



۱۳۹۳

# آمار و احتمال

**آموزش و تست** یازدهم  
پُر از تست‌های دوست‌داشتنی

• مصطفی دیداری

• مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



مهروماه

## مقدمه



«سلام علی جان، سلام بابا جان. پسر گلم می‌خوام چند کلمه‌ای باهات صحبت کنم. ببخشید که تو کودکی ولت کردم. اگر ما نمی‌رفتیم به حرم حضرت زینب جسارت می‌شد... علی جان خیلی دلم می‌خواد تو این راه، روسفید بشم. خیلی دلم می‌خواد به بار قبل از ظهور شهید بشم... علی جان بابا پاک بودن داره روز به روز سخت‌تر می‌شه... تو باید خیلی مواظب خودت باشی. مواظب مادر و اطرافیان هم باشی... از همین الان رو خودت کار کن، رو درس خونندیت. رو شغلت، رو راه و روش زندگیت، تو انتخاب رفیق‌هات، تو انتخاب آیندت. خیلی مواظب خودت باش. من همیشه به یادت هستم... این چند جمله رو گفتم تا اگه به روزی خواستی صدای بابات رو بشنوی، این چند جمله رو داشته باشی. خیلی دوستت دارم هم تو رو، هم مامانت رو. بعضی وقت‌ها دل‌کندن از به چیزای خوب باعث می‌شه چیزای بهتری رو به دست بیاری... سعی کن به جوری زندگی کنی که خدا عاشقت بشه...»

این جمله‌ها رو از آخرین فایل صوتی شهید محسن حججی انتخاب کردم. تعجب نکنید، اخلاقم همین است! همیشه با بچه‌ها راجع به موضوعات مختلف صحبت می‌کنم. از بحث‌های اجتماعی و خانوادگی و دینی گرفته تا کل‌کل سر استقلال و پرسپولیس! وسط کلاس برای دانش‌آموز کنکوری، کتاب می‌خوانم. چرا؟ چون از کلیشه‌ها بیزارم. از آدا درآوردن و فیلم بازی کردن متنفرم. از شنیدن حرف‌هایی که می‌خواهند الکی بایمان کنند، کھیر می‌زنم. طرف زن دارد، بچه دوساله دارد که آن‌ها را خیلی خیلی دوست دارد. چه می‌شود که یک‌دفعه جانش را کف دستش می‌گیرد و می‌رود هزار کیلومتر آن‌طرف‌تر وسط بیابان. آخرش را هم، همه می‌دانید که قصه چه جوری به سر می‌رسد. این چه چیزی درون فکر و ذهن و قلب اوست که او را می‌کشاند و می‌برد؟ این چه چیزی است که مثل موتور روشن می‌شود و او را حرکت می‌دهد؟ چه می‌شود که طرف حاضر می‌شود این همه سختی را تحمل کرده و میدان را خالی نکند؟ همیشه به بچه‌ها این را می‌گویم:

قدم اول درس خواندن، انتخاب انگیزه‌های خوب است! انگیزه‌هایی که بتواند موتور شما را روشن کند، انگیزه‌هایی که به شما جهت‌های متعالی بدهد. اگر منتظر هستید که من برایتان از این جنس انگیزه‌ها بگویم، سخت در اشتباهید! این دیگر کار خودتان است.

### ویژگی‌های این کتاب

- 1 درسنامه‌های جامع و مفهومی داره! هم مطالب کتاب درسی توش هست و هم مطالب عمیق‌تر.
- 2 طبقه‌بندی موضوعی شده، یعنی درس‌نامه‌های هر فصل به بخش‌های سلولی تقسیم شده تا مجبور نشی کل فصل رو به جا بخونی!
- 3 اصلاً به مطالب خارج از کتاب درسی نپرداخته، موضوعات فضایی (که نه به درد این دنیا می‌خوره، نه به درد اون دنیا) رو تو کتاب راه ندادیم. باور کن برای دعوت هر کدوم از موضوع‌ها به کتابمون، کلی جلسه گذاشتیم و بحث کردیم. خیلی کار سختی بود ولی می‌ارزید.
- 4 توی محدوده مطالب کتاب درسی، عمق مطالب در حد چاه عمیقه، یعنی تهش رو برات درآوردیم. با خیال راحت بخونش و مطمئن باش هیچی جا نمونده.
- 5 هیچ مطلبی رو بدون مثال برات باقی نذاشتیم. همه مثال‌هامون هم از فیلتر استادای عالی و باتجربه گذشتن و بعدش به همشون به طور کامل و آموزشی جواب دادیم.
- 6 پُر از تست‌های دوست‌داشتنی! تست‌ها رو هم از ساده به سخت چیدیم که اولش با دیدن به تست سخت، سخته نکنی 😊 و از ریاضی فراری نشی.
- 7 همه تست‌های کنکورهای جدید، حتی کنکور امسال! تو کتابمون هست، البته فقط تست‌هایی را آوردیم که مربوط به کتاب جدید.
- 8 پاسخ‌نامه‌ش پُر از راهبردهای عالی! این راهبردها مثل GPS می‌مونن. به کمک اون‌ها، توی حل سؤال‌ها گیر نمی‌کنی و می‌دونی که چه مسیری رو باید دنبال کنی. پاسخ‌نامه این کتاب به جز راهبرد، به کلی نکته‌های تستی و تکنیک‌های محاسباتی و... مسلح شده!
- 9 مثل کتاب درسی، تست‌هامون رویکرد مسائل واقعی گرفتن.
- 10 تعداد تست‌هاش متناسب با اهمیت هر مبحثه! اینقدر که اگه همشون رو کار کنی، به اون مبحث در حد تیم ملی مسلط می‌شی.

## راهنمای استفاده از کتاب

چند کلمه در مورد استفاده بهتر از این کتاب هم بگم. کتاب درسی آمار و احتمال در هر فصل، از چند درس تشکیل می‌شود. این‌جا هم همین است. در هر قسمت درس‌نامه داریم چه درس‌نامه‌ای! به‌علاوه تست‌های آن درس. (فقط یک استثنا داریم آن هم درس دوم و سوم فصل اول است که چون مطالب آن خیلی به هم وابسته بوده، آن‌ها را با هم آورده‌ام.) در آخر هر فصل هم باید خودت را با یک آزمون ۲۰ سؤالی، محک بزنی. حتماً بعد از زدن تست‌ها این آزمون رو در حل کن تا بفهمی چقدر از مطالب فصل رو مسلط هستی. اگر درصدت چندان مطلوب نبود، جای نگرانی نیست، فقط باید دوباره تست‌ها را حل کنی. همیشه به بچه‌ها می‌گم که حل دوباره ۱۰۰ تست، بهتر از حل یک‌بار ۲۰۰ تست است. جواب چرای آن خیلی ساده است، چون با حل یک‌بار، همه نکات در حافظه بلندمدت شما قرار نمی‌گیرد. حواستان باشد این درس‌نامه جای معلم محترم‌تان را نمی‌گیرد! اگر دو تا گوش دارید، دو تا هم قرض کنید و سر کلاس، درس را به خوبی یاد بگیرید. حالا درس‌نامه را بخوانید و شروع به حل تست‌ها حل کنید. سعی کرده‌ام که درس‌نامه‌ها شامل همه نکات مهم، به صورت مرتب و دسته‌بندی شده باشد تا بتوانید آن‌ها را بهتر به خاطر بسپارید. نکته‌هایی که در درجه دوم اهمیت قرار دارند درون پاسخ‌های تشریحی، تحت عنوان راهبرد قرار گرفته‌اند. این‌جوری بهتر می‌فهمید که هر نکته، مناسب کدام تیپ تست خواهد بود. به علاوه مجبور می‌شوید نگاهی به پاسخ‌ها هم داشته باشید!!

بچه‌ها شما اولین گروهی هستید که این کتاب‌های جدید را امتحان و کنکور می‌دهید. در تغییر نسل کتب درسی، همیشه تمرین‌های کتاب، پای ثابت آزمون‌ها است. سعی کرده‌ام همه فعالیت‌ها، کادر کلاس‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را که می‌شده است، تبدیل به تست کنم، بنابراین از هیچ نکته و تستی تا خوب خوب آن را یاد نگرفته‌اید، عبور نکنید. امیدوارم هم‌تون با خواندن این کتاب، آمار و احتمال رو فول بشید و به من هم بگید تا دوباره حالی پیدا کنم و برای شما کتاب بنویسم. راستی تا یادم نرفته هر گونه نظری راجع به کتاب داشتید می‌تونید اینجا @didariamar به خودم بگید.

## ساختار کتاب

حالا چند جمله‌ای هم راجع به ساختار کتاب برات بگم. توی هر درس آگه لازم بوده، مطالب رو به چند بخش تقسیم کردم و درس‌نامه و مثال حل شده براتش آوردم، ولی مطالب فنی و تکنیکی رو نگه داشتم واسه حل تست‌های خفن و اون‌ها را تحت عنوان «راهبرد» توی قسمت پاسخ تشریحی آوردم. «راهبردها» برای کسانی که می‌خوان صد بزنی! بعد از درس‌نامه هر قسمت، تست‌های مربوط به اون قسمت اومده. فصل که تموم میشه به آزمون جامع از کل فصل برات گذاشتیم تا خودتو محک بزنی. بعد از آزمون، پاسخ کلیدی تست‌ها اومده و بعدشم پاسخ‌های تشریحی اون فصل. تست‌ها رو براتون دستچین کردیم تا سوال‌های بی‌کیفیت و کم‌کیفیت توی کتاب نباشه. توی پاسخ‌های تشریحی هم تا می‌شده توضیح دادیم، چون می‌دونیم خیلی از شماها به معلم‌های کنکوری خوب دسترسی ندارید تا سوال‌هایی رو که براتون پیش میاد پیرسید.

## و اما قدردانی...

برای به ثمر رسیدن این کتاب افراد زیادی تلاش کردن. من وظیفه خودم می‌دونم که از اون‌ها قدردانی کنم.

- اول از همه از جناب آقای احمد اختیاری مدیریت انتشارات که فرصت نگارش این کتاب را در اختیار من گذاشتن.
- جناب آقای انوشه، مدیر شورای تألیف و جناب آقای اشرفی، مدیر گروه ریاضی که بدون راهنمایی‌های سازنده این دو نفر، کار به نتیجه مطلوب نمی‌رسید.

از همکاران محترم انتشارات به‌طور ویژه تشکر می‌کنم!

- سرکار خانم زهرا خوشنود، مدیر اجرایی دروس اختصاصی انتشارات که امیدوارم بتونم روزی زحمات ایشون رو جبران کنم،
- جناب آقای محسن فرهادی مدیر هنری خلاق انتشارات و تیم هنری ایشان آقایان تایماز کاویانی و حسن شیرمحمدی و حسام طلایی.
- سرکار خانم سمیه جباری مدیر تولید توانمند انتشارات، سرکار خانم عاطفه نوین برنامه ریز منظم و دقیق و سرکار خانم سمیه امیدی که با دقت و حوصله صفحه آرایی رو انجام دادند. آقای محسن کامران‌پور که زحمت حروف‌نگاری کتاب رو برعهده داشتند، آقای ساسان اسدی و خانم غزاله فروزان گهر که با دقت و ظرافت، شکل‌های کتاب رو رسم کردن. همینطور از سرکار خانم ندا صالح‌پور، دانشجوی دکترای آمار که ویراستاری علمی رو انجام دادن، البته در نهایت دقت و باریک‌بینی.
- در پایان هم تشکر می‌کنم از سرکار خانم فرزانه قنبری، مدیر روابط عمومی انتشارات و جناب آقای امیر انوشه، مدیر خلاق سایت انتشارات.

امیدوارم این کتاب به احتمال‌های مهر و ماهی زندگی شما رنگ تازه‌ای بده.

دوستدار شما

مصطفی دیداری

# فهرست



۹

فصل اول آشنایی با مبانی ریاضیات

۷۹

فصل دوم احتمال

۱۶۱

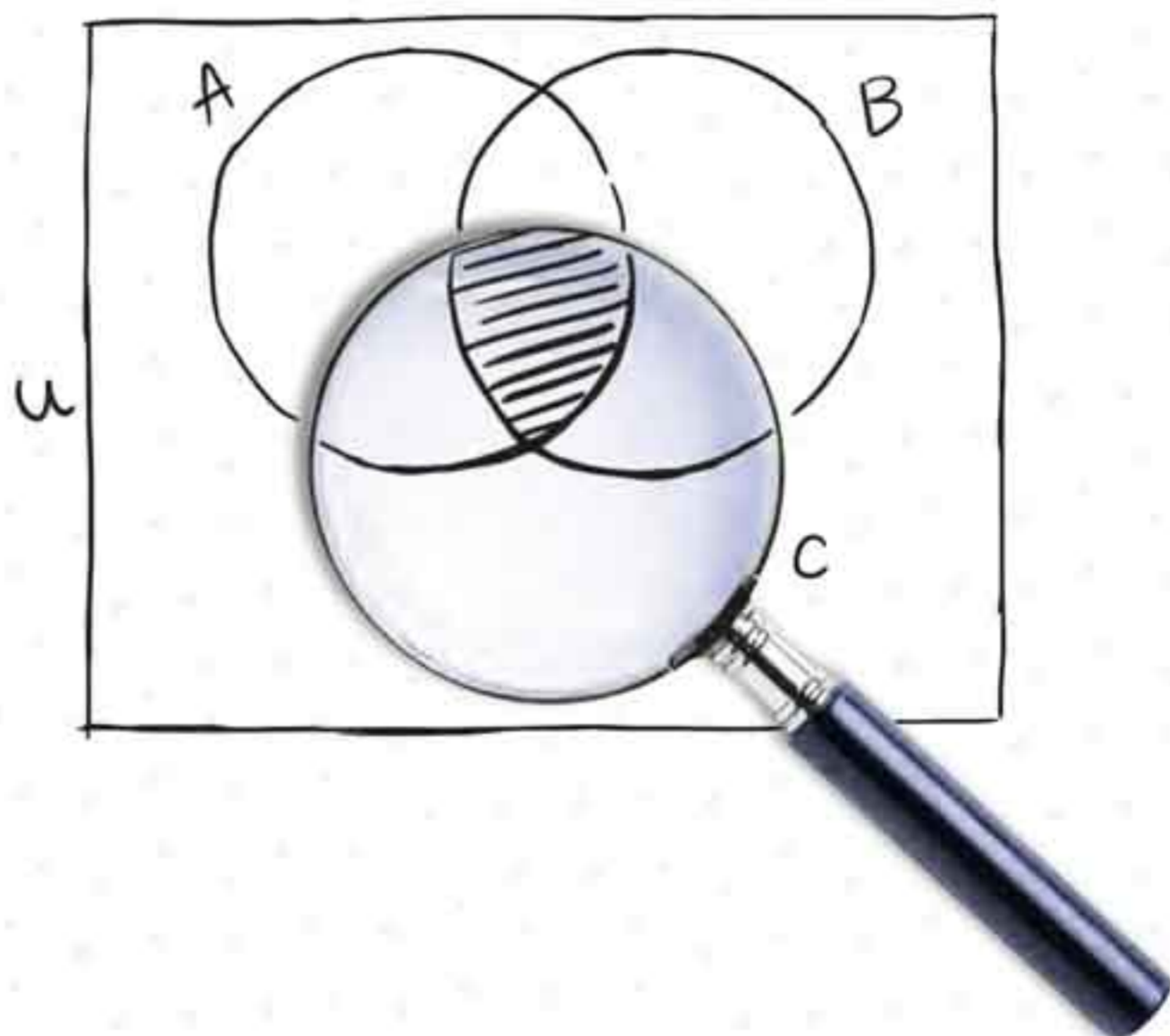
فصل سوم آمار توصیفی

۲۰۱

فصل چهارم آمار استنباطی

## آشنایی با مبانی ریاضیات

پدري به پسرش مي گويد: پسر جان درس بخوان يا آدم باش. پدر ديگري! مي گويد: پسر جان درس بخوان و آدم باش. پدر سومي هم به پسرش مي گويد: اگر آدم باشي درس مي خواني. آيا اين جمله ها مثل هم هستند؟ هر پسر چگونه مي تواند صحبت پدر را گوش بدهد؟ اينها در چه شرايطي درست و در چه شرايطي نادرست هستند؟ گوش شيطان كر! در چه صورتي خلاف حرف پدر عمل کرده اند؟ جمله آدم نيستي يا درس مي خواني معادل کدام يك از اين جمله هاست؟ در بخش اول فصل اول ياد مي گيريد كمي منطقي تر فكر كنيد، حرف بزويد و استدلال كنيد. در بخش دوم اين فصل نيز، روابط بين مجموعه ها براي تان كامل مي شود و مي توانيد بدون رسم شكل، حاصل اجتماع، اشتراك و تفاضل آنها را پيابيد.



## درس اول: منطق ریاضی

### درس اول

برای مطالعه هر علمی اول باید زبان آن علم را به خوبی یاد بگیریم. منطق ریاضی یا منطق نمادی، دستور زبان علم ریاضی است که به مطالعه ساختار جمله‌هایی که در ریاضی به کار می‌رود، می‌پردازد. این شاخه از ریاضی به بررسی دقیق استدلال‌ها می‌پردازد و درستی یا نادرستی یک استدلال را مشخص می‌کند.

