتار}}{10000\ m^2} = 10^9\ \text{هکتار}$$

۶۹- گزینه‌ی «۳» گام‌اول ابتدا حجم آب ناشی از بارش سالانه را به دست می‌آوریم. مساحت ایران را با A و ارتفاع باران باریده‌شده در سال را با d نشان می‌دهیم.

$$d = 250\ mm = 2/5\times 10^{-1}\ m \sim 10^{-1}\ m$$

$$A = 1/6\times 10^6\ km^2 = 1/6\times 10^6\times 10^6\ m^2 \sim 10^{12}\ m^2$$

$$\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه} = A.d = 10^{12}\times 10^{-1} = 10^{11}\ m^3 = 10^{11}\times 10^3\ L = 10^{14}\ L$$

گام‌دوم حالا تعداد بطری‌های ۱/۵ لیتری به راحتی به دست می‌آید:

$$\text{تعداد بطری‌ها} = \frac{\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه (برحسب لیتر)}}{\text{حجم یک بطری (برحسب لیتر)}} = \frac{10^{14}}{1/5} \sim 10^{14}$$

۷۰- گزینه‌ی «۱» گام‌اول ابتدا مصرف سالانه‌ی نفت را در جهان به طور تقریبی تعیین می‌کنیم.

$$\text{مصرف سالانه‌ی نفت در جهان} = \text{مصرف روزانه‌ی نفت در جهان}\times 365 = (80\times 10^6)\times(365) \sim (100\times 10^6)\times(100) = 10^{10}\ \text{بشکه}$$

گام‌دوم در هر سال 10^{10} بشکه‌ی نفت در جهان مصرف می‌شود. برای محاسبه‌ی تعداد سال‌هایی که لازم است تا تمام ذخایر نفتی مصرف شود، داریم:

$$\text{تعداد سال‌های مصرف نفت} = \frac{\text{حجم کل ذخایر نفتی جهان}}{\text{مصرف سالانه‌ی نفت جهان}} = \frac{1/4\times 10^{12}}{10^{10}} \sim 10^2\ \text{سال}$$

۷۱- گزینه‌ی «۲» بدن یک انسان را مکعبی به ابعاد $20\ cm\times 50\ cm\times 180\ cm$ در نظر می‌گیریم، پس: $V = 20\times 50\times 180 = 180\times 10^3 \sim 10^5\ cm^3$

پس حجم بدن یک انسان بالغ $10^5\ cm^3$ بوده و گزینه‌ی (۲) صحیح است.

اگر برای بدن انسان ابعاد دیگری هم در نظر بگیرید، باز هم در نهایت گزینه‌ی (۲) را انتخاب خواهید کرد. پاسخ سؤال تمام شده است اما برای این‌که خیالمان راحت باشد، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین ابعاد ممکن را برای بدن انسان در نظر می‌گیریم.

حالت اول اگر انسان موردنظر خیلی چاق و درشت‌اندام باشد! طوری که ابعاد آن $80\ cm$ در $60\ cm$ و قدش ۲ متر باشد:

$$V = 200\times 60\times 80 = 960000 = 9/6\times 10^5 \sim 10^6\ cm^3$$

حالت دوم اگر انسان موردنظر خیلی لاغر و کوتاه باشد! طوری که قدش $140\ cm$ و ابعادش $20\ cm\times 10\ cm$ باشد:

$$V = 20\times 10\times 140 = 28\times 10^3 = 2/8\times 10^4 \sim 10^4\ cm^3$$

همان‌طور که دیدید در هر دو حالت مجبور به انتخاب گزینه‌ی (۲) هستیم.

۷۲- گزینه‌ی «۳» بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین $860\ mm$ است؛ یعنی اگر آب ناشی از بارش یک سال، در سطح کره‌ی زمین پخش شود، ارتفاع آب $860\ mm$ می‌شود.

برای محاسبه‌ی حجم این آب ابتدا باید مساحت سطح کره‌ی زمین را به دست بیاوریم. زمین کره‌ای به شعاع $6400\ km$ است، پس:

$$A = 4\pi r^2 = 4\times 3/14\times(6400\times 10^3)^2 = (4\times 3/14)\times(6/4)^2\times 10^{12} \sim 10\times 10\times 10^{12} = 10^{14}\ m^2$$

توجه کنید که در قسمت پایانی محاسبات، فقط مرتبه‌ی بزرگی حاصل‌ضرب‌های داخل پرانتز را در نظر گرفته‌ایم.

برای به دست آوردن حجم کافی است مساحت را در ارتفاع آب ضرب کنیم:

$$\text{حجم} = \text{مساحت}\times\text{ارتفاع} = 10^{14}\times 0/86 \simeq 10^{14}\times 1 = 10^{14}\ m^3$$

در انتها باید متر مکعب را به لیتر تبدیل کنیم:

$$10^{14}\ m^3 = 10^{14}\ m^3\times\frac{1000\ L}{1\ m^3} = 10^{17}\ L$$

۷۳- گزینه‌ی «۱» گام‌اول ابتدا مرتبه‌ی بزرگی حجم باران باریده‌شده را به دست می‌آوریم.

$$\text{مساحت شهر}: A = 180\ km^2 = 180\times 10^6\ m^2 \sim 10^8\ m^2$$

$$\text{ارتفاع آب باران}: h = 10\ mm = 10\times 10^{-3}\ m = 10^{-2}\ m$$

$$V = Ah \sim 10^8\times 10^{-2} = 10^6\ m^3$$

گام‌دوم حجم یک قطره باران را باید تخمین بزنیم. فرض می‌کنیم هر قطره، کره‌ای به قطر $4\ mm$ است، پس:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times 3/14\times(2\times 10^{-3})^3 = \frac{4}{3}\times 3/14\times 8\times 10^{-9} \sim \frac{1}{1}\times 1\times 10\times 10^{-9} = 10^{-8}\ m^3$$

گام‌سوم

$$\text{تعداد قطره‌ها} = \frac{\text{حجم کل آب باران}}{\text{حجم یک قطره آب}} = \frac{10^6}{10^{-8}} = 10^{14}$$

۷۴- گزینه‌ی «۲» در این تست باید ۲ عدد را خودمان برآورد کنیم. یکی حجم هوایی که در هر تنفس وارد ریه‌ی انسان می‌شود و دیگری تعداد تنفس‌های یک انسان معمولی در یک زمان معین (مثلاً یک دقیقه).

گام اول ابتدا حجم هوایی را که در هر دَم وارد ریه می‌شود برآورد می‌کنیم (یعنی تخمین می‌زنیم). برای این کار به ابعاد قفسه‌ی سینه‌ی یک انسان توجه می‌کنیم. ریه درون قفسه‌ی سینه قرار دارد. علاوه بر ریه اندام‌های دیگری هم هستند مثل قلب، نای، دنده‌ها و ... . بنابراین احتمالاً حجم ریه باید حدود $0/5\ L$، $1\ L$ یا حتی $3\ L$، $4\ L$ باشد (برای این‌که تصویری از لیتر داشته باشید، بطری نوشابه‌ی خانواده را در ذهن خود مجسم کنید. این بطری‌ها $1/5$ لیتر گنجایش دارند). با توجه به این‌که هدف ما تخمین مرتبه‌ی بزرگی است ما برای حجم هوای واردشده به ریه در هر تنفس $1\ L$ را انتخاب می‌کنیم (اگر $0/1\ L$ یا $10\ L$ را هم انتخاب کنیم، تفاوتی در انتخاب گزینه‌ی نهایی نمی‌کند).

گام دوم چند لحظه به طور عادی نفس بکشید و با استفاده از انگشت‌های دست خود فاصله‌ی زمانی بین دو دَم پشت سر هم را بشمارید. اگر این کار را بکنید، متوجه می‌شوید که در حالت عادی هر ۳ یا ۴ ثانیه یک بار نفس می‌کشیم، پس می‌توان گفت در یک دقیقه ۲۰ بار هوا وارد ریه‌ی خود می‌کنیم.

گام سوم مرتبه‌ی بزرگی تعداد تنفس‌های آقای نیوتون را در کل ۸۵ سالِ زندگی‌اش تعیین می‌کنیم (یعنی پیدا می‌کنیم که ده به توان چندتا تنفس داشته). ۸۵ سال را به دقیقه تبدیل کرده و سپس در ۲۰ ضرب می‌کنیم، چون در هر دقیقه ۲۰ بار نفس می‌کشد.

تعداد تنفس در ۸۵ سال $= (85\times365\times24\times60)\times20\sim(100\times100\times10\times100)\times10=10^8$

گام چهارم حجم هوای تنفس‌شده در هر دَم $\times$ تعداد تنفس $=$ حجم هوایی که آقای نیوتون تنفس کرده $10^8\times1=10^8\ L$

پس باید گزینه‌ی (۲) را انتخاب کنیم.

۷۵- گزینه‌ی «۳»

تعداد نفراتی که $100\ g$ گندم سبز می‌کنند $=$ نفر $7\sim10$

جمعیت ایران : $80000000=8\times10^7\sim10^8$

$$\text{جرم کل گندم}=\frac{\text{جمعیت ایران}}{\text{تعداد نفراتی که }100\ g\text{ گندم سبز می‌کنند}}\times100\ g\times\frac{1\ kg}{1000\ g}=\frac{10^8}{10}\times10^{-1}=10^6\ kg$$

یعنی هر ساله یک میلیون کیلوگرم گندم هدر می‌رود!

۷۶- گزینه‌ی «۳»

گام اول از رابطه‌ی زیر استفاده خواهیم کرد:

حجم کل خون پمپ‌شده $(L)=$ تعداد ضربان در طول عمر $\times$ حجم خون پمپ‌شده در یک ضربان

گام دوم تعداد ضربان یک انسان را در طول عمر باید تخمین بزنیم. عمر متوسط را برای یک انسان ۷۵ سال در نظر می‌گیریم. احتمالاً می‌دانید قلب انسان در هر دقیقه ۷۰، ۸۰ بار می‌زند، پس کافی است طول عمر انسان را به دقیقه تبدیل کرده و در تعداد ضربان هر دقیقه ضرب کنیم، پس:

تعداد ضربان در طول عمر $=75\times365\times24\times60\times70\sim100\times100\times10\times100\times100\sim10^9$

گام سوم مرتبه‌ی بزرگی حجم خون پمپ‌شده در هر ضربان را برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

حجم خون پمپ‌شده در هر ضربان $=70\ cm^3=70\times10^{-3}\ L\sim10^{-1}\ L$

گام چهارم طبق رابطه‌ای که در گام اول معرفی کردیم:

حجم کل خون پمپ‌شده $=10^{-1}\times10^9=10^8\ L$

۷۷- گزینه‌ی «۴»

گام اول از رابطه‌ی $\text{توان}=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$ نتیجه می‌گیریم:

انرژی یک انسان $(J)=$ توان انسان $(W)\times$ زمان $(s)=(150)\times8\times60\times60\sim100\times10\times100\times100=10^7\ J$

انرژی یک نیروگاه $(J)=$ توان نیروگاه $(W)\times$ زمان $(s)=(2000\times10^6)\times24\times60\times60\sim1000\times10^6\times10\times100\times100=10^{14}\ J$

گام دوم

$$\text{تعداد انسان‌ها}=\frac{\text{انرژی نیروگاه}}{\text{انرژی یک انسان}}=\frac{10^{14}}{10^7}=10^7$$

۷۸- گزینه‌ی «۲»

گام اول از رابطه‌ی زیر می‌خواهیم استفاده کنیم:

مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور $(kg)=$ جمعیت کل کشور $\times$ مصرف روزانه‌ی نان برای هر شخص (kg)

گام دوم همان‌طور که می‌دانید جمعیت کل کشور تقریباً ۸۰ میلیون نفر است. ما فرض می‌کنیم هر شخص در شبانه‌روز $0/5\ kg$ نان بخورد.

