مهروماه

به نام پروردگار مهربان

کنکور جدید

فیزیک جامع

پایه دهم و یازدهم

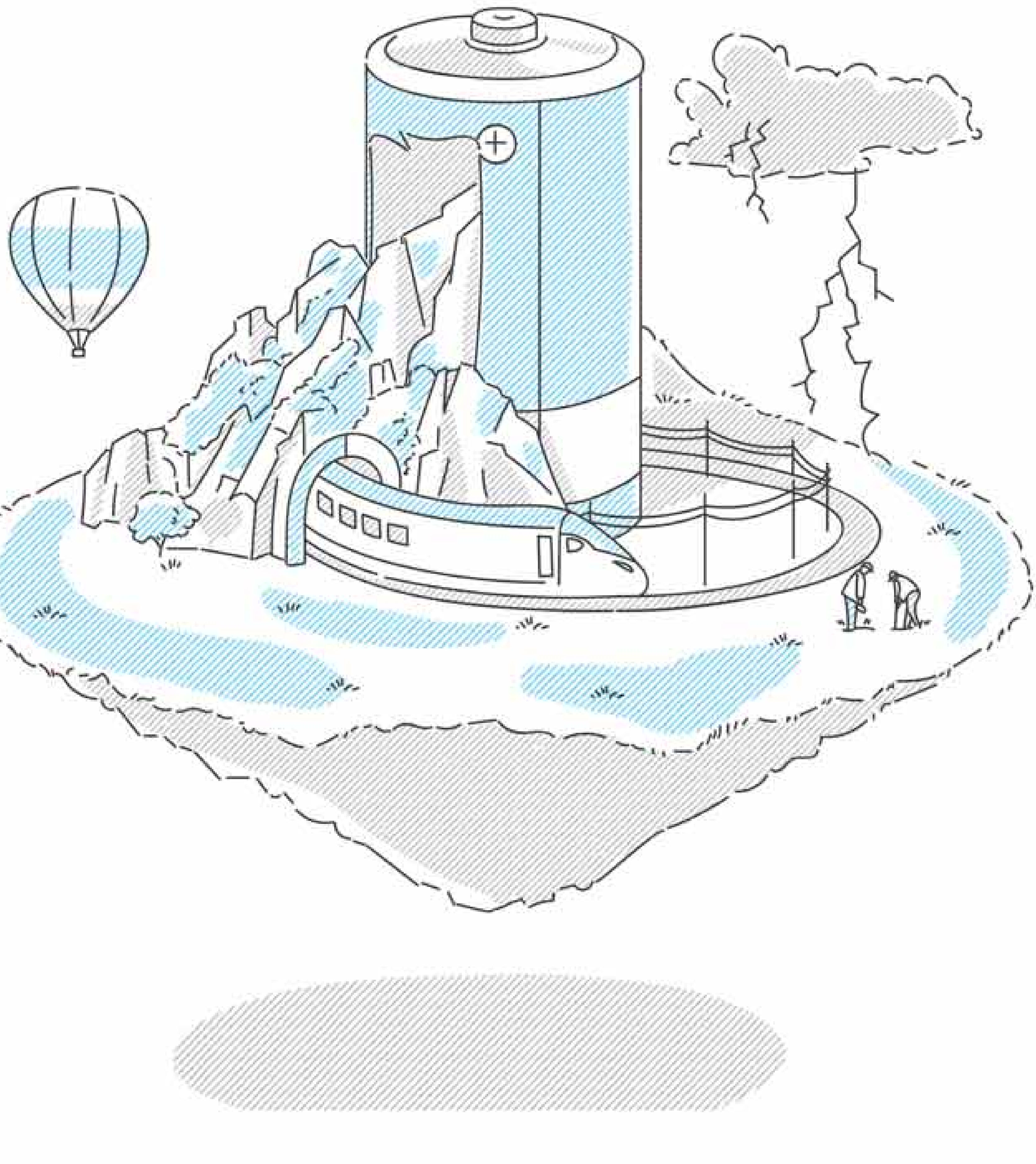
رشته تجربی

پاسخ‌های تشریحی

جلد دوم

• نصرالله افاضل • مصطفی کیانی • کاظم اسکندری • یاشار انگوتی

مدیر و ناظر علمی گروه فیزیک: نصرالله افاضل



مقدمه

دانش‌آموز گرامی؛

پیش از استفاده از این کتاب، خوب است گپ کوتاهی با هم داشته باشیم. در جلد اول کتاب فیزیک جامع کوشیده‌ایم تست‌های جامع و کامل و در سطوح آموزشی ساده تا بسیار دشوار (همان یک گام فراتر) برایتان فراهم و طراحی کنیم. این‌که چه‌قدر در این خدمت موفق بوده‌ایم را شما باید مشخص کنید. دوست داریم نظرات گران‌سنگ خود را برایمان ارسال کنید.