### گزاره

به یک جمله خبری که در حال حاضر یا آینده می‌تواند فقط درست یا فقط نادرست باشد، گزاره می‌گوییم. گزاره‌ها را معمولاً با حروف  $p$ ،  $q$  و  $r$  نمایش می‌دهیم. مثلاً جمله‌های «تهران پایتخت ایران است.» و «عدد ۷ زوج است» هر کدام یک گزاره هستند. درست یا نادرست بودن یک گزاره را ارزش گزاره می‌گوییم. ارزش گزاره، درست را با حرف «د» یا «T» و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» یا «F» نمایش می‌دهیم. البته ممکن است ارزش گزاره، هنوز برای ما مشخص نشده باشد، مثل حدس‌های حل‌نشده ریاضی، اما آن‌ها هم بالاخره یا درست‌اند یا نادرست، پس گزاره به حساب می‌آیند. جمله‌های پرسشی، امری و عاطفی (نشان‌دهنده احساسات) گزاره محسوب نمی‌شوند؛ زیرا خبری را بیان نمی‌کنند. مثلاً جمله‌های «آیا  $\pi$  گنگ است؟»، «کتاب بخوانید»، «چه هوای لطیفی!» هیچ کدام گزاره نیستند.

### مقدمه و نتیجه استدلال

هر استدلال از چند گزاره تشکیل می‌شود. یکی از آن‌ها نتیجه استدلال و بقیه مقدمه‌های استدلال هستند. مثلاً نتیجه استدلال‌های «هر عدد طبیعی زوج بر ۲ بخش پذیر است» و «عدد ۸ زوج است» می‌شود «عدد ۸ بر ۲ بخش پذیر است». دو گزاره اول، مقدمه‌های استدلال هستند.

### تعریف گزاره‌نما

هر جمله خبری شامل یک یا چند متغیر که با جای‌گذاری مقادیر به جای متغیرها، تبدیل به گزاره می‌شود، گزاره‌نما می‌نامیم. گزاره‌نما برحسب تعداد متغیر به کاررفته در آن‌ها، یک متغیره، دو متغیره و ... گفته می‌شود. مثلاً عبارت « $x + 1 > 3$ » یک گزاره‌نما است. به جای  $x$ ، هر عددی که قرار دهیم، یک گزاره به دست می‌آید که درست است یا نادرست. عبارت «در پرتاب تاس  $P(A) = \frac{1}{3}$ » نیز یک گزاره‌نما است. اگر به جای  $A$  هر پیشامدی از فضای نمونه‌ای قرار دهیم، گزاره حاصل فقط درست یا فقط نادرست است.

گزاره و گزاره‌نما هر دو جمله‌های خبری هستند. ارزش گزاره را می‌توانیم مشخص کنیم اما در گزاره‌نما، قضاوتی در مورد درستی یا نادرستی نمی‌توانیم داشته باشیم مگر آن‌که با قراردادن مقادیر به جای متغیرها، ارزش گزاره حاصل را بررسی کنیم. به عنوان مثال: عبارت « $x > 0$ » یک گزاره‌نما است چون در مورد ارزش آن نمی‌توانیم صحبت خاصی بکنیم. اگر به جای  $x$ ، اعداد مختلف قرار دهیم، تبدیل به گزاره شده و ارزش آن مشخص می‌شود. حالا عبارت «برای هر عدد حقیقی  $x$  داریم:  $x > 0$ » را در نظر بگیرید. این عبارت یک جمله خبری است که ارزش آن نادرست است، چون عدد حقیقی وجود دارد که مثبت نیست. تمام جمله‌های ریاضی به صورت «برای هر  $x$  از مجموعه‌ای معین داریم ...» یا « $x$  از مجموعه‌ای معین وجود دارد ...» یا «برای برخی از مقادیر  $x$  از مجموعه معین داریم ...» همگی گزاره هستند.

### مثال: کدام گزینه یک گزاره‌نما است؟

(۱) هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ به صورت جمع دو عدد اول، نوشته می‌شود.

(۲) هزارمین رقم بعد از ممیز عدد  $\pi$  برابر ۳ است.

(۳) هر معادله درجه دوم حداکثر دو ریشه دارد.

$$(۴) x^2 + x - 1 = 0$$

پاسخ: گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) همگی گزاره هستند، چون جمله‌های خبری هستند که ارزش آن‌ها فقط درست یا فقط نادرست است، هرچند ما از آن اطلاع نداشته باشیم. گزینه (۴) گزاره‌نما است که با قراردادن مقدار به جای متغیر، تبدیل به گزاره می‌شود.

## دامنه متغیر گزاره‌نما

در هر گزاره‌نما، مجموعه مقادیری که می‌توان آن را به جای متغیر قرار داد تا گزاره‌نما تبدیل به گزاره شود، دامنه متغیر گزاره‌نما می‌گوییم و آن را با  $D$  نمایش می‌دهیم. مثلاً می‌گوییم دامنه گزاره‌نمای « $x > y$ » اعداد حقیقی است، یعنی به جای  $x$  و  $y$  می‌توانیم اعداد حقیقی قرار دهیم. توجه کنید اگر دامنه گزاره‌نما ذکر نشده باشد، آن را بزرگ‌ترین مجموعه ممکن در نظر می‌گیریم به طوری که با قرار دادن اعضای آن به جای متغیرها، گزاره‌ای با معنی به دست آید. مثلاً در گزاره‌نمای « $x$  عددی فرد است» دامنه، اعداد صحیح است. دامنه گزاره‌نما را معمولاً در پرانتز جلوی گزاره‌نما مشخص می‌کنیم، مثلاً می‌نویسیم  $x^2 - 2x - 1 = 0$  (با  $D = \mathbb{Z}$ ) یا  $x$  مضرب  $7$  است ( $D = \mathbb{Z}$ ).

## مجموعه جواب گزاره‌نما

مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست می‌شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گوییم. مجموعه جواب را با حرف  $S$  نمایش می‌دهیم. همواره  $S \subseteq D$ . مثلاً مجموعه جواب گزاره‌نمای « $x^2 - 1 = 0$ » که  $D = \mathbb{Z}$  است  $S = \{1, -1\}$  می‌شود. اگر در همین گزاره  $D = \mathbb{N}$  باشد،  $S = \{1\}$  خواهد بود.

## ترکیب گزاره‌ها

گزاره‌ها را می‌توانیم به وسیله رابط‌های گزاره‌ای ترکیب کرده و گزاره‌های مرکب به دست آوریم.

پنج نوع رابط وجود دارد که آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ رابط ناقض با نماد « $\sim$ »: رابط  $\sim$ ، گزاره  $p$  را نقیض می‌کند.

گزاره  $\sim p$  را «چنین نیست که  $p$ » می‌خوانیم.

۲ رابط فاصل با نماد « $\vee$ »:  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. گزاره مرکب « $p \vee q$ » را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم.

گزاره  $p \vee q$  به صورت « $p$  یا  $q$ » خوانده می‌شود.

۳ رابط عاطف با نماد « $\wedge$ »:  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. گزاره مرکب « $p \wedge q$ » را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم.

گزاره  $p \wedge q$  به صورت « $p$  و  $q$ » خوانده می‌شود.

۴ رابط شرط با نماد « $\Rightarrow$ »:  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم.

گزاره  $p \Rightarrow q$  به صورت‌های «اگر  $p$  آنگاه  $q$ »، « $p$  شرط کافی برای  $q$ » (یعنی  $p$  برای رسیدن به  $q$  کفایت می‌کند) و « $q$  شرط لازم برای  $p$ » (یعنی اگر  $q$  نباشد،  $p$  هم نیست) خوانده می‌شود. در این ترکیب شرطی،  $p$  را مقدم یا فرض و  $q$  را تالی یا حکم می‌نامیم.

۵ رابط دو شرطی با نماد « $\Leftrightarrow$ »:  $p$  و  $q$  دو گزاره هستند. گزاره مرکب « $p \Leftrightarrow q$ » را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می‌گوییم.

ترکیب  $p \Leftrightarrow q$  به صورت‌های «اگر  $p$  آنگاه  $q$  و برعکس»، « $p$  شرط لازم و کافی برای  $q$ » و « $p$  اگر و تنها اگر  $q$ » خوانده می‌شود.

**مثال:** گزاره‌های «مربع هر عدد زوج، زوج است:  $p$ » و «عدد  $7$  زوج است:  $q$ » داده شده است. گزاره  $p \vee q$  به کدام

صورت خواهد بود؟

(۱) مربع هر عدد فرد، زوج است یا عدد  $7$  زوج نیست.

(۲) مربع هر عدد فرد، زوج است و عدد  $7$  زوج نیست.

(۳) مربع هر عدد زوج، زوج نیست و عدد  $7$  فرد نیست.

(۴) مربع هر عدد زوج، زوج نیست یا عدد  $7$  زوج است.

• پاسخ:  $\sim p$  می‌شود «چنین نیست که مربع هر عدد زوج، زوج باشد» یا «مربع هر عدد زوج، زوج نیست». رابط « $\vee$ » هم «یا» خوانده می‌شود.  $q$  هم که خودش است.

گزینه «۴» درست است.

## جدول ارزش گزاره‌ها

هر گزاره ممکن است درست یا نادرست باشد. اگر دو گزاره  $p$  و  $q$  داشته باشیم، طبق اصل ضرب  $2 \times 2 = 4$  حالت ممکن است این دو گزاره داشته باشند که عبارت‌اند از:  $\{(ن, ن), (د, ن), (ن, د), (د, د)\}$ . اگر این گزاره‌ها را با یکدیگر ترکیب کنیم، در هر حالت ممکن است ارزش‌های مختلفی پیدا کنند.



p	$\sim p$
د	ن
ن	د

$\sim p$ : اگر  $p$  درست باشد،  $\sim p$  نادرست و اگر  $p$  نادرست باشد،  $\sim p$  درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

$p \vee q$ : این گزاره وقتی درست است که حداقل یکی از  $p$  و  $q$  درست باشد. اگر  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند،  $p \vee q$  نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

$p \wedge q$ : این گزاره فقط وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند. در بقیه حالتها  $p \wedge q$  دارای ارزش نادرست است.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

$p \Rightarrow q$ : گزاره در همه حالتها درست است به جز حالتی که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد. اگر  $p$  نادرست باشد، گزاره همواره درست است. در این حالت می‌گوییم گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به انتفای مقدم درست است.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

$p \Leftrightarrow q$ : این گزاره به صورت  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  تعریف می‌شود، پس این گزاره فقط وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

**مثال:** جدول ارزش گزاره‌های  $\sim p \vee q$ ،  $p \wedge \sim q$  و  $\sim p \Rightarrow q$  را رسم کنید.

**پاسخ:**

فقط در حالتی که  $\sim p$  درست و  $q$  نادرست باشد،  $\sim p \Rightarrow q$  نادرست می‌شود. در بقیه حالتها درست می‌شود.

p	q	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	د
ن	د	د	د
ن	ن	د	ن

در هر ردیف اگر هر دو ستون (۱) و (۳) درست باشند،  $p \wedge \sim q$  درست می‌شود و در غیر این صورت نادرست.

۱	۲	۳	۴
p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن

↑  
خلاف ستون ۲



۱	۲	۳	۴
p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	ن	د	د

در هر ردیف اگر حداقل یکی از ۲ و ۳ درست باشد،  $\sim p \vee q$  درست می‌شود.

### دو گزاره هم‌ارز

اگر جدول ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  یکسان باشند، می‌گوییم  $p$  و  $q$  هم‌ارز منطقی هستند و می‌نویسیم  $p \equiv q$ . مثلاً به جدول ارزش  $\sim p \vee q$  در مثال قبل و  $p \Rightarrow q$  نگاه کنیم می‌بینیم که ارزش هر دو ستون کاملاً یکسان هستند، پس  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ . این هم‌ارزی بسیار مهم را حفظ کنید. خیلی به کارتان می‌آید.

### هم‌ارزی‌های مقدماتی

با توجه به تعریف یا تشکیل جدول ارزش، هم‌ارزی برخی از گزاره‌ها به سادگی اثبات می‌شوند:

۱ از بین  $p$  و  $\sim p$  حتماً یکی درست است، پس  $p \vee \sim p \equiv T$  همواره درست می‌شود؛ یعنی  $p \vee \sim p \equiv T$

۲  $p$  و  $\sim p$  هر دو با هم درست نمی‌شوند، پس  $p \wedge \sim p \equiv F$  همواره نادرست است؛ یعنی  $p \wedge \sim p \equiv F$

۳ همواره  $\sim(\sim p) \equiv p$ .

۴ اگر  $p$  درست باشد،  $p \vee q$  درست است، پس گزاره  $p \Rightarrow p \vee q$  همواره درست است؛ یعنی  $(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$ . (اگر  $p$  نادرست باشد به انتهای مقدم  $p \Rightarrow p \vee q$  درست می‌شود). به این قانون، ادخال فاصل گفته می‌شود.

۵ اگر  $p$  و  $q$  درست باشند  $p$  هم درست است. پس گزاره  $p \wedge q \Rightarrow p$  همواره درست است؛ یعنی  $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$ . به این قانون حذف عاطف گفته می‌شود (می‌توانیم  $q$  که عطف به  $p$  شده است را حذف کنیم).

۶  $\vee$  و  $\wedge$  خواص جابه‌جایی دارند، یعنی  $p \vee q \equiv q \vee p$  و  $p \wedge q \equiv q \wedge p$ .

۷  $\wedge$  و  $\vee$  خاصیت شرکت‌پذیری دارند، یعنی  $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$  و  $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

۸ روی  $\vee$  خاصیت توزیع‌پذیری دارد، یعنی  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

۹ روی  $\wedge$  خاصیت توزیع‌پذیری دارد، یعنی  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

### نقیض گزاره‌های ترکیبی

۱ قانون دمورگان:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

۲ نقیض ترکیب شرطی: قبلاً نشان دادیم که  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، پس:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

مثال: با استفاده از جدول ارزش، درستی رابطه  $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$  را نشان دهید.

پاسخ:

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

$$\Rightarrow \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

یکسان

### عکس ترکیب شرطی

گزاره  $p \Rightarrow q$  را در نظر بگیرید. گزاره  $q \Rightarrow p$  را عکس ترکیب شرطی می‌گوییم. درستی خود گزاره و عکس آن ارتباطی با هم ندارند.

### عکس نقیض ترکیب شرطی

گزاره  $p \Rightarrow q$  را در نظر بگیرید. گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  را عکس نقیض گزاره شرطی می‌گوییم. هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است یعنی  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ .

مثلاً ترکیب شرطی «اگر دما منفی باشد، هوا خیلی سرد است» با عکس نقیض خود یعنی «اگر هوا خیلی سرد نباشد، دما منفی نیست» هم‌ارز است. اثبات برخی از قضیه‌ها به صورت مستقیم مشکل است؛ اما اثبات عکس نقیض ساده‌تر است. مثلاً به جای اثبات «اگر  $a^2$  فرد باشد،  $a$  نیز فرد است» ثابت می‌کنیم «اگر  $a$  فرد نباشد (زوج باشد)،  $a^2$  هم فرد نیست (زوج است)».

### سورها

◀ دو نوع سور وجود دارد: ۱ سور عمومی، ۲ سور وجودی

۱ سور عمومی: به جای عبارت‌های فارسی «به ازای هر  $x$ » یا «به ازای جميع مقادیر  $x$ » می‌نویسیم:  $\forall x$ .

۲ سور وجودی: به جای عبارت‌های فارسی «به ازای بعضی مقادیر  $x$ » یا «وجود دارد  $x$ » می‌نویسیم:  $\exists x$ .

مثلاً سور « $\forall x \in \mathbb{R}; 2x \geq x$ » بیان می‌کند به ازای هر عدد حقیقی  $x$ ،  $2x$  بزرگ‌تر یا مساوی  $x$  است. این سور نادرست است؛ چون اگر  $x = -1$  باشد  $-1 \not\geq -2$  اما سور « $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0$ » درست است؛ چون مربع هر عدد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. هم‌چنین سور « $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 = 0$ » بیان می‌کند عدد حقیقی  $x$  وجود دارد که  $x^2 + 1 = 0$ . این سور نادرست است؛ چون می‌دانیم معادله  $x^2 = -1$  جواب حقیقی ندارد. پس چنین  $x$  ای وجود ندارد.

### نکته

۱ سورها در ابتدای گزاره‌نماها قرار گرفته و آن را تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست یا نادرست می‌کند. عبارت‌های سوری همگی گزاره به حساب می‌آیند.

۲ گزاره‌نمای شامل متغیر  $x$  که با سور عمومی همراه می‌شود، وقتی به یک گزاره درست تبدیل می‌شود که هر عضو از دامنه متغیر در گزاره‌نما صدق کند، به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

۳ گزاره‌نمای شامل متغیر  $x$  که با سور وجودی همراه می‌شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

### نقیض سور عمومی

◀ سور عمومی «رنگ پیراهن هر دانش‌آموز کلاس، سفید است» را در نظر بگیرید. نقیض آن این نیست که «رنگ پیراهن هیچ دانش‌آموزی سفید نیست» بلکه نقیض آن می‌شود «رنگ پیراهن برخی از دانش‌آموزان سفید نیست». به بیان دیگر «دانش‌آموزی وجود دارد که رنگ پیراهن او سفید نیست». به زبان ریاضی:

رنگ پیراهن  $x$  سفید نیست؛ دانش‌آموزان  $\exists x \in$  (رنگ پیراهن  $x$  سفید است)  $\equiv \exists x \in$  (رنگ پیراهن  $x$  سفید است؛ دانش‌آموزان  $\forall x \in$ )  $\sim$   
در حالت کلی داریم:

$$\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

### نقیض سور وجودی

◀ سور وجودی «دانش‌آموزی وجود دارد که در امتحان مردود شده است» را در نظر بگیرید. نقیض آن می‌شود «دانش‌آموزی وجود ندارد که در امتحان مردود شده باشد» به بیان دیگر «همه دانش‌آموزان قبول شده‌اند». در حالت کلی می‌توانیم بگوییم:

$$\sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$$

☕ **مثال:** نقیض گزاره  $\forall x \in \mathbb{R}; (x < 0) \vee (x > 0)$  به کدام صورت است؟

۲  $\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x \leq 0)$

۱  $\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x < 0)$

۴  $\forall x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x < 0)$

۳  $\forall x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x \leq 0)$

• پاسخ:  $\sim (\forall x \in \mathbb{R}; (x < 0 \vee x > 0)) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim ((x < 0) \vee (x > 0))$

$\equiv \exists x \in \mathbb{R}; \sim (x < 0) \wedge \sim (x > 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x \leq 0)$

(طبق قانون دمورگان)

پس گزینه «۲» درست است.