گام سوم حالا:

مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور $(kg)=(80\times10^6)\times(0/5)=40\times10^6\sim10^7\ kg$

۷۹- گزینه‌ی «۲»

گام اول جمعیت شهر تهران را حدوداً ۱۰ میلیون نفر در نظر می‌گیریم. اگر به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در شهر فرض کنیم، می‌توان گفت در تهران $2/5$ میلیون خودرو وجود دارد.

گام دوم مسافتی که خودروهای مختلف در روز طی می‌کنند، متفاوت است. ما فرض می‌کنیم هر خودرو به طور متوسط روزانه $50\ km$ طی می‌کند. همان‌طور که می‌دانید مصرف بنزین خودروها به شکل چند لیتر در ۱۰۰ کیلومتر بیان می‌شود *(مثلاً وقتی می‌گن فلان خودرو صدی ۸ می‌سوزونه یعنی اگه بخواد ۱۰۰ کیلومتر حرکت کنه ۸ لیتر بنزین لازم داره)*. ما مصرف متوسط خودروها را در هر $100\ km$، $10\ L$ فرض می‌کنیم، پس هر خودرو روزانه ۵ لیتر بنزین مصرف می‌کند. *(در $100\ km$، ۱۰ لیتر بنزین مصرف می‌کنه، پس در $50\ km$، $5\ L$ مصرف می‌شه.)*

گام سوم در پایان کافی است تعداد خودروها را در مقدار بنزین مصرفی هر خودرو ضرب کنیم، پس:

مصرف بنزین روزانه‌ی خودروهای شهر تهران $=$ تعداد خودروهای شهر تهران $\times$ مصرف بنزین روزانه‌ی هر خودرو $=(2/5\times10^6)\times(5)=12/5\times10^6\sim10^7$

۸۰- گزینه‌ی «۲»

گام اول در اولین مرحله به این سؤال جواب می‌دهیم که: اگر یک خودرو تنظیم موتور شود، در مصرف بنزین ماهانه‌اش چند ریال صرفه‌جویی می‌شود؟ برای پیداکردن جواب این سؤال فرض می‌کنیم یک خودرو روزانه ۵۰ کیلومتر حرکت می‌کند، پس در یک ماه داریم:

مسافت طی‌شده توسط خودرو در یک ماه $=30\times50=1500\ km\sim10^3\ km$

با تنظیم موتور مصرف بنزین خودرو در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم می‌شود، پس در یک ماه (چون تقریباً ۱۰۰۰ km طی کرده است) کاهش مصرف بنزین برابر است با ۱۰L. بهای هر لیتر بنزین ۱۰۰۰۰ ریال است، بنابراین:

ریال $10^5 = 10 \times 10000 =$ قیمت هر لیتر بنزین × میزان کاهش بنزین مصرفی برحسب لیتر = کاهش هزینه در یک ماه برای یک خودرو

گام دوم در مرحله‌ی بعدی باید تعداد خودروهای شهر تهران را تخمین بزنیم. برای این کار از استراتژی زیر استفاده می‌کنیم:

شهر تهران حدوداً ۱۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در تهران وجود داشته باشد، بنابراین تعداد کل خودروهای شهر تهران ۲/۵ میلیون دستگاه می‌شود. نصف این تعداد به تنظیم موتور نیاز دارند، پس:

دستگاه $1 \times 10^6 \sim 1/25 \times 10^6 = \frac{2/5 \times 10^6}{2} =$ تعداد خودروهای شهر تهران که به تنظیم موتور نیاز دارند

گام سوم حالا کل هزینه‌ی صرفه‌جویی‌شده را به دست می‌آوریم:

ریال $10^{11} = 10^6 \times 10^5 =$ هزینه‌ی صرفه‌جویی شده‌ی ماهانه برای یک خودرو × تعداد خودروهایی که باید تنظیم موتور شوند = کل هزینه‌ی صرفه‌جویی‌شده

۸۱- گزینه‌ی «۳» **گام اول** ابتدا حجم هر قطره را تخمین می‌زنیم. هر قطره را کره‌ای به قطر ۰/۵ سانتی‌متر در نظر می‌گیریم، پس:

$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (0/25)^3 \sim 10^{-1}\ cm^3 =$ حجم یک قطره

گام دوم حالا به طور حدودی تعیین می‌کنیم که از یک شیر آب خراب در شبانه‌روز چند قطره آب می‌چکد. فرض می‌کنیم در هر ثانیه یک قطره آب از شیر بچکد، پس در یک شبانه‌روز:

تعداد قطره‌ها در یک شبانه‌روز $= 24 \times 60 \times 60 \sim 10^5$

(۶ ضربدر ۶ می‌شه ۳۶، ۳۶×۲۴ رو تقریباً ۱۰۰۰ در نظر می‌گیریم، با دوتا صفر هر کدوم از شصت‌ها می‌شه یه یک جلوش ۵ تا صفر، یعنی 10^5.)

گام سوم در مرحله‌ی بعدی حجم آب هدررفته توسط هر شیر آب خراب را در یک شبانه‌روز به دست می‌آوریم.

حجم آب هدررفته توسط هر شیر خراب در یک شبانه‌روز $= 10^5 \times 10^{-1} = 10^4\ cm^3 = 10\ L =$ حجم هر قطره × تعداد قطره‌ها در هر شبانه‌روز

گام چهارم برای حساب‌کردن حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور باید تعداد این شیرهای خراب را برآورد کنیم. ایران حدوداً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. اگر به طور متوسط هر ۴ نفر در یک خانه زندگی کنند، ۲۰ میلیون خانه در کشور وجود دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط در هر خانه ۳ شیر آب وجود داشته باشد، پس تعداد شیرهای آب در کل کشور برابر است با:

تعداد شیرهای آب $= 20 \times 10^6 \times 3 = 60 \times 10^6$

بنا بر فرض سؤال از هر ده شیر آب یکی خراب است، پس:

تعداد شیرهای آب خراب $= 60 \times 10^6 \times \frac{1}{10} = 6 \times 10^6 \sim 10^7$

در پایان، حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور را محاسبه می‌کنیم:

حجم کل آب هدررفته = تعداد شیرهای آب خراب × حجم آب هدررفته از هر شیر آب خراب $= 10^7 \times 10 = 10^8\ L$

۸۲- گزینه‌ی «۳» همه می‌دانیم $\frac{3}{4}$ سطح کره‌ی زمین را اقیانوس‌ها و دریاها تشکیل می‌دهند. برای محاسبه‌ی حجم کل آب‌های موجود در سطح کره‌ی زمین ابتدا مساحت کل آب‌های سطح زمین را به دست می‌آوریم.

$A_{\text{آب}} = \frac{3}{4} \times A_{\text{کره‌ی زمین}} = \frac{3}{4} \times 4\pi r^2 = \frac{3}{\cancel{4}} \times \cancel{4} \times 3/14 \times (6400 \times 10^3)^2 = (3 \times 3/14) \times (6/4)^2 \times 10^{12} \sim 10^{14}\ m^2$

در محاسبه، ۳×۳/۱۴ رو تقریباً ۱۰ در نظر می‌گیریم. $(6/4)^2$ هم حدوداً ۴۰ می‌شه که فقط برای ما مرتبه‌ی بزرگیش مهمه که می‌شه 10^1، پس در کل می‌شه $10^1 \times 10^1 \times 10^2 = 10^4$.

عمق متوسط آب‌های کره‌ی زمین (h) را ۵ km در نظر می‌گیریم (اگر ۱ km یا ۱۰ km هم در نظر بگیریم، نتیجه‌ی نهایی تفاوتی نمی‌کند).

$h = 5\ km = 5000\ m \sim 10^4\ m$

حالا حجم آب را حساب می‌کنیم:

$V = Ah = 10^{14} \times 10^4 = 10^{18}\ m^3 = 10^{21}\ L$

تبدیل به لیتر را فراموش نکنید.

۸۳- گزینه‌ی «۳» **گام اول** ابتدا حجم بدن یک انسان را برآورد می‌کنیم. بدن انسان را مکعبی به ابعاد ۲۰ cm × ۵۰ cm × ۱۸۰ cm در نظر می‌گیریم، پس:

$V_{\text{بدن انسان}} = 20 \times 50 \times 180 = 1/8 \times 10^5\ cm^3 \sim 10^5\ cm^3 = 10^{-1}\ m^3$

گام دوم در قدم بعدی مجموع حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به دست می‌آوریم. جمعیت کره‌ی زمین حدوداً ۷ میلیارد نفر است.

$V_{\text{کل}} =$ حجم بدن هر انسان × تعداد همه‌ی انسان‌ها $= (7 \times 10^9) \times (10^{-1}) = 7 \times 10^8 \sim 10^9\ m^3$

گام سوم اگر این حجم را به طور لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم، شکل روبه‌رو ایجاد می‌شود. برای این‌که ضخامت این لایه را به دست بیاوریم کافی است این حجم را بر مساحت کره‌ی زمین تقسیم کنیم.

$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3/14 \times (6400 \times 10^3)^2$

$= (4 \times 3/14) \times (6/4)^2 \times (10^6)^2 \sim 10 \times 10 \times 10^{12} = 10^{14}\ m^2$

$d = \frac{V_{\text{کل}}}{A} = \frac{10^9}{10^{14}} = 10^{-5}\ m = 10^{-2}\ mm$

۸۴- گزینه‌ی «۲» **گام اول** ابتدا به این سؤال جواب می‌دهیم: «اگر یک لامپ التهابی به لامپ کم‌مصرف تبدیل شود، بهای برق مصرفی آن در مدت یک ماه چند ریال کم می‌شود؟» برای پیداکردن جواب این سؤال باید مدت زمانی را که یک لامپ در یک ماه روشن است تخمین بزنیم. تقریباً نصف ۲۴ ساعتِ یک شبانه‌روز، هوا تاریک است. در این بازه یک لامپ چند ساعت روشن است؟ معمولاً در منازل لامپ‌ها از ساعت ۶، ۷ عصر تا ۱۱، ۱۲ شب روشن هستند. خیلی حساس نمی‌شویم و فرض می‌کنیم یک لامپ در شبانه‌روز ۶ ساعت روشن است، بنابراین یک لامپ در یک ماه، Δt ثانیه روشن است که:

$\Delta t = 30 \times 6 \times 60 \times 60 \sim 10 \times 10 \times 100 \times 100 = 10^6\ s$

برای محاسبه‌ی انرژی الکتریکی مصرفی توسط یک لامپ از رابطه‌ی $\text{توان} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}$ استفاده می‌کنیم. با تعویض هر لامپ به اندازه‌ی $100 - 20 = 80\ W$ در توان صرفه‌جویی می‌شود، بنابراین:

$$\text{انرژی کاسته‌شده} = \text{توان کاسته‌شده} \times \text{زمان} \rightarrow \text{توان کاسته شده (وات)} = \frac{\text{انرژی کاسته شده (ژول)}}{\text{زمان (ثانیه)}}$$

$$\text{انرژی کاسته‌شده} = 80 \times 10^6 \sim 10^8\ J$$

هزینه‌ی هر ژول انرژی الکتریکی ۰/۰۲ ریال است، پس: $\text{هزینه‌ی هر ژول انرژی} \times \text{انرژی کاسته‌شده} = \text{کاهش هزینه ناشی از تعویض هر لامپ}$ ریال $10^8 \times 0/02 \sim 10^6$

گام دوم حالا باید تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین بزنیم. ایران ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط هر ۴ نفر در یک خانه زندگی می‌کنند، پس ۲۰ میلیون خانه وجود دارد. اگر فرض کنیم به طور متوسط در هر خانه ۱۰ لامپ باشد، تعداد کل لامپ‌های کشور برابر است با $20 \times 10^6 \times 10 = 2 \times 10^8$ لامپ. به گفته‌ی سؤال تمام این لامپ‌ها قرار است از نوع التهابی به کم‌مصرف تبدیل شوند.