۲۵. چه تعداد از عبارتهای زیر گزاره‌نما هستند؟

الف)  $x$  مضرب ۵ است ( $D = \mathbb{Z}$ ). (ب)  $x^2 - 3x + 2 = 0$  ( $D = \mathbb{R}$ )

پ) معادله  $x^2 - 3x + 2 = 0$  دو ریشه دارد.

۱) صفر (۲) ۲) ۱ (۳) ۳) ۲ (۴) ۴) ۳

۲۶. عبارت « $\emptyset$  زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است.» یک ..... و عبارت «برای دو زیرمجموعه  $A$  و  $B$  از اعداد طبیعی  $A \subseteq B$  است.» یک ..... است.

۱) گزاره - گزاره (۲) گزاره - گزاره‌نما (۳) گزاره‌نما - گزاره (۴) گزاره‌نما - گزاره‌نما

۲۷. دامنه هر کدام از گزاره‌نماهای زیر اعداد صحیح است. مجموعه جواب کدام گزینه با دامنه یکسان است؟

۱)  $x(x+1) \in E$  (۲)  $x^2 + 1 \in E$  (۳)  $3x \in E$  (۴)  $\frac{x}{2} \in E$

۲۸. دامنه هر کدام از گزاره‌نماهای زیر مجموعه  $\mathbb{Z}$  است. مجموعه جواب کدام گزینه با دامنه یکسان نیست؟

۱)  $(2x+1)^2 \in O$  (۲)  $x + (3x-1) \in O$  (۳)  $x(x+1) \in P$  (۴)  $x^2 \in P$

۲۹. حاصل ضرب ۳ عدد صحیح زوج متوالی همواره بر کدام عدد بخش‌پذیر است؟

۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۴۸ (۴) هر سه گزینه

۳۰.  $x$  عددی صحیح است.  $x(x^2-1)(x^2-4)$  همواره بر بزرگ‌ترین عددی که بخش‌پذیر است، کدام است؟

۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

### ترکیب فصلی، عطفی و نقیض

۳۱. کدام گزینه جمله «گزاره مرکب  $p$  یا  $q$  را به صورت ..... نوشته و آن را ترکیب ..... دو گزاره می‌گوییم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) عطفی -  $p \vee q$  (۲) فصلی -  $p \vee q$  (۳) عطفی -  $p \wedge q$  (۴) فصلی -  $p \wedge q$

۳۲. کدام گزینه جمله «به علامت  $\sim$ ، ..... گفته و آن را به صورت ..... می‌خوانیم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) فاصل - چنین نیست که (۲) عاطف - چنین است که (۳) ناقض - چنین نیست که (۴) رابط - چنین نیست که

۳۳. کدام گزینه جمله «به رابط منطقی  $\vee$ ، ..... گفته و به رابط منطقی  $\wedge$  ..... می‌گوییم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

۱) رابط عطفی - رابط فصلی (۲) رابط فصلی - رابط عطفی (۳) رابط اجتماع - رابط اشتراک (۴) رابط اشتراک - رابط اجتماع

۳۴. کدام گزینه درست است؟

- ۱) ارزش گزاره  $p \vee q$  وقتی درست است که حداقل یکی درست باشد.
- ۲) ارزش گزاره  $p \wedge q$  وقتی درست است که حداقل یکی درست باشد.
- ۳) ارزش گزاره  $p \vee q$  وقتی درست است که حداقل یکی نادرست باشد.
- ۴) ارزش گزاره  $p \wedge q$  وقتی درست است که حداکثر یکی نادرست باشد.

۳۵. کدام گزینه درست است؟

- ۱) ارزش گزاره  $p \vee q$  وقتی درست است که هر دو گزاره  $p$  و  $q$  درست باشند.
- ۲) ارزش گزاره  $p \vee q$  وقتی نادرست است که حداکثر یکی از گزاره‌های  $p$  و  $q$  نادرست باشند.
- ۳) ارزش گزاره  $p \wedge q$  وقتی نادرست است که هر دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشند.
- ۴) ارزش گزاره  $p \wedge q$  وقتی نادرست است که حداقل یکی از دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشند.

۳۶. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) گزاره  $p \vee q$  وقتی درست است که  $p$  و  $q$  هر دو نادرست نباشند.
- ۲) گزاره  $p \wedge q$  وقتی نادرست است که حداکثر یکی از  $p$  و  $q$  نادرست باشد.
- ۳) گزاره  $p \vee q$  وقتی نادرست است که هر دوی  $p$  و  $q$  نادرست باشند.
- ۴) گزاره  $p \wedge q$  وقتی درست است که هر دوی  $p$  و  $q$  درست باشند.

۳۷. نقیض گزاره «عدد ۱۰ اول است.» به کدام صورت نمی‌تواند باشد؟

- (۱) عدد ۱۰ اول نیست.
- (۲) چنین نیست که ۱۰ اول باشد.
- (۳) عدد ۱۰ غیراول است.
- (۴) چنین نیست که ۱۰ اول نباشد.

۳۸.  $p$  و  $q$  گزاره‌های « $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.» و «دی ماه در پاییز نیست» هستند.  $p \wedge \sim q$  به کدام صورت خوانده می‌شود؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است یا دی‌ماه در پاییز است.
- (۲)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است و دی‌ماه در پاییز است.
- (۳)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است یا دی‌ماه در پاییز نیست.
- (۴)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ نیست و دی‌ماه در پاییز نیست.

۳۹.  $p$  و  $q$  گزاره‌های «عدد ۶ مضرب ۳ است:  $p$ » و «عدد ۶ مضرب ۲ است:  $q$ » هستند.  $\sim p \vee \sim q$  به کدام صورت خوانده می‌شود؟

- (۱) عدد ۶ نه مضرب ۳ و نه مضرب ۲ است.
- (۲) عدد ۶ مضرب ۳ نیست و ۶ مضرب ۲ نیست.
- (۳) عدد ۶ مضرب ۳ نیست یا ۶ مضرب ۲ نیست.
- (۴) عدد ۶ مضرب ۳ و ۲ نیست.

۴۰. گزاره‌های «هوا آفتابی است:  $p$ » و «هوا ابری نیست:  $q$ » را در نظر بگیرید. کدام گزینه گزاره «هوا آفتابی نیست ولی ابری است.» را به زبان نمادها نمایش می‌دهد؟

- (۱)  $\sim p \vee q$
- (۲)  $\sim p \vee \sim q$
- (۳)  $\sim p \wedge q$
- (۴)  $\sim p \wedge \sim q$

۴۱. گزاره‌های «عدد ۷ زوج است:  $p$ » و «عدد ۳۱ اول است:  $q$ » را در نظر بگیرید. کدام گزینه گزاره « $7$  زوج نیست یا  $31$  اول نیست.» را به زبان نمادها نمایش می‌دهد؟

- (۱)  $\sim p \wedge \sim q$
- (۲)  $\sim (p \vee q)$
- (۳)  $\sim p \vee \sim q$
- (۴)  $\sim p \wedge q$

(مشابه کتاب درسی)

۴۲. ارزش کدام گزاره درست نیست؟

- (۱)  $(2 > 3) \vee (1 + 1 = 2)$
- (۲)  $(2 < 3) \vee (1 + 1 = 2)$
- (۳)  $(2 < 3) \vee (1 + 1 = 3)$
- (۴)  $(3 < 2) \vee (1 + 1 = 3)$

(مشابه کتاب درسی)

۴۳. ارزش کدام گزاره درست است؟

- (۱)  $\sim (3 > 2) \wedge (1 + 1 = 2)$
- (۲)  $(3 \geq 2) \wedge (1 + 1 = 2)$
- (۳)  $\sim (2 \geq 3) \wedge \sim (1 + 1 = 2)$
- (۴)  $(3 > 2) \wedge (1 + 1 \neq 2)$

۴۴. ارزش کدام گزاره نادرست است؟

- (۱)  $\sim (2 \notin \mathbb{O}) \wedge (2^* = 1)$
- (۲)  $\sim (3 \notin \mathbb{O}) \vee (2 \times 2 = 5)$
- (۳)  $\sim (1 \in \mathbb{E}) \wedge \sim (\frac{1}{2} \in \mathbb{R})$
- (۴)  $(\frac{2}{3} \notin \mathbb{R}) \vee (2 \times 2 = 5)$

(مشابه کتاب درسی)

۴۵. ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

- (۱)  $p \vee p$
- (۲)  $p \wedge p$
- (۳)  $\sim p \vee p$
- (۴)  $\sim p \wedge p$

(مشابه کتاب درسی)

۴۶. ارزش کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱)  $p \wedge T$
- (۲)  $p \vee T$
- (۳)  $p \wedge F$
- (۴)  $p \vee F$

**جدول ارزش**

۴۷. در جدول ارزش گزاره  $\sim p \wedge q$  آخرین ستون سمت راست به کدام صورت می‌تواند باشد؟

د	د	د	د
د	د	د	د
د (۴)	د (۳)	د (۲)	د (۱)
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن

۴۸. در جدول ارزش گزاره‌ها، ستون  $(p \wedge q) \sim$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟

د	د	د	د
د	د	د	د
د (۴)	د (۳)	د (۲)	د (۱)
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن

۴۹. در جدول ارزش گزاره‌ها، ستون  $p \vee \sim (p \vee q)$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟

د	د	د	د
د	د	د	د
د (۴)	د (۳)	د (۲)	د (۱)
ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن



۵۰. در جدول ارزش گزاره‌ها  $\sim p \vee q$  چند ستون وجود دارد؟

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۵۱. یکی از گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست و دیگری نادرست است. ارزش گزاره‌های  $p \vee q$  و  $p \wedge q$  به ترتیب کدام است؟

- د - د (۱)
- د - ن (۲)
- ن - ن (۳)
- ن - د (۴)

۵۲. گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است. ارزش گزاره‌های  $\sim p \vee q$  و  $p \wedge \sim q$  به ترتیب کدام است؟

- د - د (۱)
- د - ن (۲)
- ن - ن (۳)
- ن - د (۴)

۵۳. یکی از گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست و دیگری نادرست است. ارزش گزاره‌های  $\sim(p \vee q)$  و  $\sim(p \wedge q)$  به ترتیب کدام است؟

- د - د (۱)
- د - ن (۲)
- ن - د (۳)
- ن - ن (۴)

۵۴. گزاره‌های  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند. ارزش گزاره‌های  $(p \wedge q) \vee q$  و  $\sim p \wedge \sim q$  به ترتیب کدام است؟

- T - T (۱)
- F - T (۲)
- T - F (۳)
- F - F (۴)

۵۵. گزاره‌های  $p$  و  $q$  هر دو درست هستند. ارزش گزاره‌های  $(p \wedge q) \vee \sim p$  و  $(q \wedge p) \vee (p \vee q)$  به ترتیب کدام است؟

- T - T (۱)
- F - T (۲)
- T - F (۳)
- F - F (۴)

۵۶. گزاره‌های  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند. ارزش گزاره‌های  $\sim(\sim p \wedge q)$  و  $\sim p \vee \sim q$  به ترتیب کدام است؟

- T - T (۱)
- F - T (۲)
- T - F (۳)
- F - F (۴)

۵۷. ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

- $p \vee \sim(p \vee q)$  (۴)
- $p \wedge \sim(p \vee q)$  (۳)
- $p \vee \sim(p \wedge q)$  (۲)
- $p \wedge \sim(p \wedge q)$  (۱)

۵۸. ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

- $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$  (۲)
- $(p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)$  (۱)
- $\sim(p \wedge q) \vee (p \vee q)$  (۴)
- $(p \vee q) \wedge (p \wedge q)$  (۳)

۵۹. جدول ارزش گزاره  $p \wedge \sim(p \vee q)$  به کدام صورت است؟

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge \sim(p \vee q)$
د	د	د	ن	د
د	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د

(۱)

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge \sim(p \vee q)$
د	د	د	ن	د
د	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د

(۳)

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge \sim(p \vee q)$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

(۲)

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$p \wedge \sim(p \vee q)$
د	د	د	ن	ن
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

(۴)

(مشابه کتاب درسی)

### جبر گزاره‌ها

۶۰. کدام گزاره هم‌ارز منطقی گزاره  $p \vee q$  است؟

- $q \vee p$  (۱)
- $\sim(\sim q) \vee p$  (۲)

۶۱. کدام گزاره هم‌ارز منطقی گزاره  $p$  است؟

- $p \wedge T$  (۱)
- $p \vee F$  (۲)

۶۲. هم‌ارز منطقی گزاره  $\sim(p \vee q)$  کدام است؟

- $\sim p \vee \sim q$  (۱)
- $\sim p \vee \sim q$  (۲)

۶۳. هم‌ارز منطقی گزاره  $\sim p \vee q$  کدام است؟

- $\sim(p \wedge \sim q)$  (۱)
- $\sim(p \vee \sim q)$  (۲)

۶۴. هم‌ارز منطقی گزاره  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  کدام است؟

- $p \vee (q \wedge r)$  (۱)
- $p \wedge (q \vee r)$  (۲)

۶۵. گزاره  $p \wedge (\sim p \vee \sim q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- $p \wedge \sim q$  (۱)
- $p \wedge q$  (۲)

۶۶. گزاره  $(p \wedge \sim q) \wedge (p \wedge q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- $p \wedge \sim q$  (۱)
- $\sim p \wedge q$  (۲)

- $\sim(\sim q) \wedge p$  (۳)
- گزینه‌های ۱ و ۲ (۴)

- $p \wedge F$  (۳)
- گزینه‌های ۱ و ۲ (۴)

(مشابه کتاب درسی)

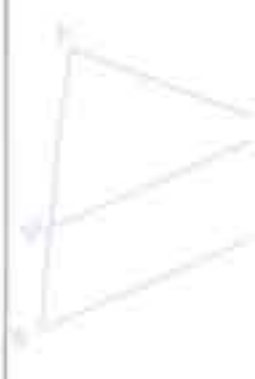
- $\sim p \wedge \sim q$  (۳)
- $\sim p \wedge q$  (۴)

- $\sim(p \vee q)$  (۳)
- $\sim(p \wedge q)$  (۴)

- $p \vee (q \vee r)$  (۳)
- $p \wedge (q \wedge r)$  (۴)

- $\sim p \wedge q$  (۳)
- $\sim p \wedge \sim q$  (۴)

- T (۳)
- F (۴)



$$a^2 = b^2$$



۶۷. گزاره  $\sim q \wedge (p \vee q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- (۱)  $p \vee \sim q$
- (۲)  $\sim p \wedge q$
- (۳)  $\sim p \vee q$
- (۴)  $p \wedge \sim q$

۶۸. گزاره  $\sim (q \wedge \sim p) \wedge (p \vee q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- (۱)  $p$
- (۲)  $\sim p$
- (۳)  $q$
- (۴)  $\sim q$

۶۹. گزاره  $\sim (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q)$  هم‌ارز منطقی کدام گزینه است؟

- (۱)  $\sim (p \vee q)$
- (۲)  $\sim p$
- (۳)  $\sim (p \wedge q)$
- (۴)  $\sim q$

۷۰. گزارهٔ چنین نیست که «تهران بزرگ‌ترین استان ایران نیست یا عدد ۴ مربع کامل است.» می‌شود:

- (۱) تهران بزرگ‌ترین استان ایران است یا عدد ۴ مربع کامل نیست.
- (۲) تهران بزرگ‌ترین استان ایران است و عدد ۴ مربع کامل نیست.
- (۳) تهران بزرگ‌ترین استان ایران نیست یا عدد ۴ مربع کامل نیست.
- (۴) تهران بزرگ‌ترین استان ایران است و عدد ۴ مربع کامل است.

۷۱. نقیض گزارهٔ مقابل به کدام صورت است؟  $(D = \mathbb{R})$

- (۱)  $x > 1 \wedge x < -1$
- (۲)  $x \geq 1 \vee x \leq -1$
- (۳)  $-1 \leq x \leq 1$
- (۴)  $-1 < x < 1$

(مشابه کتاب درسی)

۷۲. از گزاره‌نماهای « $(x-1)^2 + (x+1)^2 = 0$ » و « $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$ » به ترتیب کدام نتایج حاصل می‌شود؟  $(D = \mathbb{R})$

- (۱)  $x=1 \vee y=-1, S=\emptyset$
- (۲)  $x=1 \wedge y=-1, S=\emptyset$
- (۳)  $x=1 \vee y=-1, S=\{1, -1\}$
- (۴)  $x=1 \wedge y=-1, S=\{1, -1\}$

**ترکیب شرطی**

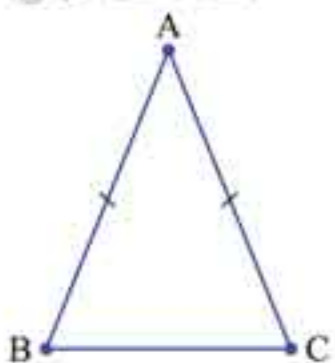
۷۳. در گزارهٔ شرطی  $p \Rightarrow q$  کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر  $p$  نادرست و  $q$  نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست است.
- (۲) اگر  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد، ارزش گزاره درست است.
- (۳) اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند، ارزش گزاره نادرست است.
- (۴) اگر  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد، ارزش گزاره درست است.