گام سوم تقریباً حل تست تمام شده است. در گام اول کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ را به دست آوردیم و در گام دوم تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین زدیم. حالا:

$$\text{کاهش بهای برق مصرفی کل کشور} = \text{کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ} \times \text{تعداد لامپ‌ها} = 2 \times 10^8 \times 10^6 \sim 10^{14}\ \text{ریال}$$

گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۸۵- گزینه‌ی «۳» برای حل این تست گام‌به‌گام جواب چند سؤال را می‌دهیم:

گام اول هر لیتر سوخت چند ژول انرژی مفید تولید می‌کند؟

$$\text{انرژی مفید حاصل از سوزاندن یک لیتر سوخت در خودرو} = \text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت} \times \text{بازده} = 4 \times 10^7 \times \frac{20}{100} = 8 \times 10^6 \sim 10^7$$

گام دوم انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو چند ژول است؟

$$\text{توان (وات)} = \frac{\text{انرژی (ژول)}}{\text{زمان (ثانیه)}} \rightarrow 100 = \frac{\text{انرژی}}{1 \times 60 \times 60} \rightarrow \text{انرژی} = 36 \times 10^4 \sim 10^5\ J$$

گام سوم چند لیتر سوخت لازم است تا انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو تأمین شود؟

$$\text{حجم سوخت موردنیاز} = \frac{\text{انرژی لازم برای یک ساعت روشن بودن چراغ‌های خودرو}}{\text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت}} = \frac{10^5}{10^7} = 10^{-2}\ L$$

گام چهارم چند خودرو در شهر تهران وجود دارد؟

شهر تهران ۱۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در شهر وجود داشته باشد، پس تعداد خودروهای شهر تهران را ۲/۵ میلیون خودرو در نظر می‌گیریم.

$$\text{تعداد خودروهای شهر تهران} = 2/5 \times 10^6 \sim 10^6 \text{ دستگاه}$$

گام پنجم خواسته‌ی تست را به راحتی به دست می‌آوریم:

$$\text{مصرف روزانه‌ی سوخت خودروها به علت روشن کردن چراغ‌ها} = \text{تعداد خودروها} \times \text{مصرف روزانه‌ی هر خودرو به علت روشن کردن چراغ‌ها} = 10^6 \times 10^{-2} = 10^4\ L$$

۸۶- گزینه‌ی «۲» **گام اول** ابتدا جرم یک قطره آب را تخمین می‌زنیم. اول حجم آن را برآورد می‌کنیم. یک قطره آب را به شکل کره‌ای به قطر ۰/۵ cm در نظر می‌گیریم.

$$\text{قطر} = 0/5\ cm \rightarrow \text{شعاع} = 0/25\ cm$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (\frac{1}{4})^3 \sim \frac{4}{3} \times 3/14 \times \frac{1}{64} \sim 10^{-1}\ cm^3$$

می‌دانیم هر $1\ cm^3$ آب $1\ g$ جرم دارد، پس جرم $10^{-1}\ cm^3$ آب برابر است با $10^{-1}\ g$.

گام دوم طبق مفهوم مول، تعداد مولکول‌های یک مول آب برابر است با $6/022 \times 10^{23}$ مولکول. حالا از تناسب روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$18\ g$	$6/022 \times 10^{23}$ مولکول
$10^{-1}\ g$	x مولکول

نتیجه می‌گیریم:

$$x = \frac{6/022 \times 10^{23} \times 10^{-1}}{18} \sim 10^{22}$$

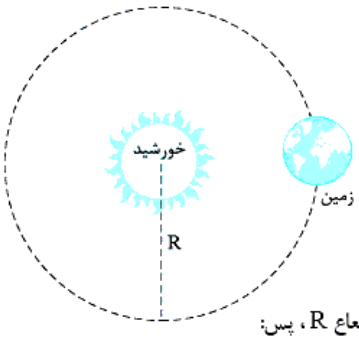
۸۷- گزینه‌ی «۱» ابتدا باید مسافتی را که یک خودرو در یک روز طی می‌کند، تخمین بزنیم. برای این کار از مدت زمانی که یک خودروی معمولی در طول شبانه‌روز در حرکت است، استفاده می‌کنیم. به نظر شما یک خودرو در شبانه‌روز چند ساعت در حال حرکت است؟ نیم ساعت؟ یک ساعت؟ دو ساعت؟ چهار ساعت؟ هر کدام از این اعداد را در نظر بگیریم، گزینه‌ی نهایی‌ای که قرار است انتخاب کنیم فرقی نمی‌کند. ما به طور متوسط ۱/۵ ساعت را انتخاب می‌کنیم. خودرویی را که در شهر در حال حرکت است در نظر بگیرید. با توجه به شرایط ترافیک خیابان و عوامل دیگر تندی این خودرو کم و زیاد می‌شود. گاهی با تندی $80\ km/h$ یا ۹۰ حرکت می‌کند و گاهی در ترافیک سنگین می‌ایستد. ما تندی متوسط یک خودروی معمولی را $40\ km/h$ در نظر می‌گیریم. حالا از رابطه‌ی تندی متوسط که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید، استفاده می‌کنیم:

$$\text{تندی متوسط (km/h)} = \frac{\text{مسافت طی‌شده (km)}}{\text{زمان سپری‌شده (h)}} \rightarrow 40 = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{1/5} \rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = 40 \times 1/5 = 60\ km$$

پس هر خودرو در شبانه‌روز به طور متوسط مسافتی برابر با $60\ km$ طی می‌کند. به ازای هر ۱ کیلومتر، ۱ گرم مونواکسید کربن توسط خودروی دارای گواهی یورو ۴ تولید می‌شود، پس این خودرو روزانه ۶۰ گرم مونواکسید کربن تولید می‌کند. در یک سال داریم:

$$\text{جرم مونواکسید کربن تولیدشده در سال} = \text{جرم مونواکسید تولیدشده در روز} \times 365 = 60 \times 365 \sim 100 \times 100 = 10^4\ g$$

۸۸- گزینه‌ی «۲» مطابق شکل مقابل، زمین روی دایره‌ای به شعاع R از مرکز خورشید در حال حرکت است. R فاصله‌ی زمین تا خورشید است. برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید، یک دور کامل از حرکت زمین به دور خورشید را در نظر می‌گیریم.



گام اول ابتدا R را محاسبه می‌کنیم. ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. از رابطه‌ی $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، استفاده می‌کنیم:

$$\text{تندی پرتو نور} = \frac{\text{مسافتی که پرتو نور طی می‌کند}}{\text{زمان رسیدن پرتو نور از خورشید به زمین}} \rightarrow 3\times10^{8} = \frac{R}{500} \rightarrow R = 15\times10^{10}\ \text{m} = 15\times10^{7}\ \text{km}$$

گام دوم مسافتی که زمین در یک دور کامل حرکتش به دور خورشید طی می‌کند، برابر است با محیط دایره‌ای به شعاع R، پس:

$$\text{محیط دایره‌ای به شعاع R} = 2\pi R = 2\times3/14\times15\times10^{7} \sim 10^{9}\ \text{km} = \text{مسافتی که زمین در یک دور کامل حرکتش به دور خورشید طی می‌کند}$$

گام سوم همه می‌دانیم زمانی که طول می‌کشد زمین یک دور کامل به دور خورشید بچرخد یک سال است. یک سال باید به ساعت تبدیل شود، پس:

$$\text{زمانی که طول می‌کشد زمین یک دور کامل به دور خورشید بچرخد} = 365\times24 \sim 300\times20 = 6000 \sim 10^{4}\ \text{h}$$ یا $$365\times24 = 8760 \sim 10^{4}\ \text{h}$$

گام چهارم حالا از رابطه‌ی $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$، برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید استفاده می‌کنیم.

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{10^{9}}{10^{4}} = 10^{5}\ \text{km/h}$$

بد نیست بدانید تندی حرکت زمین به دور خورشید $1/07\times10^{5}\ \text{km/h}$ است.

۸۹- گزینه‌ی «۳» **گام اول** مسافتی را که این ماشین خیالی در مدت یک ساعت طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow 3\times10^{8} = \frac{\text{مسافت}}{60\times60} \rightarrow \text{مسافت} = 108\times10^{10}\ \text{m} \sim 10^{12}\ \text{m}$$

گام دوم محیط کره‌ی زمین را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط} = 2\pi R = 2\times3/14\times6400\times10^{3} \sim 10^{8}\ \text{m}$$

گام سوم واضح است که تعداد دورهایی که این خودرو در مدت یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\text{تعداد دور در یک ساعت} = \frac{\text{مسافت طی‌شده در یک ساعت}}{\text{محیط کره‌ی زمین}} = \frac{10^{12}}{10^{8}} = 10^{4}$$

این عدد به گزینه‌ی (۳) نزدیک است.

۹۰- گزینه‌ی «۲» در علوم سال نهم مفهوم فشار و رابطه‌ی آن یعنی $P = \frac{F}{A}$ را یاد گرفتید. در این تست نیرویی که باعث ایجاد فشار در سطح می‌شود، نیروی وزن شخص است، پس:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A}$$

گام اول باید جرم شخص و اندازه‌ی سطحی را که با زمین در تماس است تخمین بزنیم. جرم یک شخص بالغ را 80 kg و کف پاهای او را مستطیل‌هایی به ابعاد $10\,\text{cm}\times30\,\text{cm}$ در نظر می‌گیریم *(چون تست باید به طور تقریبی حل بشه، خیلی در انتخاب مقدار جرم و مساحت دچار وسواس نشید، اگه به گزینه‌ها هم یه نگاهی بندازید می‌بینید که خیلی با هم فاصله دارن. به خاطر همین اگه جرم شخص رو 50 kg یا 100 kg یا حتی 150 kg هم فرض کنید، آخرش، گزینه‌ای که باید انتخاب کنید، فرقی نمی‌کنه).*

$$m = 80\ \text{kg} \sim 100\ \text{kg}$$

$$A = 2\times10\times30 = 600\ \text{cm}^2 \sim 10^{3}\ \text{cm}^2 = 10^{3}\times10^{-4}\ \text{m}^2 = 10^{-1}\ \text{m}^2$$

گام دوم حالا فشار را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{100\times10}{10^{-1}} = 10^{4}\ \text{Pa}$$

۹۱- گزینه‌ی «۲» برای حل این تست می‌خواهیم از رابطه‌ی فشار $\left(P = \frac{F}{A}\right)$ که در علوم سال نهم آن را یاد گرفتید، استفاده کنیم. نیروی ناشی از وزن هوای موجود در جو زمین باعث ایجاد فشار شده است، پس:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A}$$

در رابطه‌ی بالا A مساحت سطح کره‌ی زمین و m جرم هوای موجود در جو کره‌ی زمین است.