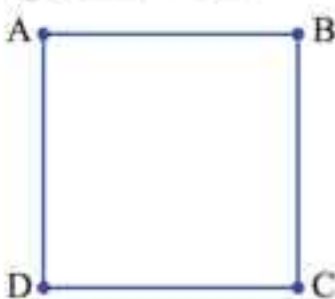
(مشابه کتاب درسی)

۷۴. مقدم گزارهٔ «در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، زوایای مجاور به دو ساق برابرند  $(AB = AC)$ » کدام است؟

- (۱) مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است.
- (۲)  $AB = AC$
- (۳) شکلی مثلث باشد.
- (۴) زوایای مجاور به دو ساق



(مشابه کتاب درسی)



۷۵. تالی گزارهٔ «در مربع  $ABCD$ ، قطرهای با هم برابرند.» کدام است؟

- (۱) شکلی مربع باشد.
- (۲)  $AC = DB$
- (۳)  $ABCD$  مربع است.
- (۴) عمود

۷۶. ارزش کدام گزارهٔ درست نیست؟

- (۱) اگر  $2 \times 2 = 4$  آن‌گاه  $2 + 2 = 4$
- (۲) اگر  $2 \times 2 = 5$  آن‌گاه  $2 + 2 = 4$
- (۳) اگر  $2 \times 2 = 5$  آن‌گاه  $2 + 2 = 7$
- (۴) اگر  $2 \times 2 = 4$  آن‌گاه  $2 + 2 = 7$

۷۷. ارزش کدام گزارهٔ شرطی همواره درست نیست؟

- (۱)  $p \Rightarrow p \vee q$
- (۲)  $p \wedge q \Rightarrow q$
- (۳)  $p \wedge T \Rightarrow p$
- (۴)  $p \vee T \Rightarrow p$

۷۸. کدام گزاره هم‌ارز منطقی  $p \Rightarrow q$  است؟

- (۱)  $\sim p \vee q$
- (۲)  $p \vee q$
- (۳)  $p \vee \sim q$
- (۴)  $\sim p \wedge q$

۷۹. هم‌ارز منطقی گزارهٔ  $(p \Rightarrow q) \sim$  کدام است؟

- (۱)  $p \vee \sim q$
- (۲)  $\sim p \wedge \sim q$
- (۳)  $\sim p \wedge q$
- (۴)  $p \wedge \sim q$

۸۰. هم‌ارز منطقی گزارهٔ  $\sim p \Rightarrow q$  کدام است؟

- (۱)  $p \Rightarrow \sim q$
- (۲)  $p \Rightarrow q$
- (۳)  $\sim q \Rightarrow p$
- (۴)  $q \Rightarrow \sim p$



۸۱. کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توانیم در جدول مقابل به جای  $q$  قرار دهیم؟ (مشابه کتاب درسی)

$p \Rightarrow q$	گزاره $q$	گزاره $p$
ن	عدد $100$ مربع کامل است.	(۱) عدد $3$ زوج نیست.
	(۳) $6$ بر $3$ بخش پذیر نیست.	(۲) عدد $3$ زوج نیست.
		(۴) $a \in \{b, c, a\}$

۸۲.  $p$  و  $q$  گزاره‌های درستی هستند. ارزش گزاره‌های  $p \vee \sim q \Rightarrow p$  و  $p \wedge \sim q \Rightarrow p$  به ترتیب کدام است؟  
 (۱) د - د (۲) د - ن (۳) ن - د (۴) ن - ن

۸۳.  $p$  گزاره‌ای درست است. کدام گزینه در مورد ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$  درست است؟  
 (۱) همواره درست (۲) همواره نادرست (۳) مانند ارزش  $p$  (۴) مانند ارزش  $q$

۸۴. ارزش گزاره  $p$  درست است. ارزش کدام گزاره قطعاً درست است؟  
 (۱)  $p \Rightarrow q$  (۲)  $\sim p \Rightarrow q$  (۳)  $p \wedge q$  (۴)  $\sim p \vee q$

۸۵. ارزش گزاره  $p$  نادرست است. کدام گزاره هم‌ارز منطقی گزاره  $T$  است؟  
 (۱)  $p \vee q$  (۲)  $p \wedge q$  (۳)  $\sim p \wedge q$  (۴)  $q \Rightarrow \sim p$

۸۶. اگر  $p$  گزاره‌ای درست باشد، ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  کدام است؟  
 (۱)  $T$  (۲)  $F$  (۳) مانند  $q$  (۴) مانند  $\sim q$

(مشابه کتاب درسی)

۸۷. کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توانیم در جدول مقابل به جای  $p$  قرار دهیم؟  
 (۱) اگر  $3$  مربع کامل باشد آن گاه  $2$  زوج است.  
 (۲) اگر  $a \in \{b\}$  باشد آن گاه  $a = b$ .  
 (۳)  $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (x^2 + 1 = 0)$   
 (۴) عدد  $11$  را می‌توان به صورت مجموع  $3$  عدد اول نوشت.

$p \Rightarrow q$	گزاره $q$	گزاره $p$
$>$	عدد $8 + 5^9$ اول است.	.....

۸۸. ارزش کدام گزاره همواره برابر با  $T$  است؟

(۱)  $p \wedge \sim p \Rightarrow q$  (۲)  $p \vee \sim p \Rightarrow q$  (۳)  $p \Rightarrow \sim q \vee q$  (۴)  $p \Rightarrow \sim q \wedge q$

۸۹.  $q$  گزاره‌ای نادرست است. کدام گزینه درست است؟

(۱) عکس نقیض  $p \Rightarrow q$  همواره درست است.  
 (۲) عکس نقیض  $q \Rightarrow p$  همواره درست است.  
 (۳) عکس  $p \Rightarrow q$  همواره درست است.  
 (۴) گزینه‌های ۲ و ۳

۹۰. عکس گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  به کدام صورت است؟

(۱)  $p \Rightarrow q$  (۲)  $\sim q \Rightarrow p$  (۳)  $\sim p \Rightarrow q$  (۴)  $q \Rightarrow \sim p$

۹۱. نتیجه استدلال زیر کدام است؟

«اگر  $a$  بر  $3$  و  $5$  بخش پذیر باشد، بر  $15$  بخش پذیر است.» «عدد  $a$  بر  $15$  بخش پذیر نیست.»

(۱) عدد  $a$  به هیچ کدام از اعداد  $3$  و  $5$  بخش پذیر نیست.  
 (۲) عدد  $a$  دقیقاً بر یکی از اعداد  $3$  و  $5$  بخش پذیر نیست.  
 (۳) عدد  $a$  بر حداقل یکی از اعداد  $3$  و  $5$  بخش پذیر نیست.  
 (۴) عدد  $a$  بر  $3$  یا  $5$  بخش پذیر است ولی بر هر دو بخش پذیر نیست.

۹۲. ارزش گزاره  $p$  نادرست است. کدام گزینه دارای ارزش  $F$  است؟

(۱)  $\sim q \vee q \Rightarrow p$  (۲)  $\sim q \wedge q \Rightarrow p$  (۳)  $\sim q \vee q \Rightarrow \sim p$  (۴)  $q \Rightarrow \sim p$

۹۳. یکی از گزاره‌های  $p$  و  $q$  درست و دیگری نادرست است. کدام گزاره قطعاً درست است؟

(۱)  $p \vee q \Rightarrow q$  (۲)  $p \wedge q \Rightarrow p$  (۳)  $p \vee q \Rightarrow \sim p$  (۴)  $p \Rightarrow p \wedge q$

(مشابه کتاب درسی)

۹۴. آخرین ستون جدول ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \sim$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟

د	د	د	د
د (۱)	د (۲)	د (۳)	د (۴)
د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن

(مشابه کتاب درسی)

۹۵. آخرین ستون جدول ارزش گزاره  $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟

د	د	ن	د
د (۱)	د (۲)	د (۳)	د (۴)
د	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن

## درس دوم و سوم: مجموعه، زیرمجموعه و اعمال بین آن‌ها

در درس دوم و سوم کتاب در مورد مجموعه‌ها است. مطالب این دو درس کاملاً به یکدیگر وابسته است؛ بنابراین ما با یک تیر دو نشان می‌زنیم و هر دو را با هم بررسی می‌کنیم. یادتان هست که مجموعه را با حروف بزرگ نمایش می‌دادیم. اگر شیء  $a$  عضو مجموعه  $A$  بود، می‌نوشتیم  $a \in A$  و در غیر این صورت  $a \notin A$ . با مفاهیم زیرمجموعه، اجتماع و اشتراک و ... هم حتماً آشنایی دارید. در این جا می‌خواهیم دقیق‌تر آن‌ها را بررسی کنیم.

### تعریف زیرمجموعه

$A$  را زیرمجموعه  $B$  گفته و می‌نویسیم  $A \subseteq B$  هرگاه هر عضو دلخواه  $A$  در  $B$  هم باشد؛ یعنی  $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$  زیرمجموعه نبودن چطور؟ آیا هیچ کدام از عضوهای  $A$  نباید در  $B$  باشند؟ خیر!  $A \not\subseteq B$  نقیض گزاره بالا است. یعنی کافی است عضوی در  $A$  باشد که در  $B$  نباشد. به زبان ریاضی:

$$\sim (A \subseteq B) \Leftrightarrow A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$$

اگر  $A$  یک مجموعه دلخواه باشد، همواره  $A \subseteq A$  و  $\emptyset \subseteq A$ . یعنی  $\emptyset$  و خود مجموعه همواره زیرمجموعه  $A$  هستند. اگر  $B \subseteq A$  ولی  $B \neq A$  به زیرمجموعه  $B$ ، زیرمجموعه محض (سیره)  $A$  می‌گوییم.

### تعداد زیرمجموعه‌ها

مجموعه  $n$  عضوی  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  را در نظر بگیرید. هر زیرمجموعه را می‌توانیم با یک کد  $n$  رقمی از صفر و یک، نظیر کنیم. اگر  $a_1$  در زیرمجموعه باشد، با عدد ۱ و در غیر این صورت با ۰ نظیر می‌شود. مثلاً زیرمجموعه  $\{a_1, a_3\}$  از مجموعه  $\{a_1, a_2, a_3\}$  با کد ۱۰۱ نظیر می‌شود. حالا هر چند تا کد  $n$  رقمی داشته باشیم همان تعداد زیرمجموعه داریم. هر رقم دو حالت (۰ یا ۱) دارد، پس مجموعه  $n$  عضوی  $2^n = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$  کد یا زیرمجموعه دارد. این طور نگاه به تعداد زیرمجموعه‌ها، کار شما را در بسیاری از تست‌ها راحت می‌کند. مثلاً چند زیرمجموعه از  $\{a, b, c, d\}$  حتماً عضو  $a$  را دارد؟ خُب در کدهای چهار رقمی، همیشه رقم اول برابر ۱ است چون  $a$  همیشه هست اما بقیه رقم‌ها هر کدام دو حالت دارند پس  $2^3 = 8$  زیرمجموعه که همه آن‌ها  $a$  را داشته باشند، وجود دارد.

### تساوی دو مجموعه

$A$  و  $B$  را مساوی می‌گوییم هرگاه هر کدام زیرمجموعه دیگری باشد. یعنی:

$$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$$

### یادآوری اعمال روی مجموعه‌ها

اعمال روی مجموعه‌ها همان اجتماع و اشتراک و تفاضل و متمم هستند. اگر مجموعه مرجع را  $U$  بگیریم، هر کدام به صورت زیر تعریف می‌شوند:

۱ اجتماع دو مجموعه: شامل اشیایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه باشند، یعنی در  $A$  یا در  $B$  یا در هر دو. به زبان ریاضی می‌شود:

$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \vee x \in B\}$$

۲ اشتراک دو مجموعه: شامل اشیایی است که در هر دو مجموعه باشند، یعنی عضوهای مشترک دو مجموعه  $A$  و  $B$ . به زبان ریاضی می‌شود:

$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

۳ تفاضل دو مجموعه: برخلاف دو مورد قبلی،  $A - B$  با  $B - A$  فرق می‌کند.  $A - B$  شامل عضوهایی از  $A$  است که در  $B$

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

نیستند؛ یعنی فقط عضو  $A$  هستند. به زبان ریاضی می‌شود:

$$\text{مثلاً } \{1, 2, 3\} - \{2, 3, 5\} = \{1\}$$

۴ متمم یک مجموعه: متمم  $A$  را با  $A'$  نشان می‌دهیم که شامل عضوهایی از مجموعه مرجع است که در  $A$  نیستند، یعنی:

$$A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

### ویژگی‌های اجتماع و اشتراک

$$A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$$

۱ خاصیت جابه‌جایی اجتماع و اشتراک می‌گوید:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C, \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

۲ خاصیت شرکت‌پذیری اجتماع و اشتراک می‌گوید:

این ویژگی می‌گوید فرقی نمی‌کند کدام دو تا را اول بگیرید بعد با سومی!



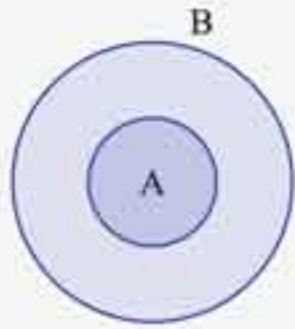


۳ خاصیت توزیع پذیری (بخشی) اجتماع روی اشتراک یا برعکس:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) , A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

اگر از چپ به راست نگاه کنید، همان توزیع پذیری است اما از راست به چپ شبیه فاکتورگیری می ماند.

۴ اگر  $A \subseteq B$  باشد، نتیجه های مهمی به دست می آید:



پ:  $A - B = \emptyset$

ب:  $A \cap B = A$

الف:  $A \cup B = B$

نتیجه:

۱ همواره  $A \subseteq U$  پس  $A - U = \emptyset , A \cap U = A , A \cup U = U$

۲ همواره  $\emptyset \subseteq A$  پس  $A - \emptyset = A , \emptyset - A = \emptyset , A \cap \emptyset = \emptyset , A \cup \emptyset = A$

۳  $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$  پس  $A \cap (A \cup B) = A , A \cup (A \cap B) = A$  به این دو تا، قانون های جذب می گوئیم.

۵ عکس قضیه ۴ هم برقرار است؛ یعنی هر کدام از الف یا ب یا پ برقرار باشد، نتیجه می شود:  $A \subseteq B$ .

۶ متمم ویژگی های مهمی دارد. با توجه به نمودار ون یا تعریف می فهمیم:



$$A \cup A' = U \quad A \cap A' = \emptyset \quad (A')' = A$$

$$U' = \emptyset \quad \emptyset' = U$$

$A - B = A \cap B'$

۷ خاصیت تفاضل به اشتراک می گوید:

یعنی تفاضل تبدیل به اشتراک شده و مجموعه بعدی متمم می شود.

$(A \cup B)' = A' \cap B'$        $(A \cap B)' = A' \cup B'$

۸ خاصیت دمورگان می گوید:

یعنی متمم برای هر دو مجموعه می آید و علامت، برعکس می شود.

۹ اگر  $A \subseteq B$  باشد، با متمم گیری نتیجه می شود:  $B' \subseteq A'$ .

۱۰ اگر  $A \subseteq B$  و  $C \subseteq D$  باشد،  $A \cap C \subseteq B \cap D , A \cup C \subseteq B \cup D$ .

مثال: مجموعه  $A - (A \cap B)$  برابر با کدام مجموعه است؟

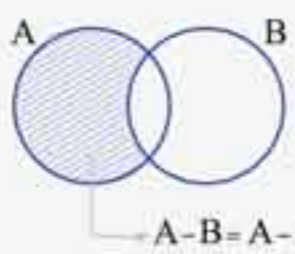
- (۱) B      (۲) A      (۳) B - A      (۴) A - B

پاسخ:  
روش اول:

$$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') = \emptyset \cup (A \cap B') = A \cap B' = A - B$$

بخشی      تفاضل به اشتراک      دمورگان

روش دوم: دو مجموعه A و B را به صورت زیر رسم می کنیم:



می بینیم  $A - (A \cap B)$  با  $A - B$  روی نمودار یکسان می شود. پس گزینه «۴» درست است.

$A - B = A - (A \cap B)$

مثال: اگر  $X \subseteq A$  و  $X' \subseteq A$ ، کدام نتیجه گیری درست است؟

- (۱)  $X = \emptyset$       (۲)  $A = U$       (۳)  $A = \emptyset$       (۴)  $X = U$

پاسخ: طبق ویژگی ۱۰ داریم:

$$\left. \begin{matrix} X \subseteq A \\ X' \subseteq A \end{matrix} \right\} \Rightarrow X \cup X' \subseteq A \cup A \Rightarrow U \subseteq A \xrightarrow{A \subseteq U} A = U$$

همه عضوهای مرجع در A هستند؛ پس A برابر با خود مجموعه مرجع است (از مرجع بزرگ تر که نداریم!) پس گزینه «۲» درست است.

مثال: کدام گزینه نادرست است؟

(۱) از درستی گزاره  $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$  نتیجه می شود:  $A \subseteq B$ .

(۲) از درستی گزاره  $\forall x; (x \notin A \Rightarrow x \in B)$  نتیجه می شود:  $A' \subseteq B$ .

(۳) از درستی گزاره  $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \notin B)$  نتیجه می شود:  $B \subseteq A'$ .

(۴) از درستی گزاره  $\forall x; (x \notin A \Rightarrow x \notin B)$  نتیجه می شود:  $B' \subseteq A'$ .



پاسخ: از درستی گزاره  $\forall x; (x \in E \Rightarrow x \in F)$  می‌فهمیم  $E \subseteq F$ . بنابراین گزینه «۱» درست است.

گزینه «۲» درست است، چون اگر  $x \in A$  پس  $x \in A'$  است. بنابراین:

$$\forall x; (x \in A' \Rightarrow x \in B) \Rightarrow A' \subseteq B$$

گزینه «۳» درست است، چون:

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \in B') \Rightarrow A \subseteq B'$$

در ویژگی ۹ گفتیم با متمم‌گیری جای دو مجموعه عوض می‌شود، پس  $(B')' \subseteq A'$  در نتیجه:  $B \subseteq A'$

اما گزینه «۴» نادرست است، چون:

$$\forall x; (x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \in B') \Rightarrow A' \subseteq B'$$

نه این که  $B' \subseteq A'$ .