ابتدا مساحت کره زمین را به طور تقریبی به دست می‌آوریم:

$$A = 4\pi r^2 = 4\times3/14\times(6400\times10^{3})^2 = (4\times3/14)\times(6/4)^2\times10^{12} \sim 10^{14}\,\text{m}^2$$

حالا از رابطه‌ی فشار استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{mg}{A} \rightarrow 10^{5} = \frac{m\times10}{10^{14}} \rightarrow m = 10^{18}\ \text{kg}$$

پس گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم. جالب است بدانید جرم کل هوای موجود در جو کره‌ی زمین $5/5\times10^{18}$ کیلوگرم است.

۹۲- گزینه‌ی «۱» شما باید بدانید که یکای نجومی (AU) برابر است با فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید. بنابراین برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow 3\times10^{8} = \frac{1/5\times10^{11}}{\text{زمان}} \rightarrow \text{زمان} = \frac{1/5\times10^{11}}{3\times10^{8}} = 500\ \text{s}$$

۹۳- گزینه‌ی «۲» **گام اول** خطای اندازه‌گیری خط‌کش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش اول} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش اول}}{2} = \pm\frac{0/5\ \text{cm}}{2} = \pm0/25\ \text{cm}$$

$$\text{خطای اندازه‌گیری خط‌کش دوم} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش دوم}}{2} = \pm\frac{1\ \text{mm}}{2} = \pm0/5\ \text{mm} = \pm0/05\ \text{cm}$$

گام دوم بنابراین طول و عرض مستطیل با توجه به خطای اندازه‌گیری برابر می‌شود با:

$$\text{طول} = 20/65\ \text{cm} \pm 0/25\ \text{cm} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشینه‌ی طول} = 20/90\ \text{cm} \\ \text{کمینه‌ی طول} = 20/40\ \text{cm} \end{cases}$$

$$\text{عرض} = 10/22\ \text{cm} \pm 0/05\ \text{cm} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشینه‌ی عرض} = 10/27\ \text{cm} \\ \text{کمینه‌ی عرض} = 10/17\ \text{cm} \end{cases}$$

گام‌سوم حالا یک بار با بیشینه و یک بار با کمینه‌ی طول و عرض، مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم: $S_{max} = ۲۰/۹۰ \times ۱۰/۲۷ \simeq ۲۱۴/۶\ cm^۲$

$S_{min} = ۲۰/۴۰ \times ۱۰/۱۷ \simeq ۲۰۷/۴۷\ cm^۲$

۹۴- گزینه‌ی «۴» گام‌اول در ابزارهای مدرج میزان خطای اندازه‌گیری از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

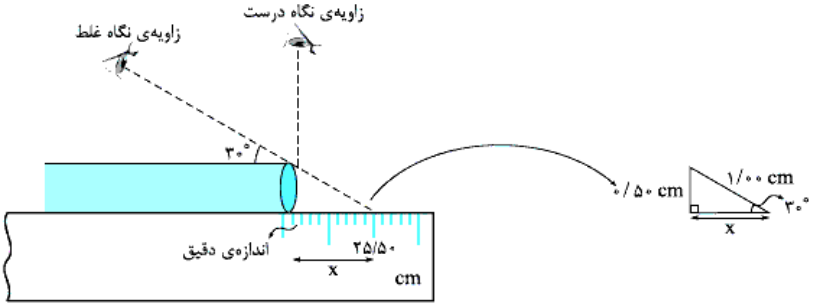
$$\text{دقت یا خطای اندازه‌گیری دماسنج مدرج} = \pm\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{۲} \Rightarrow A = \text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی دماسنج مدرج} \times ۲ = |\pm ۰/۲| = ۰/۴\ ^\circ C$$

اما در ابزارهای دیجیتال کمینه‌ی اندازه‌گیری برابر دقت یا خطای اندازه‌گیری است؛ یعنی: $B = \text{کمینه‌ی اندازه‌گیری دماسنج دیجیتال} = |\pm ۰/۱| = ۰/۱\ ^\circ C$

گام‌دوم نسبت $\frac{A}{B}$ را می‌خواهیم: $\frac{A}{B} = \frac{۰/۴}{۰/۱} = ۴$

۹۵- گزینه‌ی «۴» گام‌اول اشتباه شخص در زاویه‌ی نگاه اوست! خط نگاه او باید مثل شکل زیر عمود بر راستای خط‌کش باشد. پس با توجه به شکل، ما با یک مثلث روبه‌روبه هستیم که ضلع مقابل به زاویه‌ی ۳۰° آن $۰/۵۰\ cm$ است، پس وتر مثلث ۲ برابر $۰/۵۰\ cm$ یعنی $۱/۰۰\ cm$ است، بنابراین داریم:

$$(۱/۰۰)^۲ = (۰/۵۰)^۲ + x^۲ \Rightarrow x^۲ = ۱/۰۰ - ۰/۲۵ = ۰/۷۵ \Rightarrow x = \sqrt{۰/۷۵} = ۰/۵۰\sqrt{۳} = ۰/۵۰ \times ۱/۷ = ۰/۸۵\ cm$$



گام‌دوم یعنی شخص خطاکار، $۰/۸۵\ cm$ از مقدار دقیق بیشتر گزارش کرده، پس: $\text{طول دقیق لوله} = ۲۵/۵۰ - ۰/۸۵ = ۲۴/۶۵\ cm$

۹۶- گزینه‌ی «۳» خون از طریق آئورت از قلب خارج شده و در نهایت وارد مویرگ‌ها می‌شود، بنابراین با توجه به معادله‌ی پیوستگی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$(VA)_{\text{آئورت}} = \text{تعداد مویرگ‌ها} \times (VA_{\text{مویرگ}}) \rightarrow V_{\text{آئورت}} \times \pi r_{\text{آئورت}}^۲ = \text{تعداد مویرگ‌ها} \times V_{\text{مویرگ}} \times \pi r_{\text{مویرگ}}^۲$$

$$\rightarrow \text{تعداد مویرگ‌ها} = \frac{V_{\text{آئورت}} \times r_{\text{آئورت}}^۲}{V_{\text{مویرگ}} \times r_{\text{مویرگ}}^۲} = \frac{۸ \times (۲/۵ \times ۱۰^{-۲})^۲}{۰/۵ \times ۱۰^{-۳} (۰/۱ \times ۱۰^{-۳})^۲} = \frac{۸ \times ۶/۲۵ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۵ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۱۶ \times ۶/۲۵ \times ۱۰^۷ = ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰^۷ = ۱۰^۹$$

۹۷- گزینه‌ی «۳» گام‌اول ابتدا محاسبه می‌کنیم که انرژی حاصل از تبدیل $۱\ kg$ ماده به انرژی چند ژول است.

$$E = mc^۲ = ۱ \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲ = ۹ \times ۱۰^{۱۶} \sim ۱۰^{۱۷}\ J$$

گام‌دوم انرژی لازم برای روشن‌ماندن یک لامپ معمولی خانگی را در یک شبانه‌روز برآورد می‌کنیم. فرض می‌کنیم توان لامپ ۱۰۰ وات باشد و در شبانه‌روز ۵ ساعت روشن بماند *(اگه عددهای ما رو قبول ندارید خودتون تخمین بزنید و با هموتا حساب کتاب کنید. ما ادعا می‌کنیم در جواب تست فرقی نمی‌کنه)*. با استفاده از رابطه‌ی توان داریم:

$$(\text{توان}(W) = \frac{\text{انرژی}\ (J)}{\text{زمان}\ (s)} \rightarrow ۱۰۰ = \frac{\text{انرژی}}{۵ \times ۶۰ \times ۶۰} \rightarrow \text{انرژی} = ۱/۸ \times ۱۰^۶\ J \sim ۱۰^۶\ J$$

گام‌سوم برای تخمین انرژی لازم، برای روشن نگه‌داشتن یک خانه باید تعداد لامپ‌های یک خانه‌ی معمولی را خودمان حدس بزنیم البته یک حدس معقول و منطقی. ۱۰ لامپ برای هر خانه مناسب به نظر می‌رسد. *(یه دونه برای آشپزخونه، ۳ یا ۴ تا برای پذیرایی، ۲ تا هم برای هرکدوم از ۲ تا اتاق خواب!)*

$$\text{انرژی لازم برای تامین روشنایی یک خانه} = \text{تعداد لامپ} \times \text{انرژی لازم یک لامپ} = ۱۰^۶ \times ۱۰ = ۱۰^۷\ J$$

گام‌چهارم حالا دیگر به دست آوردن تعداد خانه‌ها کار سختی نیست. $\text{تعداد خانه‌هایی که می‌توان روشن کرد} = \frac{\text{انرژی کل}}{\text{انرژی لازم برای هر خانه}} = \frac{۱۰^{۱۷}}{۱۰^۷} = ۱۰^{۱۰}$

۹۸- گزینه‌ی «۱» گام‌اول ابتدا تعیین می‌کنیم که ۸۰ میلیون بشکه نفت معادل چند گرم است.

$$\text{جرم نفت} = \text{تعداد بشکه} \times \text{جرم نفت هر بشکه} = ۸۰ \times ۱۰^۶ \times ۱۵۰ = ۱/۲ \times ۱۰^{۱۰}\ kg = ۱/۲ \times ۱۰^{۱۳}\ g \sim ۱۰^{۱۳}\ g$$

گام‌دوم این مقدار نفت چند ژول انرژی تولید می‌کند؟ $\text{انرژی حاصل از هر یک گرم نفت برحسب ژول} \times \text{جرم نفت برحسب گرم} = \text{انرژی تولید شده} = (۱۰^{۱۳}) \times (۵۰ \times ۱۰^۳) \sim ۱۰^{۱۸}\ J$

گام‌سوم با استفاده از رابطه‌ی معرفی‌شده در صورت تست، مقدار جرم ماده‌ای را که در نیروگاه‌های هسته‌ای باید به انرژی تبدیل شود تا $۱۰^{۱۸}$ ژول انرژی به دست آید، تعیین می‌کنیم.

$$E = mc^۲ \rightarrow ۱۰^{۱۸} = m \times (۳ \times ۱۰^۸)^۲ \rightarrow m = \frac{۱۰^{۱۸}}{۹ \times ۱۰^{۱۶}} \sim ۱۰\ kg$$

می‌بینید انرژی هسته‌ای چه می‌کنه؟ اگه هر روز فقط ۱۰ کیلوگرم اورانیم تو نیروگاه‌ها به انرژی هسته‌ای تبدیل شه کل انرژی دنیا تامین می‌شه.