### زوج مرتب

به دو عدد مانند  $x$  و  $y$  که بین آن‌ها ترتیب وجود داشته باشد، زوج مرتب  $(x, y)$  می‌گوییم.  $x$  را مولفه اول (طول) و  $y$  را مولفه دوم (عرض) می‌گوییم. هر زوج مرتب یک نقطه را روی دستگاه مختصات نمایش می‌دهد. دو زوج مرتب  $(x, y)$ ،  $(a, b)$  با هم برابرند، هرگاه  $x = a \wedge y = b$ ؛ یعنی اولی با اولی و دومی با دومی مساوی باشد.

### ضرب دکارتی دو مجموعه

مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را در نظر بگیرید. ضرب دکارتی  $A$  در  $B$  یا  $A \times B$  شامل زوج مرتب‌هایی است که مولفه اول، عضو  $A$  و مولفه دوم عضو  $B$  باشد. یعنی:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

$$A = \{1, 2\}, B = \{-1, 5\} \Rightarrow A \times B = \{(1, -1), (1, 5), (2, -1), (2, 5)\}$$

مثلاً:



نکته

۱ در حالت کلی  $A \times B \neq B \times A$  یعنی ضرب دکارتی خاصیت جابه‌جایی ندارد. در مثال بالا  $B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (5, 1), (5, 2)\}$ .

$$\text{۲ } \emptyset \times A = A \times \emptyset = \emptyset$$

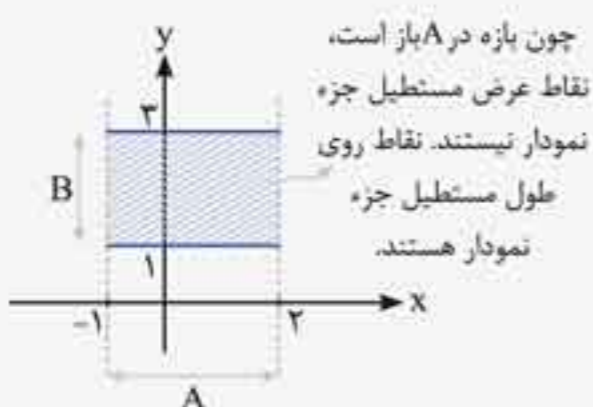
۳ تعداد عضوهای  $A \times B$  برابر است با حاصل ضرب تعداد عضوهای  $A$  در تعداد عضوهای  $B$ . مثلاً اگر  $A$  دارای ۲ عضو و  $B$  دارای ۳ عضو باشد،  $A \times B$  دارای ۶ عضو است،  $B \times A$  هم ۶ عضو دارد. درست است که در حالت کلی  $A \times B$  با  $B \times A$  متفاوت است، ولی تعداد عضوهای آن‌ها با هم برابر است.

۴ مجموعه  $A \times A$  را به صورت  $A^2$  نمایش می‌دهیم.  $\mathbb{R}^2$  نشان‌دهنده کل صفحه مختصات دو بعدی است.

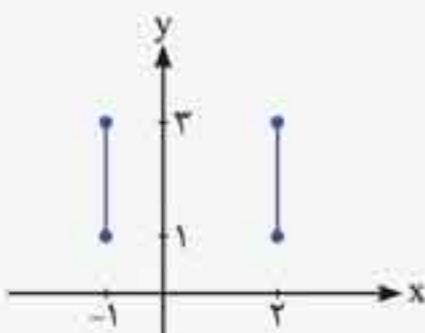
### نمودار $A \times B$

برای رسم نمودار،  $A$  را روی محور  $x$  و  $B$  را روی محور  $y$  مشخص می‌کنیم. مثلاً نمودار  $A \times B$  را در حالت‌های زیر رسم می‌کنیم:

$$A = (-1, 2), B = [1, 3]$$



$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} = \{(x, y) \mid -1 < x < 2 \wedge 1 \leq y \leq 3\}$$



$$A = \{-1, 2\}, B = [1, 3]$$

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} = \{(x, y) \mid x \in \{-1, 2\} \wedge 1 \leq y \leq 3\}$$

$$= \{(x, y) \mid (x = -1 \vee x = 2) \wedge 1 \leq y \leq 3\}$$

به تفاوت مجموعه  $\{-1, 2\}$  و بازه  $(-1, 2)$  توجه کنید. اگر  $A$  و  $B$  هر دو به صورت بازه باشند، نمودار  $A \times B$  سطح یک مستطیل خواهد بود. بسته به این که بازه بسته یا باز باشند ممکن است قسمتی از محیط مستطیل جزء نمودار نباشد. اما اگر یکی از  $A$  و  $B$  مجموعه  $n$  عضوی و دیگری به صورت بازه باشد، نمودار  $A \times B$  از  $n$  خط یا پاره‌خط تشکیل می‌شود.

اگر  $A$  مجموعه‌ای  $n$  عضوی و  $B$  مجموعه‌ای  $m$  عضوی باشد  $A \times B$  دارای  $nm$  عضو خواهد بود. در این حالت نمودار  $A \times B$  تعداد  $nm$  نقطه روی دستگاه مختصات خواهد بود.

### ویژگی‌های ضرب دکارتی

۱ در حالت کلی  $A \times B$  با  $B \times A$  متفاوت است، اما اگر  $A \times B = B \times A$  باشد، حداقل یکی از حالت  $A = B \vee A = \emptyset \vee B = \emptyset$  برقرار بوده است. اگر  $A$  و  $B$  غیرتهی بوده و  $A \times B = B \times A$  باشد، قطعاً نتیجه می‌گیریم  $A = B$ .

۲ ضرب دکارتی روی  $\cup$  و  $\cap$  - خاصیت پخشی دارد، یعنی:

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

برعکس این رابطه همان فاکتورگیری است. مثلاً:

$$(A \times D) \cup (A \times E) = A \times (D \cup E)$$

توجه دارید که در ضرب دکارتی ترتیب مجموعه‌ها مهم است. پس از  $(A \times B) \cup (E \times A)$  نمی‌توانید فاکتور بگیرید.

۳ اگر مجموعه‌های  $A, B, C, D$  غیرتهی باشند، داریم:

$$A \times B = C \times D \Rightarrow \begin{cases} A = C \\ \wedge \\ B = D \end{cases}$$

نتیجه: قانون حذف در ضرب دکارتی از نکته ۳ نتیجه می‌شود:

$$A \times C = B \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A = B$$

۴ برای به دست آوردن عضوهای  $(A \times B) \cap (C \times D)$  مجموعه‌های اول را با هم و مجموعه‌های دوم را با هم اشتراک گرفته و در

هم ضرب دکارتی کنید. یعنی:

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

نتیجه:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B) = (A \cap B)^2$$

### افراز یک مجموعه

افراز یک مجموعه همان تقسیم‌بندی مجموعه به چند زیرمجموعه ناتهی است، به طوری که زیرمجموعه‌ها با هم اشتراکی نداشته باشند. مثلاً یک افراز برای مجموعه  $\{a, b, c\}$  به صورت  $\{a\}, \{b, c\}$  است.

به زبان ریاضی، می‌گوییم مجموعه غیرتهی  $A$  به زیرمجموعه‌های  $A_1, A_2, \dots, A_n$  افراز شده است، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:



۱  $\forall i, 1 \leq i \leq n; A_i \neq \emptyset$  (یعنی زیرمجموعه‌ها ناتهی باشند)

۲  $\forall i, j (i \neq j); A_i \cap A_j = \emptyset$  (یعنی اشتراک دو به دوی زیرمجموعه‌ها، تهی باشد)

۳  $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = A$  (یعنی اجتماع زیرمجموعه‌ها، برابر با مجموعه  $A$  باشد)

مثال: مجموعه ۳ عضوی  $\{a, b, c\}$  را به چند صورت می‌توانیم افراز کنیم؟

۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

پاسخ: مجموعه ۳ عضوی را به ۵ صورت می‌توانیم افراز کنیم که عبارت‌اند از:

$$\{a\}\{b, c\} - \{b\}\{a, c\} - \{c\}\{a, b\} - \{a\}\{b\}\{c\} - \{a, b, c\}$$

پس گزینه «۳» درست است.

### تعداد افرازها

تعداد افرازهای مجموعه‌های یک تا پنج عضوی از جدول زیر به دست می‌آید:

تعداد عضوهای مجموعه ( $n$ ) عضوی	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد افرازها	۱	۲	۵	۱۵	۵۲

### تعداد افرازه‌های خاص

برای اینکه تعداد افرازه‌ها به فرم‌های خاص را به دست آوریم، چند مثال می‌زنیم:

فرض کنید می‌خواهیم مجموعه ۵ عضوی را به یک مجموعه ۲ عضوی و یک مجموعه ۳ عضوی افراز کنیم.

تعداد این افرازه‌ها می‌شود:  $\Rightarrow$  تعداد افرازه‌ها  $= \frac{5!}{2!3!} = 10$   $5 = 2 + 3$

حالا فرض کنید می‌خواهیم مجموعه ۶ عضوی را به دو مجموعه ۳ عضوی افراز کنیم. این‌جا چون دو مجموعه با تعداد عضوهای برابر داریم، در مخرج به غیر از  $3!3!$  باید یک  $2!$  دیگر هم قرار دهیم. پس:

تعداد افرازه‌ها  $= \frac{6!}{3!3! \times 2!} = 10$   $6 = 3 + 3$

به عنوان آخرین مثال، اگر مجموعه ۵ عضوی را به ۳ مجموعه تک‌عضوی و یک مجموعه دو عضوی افراز کنیم:

تعداد افرازه‌ها  $= \frac{5!}{2!1!1!1! \times 3!}$   $5 = 2 + 1 + 1 + 1$

### نمادهای $\in$ و $\subseteq$

۱۳۷. اگر  $A = \{1, \{2\}\}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $\{1\} \in A$  (۲)  $1 \subseteq A$  (۳)  $\{2\} \subseteq A$  (۴)  $\{1\} \subseteq A$

۱۳۸.  $A = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مجموعه  $A$ ، ۳ عضو دارد. (۲)  $\{1, \{\{1\}\}\} \subseteq A$  (۳)  $\{\{1\}\} \subseteq A$  (۴)  $\{1, \{1\}\} \in A$

۱۳۹. اجتماع دو مجموعه  $A = \{\{\emptyset, \{a\}, a\}$  و  $B = \{a, \emptyset\}$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۰. اگر  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + x = 0\}$  و  $B = \{\emptyset\}$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $A \in B$  (۲)  $A \subseteq B$  (۳)  $A = B$  (۴) گزینه‌های ۱ و ۲

۱۴۱. اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$  کدام رابطه نادرست است؟

- (۱)  $B \subseteq C$  (۲)  $A \subseteq B$  (۳)  $A \in B$  (۴)  $A \in C$

(ریاضی ۹۵)

۱۴۲. اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{3, 5, \{2\}\}$  و  $C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$  مفروض‌اند. کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟

- (۱)  $A \in B$  (۲)  $A \in C$  (۳)  $B \in C$  (۴)  $A \subseteq C$

۱۴۳. کدام یک از مجموعه‌های زیر، هم عضو و هم زیرمجموعه، مجموعه  $A = \{x, \{x\}, \{x, y\}\}$  است؟

- (۱)  $x$  (۲)  $\{x\}$  (۳)  $\{x, y\}$  (۴)  $\{\{x, y\}\}$

۱۴۴. اگر  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) هر زیرمجموعه  $A$ ، عضو  $A$  است. (۲) هر عضو  $A$  زیرمجموعه  $A$  است. (۳) به ازای هر دو عضو، یکی عضو دیگری است. (۴) گزینه‌های ۲ و ۳

### تعداد زیرمجموعه‌ها

(ریاضی ۸۹)

۱۴۵. اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$  مجموعه  $A - B$  چند زیرمجموعه ستره غیرتهی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۱۴

(ریاضی مخرج ۹۴)

۱۴۶. اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ ،  $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{1, 2, 3\}$  باشد، کدام رابطه درست است؟

- (۱)  $A - B = C$  (۲)  $B - C = \emptyset$  (۳)  $B - C = \{1, 2\}$  (۴)  $A - B = \{C\}$

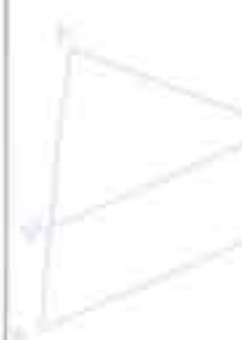
(ریاضی مخرج ۹۳)

۱۴۷. اگر  $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}, \{2\}, 2\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x = 3x\}$ ، آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های ستره و غیرتهی مجموعه  $A - B$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۴



مهرماه



$A \cap B = \emptyset$



(ریاضی خارج ۸۹)

۱۴۸. اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ ، مجموعه  $A - \{A\}$  چند زیرمجموعه سره غیر تهی دارد؟

- ۲ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۱۴ (۴)

۱۴۹. اگر  $A = \{\{a, b\}, a, b\}$ ،  $B = \{a, b\}$  و  $C = \{\{a, b\}\}$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $B \subseteq C \wedge B \in A \wedge B \subseteq A$       (۲)  $B \not\subseteq C \wedge B \in A \wedge B \not\subseteq A$   
 (۳)  $B \not\subseteq C \wedge B \notin A \wedge B \subseteq A$       (۴)  $B \subseteq C \wedge B \in A \wedge B \subseteq A$

۱۵۰.  $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{b, a\}\}$  چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟

- ۳۱ (۱)      ۳۲ (۲)      ۶۴ (۳)      ۶۳ (۴)

(ریاضی ۸۶)

۱۵۱. مجموعه  $A$ ، ۵ عضو بیشتر از مجموعه  $A'$  دارد. خارج قسمت یا تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه کدام است؟

- (۱) خارج قسمت ۲۵      (۲) خارج قسمت ۳۲      (۳) تفاضل ۲۵      (۴) تفاضل ۳۲

۱۵۲. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $\pi + 1$  عضوی برابر  $8^{2\pi - 3}$  است.  $\pi$  کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۹ (۲)      ۱۱ (۳)      ۴ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۳. اگر دو عضو از اعضای مجموعه  $A$  را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود.  $A$  چند عضو دارد؟

- ۹ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۲ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۴. مجموعه  $A$  دارای  $\pi$  عضو است. اگر دو عضو متمایز به  $A$  اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  اضافه می‌شود.  $\pi$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۵. اگر به تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی یک مجموعه  $2\pi$  عضوی، ۵ واحد اضافه کنیم، برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $\pi + 2$  عضوی می‌شود.  $\pi$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۳ (۲)      ۲ (۳)      ۱ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۶. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $\pi + 2$  عضوی، ۱۹۲ واحد کم‌تر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $\pi + 4$  عضوی است. تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $\pi$  عضوی کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۱۶ (۳)      ۲۵ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۷. اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  دارای ۱۰ عضو است. ۴ عضو جدید به  $A$  اضافه می‌کنیم ولی فقط یک عضو در اشتراک دو مجموعه قرار نمی‌گیرد. تعداد زیرمجموعه‌های  $A \cup B$  چند برابر می‌شود؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۵۸.  $A$  و  $B$  دو مجموعه هستند که  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cup B = \emptyset$ ، ۱۳ عضو دارد. اگر تعداد زیرمجموعه‌های  $A$ ، ۳۲ برابر زیرمجموعه‌های  $B$  باشد، آن‌گاه  $A$  چند عضو دارد؟

- ۴ (۱)      ۹ (۲)      ۵ (۳)      ۸ (۴)

(کنکور زیرخطی با اندکی تغییر)

۱۵۹. اگر  $A$  مجموعه اعداد دو رقمی و  $B = \{\forall k | k \in A\}$ ، آن‌گاه مجموعه  $A \cap B$  چند زیرمجموعه دارد؟

- ۶ (۱)      ۸ (۲)      ۱۶ (۳)      ۳۲ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۶۰. اگر  $A = \{m \in \mathbb{Z} | m^2 \leq 3m\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x+1| < 4\}$  باشد، چند مجموعه  $C$  وجود دارد که  $(C \subseteq B) \wedge (C \subseteq A)$ ؟

- ۴ (۱)      ۸ (۲)      ۱۶ (۳)      ۳۲ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۶۱. مجموعه  $S = \{1, 4, x^2 + 3, y - 1\}$ ، ۴ زیرمجموعه دارد. بیشترین مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

(کنکور زیرخطی)

۱۶۲. مجموعه  $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$  دارای چند زیرمجموعه شامل عضو  $a$  می‌باشد؟

- ۴ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)

(ریاضی ۹۱)

۱۶۳. چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  را ندارد؟

- ۴ (۱)      ۶ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

(ریاضی ۹۱)

۱۶۴. اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 3, 4, \dots, 9\}$  باشد، چند مجموعه مانند  $X$  در رابطه  $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$  صدق می‌کند؟

- ۲<sup>۸</sup> (۱)      ۲<sup>۹</sup> (۲)      ۳۲ (۳)      ۶۴ (۴)

(ریاضی ۹۱)

۱۶۵. چند مجموعه  $X$  وجود دارد که  $\{1, 2, \dots, 5\} \cup X = \{1, 2, \dots, 9\}$ ؟

- ۴ (۱)      ۳۲ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)



۱۶۶. مجموعه مرجع، اعداد طبیعی یک رقمی است. چند مجموعه مانند  $X$  وجود دارد که  $\{1, 3, 5\} \cap X = \{1, 3\}$ ؟

- ۱۶ (۴)
- ۳۲ (۳)
- ۱۲۸ (۲)
- ۶۴ (۱)

۱۶۷. در چند زیرمجموعه از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، عدد ۱ وجود دارد ولی عدد ۲ وجود ندارد؟

- ۴۸ (۴)
- ۳۲ (۳)
- ۲۴ (۲)
- ۱۶ (۱)