۹۹- گزینه‌ی «۳»

$$۰/۰۱\ g/mm^۳ = ۰/۰۱ \times \frac{۱۰^{-۳}\ kg}{۱۰^{-۳}\ cm^۳} = ۰/۰۱\ kg/cm^۳$$

۱۰۰- گزینه‌ی «۴» ابتدا حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم:

$$V = ۲۰\,L = ۲۰\times۱۰^{-۳}\,m^۳ = ۲\times۱۰^{-۲}\,m^۳$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی $m=\rho V$ جرم را به دست می‌آوریم:

$$m=\rho V = ۱۲۰۰\times ۲\times۱۰^{-۲} = ۲۴\,kg$$

۱۰۱- گزینه‌ی «۱» توجه داشته باشید که واحد چگالی در SI، $kg/m^۳$ است، از طرفی می‌دانیم دسی‌متر مکعب همان لیتر است $(۱dm^۳=۱۰^{-۳}m^۳=۱L)$.

با توجه به این مطلب داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۵\,g}{۰/۰۰۲\,L}=۲/۵\times۱۰^۳\,g/L$$

از طرفی $۱\,g/L = ۱\,kg/m^۳$ است، بنابراین:

$$\rho = ۲/۵\times۱۰^۳\,g/L = ۲/۵\times۱۰^۳\,kg/m^۳$$

۱۰۲- گزینه‌ی «۴» ابتدا چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{۶۰}{۵۰}=۱/۲\,g/cm^۳$$

حالا این مقدار را برحسب گرم بر لیتر به دست می‌آوریم:

$$\rho = ۱/۲\,g/cm^۳\times۱۰۰۰\,cm^۳/L = ۱۲۰۰\,g/L$$

می‌دانید که $۱\,g/L$ معادل با $۱\,kg/m^۳$ است، بنابراین:

$$\rho = ۱۲۰۰\,g/L = ۱۲۰۰\,kg/m^۳$$

۱۰۳- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم این قطعه را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم.

$$۸۴/۰\,cm^۳ = ۸۴/۰\times(۱۰^{-۲})^۳\,m^۳ = ۸۴\times۱۰^{-۶}\,m^۳$$

حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow ۲۲/۵\times۱۰^۳=\frac{m}{۸۴\times۱۰^{-۶}}\rightarrow m=۱/۸۹\,kg$$

۱۰۴- گزینه‌ی «۱» در این مسئله هم تبدیل یکاها خیلی اهمیت دارد.

$$V = ۵\,L = ۵\times۱۰^۳\,cm^۳$$

$$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow ۱/۰۵=\frac{m}{۵\times۱۰^۳}\Rightarrow m=۵۲۵۰\,g=۵/۲۵\,kg$$

۱۰۵- گزینه‌ی «۴» اگر حواسمان به تبدیل واحدها باشد، حل مسئله کار سختی نیست.

$$\rho = ۱۰۰\times۱۰^۶\,kg/m^۳$$

$$V = ۱\times۳\times۴ = ۱۲\,cm^۳ = ۱۲\times۱۰^{-۶}\,m^۳$$

$$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow ۱۰۰\times۱۰^۶=\frac{m}{۱۲\times۱۰^{-۶}}=۱۲۰۰\,kg$$

۱۰۶- گزینه‌ی «۴» گام اول جرم را برحسب گرم به دست می‌آوریم:

$$۷\,\text{قیراط} = ۷\times\frac{۲۰۰\,\text{میلی‌گرم}}{۱\,\text{قیراط}}\times\frac{۱\,\text{گرم}}{۱۰۰۰\,\text{میلی‌گرم}}=۱/۴\,\text{گرم}$$

گام دوم چگالی را به دست می‌آوریم.

$$\rho\ (g/cm^۳)=\frac{m\ (g)}{V\ (cm^۳)}\rightarrow \rho=\frac{۱/۴}{۰/۳۵}=۴\,g/cm^۳$$

گام سوم حالا چون مسئله چگالی را برحسب یکای SI می‌خواهد، یکای چگالی را به $kg/m^۳$ تبدیل می‌کنیم؛ کافی است عدد به دست آمده را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم.

$$\rho = ۴\,g/cm^۳ = ۴۰۰۰\,kg/m^۳ = ۴\times۱۰^۳\,kg/m^۳$$

۱۰۷- گزینه‌ی «۴» وقتی نوشابه‌ی گازدار را در لیوان می‌ریزیم، گاز آن خارج می‌شود، می‌دانیم که گاز حجم نسبتاً زیاد و جرم کم دارد؛ بنابراین با خروج گاز، جرم و حجم نوشابه هر دو کم می‌شود ولی کاهش حجمش چشم‌گیرتر است. پس طبق رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$ با ریختن نوشابه‌ی گازدار در لیوان چون m تغییر محسوسی نمی‌کند ولی V کم می‌شود، پس چگالی هم زیاد می‌شود.

۱۰۸- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم را برحسب متر مکعب به دست می‌آوریم تا با واحد داده‌شده برای چگالی هم‌خوانی داشته باشد:

$$V = ۵\,cm^۳ = ۵\times۱۰^{-۶}\,m^۳$$

سپس جرم را با استفاده از $m=\rho V$ به دست می‌آوریم:

$$m=\rho V = ۱۲۰۰\times۵\times۱۰^{-۶} = ۶\times۱۰^{-۳}\,kg$$

بنابراین وزن جسم برابر است با:

$$W = mg = ۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰ = ۶\times۱۰^{-۲} = ۰/۰۶\,N$$

۱۰۹- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم مکعب را به دست می‌آوریم:

$$V = (۵)^۳ = ۱۲۵\,cm^۳ = ۱۲۵\times۱۰^{-۶}\,m^۳$$

حالا با استفاده از $m=\rho V$ جرم ماده را به دست می‌آوریم:

$$m=\rho V\Rightarrow m = ۸\times۱۰^۳\times۱۲۵\times۱۰^{-۶} = ۱\,kg$$

۱۱۰- گزینه‌ی «۳» سؤال، جرم جسم را برحسب کیلوگرم می‌خواهد، پس در رابطه باید چگالی برحسب $\frac{kg}{m^۳}$ و حجم برحسب $m^۳$ باشد:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho\times V = ۱۲۰۰\times(۲۰\times۳۰\times۵\times۱۰^{-۶}) = ۳/۶\,kg$$

۱۱۱- گزینه‌ی «۳» گام اول ابتدا حجم را به دست می‌آوریم:

$$V = ۰/۱\times۰/۱\times۰/۱ = ۱۰^{-۳}\,m^۳$$

گام دوم حالا با داشتن چگالی و حجم، جرم را به دست آورید:

$$m=\rho V = ۷۸۰۰\times۱۰^{-۳} = ۷/۸\,kg$$

(این‌جا همون جاییه که آدم‌های بی‌دقت تو تله می‌افتن و گزینه‌ی (۲) رو انتخاب می‌کنن! در حالی که این مقدار، جرم جسمه نه وزنش!)

گام سوم وزن جسم را با توجه به رابطه‌ی $W=mg$ به دست می‌آوریم:

$$W = mg = ۷/۸\times۱۰ = ۷۸\,N$$

تکنیک در این‌گونه سؤال‌ها که چگالی و وزن به هم مربوط‌اند، رابطه‌ی $W=\rho gV$ شما را مستقیماً به پاسخ می‌رساند:

$$W=\rho gV = ۷۸۰۰\times۱۰\times(۰/۱)^۳ = ۷۸\,N$$

۱۱۲- گزینه‌ی «۲» چون جرم برحسب گرم مورد پرسش قرار گرفته است، چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$\rho = ۷۸۰۰\,kg/m^۳ = ۷۸۰۰\times۱۰^{-۳}\,g/cm^۳ = ۷/۸\,g/cm^۳$$

حالا با استفاده از این مقدار، جرم را به دست می‌آوریم. حجم استوانه برابر با ارتفاع (h) ضربدر مساحت قاعده (A) است:

$$m = \rho V = \rho(Ah) = ۷/۸\times(۲۵\times۱۰) = ۱۹۵۰\,g$$

۱۱۳- گزینه‌ی «۳» حجم کره به شعاع r، برابر با $V=\frac{۴\pi}{۳}r^۳$ است، بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{۴}{۳}\pi r^۳} = \frac{۸}{\frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۰\times۱۰^{-۲})^۳} = \frac{۲}{۱۰^{-۳}} = ۲۰۰۰\,kg/m^۳$$

۱۱۴- گزینه‌ی «۲» **گام‌اول** جرم ماده را با روش زنجیره‌ای از مثقال به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$۱\text{ مثقال} = ۴/۸۶\,g \Rightarrow \frac{۴/۸۶\,g}{۱\text{ مثقال}} = ۱$$

$$m = ۴\times\frac{۴/۸۶\,g}{۱\text{ مثقال}} = ۴\times۴/۸۶\,g$$

(ضرب نمی‌کنیم! چون امتحان توی مرحله‌ی بعد ساده می‌شن!)

گام‌دوم حجم مکعب را به کمک رابطه‌ی چگالی حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{۴\times۴/۸۶}{۲/۴۳} = ۸\,cm^۳$$

گام‌سوم حجم مکعب برابر ضلع آن به توان ۳ است، یعنی:

$$a^۳ = V \Rightarrow a^۳ = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow a = ۲\,cm$$

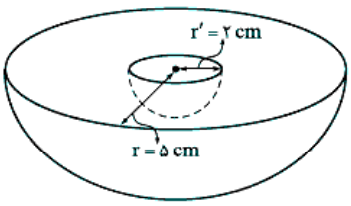
۱۱۵- گزینه‌ی «۳» **گام‌اول** ابتدا حجم فلز به‌کاررفته در این کره‌ی توخالی (یا همان پوسته‌ی فلزی) را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi(R^۳ - r^۳) = \frac{۴}{۳}\times۳\times(۱۲^۳ - ۴^۳) = ۶۶۵۶\,cm^۳ = ۶/۶۵۶\,L$$

گام‌دوم چگالی فلز را برحسب کیلوگرم بر لیتر می‌خواهد. پس داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۳۹/۹۳۶\,kg}{۶/۶۵۶\,L} = ۶\,kg/L$$

۱۱۶- گزینه‌ی «۲» **گام‌اول** ابتدا حجم قسمت توپر را حساب می‌کنیم، دقت کنید که حجم نیم‌کره نصف حجم کره است:



$$V_{\text{بخش توپر}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}} = \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r^۳) - \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi r'^۳) = \frac{۲}{۳}\pi(r^۳ - r'^۳)$$

$$\xrightarrow[r=۵\,cm\,,\,\pi=۳]{r'=۲\,cm} V_{\text{بخش توپر}} = \frac{۲}{۳}\times۳\times(۵^۳ - ۲^۳) = ۲(۱۲۵ - ۸) = ۲۳۴\,cm^۳$$

$$m = \rho V_{\text{بخش توپر}} = ۵\times۲۳۴ = ۱۱۷۰\,g$$

۱۱۷- گزینه‌ی «۲» **گام‌اول** کافی است جرم جسم را بر چگالی تقسیم کنید تا حجم قسمت توپر ($V_{\text{توپر}}$) را به دست آورید.

$$V_{\text{توپر}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۹۹/۵}{۱۹۰۰۰\times۱۰^{-۳}} = ۱۰/۵\,cm^۳$$

گام‌دوم این مقدار حجم بخش توپر است که اگر آن را از حجم ظاهری کم کنیم، حجم حفره به دست می‌آید: $V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{توپر}} = ۱۲ - ۱۰/۵ = ۱/۵\,cm^۳$

۱۱۸- گزینه‌ی «۴» **گام‌اول** ابتدا با توجه به حجم ظاهری و چگالی، جرم جسم را در حالت توپر به دست می‌آوریم. اگر این مقدار برابر با جرم داده‌شده یعنی ۶ kg باشد، می‌فهمیم که درون جسم حفره‌ای وجود ندارد؛ اما اگر این مقدار بیشتر از ۶ kg شود، یعنی درون مکعب حفره‌ای وجود دارد، پس اول باید حجم را به دست آوریم:

$$V = (a)^۳ = (۱۰)^۳ = ۱۰۰۰\,cm^۳$$

حالا می‌توانیم مقدار جرم را حساب کنیم:

$$m = \rho V = ۸\times۱۰۰۰ = ۸۰۰۰\,g = ۸\,kg$$

گام‌دوم با توجه به این‌که جرم به دست آمده بیشتر از ۶ kg است، بنابراین درون جسم حفره وجود دارد. حالا باید با توجه به خواسته‌ی گزینه‌ها حجم حفره را به دست آوریم که برای این کار، کافی است حجم بخش توپر را از حجم ظاهر کم کنیم:

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم بخش توپر} = ۱۰۰۰ - \frac{۶۰۰۰\,g}{۸\,g/cm^۳} = ۲۵۰\,cm^۳$$

پس جسم، حفره‌ای خالی به حجم ۲۵۰ $cm^۳$ دارد.

۱۱۹- گزینه‌ی «۴» جرم با چگالی و حجم رابطه‌ی مستقیم دارد. از طرفی حجم مکعب برابر با یک یال به توان ۳ است، بنابراین داریم:

$$\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{m_{\text{آلومینیم}}} = (\frac{\rho_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلومینیم}}})(\frac{V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلومینیم}}}) = \frac{۸/۱}{۲/۷}\times\frac{(۲a)^۳}{(a)^۳} = ۳\times۸ = ۲۴$$

۱۲۰- گزینه‌ی «۳» چگالی با جرم رابطه‌ی مستقیم و با حجم رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}$$

اما همان‌طور که می‌دانید برای دو کره $\frac{V_B}{V_A} = (\frac{r_B}{r_A})^۳$ است، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = (\frac{m_A}{m_B})\times(\frac{r_B}{r_A})^۳ \xrightarrow{m_A = m_B} (\frac{r_B}{r_A})^۳ = (\frac{۶}{۳})^۳ = (۲)^۳ = ۸$$

پس چگالی کره‌ی A، هشت برابر چگالی کره‌ی B است.

۱۲۱- گزینه‌ی «۲» چگالی یک جسم با جرم آن رابطه‌ی مستقیم و با حجم آن رابطه‌ی عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\ ,\ V_A = ۲V_B\ ,\ m_A = ۳m_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۳m_B}{m_B}\times\frac{V_B}{۲V_B} = \frac{۳}{۲}$$

۱۲۲- گزینه‌ی «۳» گام‌اول ابتدا چگالی جسم را از روی چگالی آهن به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}}=۱/۳ \xrightarrow{\rho_{\text{آهن}}=۷۸۰۰\,kg/m^۳=۷/۸\,g/cm^۳} \rho_{\text{جسم}}=\frac{۷/۸}{۱/۳}=۶\,g/cm^۳$$

گام‌دوم حالا با استفاده از رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$، حجم را به دست می‌آوریم:

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow ۶=\frac{۵۴۰}{V} \Rightarrow V=\frac{۵۴۰}{۶}=۹۰\,cm^۳$$

۱۲۳- گزینه‌ی «۱» با توجه به رابطه‌ی $m=\rho V$ داریم:

$$\frac{m_A}{m_B}=(\frac{\rho_A}{\rho_B})(\frac{V_A}{V_B}) \Rightarrow \frac{m_A}{۲۰۰}=(\frac{۱/۵\rho_B}{\rho_B})(\frac{۲۰۰}{۵۰۰})=۰/۶ \Rightarrow m_A=۱۲۰\,g$$

۱۲۴- گزینه‌ی «۴» می‌دانیم که $V=\frac{m}{\rho}$ است، بنابراین حجم با جرم رابطه‌ی مستقیم و با چگالی رابطه‌ی عکس دارد:

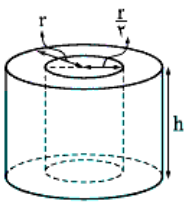
$$\frac{V_A}{V_B}=(\frac{m_A}{m_B})(\frac{\rho_B}{\rho_A}) \Rightarrow \frac{۱۰}{V_B}=(\frac{۸}{۵})(\frac{\rho_B}{\frac{۴}{۵}\rho_B})=۲ \Rightarrow V_B=\frac{۱۰}{۲}=۵\,L$$

۱۲۵- گزینه‌ی «۳» با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=۱\times\frac{۴۵}{۲۰}=\frac{۹}{۴}$$

۱۲۶- گزینه‌ی «۳» در نمودار سمت چپ هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است. پس: $\rho_A>\rho_B$. در نمودار سمت راست هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی کم‌تر است. پس: $\rho_D>\rho_C$. بنابراین گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۲۷- گزینه‌ی «۴» گام‌اول حجم بخش توپر استوانه‌ی B (یعنی مقداری از حجم استوانه که از ماده‌ی B تشکیل شده است) را با توجه به شکل روبه‌رو به دست می‌آوریم:



$$V_B=\text{حجم قسمت توپر استوانه‌ی B}=\text{حجم کل استوانه}-\text{حجم حفره}=\pi r^۲h-\pi(\frac{r}{۲})^۲h=\pi r^۲h(۱-\frac{۱}{۴}) \Rightarrow V_B=\frac{۳}{۴}\pi r^۲h$$

گام‌دوم می‌دانیم چگالی با جرم، رابطه‌ی مستقیم و با حجم رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=(\frac{m_A}{m_B})(\frac{V_B}{V_A}) \xrightarrow{m_A=m_B} (\frac{\frac{۳}{۴}\pi r^۲h}{\pi r^۲h})=\frac{۳}{۴}$$

۱۲۸- گزینه‌ی «۱» گام‌اول مقدار جرم مصالح در نیم‌کره‌ی توپر و استوانه‌ی توخالی یکسان است. از طرفی جنس ماده نیز در هر دو شکل یکسان است؛ پس چگالی دو جسم هم برابر است. با توجه به برابربودن چگالی و جرم، حجم دو جسم یکسان است. برای حجم این دو شکل داریم:

$$V_{\text{استوانه‌ی توخالی}}=\pi h(r^۲-r'^۲) \xrightarrow{h=R'} \pi\times R'(R'^۲-R^۲)\ ,\ V_{\text{نیم‌کره}}=\frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R'^۳)=\frac{۲}{۳}\pi R'^۳$$

گام‌دوم حجم نیم‌کره و استوانه با هم برابر است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۲}{۳}\pi R'^۳=\pi R'(R'^۲-R^۲) \Rightarrow \frac{۲}{۳}R'^۲=(R'^۲-R^۲) \Rightarrow R^۲=\frac{۱}{۳}R'^۲ \Rightarrow \frac{R'}{R}=\sqrt{۳}$$

۱۲۹- گزینه‌ی «۴» حجم استوانه‌ی توخالی اول را با V و حجم استوانه‌ی توخالی دوم را با V' مشخص می‌کنیم. در این‌جا چگالی دو استوانه یکسان است. پس جرم با حجم رابطه‌ی مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{m'}=\frac{V}{V'}=\frac{\pi(R_۲^۲-R_۱^۲)L}{\pi((۲R_۲)^۲-(۲R_۱)^۲)۳L}=\frac{(R_۲^۲-R_۱^۲)}{۱۲(R_۲^۲-R_۱^۲)}=\frac{۱}{۱۲}$$

بنابراین $m'=۱۲m$ است و جرم مورد نیاز ما ۱۲ برابر m می‌شود.

۱۳۰- گزینه‌ی «۴» گام‌اول در این تست برخلاف تست‌های قبلی چگالی کره را می‌خواهیم، نه چگالی ماده‌ی سازنده‌ی آن را! بنابراین انتظار داریم وقتی که درون کره حفره ایجاد می‌کنیم، چگالی آن از چگالی فلز ($\rho_۰$) کم‌تر شود؛ زیرا بدون آن‌که حجم کره تغییر کند، جرم آن کاهش می‌یابد.

اول باید بفهمیم نسبت جرم جدید ($m_۲$) به جرم اولیه ($m_۱$) چه‌قدر است. از آن‌جایی که چگالی فلز در هر دو حالت یکسان است، می‌توانیم بنویسیم:

$$m=\rho V \xrightarrow{\rho\text{ فلز در هر دو حالت یکسان است.}} \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow[V_۱=\frac{۴}{۳}\pi R^۳]{V_۲=\frac{۴}{۳}\pi[R^۳-(\frac{R}{۲})^۳]} \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi\times\frac{۷}{۸}R^۳}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}=\frac{۷}{۸}$$

گام‌دوم حالا با توجه به این‌که حجم کره در هر دو حالت ثابت مانده است می‌توانیم بگوییم، چگالی کره در حالت دوم چند برابر چگالی کره در حالت اول است:

$$\rho=\frac{m}{V} \xrightarrow{V_۱=V_۲} \frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}=\frac{۷}{۸}$$

بنابراین چگالی کره $\frac{۷}{۸}$ برابر می‌شود.

۱۳۱- گزینه‌ی «۲» ابتدا حجم جسم را با توجه به مقدار جابه‌جایی سطح آب به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم جسم}=(\text{حجم آب بعد از انداختن جسم درون استوانه})-(\text{حجم آب قبل از انداختن جسم درون استوانه}) \Rightarrow \text{حجم جسم}=۵۴-۵۰=۴\,cm^۳$$

حالا با توجه به رابطه‌ی $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho=\frac{۴۲}{۴}=۱۰/۵\,g/cm^۳$$

۱۳۲- گزینه‌ی «۲» جرم مایع را با کم‌کردن جرم استوانه از جرم کل به دست می‌آوریم: $m_{\text{مایع}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{استوانه}} = ۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰\ g$

با داشتن جرم و حجم هم که به دست آوردن چگالی اصلاً کاری ندارد، فقط باید دقت کنید که چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب خواسته شده است:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۶۰}{۷۵} = ۰/۸\ g/cm^۳ = ۰/۸ \times ۱۰^۳\ kg/m^۳ = ۸ \times ۱۰^۲\ kg/m^۳$$

۱۳۳- گزینه‌ی «۳» ابتدا حجم مایع جابه‌جاشده را به دست می‌آوریم. این مقدار برابر با سطح مقطع داخلی استوانه ضربدر تغییر ارتفاع سطح آب است:

$$V = A \times \Delta h \Rightarrow V = ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۲\ cm^۳$$

حالا به راحتی می‌توانیم چگالی را با توجه به رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۹۰}{۱۲} = ۷/۵\ g/cm^۳$$

۱۳۴- گزینه‌ی «۱» حجم الکل خارج‌شده برابر با حجم گلوله است. از آن‌جایی که چگالی الکل برحسب g/L است و طراح، جرم الکل خارج‌شده را برحسب گرم خواسته، چگالی آهن را برحسب گرم بر لیتر در رابطه قرار می‌دهیم: $\rho_{\text{آهن}} = ۷۸۰۰\ kg/m^۳ = ۷۸۰۰\ g/L$

$$V_{\text{آهن}} = \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{۱}{۲}L$$

چون حجم الکل خارج‌شده برابر با $V_{\text{آهن}}$ است، داریم:

$$m = \rho_{\text{الکل}} V = \rho_{\text{الکل}} V_{\text{آهن}} = ۸۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۴۰۰\ g$$

۱۳۵- گزینه‌ی «۱» گام اول: حجم الکل بیرون‌ریخته همان حجم قطعه فلز است که برای محاسبه‌ی آن از رابطه‌ی چگالی داریم:

$$V_{\text{فلز}} = V_{(\text{الکل جابه‌جا شده})} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{۱۶۰}{۰/۸} = ۲۰۰\ cm^۳$$

گام دوم: با داشتن حجم و چگالی فلز، جرم آن به سادگی به دست می‌آید:

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} = ۲/۷ \times ۲۰۰ = ۵۴۰\ g$$

۱۳۶- گزینه‌ی «۳» باید به کمک رابطه‌ی «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲}$» حجم را به دست آوریم اما قبل از جای‌گذاری مقدارها، نکته‌ی زیر را بخوانید:

نکته: در نسبت‌ها کافی است یکای کمیت‌های مشابه صورت و مخرج یکسان باشد.