۱۶۸. مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  داده شده است.  $A$  چند زیرمجموعه غیر تهی دارد که حاصل ضرب همه اعضهای آن فرد باشد؟

- ۱۵ (۴)
- ۳۲ (۳)
- ۳۱ (۲)
- $2^9 - 1$  (۱)

۱۶۹. در مسئله قبل چند زیرمجموعه ناتهی از  $A$  وجود دارد که حاصل ضرب همه اعضهای آن زوج باشد؟

- ۴۷۹ (۴)
- ۴۸۰ (۳)
- ۴۹۶ (۲)
- ۴۹۵ (۱)

**تعداد زیرمجموعه‌های  $r$  عضوی**

۱۷۰. مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟

- ۱۲۶ (۴)
- ۵۱۲ (۳)
- ۴۹۶ (۲)
- ۱۶ (۱)

۱۷۱. مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه فرد عضوی دارد؟

- ۲۵۵ (۴)
- ۲۵۶ (۳)
- ۱۲۷ (۲)
- ۱۲۸ (۱)

۱۷۲. تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی مجموعه‌ای، ۵ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی همان مجموعه است. تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی این مجموعه با کمترین تعداد عضو کدام است؟

- ۲۱ (۴)
- ۶ (۳)
- ۱۵ (۲)
- ۱۰ (۱)

(کنکور زیرجایی)

۱۷۳. تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه  $\{a, b, c, d, e, f\}$  شامل عضو  $a$  کدام است؟

- ۱۵ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۸ (۱)

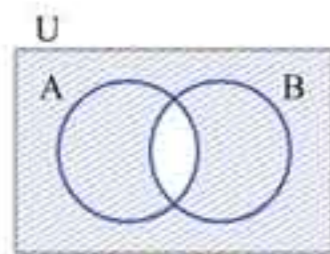
۱۷۴. چند زیرمجموعه ۵ عضوی از اعداد طبیعی یک رقمی وجود دارد که شامل ۱ و ۲ بوده ولی عدد ۳ را نداشته باشند؟

- ۱۰ (۴)
- ۱۵ (۳)
- ۳۵ (۲)
- ۲۰ (۱)

**نمودار ون**

۱۷۵. کدام گزینه قسمت رنگی را نشان نمی‌دهد؟

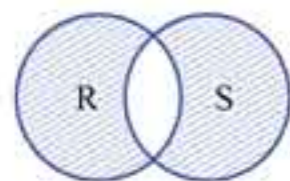
- $A' \cup B'$  (۲)
- $U - (A \cap B)$  (۱)
- $A' \cap B'$  (۴)
- $(A \cap B)'$  (۳)



(کنکور زیرجایی)

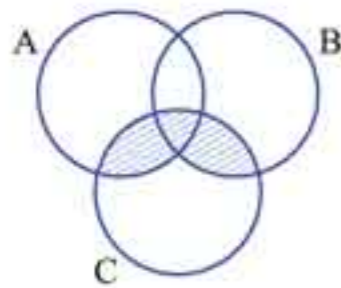
۱۷۶. قسمت هاشور خورده در شکل مقابل، تصویر ون مربوط به کدام مجموعه نیست؟

- $(R \cup S) \cap (S' \cup R')$  (۱)
- $(R \cup S) - (R \cap S)$  (۲)
- $(R - S) \cup (S - R)$  (۳)
- $(R - S) \cap (S - R)$  (۴)



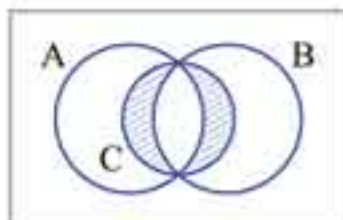
۱۷۷. قسمت هاشور خورده شکل مقابل، تصویر ون کدام مجموعه است؟

- $A \cap (B \cup C)$  (۱)
- $(A \cap B) \cup C$  (۲)
- $A \cup (B \cap C)$  (۳)
- $(A \cup B) \cap C$  (۴)



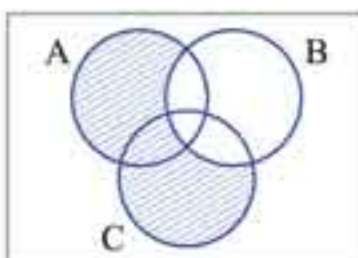
۱۷۸. ناحیه رنگی در شکل مقابل را به کدام صورت می‌توان نمایش داد؟

- $(A \cup B) - C$  (۱)
- $C - (A \cap B)$  (۲)
- $(C - A) \cap (C - B)$  (۳)
- $(A \cap C) \cup (B \cap C)$  (۴)



۱۷۹. در شکل، قسمت رنگی کدام است؟

- $(A \cap C) \cup B'$  (۱)
- $(A \cap C) \cap B'$  (۲)
- $(A \cup C) \cap B'$  (۳)
- $(A \cup C) \cup B'$  (۴)



### اعمال روی مجموعه‌ها

۱۸۰. اگر مجموعه مرجع برابر مجموعه اعداد طبیعی باشد،  $A = \{n | n \geq 5\}$  و  $B = \{2, 4, 7\}$ ، آن‌گاه  $A' \cup B$  برابر کدام است؟ (کنکور زیربخشی)

- (۱)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (۲)  $\{1, 2, 3, 4, 7\}$  (۳)  $\{1, 2, 3, 4\}$  (۴)  $\{2, 3, 4\}$

۱۸۱. اگر مجموعه مرجع اعداد صحیح باشد و  $A' = \{1, 2, 3\}$  و  $B' = \{2, 3, 4, 5\}$ ، آن‌گاه  $(A \cup B)'$  کدام است؟ (کنکور زیربخشی)

- (۱)  $\{2, 3\}$  (۲)  $\{2, 4, 5\}$  (۳)  $\{3, 4, 5\}$  (۴)  $\{4, 5\}$

۱۸۲. اگر  $A = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$  و  $B = \{\{1, 2\}, \{1, 2\}\}$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $A \cup B = \emptyset$  عضو دارد. (۲)  $A \cap B = \emptyset$  (۳)  $A - B = 3$  عضو دارد. (۴)  $B - A = \emptyset$

۱۸۳. اگر  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$  و  $A \cap B' = \{4, 7\}$  باشد، آن‌گاه کدام گزینه در مورد  $A$  درست است؟

- (۱)  $A$  دقیقاً ۵ عضو دارد. (۲)  $A$  ممکن است بیشتر از ۵ عضو داشته باشد. (۳)  $A$  کم‌تر از ۵ عضو دارد. (۴) نمی‌توان صحبتی در مورد تعداد عضوهای  $A$  انجام داد.

۱۸۴. کدام مجموعه برابر با سایر مجموعه‌ها نیست؟ (مشابه کتاب درسی)

- (۱)  $A = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge |x| > 1\}$  (۲)  $B = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge \frac{x-x}{1+x} \leq 0\}$   
 (۳)  $C = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \neq x\}$  (۴)  $D = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 > 2x\}$

۱۸۵. اگر  $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  در این صورت حاصل  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$  کدام است؟ (کنکور زیربخشی)

- (۱)  $A_1$  (۲)  $A_n$  (۳)  $A_n - A_1$  (۴)  $A_n \cap A_1$

۱۸۶. اگر  $A_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$ ،  $A_2 = \{2, 3, \dots, 11\}$ ،  $A_3 = \{3, 4, \dots, 12\}$ ، ...، آن‌گاه مجموعه  $A_4 \cap A_5 \cap \dots \cap A_n$  چند عضو دارد؟ (کنکور زیربخشی)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸۷. اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n, 2^m \leq n\}$  آن‌گاه مجموعه  $A_4 \cap A_7$  چند زیرمجموعه دارد؟ (ریاضی خارج ۱۸۸)

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۸۸. اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$  آن‌گاه مجموعه  $(A_6 - A_4) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ (ریاضی ۹۴)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۸۹. اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m > -n, 2^m \leq 2n\}$  باشد، مجموعه  $(A_8 - A_4) \cup A_1$  چند عضو دارد؟ (ریاضی ۹۶)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۹۰. اگر  $A_i = \{m \in \mathbb{Z} | -i \leq m \leq 8 - i\}$ ، مجموعه  $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$  چند عضو دارد؟ (خارج ۸۷)

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۱۹۱. اگر  $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$  به صورت بازه باشد، مجموعه  $(A_3 \cup A_6) - A_3$  برابر کدام بازه است؟ (ریاضی خارج ۱۸۶)

- (۱)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (۲)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (۳)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (۴)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

۱۹۲. اگر  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  آن‌گاه مجموعه  $(A_7 \cap A_5) - (A_1 \cap A_9)$  به کدام صورت است؟ (ریاضی ۹۲)

- (۱)  $[-2, -1) \cup (1, 2]$  (۲)  $[-2, -1) \cup [1, 2]$  (۳)  $[-1, 1]$  (۴)  $\emptyset$

۱۹۳. اگر  $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n})$  باشد، آن‌گاه  $\bigcap_{i=4}^8 A_i$  کدام است؟ (خارج ۹۶)

- (۱)  $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$  (۲)  $(-\frac{1}{4}, \frac{2}{3})$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{2}{4})$  (۴)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

### زیرمجموعه با نمادهای ریاضی

۱۹۴. کدام گزینه جمله « $A \subseteq B$  است، هرگاه .....» را به درستی تکمیل می‌کند؟

- (۱)  $\exists x \in B \Rightarrow x \in A$  (۲)  $\exists x \in A \Rightarrow x \in B$  (۳)  $\forall x; (x \in B \Rightarrow x \in A)$  (۴)  $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B)$

۱۹۵. کدام گزینه جمله « $A \not\subseteq B$  یعنی .....» را به درستی تکمیل می‌کند؟ (مشابه کتاب درسی)

- (۱) عضوی در  $B$  وجود دارد که در  $A$  نیست. (۲) عضوی در  $A$  وجود دارد که در  $B$  نیست. (۳) هیچ عضوی از  $A$  در  $B$  نیست. (۴) هر عضو دلخواه از  $B$  در  $A$  نیست.



۱۹۶. کدام گزینه، گزاره «ارزش گزاره  $\forall x; (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$  به ..... درست است، پس ..... را به درستی تکمیل می‌کند؟

- (۱) انتفای مقدم -  $A \subseteq \emptyset$  (۲) انتفای مقدم -  $\emptyset \subseteq A$  (۳) انتفای تالی -  $A \subseteq \emptyset$  (۴) انتفای تالی -  $\emptyset \subseteq A$

۱۹۷. کدام گزینه نادرست است؟ (U مجموعه مرجع است)

- (۱)  $A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$  (۲)  $A' \subseteq \emptyset \Rightarrow A = U$  (۳)  $U \subseteq A \Rightarrow A = U$  (۴)  $U \subseteq A' \Rightarrow A = U$

۱۹۸. چند تا از روابط زیر درست هستند؟

- (۱)  $A \cap U = A$  (۲)  $A \cup U = A$  (۳)  $A \cup A' = U$  (۴)  $A \cap A' = \emptyset$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۹. اگر  $A \subseteq B \subseteq C$  و  $a \in A$  و  $b \in B$  و  $c \in C$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱)  $b \in A$  (۲)  $b \in C$  (۳)  $c \in B$  (۴)  $c \in A$

(مشابه کتاب درسی)

۲۰۰. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) چون ترکیب فصلی خاصیت جابه‌جایی دارد، نتیجه می‌گیریم  $A \cup B = B \cup A$ .  
 (۲) چون ترکیب عطفی خاصیت جابه‌جایی دارد، نتیجه می‌گیریم  $A \cap B = B \cap A$ .  
 (۳) چون ترکیب عطفی روی ترکیب فصلی خاصیت توزیع‌پذیری دارد، نتیجه می‌گیریم  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .  
 (۴) چون ترکیب فصلی روی ترکیب عطفی خاصیت توزیع‌پذیری دارد، نتیجه می‌گیریم  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

۲۰۱. از رابطه  $A \subseteq B$  کدام گزینه را نمی‌توانیم نتیجه بگیریم؟

- (۱)  $A' \subseteq B'$  (۲)  $A \cap B = A$  (۳)  $A \cup B = B$  (۴)  $A - B = \emptyset$

۲۰۲. کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $U' \cap A = \emptyset$  (۲)  $U' \cup A = \emptyset$  (۳)  $\emptyset' \cup A = A$  (۴)  $\emptyset' \cap A = U$

۲۰۳. کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر  $A \cap B \subseteq \emptyset$  آن‌گاه،  $A = \emptyset \vee B = U$   
 (۲) اگر  $A \cap B \subseteq \emptyset$  آن‌گاه،  $B = \emptyset \wedge A = \emptyset$   
 (۳) اگر  $A \cup B \subseteq \emptyset$  آن‌گاه،  $A = U \vee B = U$   
 (۴) اگر  $A \cup B \subseteq \emptyset$  آن‌گاه،  $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$

۲۰۴. از درستی گزاره  $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \notin B)$  کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

- (۱)  $B' \subseteq A$  (۲)  $B' \subseteq A'$  (۳)  $A \subseteq B'$  (۴)  $A \subseteq B$

۲۰۵. از درستی گزاره  $\forall x; (x \notin B \Rightarrow x \notin A')$  کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

- (۱)  $A \subseteq B$  (۲)  $A' \subseteq B'$  (۳)  $B \subseteq A$  (۴)  $B' \subseteq A'$

۲۰۶. از درستی گزاره  $\exists x; (x \in A' \wedge x \notin B)$  کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

- (۱)  $A' \not\subseteq B$  (۲)  $A \not\subseteq B$  (۳)  $B' \not\subseteq A$  (۴)  $B \not\subseteq A$

۲۰۷. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$   
 (۲)  $A \not\subseteq B \wedge B \not\subseteq C \Rightarrow A \not\subseteq C$   
 (۳)  $A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Rightarrow A \subseteq B \cap C$   
 (۴)  $B \subseteq A \wedge C \subseteq A \Rightarrow B \cup C \subseteq A$

(کتور ابرخاکین)

۲۰۸. اگر  $A \subseteq B$  و  $C' \subseteq B'$ ، آن‌گاه:

- (۱)  $A \subseteq C$  (۲)  $C \subseteq A$  (۳)  $C \subseteq B$  (۴)  $B \subseteq A$

۲۰۹. برای دو مجموعه A و B می‌دانیم  $A \not\subseteq B$  و  $B \not\subseteq A$ . چه تعداد از عبارات‌های زیر درست هستند؟

- (الف)  $A \cap B = \emptyset$  (ب)  $\exists x; (x \in A \wedge x \in B')$  (پ)  $\exists x \in A \cap B$   
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱۰. A و B دو مجموعه جدا از هم ( $A \cap B = \emptyset$ ) هستند. کدام گزینه را نمی‌توانیم نتیجه بگیریم؟

- (۱)  $A - B = A$  (۲)  $B - A = B$  (۳)  $B' \subseteq A$  (۴)  $A \subseteq B'$

۲۱۱. اگر  $A \cup B \subseteq B$  کدام گزینه درست است؟

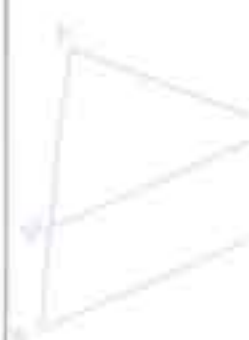
- (۱)  $A \cup B = B$  (۲)  $A \cap B = A$  (۳)  $A - B = \emptyset$  (۴) هر سه گزینه

(مشابه کتاب درسی)

۲۱۲. کدام گزینه درست نیست؟

- (۱)  $A \subseteq C, B \subseteq C \Rightarrow A \cup B \subseteq C$   
 (۲)  $A \subseteq B \wedge A \subseteq B' \Rightarrow A = \emptyset$   
 (۳)  $A \subseteq B, A \subseteq C \Rightarrow A \subseteq B \cap C$   
 (۴)  $A \subseteq C \wedge A' \subseteq C \Rightarrow A = \emptyset$





$A \cup B = \emptyset$



۲۱۳.  $A, B$  و  $C$  مجموعه‌هایی هستند که  $A \subseteq B \cap C$ . حاصل  $(A-B) \cup (A \cap C) \cup (A \cup B)$  کدام است؟  
 (۱)  $\emptyset$  (۲)  $A$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $C - B$

۲۱۴. برای سه مجموعه  $A, B$  و  $C$  داریم  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq C'$ . حاصل  $(A \cup C') \cap B$  کدام است؟  
 (۱)  $C$  (۲)  $C'$  (۳)  $B$  (۴)  $B'$

۲۱۵. اگر  $A - B = A$  باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟  
 (۱)  $B \subseteq A$  (۲)  $A \cap B = A$  (۳)  $B \cap A' = B$  (۴)  $B' \cap A = \emptyset$

۲۱۶. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر برای دو مجموعه ناتهی  $A$  و  $B$  داشته باشیم:  $A - B = B - A$ ، آن‌گاه  $A = B$ .
- (۲) اگر  $A \subseteq B \subseteq C$ ، آن‌گاه  $A \cup B = B \cap C$ .
- (۳) اگر  $A \cup B \subseteq B$ ، آن‌گاه  $A \cap B = A$ .
- (۴) اگر  $A \cap B = \emptyset$ ، آن‌گاه  $A \cup B' = A$ .