مثلاً در این تست یکای حجم هم در صورت و هم در مخرج سانتی‌متر مکعب است، پس نیازی به تبدیل واحد نیست و در نهایت حجم مجهول برحسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱۴۰۰ = \frac{۱۳۰۰ \times ۳۰۰ + ۱۵۰۰ \times V_۲}{۳۰۰ + V_۲}$$

$$\Rightarrow ۱۴۰۰ \times ۳۰۰ + ۱۴۰۰ V_۲ = ۱۳۰۰ \times ۳۰۰ + ۱۵۰۰ V_۲ \Rightarrow ۱۵۰۰ V_۲ - ۱۴۰۰ V_۲ = ۱۴۰۰ \times ۳۰۰ - ۱۳۰۰ \times ۳۰۰ \Rightarrow ۱۰۰ V_۲ = ۳۰۰۰۰ \Rightarrow V_۲ = ۳۰۰\ cm^۳$$

تکنیک: چون چگالی مخلوط برابر با $\frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$ (یعنی میانگین چگالی‌ها) شده است، باید از هر دو ماده حجم برابری در مخلوط وجود داشته باشد، بنابراین به سادگی می‌توانستیم بگوییم باید حجم ماده‌ی دوم برابر با حجم ماده‌ی اول یعنی $۳۰۰\ cm^۳$ باشد.

۱۳۷- گزینه‌ی «۱» چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطه‌ی $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{۱ \times ۳ + ۱/۵ \times ۲}{۳ + ۲} = \frac{۳ + ۳}{۵} = \frac{۶}{۵} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = ۱/۲\ kg/L$$

۱۳۸- گزینه‌ی «۳» اگر حجم کل مخلوط را V بگیریم، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱ (\frac{۱}{۳}V) + \rho_۲ (\frac{۲}{۳}V)}{V} = \frac{(\rho_۱ + ۲\rho_۲)\frac{V}{۳}}{V} = \frac{\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۳}$$

۱۳۹- گزینه‌ی «۳» $\rho_{\text{مخلوط}} = ۰/۷۵\ g/cm^۳ = ۷۵۰\ g/L$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰ = \frac{۶۰۰ V_A + ۸۰۰ V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow ۷۵۰ V_A + ۷۵۰ V_B = ۶۰۰ V_A + ۸۰۰ V_B \Rightarrow ۱۵۰ V_A = ۵۰ V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{۵۰}{۱۵۰} = \frac{۱}{۳}$$

۱۴۰- گزینه‌ی «۴» برای حل این تست باید «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$» را به صورت «$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$» بازنویسی کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m_A + ۳m_A}{\frac{m_A}{۴} + \frac{۳m_A}{۱۸}} = \frac{۴m_A}{m_A(\frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۱۸})} = \frac{۴}{(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶})} = \frac{۴}{\frac{۱۰}{۲۴}} = ۹/۶\ g/cm^۳$$

حالا باید این مقدار را به گرم بر لیتر تبدیل کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = ۹/۶\ g/cm^۳ = ۹/۶\ g/cm^۳ \times \frac{۱۰۰۰\ cm^۳}{۱\ L} = ۹۶۰۰\ g/L$$

۱۴۱- گزینه‌ی «۳» چون چگالی یخ از چگالی آب کم‌تر است، وقتی یخ ذوب می‌شود، حجم مخلوط کاهش می‌یابد. پس اگر حجم m گرم یخ را با $V_{یخ}$ و حجم همان مقدار را پس از ذوب‌شدن با $V_{آب}$ نشان دهیم، $V_{آب} - V_{یخ}$ برابر با $5\,cm^3$ است:

$$V_{یخ} - V_{آب} = 5\,cm^3 \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho_{یخ}} - \frac{m}{\rho_{آب}} = 5\,cm^3 \Rightarrow \frac{m}{0/9} - \frac{m}{1} = 5 \Rightarrow \frac{m - 0/9m}{0/9} = 5 \Rightarrow 0/1m = 4/5 \Rightarrow m = 45\,g$$

۱۴۲- گزینه‌ی «۱» **گام‌اول** تخمین حجم یک قوطی‌کبریت! ابعاد یک قوطی کبریت را $1\,cm \times 4\,cm \times 3\,cm$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$V = 1 \times 4 \times 3 = 12\,cm^3 = 12 \times 10^{-6}\,m^3 \sim 10^{-5}\,m^3$$

گام‌دوم استفاده از رابطه‌ی چگالی برای این قطعه!

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 \times 10^6 = \frac{m}{10^{-5}} \rightarrow m = 10^3\,kg$$

گام‌سوم احتمالاً می‌دانید، جرم یک خودروی معمولی حدوداً ۱ تن (یعنی $1000\,kg$) است، پس:

$$\frac{\text{جرم یک قوطی کبریت از این جنس}}{\text{جرم یک خودروی معمولی}} = \frac{10^3}{1000} = 1$$

۱۴۳- گزینه‌ی «۳» **گام‌اول** ابتدا جرم کل جهان را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم جهان} \sim \text{تعداد کهکشان‌ها} \times \text{تعداد ستاره‌های مانند خورشید} \times \text{جرم خورشید} = 10^{11} \times 10^{11} \times 2 \times 10^{30} \sim 10^{52}\,kg$$

حواستون باشه *جرم بقیه‌ی اجزاء جهان در برابر جرم خورشید این‌قدر کمه که اصلاً حسابشون نمی‌کنیم.*

گام‌دوم جهان، کره‌ای به شعاع 10^{10} سال نوری است. شعاع این کره را برحسب متر به دست می‌آوریم. می‌دانیم سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، بنابراین از رابطه‌ی تندی استفاده می‌کنیم.

$$\text{تندی نور}\left(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}\right) = \frac{\text{(متر) مسافت طی‌شده}}{\text{(ثانیه) زمان سپری‌شده}} \longrightarrow 3 \times 10^8 = \frac{\text{سال نوری}}{365 \times 24 \times 60 \times 60} \longrightarrow \text{سال نوری} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3 \times 10^8 \sim 10^{16}\,m$$

گام‌سوم حالا حجم جهان قابل رویت را به دست می‌آوریم:

$$\text{شعاع جهان قابل رویت} = 10^{10}\,ly = 10^{10} \times 10^{16}\,m = 10^{26}\,m$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (10^{26})^3 \sim 10^{78}\,m^3$$

گام‌چهارم محاسبه‌ی چگالی!

$$\text{چگالی جهان} = \frac{\text{جرم جهان}}{\text{حجم جهان}} \sim \frac{10^{52}}{10^{78}} = 10^{-26}$$

۱۴۴- گزینه‌ی «۴» همان‌طور که می‌دانید چگالی، نشان‌دهنده‌ی میزان سنگین‌بودن حجم مشخصی از یک جسم است و از رابطه‌ی $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$ به دست می‌آید.

برای حل این تست ما ابتدا چگالی کره‌ی زمین را تخمین می‌زنیم و سپس با محاسبه‌ی حجم آن جرمش را برآورد می‌کنیم، پس:

گام‌اول می‌دانیم چگالی آب $1000\,kg/m^3$ است. کره‌ی زمین از سنگ، فلزات و موادی این‌چنینی تشکیل شده است و تمام این مواد (اصطلاحاً) از آب سنگین‌تر هستند، پس چگالی کره‌ی زمین باید چندین برابر آب باشد. ما برای چگالی کره‌ی زمین $5000\,kg/m^3$ را در نظر می‌گیریم *(اگه شما قبول ندارید نظر ما رو، چگالی زمینو هرچی خودتون دوست دارین بگیرین، $1000\,kg/m^3$ یا $20000\,kg/m^3$! می‌بینید که آفرش به یه گزینه می‌رسیم).*

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کره‌ی زمین:

$$V_{\text{زمین}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (6400 \times 10^3)^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (6/4)^3 \times 10^{18} \times 10^{18} \sim 1 \times 1 \times 10^3 \times 10^{18} \times 10^{18} = 10^{21}\,m^3$$

گام‌سوم حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \longrightarrow 5000 = \frac{\text{جرم}}{10^{21}} \longrightarrow \text{جرم} = 5000 \times 10^{21} \simeq 10^4 \times 10^{21} = 10^{25}\,kg$$

جرم کره‌ی زمین $5/972 \times 10^{24}$ کیلوگرم است.

۱۴۵- گزینه‌ی «۳» **گام‌اول** یکی از مکعب‌های این ساختار را در نظر بگیرید (شکل زیر). می‌خواهیم به جرم و حجم این مکعب بپردازیم.

اول جرم: این مکعب دارای ۸ گوشه است که در هر گوشه یک اتم قرار دارد ولی هر کدام از این اتم‌ها فقط متعلق به این مکعب نیستند بلکه تنها بخشی از آن‌ها در این مکعب است و بخشی در مکعب‌های دیگر. اگر به ساختار مقابل دقت کنید هر اتم در محل تلاقی ۸ مکعب است؛ یعنی $\frac{1}{8}$ از هر اتم متعلق به این مکعب است. برای این‌که بهتر متوجه شوید به شکل روبه‌رو دقت کنید.

پس نتیجه می‌گیریم، هر مکعب ۸ تا $\frac{1}{8}$ اتم دارد؛ یعنی جرم کل این مکعب برابر است با جرم ۱ اتم (۸ تا $\frac{1}{8}$ اتم می‌شه ۱ اتم). از طرفی چون به ازای هر مکعب یک اتم وجود دارد، تعداد مکعب‌ها با تعداد اتم‌ها برابر است. دوم حجم: فاصله‌ی دو اتم مجاور روی یک ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم (در واقع a ضلع مکعبه). بنابراین حجم این مکعب برابر است با $V = a^3$. سؤال از ما خواسته که a را حساب کنیم.