۲۱۷. اگر  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq C$ ، آن‌گاه مجموعه  $A \cap (B - C)$  کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $C'$  (۳)  $B'$  (۴)  $A'$

(ریاضی ۸۸)

۲۱۸. کدام قضیه شرطی زیر، بازگشت پذیر نیست؟

- (۱)  $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$
- (۲)  $A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$
- (۳)  $A = B \Rightarrow A \cap C = B \cap C$
- (۴)  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

(کنکور تجربی)

۲۱۹. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ناتهی بوده و  $(B - A) \cup A = A$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱)  $B \subseteq B \equiv A$  (۲)  $A - B = \emptyset$  (۳)  $B - A = \emptyset$  (۴)  $B - A = B$

۲۲۰. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $(A \cap B) \cup B = B$  (۲)  $(A - A') \cup (A' - A) = \emptyset$  (۳)  $(A \cup B) \cup B' = U$  (۴)  $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

**جبر مجموعه‌ها**

۲۲۱. ساده‌شده عبارت  $(A - B) \cup (A \cap B)$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۲۲۲. ساده‌شده عبارت  $(A \cap B') \cup (A \cup B)'$  برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$  (۳)  $A'$  (۴)  $B'$

۲۲۳. ساده‌شده عبارت  $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B)$  برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۲۲۴. ساده‌شده عبارت  $A - (A - B)$  برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$  (۳)  $A$  (۴)  $A \cap B$

(کنکور تجربی)

۲۲۵. مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  برابر کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $A \cap B$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

(کنکور تجربی)

۲۲۶. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، حاصل  $A - (B - (A \cap B))$  کدام مجموعه است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A \cup B$

(ریاضی ۸۸)

۲۲۷. مجموعه  $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $B - A$  (۲)  $B$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $A'$

۲۲۸. ساده‌شده مجموعه  $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B)']$  برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۲۲۹.  $B$  و  $C$  دو مجموعه جدا از هم و  $B \cup C \subseteq A$  است. مجموعه  $((A \cap B) - (A \cap C)) \cup ((A \cap C) - (A \cap B))$  برابر کدام مجموعه است؟

(کنکور تجربی)

- (۱)  $A$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $B \cup C$  (۴)  $A \cup B$



# آزمون پایانی فصل اول

مدت زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه



مهرماه

۱. کدام گزینه یک گزاره است؟

(۱)  $x^2 > 0$

(۲) بین  $x!$  و  $(x+3)!$  عدد اولی وجود ندارد.

(۳) هر عدد فرد بزرگتر از ۵ به صورت جمع سه عدد اول نوشته می‌شود.

(۴) فاصله نقطه  $X$  روی محور از مبدا، دو واحد است.

۲. کدام نتیجه‌گیری درست است؟

(۱)  $(a+1)(b-1) = 0 \Rightarrow a = -1 \wedge b = 1$

(۲)  $(a+1)^2 + (b-1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1 \wedge b = 1$

(۳) گزینه «۱» و «۳»

(۴)  $a(a+1) = 0 \Rightarrow a = 0 \vee a = -1$

۳. به ازای کدام پیشامد  $A$ ، گزاره نمای «در پرتاب تاس، احتمال آنکه  $A$  رخ بدهد، برابر  $\frac{1}{4}$  نیست» ارزش درستی دارد؟

(۱) زوج آمدن (۲) مضرب ۳ بودن (۳) اول بودن (۴) کم‌تر از ۴ آمدن

۴. گزاره  $(p \vee \sim q) \wedge q$  هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

(۱)  $p \vee q$  (۲)  $p \wedge q$  (۳)  $T$  (۴)  $F$

۵. گزاره «چنین نیست که  $x$  اول نباشد یا فرد باشد» با کدام گزاره هم‌ارز منطقی است؟

(۱)  $x$  اول است یا  $x$  زوج است. (۲)  $x$  اول نیست و  $x$  فرد نیست.

(۳)  $x$  اول و زوج است. (۴)  $x$  اول نیست ولی زوج است.

۶. می‌دانیم گزاره «اگر هوا آفتابی باشد به دریا می‌رویم» نادرست است. در این صورت:

(۱) هوا آفتابی است ولی به دریا نمی‌رویم. (۲) هوا آفتابی است و به دریا می‌رویم.

(۳) هوا آفتابی نیست و به دریا می‌رویم. (۴) هوا آفتابی نیست و به دریا نمی‌رویم.

۷. گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p$  هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

(۱)  $T$  (۲)  $F$  (۳)  $p \Rightarrow q$  (۴)  $\sim p \Rightarrow q$

۸. می‌دانیم  $p \equiv q$ . اگر گزاره  $q \Rightarrow \sim p$  درست باشد، آن‌گاه نتیجه می‌گیریم:

(۱)  $p$  و  $q$  هر دو درست هستند. (۲)  $p$  و  $q$  هر دو نادرست هستند.

(۳)  $p$  درست و  $q$  نادرست است. (۴)  $p$  نادرست و  $q$  درست است.

۹. ارزش کدام سور نادرست است؟

(۱)  $\exists a \in \mathbb{N}; a = 2k$

(۲)  $\forall n \in \mathbb{N}; 2^{2n} - 1 = 2k$

(۳)  $\exists n \in \{27, 28, 29\}; n = 7k - 1$

(۴)  $\forall n \in \mathbb{Z}; n \notin \mathbb{N}$

۱۰. نقیض گزاره «به ازای برخی از مقادیر صحیح  $x$ ،  $x^2$  بر ۴ بخش‌پذیر نیست» به کدام صورت نوشته می‌شود؟

(۱)  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 = 4k$

(۲)  $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 \neq 4k$

(۳)  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 \neq 4k$

(۴)  $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 = 4k$

۱۱. چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}$ ، عضو آن هم، هستند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲. تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی، ۹۷ واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های سره یک مجموعه  $n-2$  عضوی است. تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه  $n$  عضوی کدام است؟

(۱) ۱۲۷ (۲) ۶۳ (۳) ۷ (۴) ۳۱

۱۳. اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n \wedge 2^m \leq n\}$ ، مجموعه  $A_7 - A_4$  چند عضو دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



$\sigma = 0$



۱۴. اگر  $X' \subseteq B \wedge X \subseteq A$  کدام رابطه همواره درست است؟

- $B \subseteq A$  (۴)       $A \subseteq B$  (۳)       $A \cup B = U$  (۲)       $A \cap B = \emptyset$  (۱)

۱۵. اگر  $A \cup (B - A) = B$  باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

- $A = \emptyset$  (۴)       $B = \emptyset$  (۳)       $A' \subseteq B'$  (۲)       $B' \subseteq A'$  (۱)

۱۶. مجموعه  $(A \cap B)' \cap (A \cup B) - A$  برابر با کدام مجموعه است؟

- $\emptyset$  (۴)       $A'$  (۳)       $B \cap A$  (۲)       $B \cap A'$  (۱)

۱۷. ساده شده عبارت  $(A \cup B') \cap (B' \cup C) - (A \cap B \cap C)$  برابر با کدام مجموعه است؟

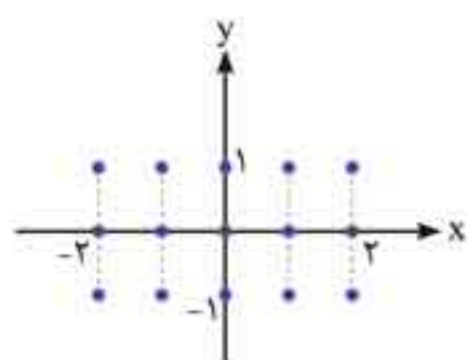
- $A' \cap C'$  (۴)       $A \cap C$  (۳)       $B'$  (۲)       $B$  (۱)

۱۸. مجموعه  $\{1, 2, 3, 4\}$  را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه با تعداد اعضای نابرابر افراز کرد؟

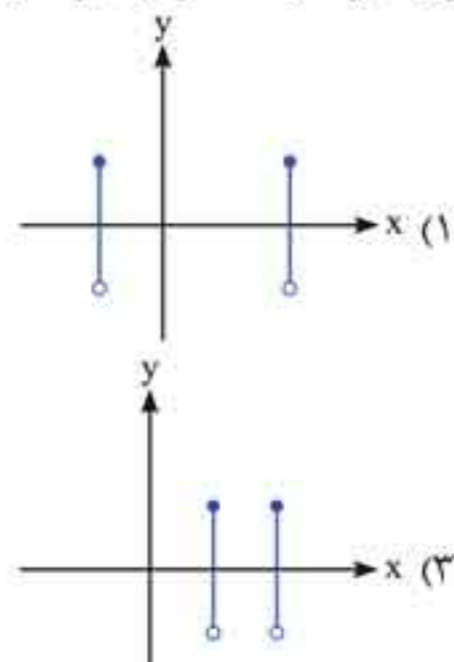
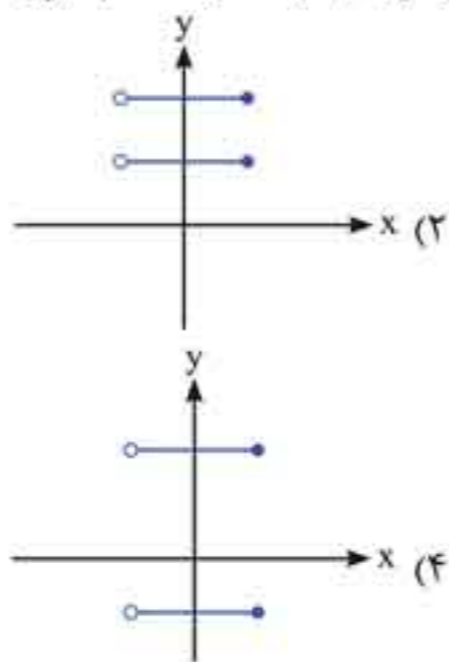
- ۱۵ (۴)      ۱۰ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

۱۹. نمودار  $A \times B$  به صورت مقابل است. مجموعه  $(A \times A) \cap (B \times B)$  چند عضو دارد؟

- ۳ (۱)  
۹ (۲)  
۱۶ (۳)  
۲۵ (۴)



۲۰. اگر  $A = \{x - y, 7\}$  و  $B = \{x + y, 3\}$  و  $A \times B = B \times A$  باشد نمودار  $A \times (-1, 2]$  به کدام صورت است؟



برای مشاهده پاسخنامه کلیدی به صفحه بعد مراجعه نمایید و برای دریافت پاسخنامه تشریحی بارکد مقابل را با گوشی هوشمند خود اسکن کنید یا به سایت مهرماه، صفحه مربوط به این کتاب مراجعه کنید.



## پاسخنامه کلیدی

۳	.۱۴۵	۴	.۱۲۱	۲	.۹۷	۲	.۷۳	۲	.۴۹	۳	.۲۵	۲	.۱
۴	.۱۴۶	۳	.۱۲۲	۳	.۹۸	۱	.۷۴	۲	.۵۰	۲	.۲۶	۱	.۲
۴	.۱۴۷	۱	.۱۲۳	۳	.۹۹	۲	.۷۵	۲	.۵۱	۱	.۲۷	۲	.۳
۴	.۱۴۸	۱	.۱۲۴	۴	.۱۰۰	۴	.۷۶	۳	.۵۲	۳	.۲۸	۳	.۴
۴	.۱۴۹	۳	.۱۲۵	۴	.۱۰۱	۴	.۷۷	۱	.۵۳	۴	.۲۹	۲	.۵
۱	.۱۵۰	۳	.۱۲۶	۴	.۱۰۲	۱	.۷۸	۳	.۵۴	۴	.۳۰	۲	.۶
۲	.۱۵۱	۴	.۱۲۷	۳	.۱۰۳	۴	.۷۹	۱	.۵۵	۲	.۳۱	۱	.۷
۱	.۱۵۲	۴	.۱۲۸	۱	.۱۰۴	۳	.۸۰	۱	.۵۶	۳	.۳۲	۲	.۸
۱	.۱۵۳	۳	.۱۲۹	۲	.۱۰۵	۳	.۸۱	۲	.۵۷	۲	.۳۳	۴	.۹
۲	.۱۵۴	۳	.۱۳۰	۳	.۱۰۶	۱	.۸۲	۲	.۵۸	۱	.۳۴	۱	.۱۰
۴	.۱۵۵	۴	.۱۳۱	۴	.۱۰۷	۱	.۸۳	۴	.۵۹	۴	.۳۵	۳	.۱۱
۳	.۱۵۶	۳	.۱۳۲	۳	.۱۰۸	۲	.۸۴	۴	.۶۰	۲	.۳۶	۲	.۱۲
۱	.۱۵۷	۲	.۱۳۳	۱	.۱۰۹	۴	.۸۵	۴	.۶۱	۴	.۳۷	۳	.۱۳
۲	.۱۵۸	۴	.۱۳۴	۳	.۱۱۰	۳	.۸۶	۳	.۶۲	۲	.۳۸	۴	.۱۴
۴	.۱۵۹	۲	.۱۳۵	۲	.۱۱۱	۳	.۸۷	۱	.۶۳	۳	.۳۹	۱	.۱۵
۲	.۱۶۰	۳	.۱۳۶	۲	.۱۱۲	۱	.۸۸	۲	.۶۴	۴	.۴۰	۲	.۱۶
۴	.۱۶۱	۴	.۱۳۷	۲	.۱۱۳	۴	.۸۹	۱	.۶۵	۳	.۴۱	۴	.۱۷
۲	.۱۶۲	۲	.۱۳۸	۱	.۱۱۴	۲	.۹۰	۴	.۶۶	۴	.۴۲	۱	.۱۸
۱	.۱۶۳	۱	.۱۳۹	۳	.۱۱۵	۳	.۹۱	۴	.۶۷	۲	.۴۳	۳	.۱۹
۴	.۱۶۴	۳	.۱۴۰	۳	.۱۱۶	۱	.۹۲	۱	.۶۸	۱	.۴۴	۳	.۲۰
۲	.۱۶۵	۱	.۱۴۱	۳	.۱۱۷	۲	.۹۳	۳	.۶۹	۴	.۴۵	۳	.۲۱
۱	.۱۶۶	۲	.۱۴۲	۴	.۱۱۸	۴	.۹۴	۲	.۷۰	۲	.۴۶	۳	.۲۲
۱	.۱۶۷	۲	.۱۴۳	۱	.۱۱۹	۱	.۹۵	۳	.۷۱	۴	.۴۷	۳	.۲۳
۲	.۱۶۸	۴	.۱۴۴	۳	.۱۲۰	۱	.۹۶	۲	.۷۲	۲	.۴۸	۴	.۲۴

۲	.۱۹	۴	.۳۰۹	۳	.۲۸۱	۱	.۲۵۳	۴	.۲۲۵	۴	.۱۹۷	۳	.۱۶۹
۳	.۲۰	۳	.۳۱۰	۳	.۲۸۲	۱	.۲۵۴	۱	.۲۲۶	۳	.۱۹۸	۴	.۱۷۰
		۱	.۳۱۱	۲	.۲۸۳	۱	.۲۵۵	۱	.۲۲۷	۴	.۱۹۹	۳۱	.۱۷۱
		۴	.۳۱۲	۳	.۲۸۴	۱	.۲۵۶	۴	.۲۲۸	۳	.۲۰۰	۲	.۱۷۲
		۳	.۳۱۳	۳	.۲۸۵	۳	.۲۵۷	۱	.۲۲۹	۱	.۲۰۱	۲	.۱۷۳
		۴	.۳۱۴	۳	.۲۸۶	۱	.۲۵۸	۱	.۲۳۰	۱	.۲۰۲	۱	.۱۷۴
		۴	.۳۱۵	۱	.۲۸۷	۲	.۲۵۹	۴	.۲۳۱	۴	.۲۰۳	۴	.۱۷۵
		۲	.۳۱۶	۲	.۲۸۸	۲	.۲۶۰	۱	.۲۳۲	۳	.۲۰۴	۴	.۱۷۶
		آزمون پایانی		۲	.۲۸۹	۱	.۲۶۱	۱	.۲۳۳	۴	.۲۰۵	۴	.۱۷۷
		فصل اول		۲	.۲۹۰	۱	.۲۶۲	۴	.۲۳۴	۱	.۲۰۶	۲	.۱۷۸
		۳	.۱	۱	.۲۹۱	۱	.۲۶۳	۴	.۲۳۵	۲	.۲۰۷	۳	.۱۷۹
		۴	.۲	۳	.۲۹۲	۳	.۲۶۴	۱	.۲۳۶	۱	.۲۰۸	۲	.۱۸۰
		۲	.۳	۲	.۲۹۳	۳	.۲۶۵	۱	.۲۳۷	۲	.۲۰۹	۱	.۱۸۱
		۲	.۴	۴	.۲۹۴	۴	.۲۶۶	۳	.۲۳۸	۳	.۲۱۰	۲	.۱۸۲
		۳	.۵	۲	.۲۹۵	۲	.۲۶۷	۱	.۲۳۹	۴	.۲۱۱	۱	.۱۸۳
		۱	.۶	۳	.۲۹۶	۳	.۲۶۸	۲	.۲۴۰	۴	.۲۱۲	۴	.۱۸۴
		۱	.۷	۴	.۲۹۷	۲	.۲۶۹	۲	.۲۴۱	۳	.۲۱۳	۲	.۱۸۵
		۲	.۸	۴	.۲۹۸	۱	.۲۷۰	۱	.۲۴۲	۳	.۲۱۴	۴	.۱۸۶
		۴	.۹	۱	.۲۹۹	۲	.۲۷۱	۱	.۲۴۳	۳	.۲۱۵	۳	.۱۸۷
		۴	.۱۰	۲	.۳۰۰	۲	.۲۷۲	۲	.۲۴۴	۴	.۲۱۶	۲	.۱۸۸
		۲	.۱۱	۴	.۳۰۱	۴	.۲۷۳	۳	.۲۴۵	۱	.۲۱۷	۳	.۱۸۹
		۳	.۱۲	۱	.۳۰۲	۲	.۲۷۴	۱	.۲۴۶	۳	.۲۱۸	۲	.۱۹۰
		۲	.۱۳	۲	.۳۰۳	۱	.۲۷۵	۲	.۲۴۷	۲	.۲۱۹	۳	.۱۹۱
		۲	.۱۴	۴	.۳۰۴	۱	.۲۷۶	۲	.۲۴۸	۲	.۲۲۰	۱	.۱۹۲
		۱	.۱۵	۳	.۳۰۵	۱	.۲۷۷	۳	.۲۴۹	۳	.۲۲۱	۱	.۱۹۳
		۱	.۱۶	۲	.۳۰۶	۴	.۲۷۸	۲	.۲۵۰	۴	.۲۲۲	۴	.۱۹۴
		۲	.۱۷	۴	.۳۰۷	۱	.۲۷۹	۱	.۲۵۱	۳	.۲۲۳	۲	.۱۹۵
		۱	.۱۸	۲	.۳۰۸	۱	.۲۸۰	۱	.۲۵۲	۴	.۲۲۴	۲	.۱۹۶

راهنبرد ۱

- اعداد زوج به صورت  $2q$  و اعداد فرد به صورت  $2q+1$  یا  $2q$  هستند که  $q$  عددی صحیح است. اگر  $x$  زوج (یا فرد) باشد،  $x^n$  هم زوج (یا فرد) است. برعکس هم درست است؛ اگر توانی از  $x$  زوج (یا فرد) باشد، خود  $x$  هم زوج (یا فرد) است. ( $n \in \mathbb{N}$ )
- جمع و تفریق دو عدد فرد، زوج می‌شود.
  - ضرب دو عدد فرد، فرد می‌شود.
  - جمع، تفریق و ضرب دو عدد زوج، زوج می‌شود.
  - جمع و تفریق یک عدد فرد با یک عدد زوج، فرد می‌شود.
  - اگر در ضرب تعدادی عدد، یک عدد زوج باشد، حاصل زوج می‌شود.
  - مجموعه اعداد صحیح زوج و فرد را به ترتیب با  $E$  و  $O$  نمایش می‌دهیم.

$x$  و  $x+1$  دو عدد صحیح متوالی هستند، پس حتماً یکی زوج و دیگری فرد بوده و ضرب آن‌ها زوج است، پس گزینه «۱» به ازای هر عدد صحیح درست بوده و مجموعه جواب برابر کل اعداد صحیح خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۲:** به ازای  $x=2$  حاصل  $x^2+1=5$  می‌شود که زوج نیست. خوب است توجه کنید مجموعه جواب گزاره‌نمای  $x^2+1 \in E$  اعداد فرد است، چون  $x^2$  باید فرد باشد تا جمع دو عدد فرد، زوج بشود.  $x^2$  فرد است پس  $x$  هم باید فرد باشد.
- گزینه ۳:** مجموعه جواب، اعداد صحیح زوج است نه کل اعداد صحیح.
- گزینه ۴:** مجموعه جواب برابر کل اعداد صحیح نیست، مثلاً اگر  $x=2$  باشد  $\frac{2}{2} \notin E$ .

- گزینه ۱:**  $2x+1$  همواره عددی فرد بوده، طبق راهنبرد ۱ مربع آن هم فرد است. پس با قراردادن هر عدد صحیح به گزاره‌ای درست می‌رسیم، بنابراین مجموعه جواب برابر با کل اعداد صحیح (دامنه) خواهد بود.
- گزینه ۲:**  $x+2x-1=4x-1$ . از طرفی  $4x$  زوج و  $-1$  فرد است، پس تفاضل آن‌ها فرد می‌شود. پس به ازای هر  $x \in \mathbb{Z}$ ، گزاره‌ای درست، خواهد بود.
- گزینه ۳:** اگر  $x=1$  بگیریم،  $1 \times 2 = 2$  می‌شود که عددی اول بوده و عضو مجموعه اعداد اول یا  $P$  است. بنابراین عدد ۲، عضو جواب‌های این گزاره‌نما نیست و همین گزینه پاسخ خواهد بود.
- در گزینه ۴ هیچ‌کدام از اعداد  $1, 4, 9, 16, \dots$  اول نیستند پس مربع هیچ عدد صحیحی اول نیست. هر عدد صحیح گزاره‌ای درست به دست می‌آید، یعنی در این گزینه هم  $S=D$  است.

راهنبرد ۲

اعدادی که مضرب  $n$  باشند، همواره به صورت  $nq$  نوشته می‌شوند که  $q$  عددی صحیح است. حاصل ضرب  $k$  عدد صحیح متوالی بر  $k!$  بخش‌پذیر است. مثلاً حاصل ضرب ۳ عدد صحیح متوالی همواره بر  $3! = 6$  بخش‌پذیر است.

عدد زوج اول را  $2x$  می‌گیریم. دو عدد زوج متوالی بعدی  $2x+2$  و  $2x+4$  خواهند بود؛ پس:

$$\frac{2x(2x+2)(2x+4)}{2(x+1) \cdot 2(x+2)} = \frac{8x(x+1)(x+2)}{\text{عدد متوالی}} = 8 \times 6q = 48q = 8(6q) = 8q'' = 16(2q) = 16q'''$$

پس بر هر سه عدد ۸، ۱۶ و ۴۸ همواره بخش‌پذیر است.

$$x(x^2-1)(x^2-4) = x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) = (x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)$$

عبارت داده‌شده حاصل ضرب ۵ عدد صحیح متوالی است، طبق راهنبرد ۲، همواره بر  $5! = 120$  بخش‌پذیر است. توجه دارید اگر عددی بر  $k$  بخش‌پذیر باشد، به مقسوم‌علیه‌های آن هم بخش‌پذیر است پس گزاره‌نمای داده‌شده به ازای اعداد صحیح بر هر ۴ گزینه بخش‌پذیر است ولی بزرگترین عدد برابر ۱۲۰ خواهد بود.

$p \vee q$  را ترکیب فصلی دو گزاره گفته و آن را به صورت  $p$  یا  $q$  می‌خوانیم.  $p \wedge q$  را ترکیب عطفی دو گزاره گفته و آن را به صورت  $p$  و  $q$  می‌خوانیم.

۳۲.

~ علامت ناقص بوده و  $\sim P$  به صورت چنین نیست که P خوانده می‌شود.

۳۳.

به  $\vee$  رابط فصلی (یا) و به  $\wedge$  رابط عطفی (و) می‌گوییم.

۳۴.

$p \vee q$  وقتی درست است که حداقل یکی از  $p, q$  درست باشند.  $p \wedge q$  وقتی درست است که هر دو درست باشند.

۳۵.

$p \wedge q$  وقتی درست است که هر دو درست باشند، پس اگر حداقل یکی از  $p$  و  $q$  نادرست باشد،  $p \wedge q$  نادرست می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اگر حداقل یکی از  $p$  و  $q$  درست باشد،  $p \vee q$  درست می‌شود.

گزینه ۲:  $p \vee q$  وقتی نادرست است که هر دو نادرست باشند.

گزینه ۳:  $p \wedge q$  وقتی نادرست است که حداقل یکی نادرست باشد.

۳۶.

اگر هر دوی  $p$  و  $q$  نادرست باشند، باز هم  $p \wedge q$  نادرست می‌شود. گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴ درست هستند. یک بار دیگر آن‌ها را بررسی کنید.

۳۷.

### راهنما ۳

برای نقیض کردن گزاره  $p$  به یکی از دو صورت می‌توانیم عمل بکنیم:

۱ اول گزاره، عبارت «چنین نیست که» آورده و دوباره گزاره  $P$  را می‌نویسیم.

۲ اگر  $P$  گزاره ساده باشد می‌توانیم فعل گزاره را منفی کنیم.

«چنین نیست که ۱۰ اول نباشد» همان جمله «۱۰ اول است» بوده و نقیض آن نخواهد بود.

۳۸.

$\wedge$  را به صورت «و» و  $\vee$  به صورت «یا» خوانده می‌شود. بنابراین  $p \wedge \sim q$  می‌شود:  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است و  $\frac{1}{2}$  دی ماه در پاییز است.

۳۹.

عدد ۶ مضرب ۲ نیست:  $\sim q$  عدد ۶ مضرب ۳ نیست:  $\sim p$

رابط فصلی « $\vee$ » به صورت «یا» خوانده می‌شود، پس به صورت گزینه ۳ خوانده می‌شود.

۴۰.

ولی همان معنای  $\vee$  یا  $\wedge$  را می‌دهد، پس «هوا آفتابی نیست ولی ابری است» می‌شود:

هوا آفتابی نیست و ابری است.  
 $\sim q \wedge \sim p$

۴۱.

نماد فاصل ( $\vee$ ) را به صورت یا می‌خوانیم. پس:

زوج نیست یا ۳۱ اول نیست.  
 $\sim q \vee \sim p$

توجه دارید که طبق قانون دمورگان  $\sim(p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$  پس  $\sim(p \wedge q)$  هم می‌تواند پاسخ تست باشد.

۴۲.

گزاره  $p \vee q$  وقتی درست است که حداقل یکی از  $p$  و  $q$  درست باشند. به عبارت دیگر هر دو نادرست نباشند.

گزاره‌های  $1+1=3$  و  $3 < 2$  هر دو نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها ( $\vee$ ) هم نادرست می‌شود. در سایر گزینه‌ها حداقل یکی درست

بوده و گزاره حاصل هم درست می‌شود.

۴۳.

ارزش گزاره‌های  $p$  و  $\sim p$  برعکس هم هستند. هم‌چنین  $p \wedge q$  فقط وقتی درست است که هر دوی  $p$  و  $q$  درست باشند ( $2 \geq 3$ )  $\sim$  می‌شود

$2 < 3$  که درست است.  $1+1=2$  هم درست است، پس گزینه «۲» درست می‌شود. در سایر گزینه‌ها حداقل یکی از گزاره‌های  $p$  و  $q$  نادرست

بوده، پس  $p \wedge q$  نادرست می‌شود.

۴۴. ۲ ۳ ۴

$(2 \in \mathbb{O}) \sim$  می‌شود  $2 \in \mathbb{O}$ . چون ۲ فرد نیست، این گزاره نادرست بوده و گزینه «۱» نادرست می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

$(3 \in \mathbb{O}) \sim$  می‌شود  $3 \in \mathbb{O}$  که درست است، پس ترکیب  $\vee$  با هر گزاره دیگری درست خواهد بود.

**گزینه ۳:**  $(\frac{1}{2} \in \mathbb{R}) \sim$  می‌شود  $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$  که درست است.  $(1 \in \mathbb{E}) \sim$  هم می‌شود  $1 \in \mathbb{E}$  که درست است، چون ۱، عدد زوج نیست، پس ترکیب  $\wedge$  (عطفی) این دو گزاره درست است.

**گزینه ۴:** نیز  $(\frac{2}{2} \in \mathbb{R})$  درست و  $(2 \times 2 = 5)$  نادرست است اما ترکیب فصلی آن‌ها درست است.

۴۵. ۱ ۲ ۳

**راهنمای ۴**

از بین  $p$  و  $\sim p$  همواره یکی درست و دیگری نادرست است. پس  $\sim p \vee p$  همواره درست و  $\sim p \wedge p$  همواره نادرست است. به زبان ریاضی اگر  $T$  گزاره همواره درست و  $F$  همواره نادرست باشد:

$$\sim p \wedge p \equiv F \quad \sim p \vee p \equiv T$$

۴۶. ۱ ۲ ۳ ۴

$p \vee q$  وقتی درست است حداقل یکی درست باشد.  $T$  گزاره‌ای همواره درست پس  $p \vee T$  همواره درست می‌شود. خوب است توجه کنید  $p \wedge T$  فقط وقتی درست می‌شود که  $p$  درست باشد.  $p \wedge F$  همواره نادرست است و  $p \vee F$  فقط وقتی درست می‌شود که  $p$  درست باشد. بنابراین می‌توانیم بگوییم  $p \vee F \equiv p$  و  $p \wedge T \equiv p$

۴۷. ۱ ۲ ۳

**روش اول:**

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	د
ن	ن	د	ن

اگر هر دو ستون  $\sim p$  و  $q$  درست باشد، درست می‌شود.

ترتیب نوشتن ردیف‌ها اهمیتی ندارد، پس گزینه «۴» می‌تواند درست باشد.

**راهنمای ۵**

برای حل این گونه تست‌ها نیازی به بررسی همه حالت‌ها نیست. فقط تعداد حالت‌های درست را به دست آورده و با گزینه‌ها مقایسه کنید.

**روش دوم:**  $\sim p \wedge q$  فقط وقتی درست می‌شود که  $q$  و  $\sim p$  هر دو درست باشند یعنی  $q$  درست و  $p$  نادرست باشد. به عبارت دیگر فقط در همین یک حالت  $\sim p \wedge q$  درست و در سایر حالت‌ها نادرست است. پس گزینه «۴» درست است.

۴۸. ۱ ۲ ۳ ۴

طبق راهنمای ۵،  $p \wedge q$  فقط در یک حالت درست ( $p$  و  $q$  هر دو  $T$ ) و در سایر حالت‌ها نادرست است. پس:  $\sim(p \wedge q)$  فقط در یک حالت نادرست و در ۳ حالت درست است. گزینه «۲» پاسخ خواهد بود.

۴۹. ۱ ۲ ۳ ۴

طبق راهنمای ۵ عمل می‌کنیم. اگر  $p$  درست باشد گزاره حتماً درست است (تا اینجا از ۴ حالت، ۲ حالت درست می‌شود). اگر  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد  $p \vee q$  درست و  $\sim(p \vee q)$  نادرست و لذا گزاره نادرست می‌شود. اگر  $p$  نادرست و  $q$  هم نادرست باشد  $p \vee q$  نادرست و  $\sim(p \vee q)$  درست و کل گزاره درست می‌شود. پس در سه حالت گزاره درست و فقط در یک حالت نادرست است.

۵۰. ۱ ۲ ۳ ۴

در جدول ارزش درستی، ستون‌های  $\sim p, q, \sim p, \sim p \vee q$ ، یعنی ۴ ستون وجود دارد.

۵۱. ۱ ۲ ۳ ۴

$p \vee q$  وقتی درست که حداقل یکی درست باشد پس این گزاره درست است اما  $p \wedge q$  وقتی درست است که هر دو درست باشند پس  $p \wedge q$  نادرست می‌شود.



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$\overline{\sim p \vee q} \Rightarrow \text{نادرست} \quad \overline{p \wedge \sim q} \Rightarrow \text{درست}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

چون یکی درست است  $p \vee q$  درست و  $\sim(p \vee q)$  نادرست است. همچنین هر دوی  $p$  و  $q$  درست نیستند، پس  $p \wedge q$  نادرست و  $\sim(p \wedge q)$  درست می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\overline{\sim p \wedge \sim q} \Rightarrow \text{درست} \quad \overline{(p \wedge q) \vee q} \Rightarrow \text{نادرست}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$\overline{(p \wedge q) \vee \sim p} \Rightarrow \text{درست} \quad \overline{(q \wedge p) \vee (p \vee q)} \Rightarrow \text{درست}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$q$  نادرست است پس  $p \wedge q$  نادرست بوده پس  $\sim(p \wedge q)$  درست می‌شود. از طرفی  $\sim p$  و  $\sim q$  هر دو درست بوده، پس  $\sim p \vee \sim q$  هم درست می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

اگر  $p$  نادرست باشد،  $p \wedge q$  نادرست می‌شود، پس گزینه‌های «۱» و «۳» رد می‌شوند. اگر  $p$  درست باشد، گزینه‌های «۲» و «۴» هر دو درست هستند. اما اگر  $p$  نادرست باشد،  $p \wedge q$  نادرست و  $\sim(p \wedge q)$  درست می‌شود. پس در این حالت هم گزینه «۲» درست است. یعنی:

$$p \vee \sim(p \wedge q) \equiv T$$

توجه دارید در گزینه «۴»، اگر  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد، ارزش گزاره حاصل نادرست می‌شود، پس همواره درست نخواهد بود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

اگر حداقل یکی از  $p$  و  $q$  نادرست باشد،  $p \wedge q$  نادرست و لذا در این حالت گزینه «۲» نادرست است. اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند، در این حالت  $p \vee q$  درست ولی  $\sim(p \vee q)$  نادرست می‌شود. پس در این حالت هم گزینه «۲» نادرست می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

اگر  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند، گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» درست هستند؛ چون اگر یکی از گزاره‌های  $\square$  یا  $\Delta$  درست باشد،  $\square \vee \Delta$  درست می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

اگر  $p$  نادرست باشد  $p \wedge \square$  نادرست است، پس حداقل دو حالت نادرست در ستون پایانی داریم (رد گزینه‌های «۱» و «۳»). ستون سوم گزینه «۲» نادرست است، چون اگر حداقل یکی از  $p$  و  $q$  درست باشد،  $p \vee q$  درست می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

رابطه‌های  $\vee$  و  $\wedge$  خاصیت جابه‌جایی دارند، یعنی:  $p \wedge q \equiv q \wedge p$  و  $p \vee q \equiv q \vee p$ . از طرفی  $\sim(\sim q) \equiv pq$ : پس گزینه «۴» درست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

### راهنمای ۶

$T$  همواره درست است، پس اگر  $p$  درست باشد،  $p \wedge T$  درست می‌شود و اگر  $p$  نادرست باشد،  $p \wedge T$  نادرست می‌شود. پس  $p \wedge T \equiv p$ . از طرفی  $F$  همواره نادرست است، پس ارزش  $p$  هرچه باشد ارزش  $p \vee F$  هم همان می‌شود، یعنی  $p \vee F \equiv p$ . توجه دارید که چون  $F$  نادرست است  $p \wedge F \equiv F$ .

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

طبق قوانین دمورگان داریم:

یعنی هر دو  $p$  و  $q$  نقیض شده و علامت بین آن‌ها عوض می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

گزینه‌ها را یکی یکی ساده می‌کنیم. طبق قانون دمورگان داریم:

$$\begin{aligned} \sim(p \wedge \sim q) &\equiv \sim p \vee q \checkmark \\ \sim(p \vee \sim q) &\equiv \sim p \wedge q \\ \sim(p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \end{aligned}$$