گام‌دوم جرم هر مکعب را به دست می‌آوریم. برای این کار می‌دانیم جرم 6×10^{23} اتم کربن برابر $12\,g$ است، پس:

$$\text{جرم یک مکعب} = \text{جرم یک اتم کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{تعداد اتم}} = \frac{12}{6 \times 10^{23}} = 2 \times 10^{-23}\,g$$

گام‌سوم حالا برای به دست آوردن a از رابطه‌ی چگالی برای مکعب استفاده می‌کنیم:

$$\left(\frac{g}{cm^3}\right)\text{چگالی مکعب} = \frac{\text{جرم مکعب}(g)}{\text{حجم مکعب}(cm^3)} \rightarrow 2/5 = \frac{2 \times 10^{-23}}{a^3} \rightarrow a^3 = \frac{2 \times 10^{-23}}{2/5} \sim 10^{-23}\,cm^3 \rightarrow a = 10^{\frac{-23}{3}} \sim 10^{-8}\,cm \sim 10^{-10}\,m$$

۱۴۶- گزینه‌ی «۴»

گام اول حجم مکعب و استوانه را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{مکعب}} = a^3$$

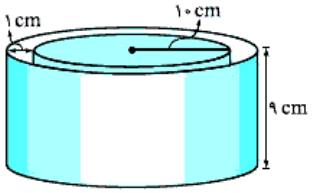
$$V_{\text{استوانه}} = (A_{\text{خارجی}} - A_{\text{داخلی}})h = (\pi\frac{9}{4}a^2 - \frac{\pi}{4}a^2)\times 2a = 12a^3$$

گام دوم رابطه‌ی چگالی و یک تناسب ساده:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{m_{\text{مکعب}}}\times\frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{1}{\frac{1}{4}}\times\frac{a^3}{12a^3} = \frac{1}{3}$$

۱۴۷- گزینه‌ی «۱»



گام اول حجم قسمت داخلی ظرف را به‌دست آورده و به کمک آن جرم آب موجود در ظرف را پیدا می‌کنیم:

$$V_{\text{داخل}} = \pi r^2 h = 3(10)(9) = 2700\ cm^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1(2700) = 2700\ g = 2/7\ kg$$

گام دوم جرم ظرف برابر اختلاف جرم کل و جرم آب است.

$$m_{\text{ظرف}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{آب}} = 10/14 - 2/7 = 7/44\ kg$$

گام سوم حجم ظرف برابر حجم کل استوانه منهای حجم قسمت داخلی آن است، به‌طوری که:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{داخلی}} = \pi r^2_{\text{استوانه}}h - \pi r^2_{\text{داخلی}}h = 3(11)^2(10) - 3(10)^2(9) = 930\ cm^3$$

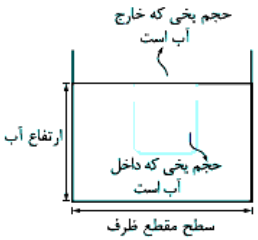
دقت کنید که ارتفاع استوانه $(9+1)\ cm$ و شعاع خارجی آن $(10+1)\ cm$ است.

گام چهارم حالا می‌توانیم چگالی ظرف را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{7/44\times 10^3}{930} = 8\ g/cm^3$$

۱۴۸- گزینه‌ی «۱»

گام اول نیمی از یخ ذوب می‌شود و به آب افزوده می‌شود.



پس حجم آبی را که اضافه شده است می‌توانیم حساب کنیم:

$$\text{جرم اولیه‌ی یخ} = \rho_{\text{یخ}}V_{\text{یخ}} = 0/9\times 5^3 = 112/5\ g$$

$$\text{جرم یخ ذوب‌شده} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ g$$

$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = \frac{\text{جرم یخ ذوب‌شده}}{\text{چگالی آب}} = \frac{56/25}{1} = 56/25\ cm^3$$

گام دوم همواره ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب و ۹۰ درصد آن داخل آب است. با ذوب‌شدن نیمی از یخ، حجم یخی که در داخل آب است هم نصف می‌شود. یعنی:

$$\text{حجم یخی که در پایان داخل آب می‌ماند} = \frac{112/5}{2} = 56/25\ cm^3 \qquad \text{حجم یخی که در ابتدا داخل آب بوده است} = \frac{90}{100}\times 5^3 = 112/5\ cm^3$$

گام سوم با مقایسه‌ی گام‌های اول و دوم می‌فهمیم که $56/25\ cm^3$ به حجم آب اضافه شده و $56/25\ cm^3$ از حجم یخ درون آب کاسته شده است. پس ارتفاع آب تغییر نمی‌کند. هر مقداری از یخ شناور بر روی آب ذوب شود، ارتفاع آب تغییر نخواهد کرد.

۱۴۹- گزینه‌ی «۱»

گام اول جرم اولیه‌ی آب را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho V = 1(200) = 200\ g$$

گام دوم اگر $\frac{3}{4}$ آب داخل لیوان خالی شود، فقط $50\ g$ آب داخل لیوان باقی می‌ماند. اگر جرم لیوان را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$m_{\text{حالت دوم}} = \frac{1}{2}m_{\text{حالت اول}} \Rightarrow (x+50) = \frac{1}{2}(x+200) \Rightarrow 2x+100 = x+200 \Rightarrow x = 100\ g$$

۱۵۰- گزینه‌ی «۲»

گام اول محاسبه‌ی حجم آب درون استوانه و بعد هم جرم آب:

$$V_{\text{آب}} = A_{\text{استوانه}}\times h_{\text{آب}} = \pi r^2\times h = 3\times(4)^2\times 4 = 192\ cm^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}} = 1\times 192 = 192\ g$$

گام دوم محاسبه‌ی جرم استوانه:

$$W_{\text{استوانه}} = m_{\text{استوانه}}g \Rightarrow 1/08 = m_{\text{استوانه}}\times 10 \Rightarrow m_{\text{استوانه}} = 0/108\ kg = 108\ g$$

گام سوم محاسبه‌ی جرم سکه‌ها:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{استوانه}} + m_{\text{سکه‌ها}} = 600\ g \Rightarrow 192 + 108 + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \Rightarrow m_{\text{سکه‌ها}} = 600 - 300 = 300\ g$$

گام چهارم محاسبه‌ی حجم سکه‌ها (Δh افزایش ارتفاع آب در اثر افزودن سکه‌ها است):

$$V_{\text{سکه‌ها}} = A_{\text{استوانه}}\times\Delta h = 48\times(5-4) = 48\ cm^3$$

گام پنجم محاسبه‌ی چگالی سکه‌ها:

$$\rho = \frac{m_{\text{سکه‌ها}}}{V_{\text{سکه‌ها}}} = \frac{300}{48} = 6/25\ g/cm^3 = 6250\ kg/m^3$$

۱۵۱- گزینه‌ی «۲» گام‌اول رابطه‌ی چگالی را یک بار برای آب و بار دیگر برای جیوه می‌نویسیم. در روابط زیر حجم داخلی لیوان را با V' و جرم لیوان را با m' نشان داده‌ایم:

$$m_{کل}=m_{مایع}+m' \Rightarrow m_{مایع}=\rho V' \Rightarrow \begin{matrix}\text{آب}\\ \text{جیوه}\end{matrix}\begin{cases}۶۰۰=۱(V')+m'\\ ۵۴۰۰=۱۳(V')+m'\end{cases}$$

$$۴۸۰۰=۱۲V' \Rightarrow V'=۴۰۰\,cm^۳\ ,\ m'=۲۰۰\,g$$

بنابراین جرم لیوان $۲۰۰\,g$ و حجم داخل آن $۴۰۰\,cm^۳$ است.

گام‌دوم حالا به راحتی می‌توانیم حداکثر نفتی را که در این لیوان جا می‌شود به دست آوریم. در این صورت نفت لیوان را کاملاً پر می‌کند و حجم آن برابر حجم لیوان است و داریم:

$$m_{نفت}=\rho_{نفت}\times V'=۰/۸\times۴۰۰=۳۲۰\,g$$

۱۵۲- گزینه‌ی «۴» گام‌اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط:

$$m_{مخلوط}=m_۱+m_۲=\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲=(۳/۵\times۱۰۰)+(۴/۵\times۳۰۰)=۱۷۰۰\,g$$

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط: حواستون باشه ۱۵ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود.)

$$V_{مخلوط}=\frac{۸۵}{۱۰۰}(V_۱+V_۲)=\frac{۸۵}{۱۰۰}(۱۰۰+۳۰۰)=۳۴۰\,cm^۳$$

گام‌سوم و اما چگالی مخلوط:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}}=\frac{۱۷۰۰}{۳۴۰}=۵\,g/cm^۳$$

۱۵۳- گزینه‌ی «۲» گام‌اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط:

$$m_{مخلوط}=m_۱+m_۲=m_۱+\rho_۲V_۲=۵۱۰+(۴\times۳۰)=۶۳۰\,g$$

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط با توجه به این‌که ۱۰ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود:

$$V_{مخلوط}=\frac{۹۰}{۱۰۰}(V_۱+V_۲)=\frac{۹}{۱۰}(\underbrace{\frac{۵۱۰}{\rho_۱}}_{\frac{m_۱}{\rho_۱}}+۳۰)$$

گام‌سوم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع است:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_{مخلوط}}{V_{مخلوط}}\xrightarrow{\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_۱+\rho_۲}{۲}}\frac{\rho_۱+۴}{۲}=\frac{۶۳۰}{\frac{۹}{۱۰}(\frac{۵۱۰}{\rho_۱}+۳۰)}\Rightarrow\frac{۲\times۱۰\times۶۳۰}{۹}=(\rho_۱+۴)(\frac{۵۱۰}{\rho_۱}+۳۰)\Rightarrow ۳\rho_۱^۲-۷۷\rho_۱+۲۰۴=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\rho_۱=۳\,g/cm^۳\\ \rho_۱\simeq۲۲/۷\,g/cm^۳\end{cases}$$

مایعی با چگالی $۲۲/۷\,g/cm^۳$ معقول به نظر نمی‌رسد و در بین گزینه‌ها هم نیست، پس همان $۳\,g/cm^۳$ را انتخاب می‌کنیم.

۱۵۴- گزینه‌ی «۴» گام‌اول نسبت ρ_A و ρ_B را به‌دست می‌آوریم. اگر حجم ظرف را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}\xrightarrow{V_A=V_B=\frac{x}{۲}}\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_A(\frac{x}{۲})+\rho_B(\frac{x}{۲})}{x}\Rightarrow ۸=\frac{\rho_A+\rho_B}{۲}\Rightarrow\rho_A+\rho_B=۱۶$$

نکته اگر دو مایع با حجم برابر را با یکدیگر مخلوط کنیم، همواره چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو ماده‌ی اولیه است.

گام‌دوم حالا $\frac{۱}{۳}x$ را از A و $\frac{۲}{۳}x$ را از B پر می‌کنیم و داریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}=\frac{\frac{۱}{۳}x\rho_A+\frac{۲}{۳}x\rho_B}{x}\Rightarrow۶=\frac{۱}{۳}\rho_A+\frac{۲}{۳}\rho_B\Rightarrow\rho_A+۲\rho_B=۱۸$$

گام‌سوم دو معادله و دو مجهول:

$$-\begin{cases}\rho_A+\rho_B=۱۶\\ \rho_A+۲\rho_B=۱۸\end{cases}$$

$$\rho_B=۲\,g/cm^۳\Rightarrow\rho_A=۱۴\,g/cm^۳$$