اما بدانید که سؤالِ خوب، پاسخ خوب هم لازم دارد. در این قسمت هم کوشیده‌ایم تا پاسخ‌های کامل با راه‌حل‌های گوناگون تستی و مفهومی برایتان بیاوریم. بنابراین اگر تستی را درست هم پاسخ دادی، باز هم پاسخ تشریحی آن را بخوان، شاید یک روش دیگر یا نکتهٔ ریز یا تذکر دیگری را هم دیدی. مهم‌تر از همه این‌که علاوه‌بر درس‌نامه‌های هر مبحث، راهبردهای آموزشی بسیار جامع را برایتان آماده کرده‌ایم تا یادگیری لذت‌بخش و مفاهیم برای شما به‌یاد ماندنی باشد. راهبردها، تکمیل‌کنندهٔ درس‌نامه‌ها هستند. برای آن که از دشواری مطالعه کاسته شود، همهٔ مفاهیم آموزشی را در هر مبحث، یک‌جا بیان نکرده‌ایم.

همان‌طور که در مقدمهٔ جلد اولِ این کتاب ذکر کردم، در هر مبحث اگر ابتدا تست‌هایی که با نشانِ P مشخص کرده‌ایم را پاسخ دهید، با مراجعه به پاسخ آن‌ها، راهبردهای آموزشی را نیز خواهید آموخت. به‌این ترتیب آمادگی بیشتری برای پاسخ سایر تست‌های آن مبحث خواهید داشت.

لازم می‌دانم علاوه‌بر همهٔ همکاران بزرگوار مهروماه به‌ویژه جناب آقای احمد اختیاری مدیر فرزانه انتشارات و استاد محمدحسین انوشه مدیر شورای تالیف، از سرکار خانم مریم تاجداری، سمیه امیدی و رویا طبسی که در صفحه‌آرایی این جلد، گروه تولید انتشارت را یاری دادند سپاسگزاری ویژه داشته باشم.

نصرالله افاضل

مدیر و ناظر علمی گروه فیزیک

فهرست

فصل ۱: فیزیک و اندازه‌گیری ۵

فصل ۲: کار، انرژی و توان ۳۹

فصل ۳: ویژگی‌های فیزیکی مواد ۱۳۹

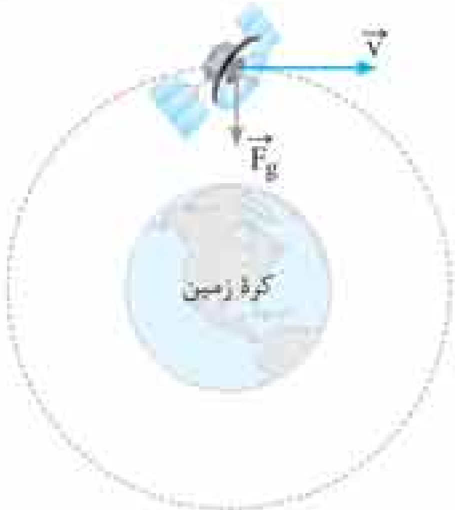
فصل ۴: دما و گرما ۲۱۷

فصل ۵: الکتریسیتهٔ ساکن ۳۵۳

فصل ۶: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم ۴۵۱

فصل ۷: مغناطیس و القای الکترومغناطیسی ۵۳۵

۱۰۸. گزینه ۳



مطابق شکل تنها نیروی وارد بر ماهواره، نیروی گرانشی است که از سمت کرهٔ زمین وارد می‌شود (F_g).
این نیرو در هر لحظه شعاعی و عمود بر سرعت و جابه‌جایی ماهواره است.
طبق تعریف کار ($W = Fd\cos\theta$) چون همیشه زاویه θ برابر با ۹۰° است، در نتیجه کار نیروی گرانش صفر است، حالا طبق قضیهٔ کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} W_t = \Delta K \\ W_t = W_{F_g} = ۰ \end{matrix} \Rightarrow \Delta K = ۰ \Rightarrow K_۲ - K_۱ = ۰ \Rightarrow K_۲ = K_۱$$

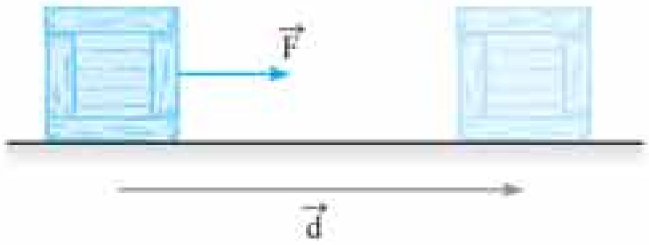
یعنی انرژی جنبشی ماهواره همواره ثابت است.

۱۰۹. گزینه ۲

چون سطح افقی بدون اصطکاک است، تنها نیرویی که بر جسم وارد می‌شود و روی آن کار انجام می‌دهد، نیروی شخص (کشش نخ) است. در نتیجه کار برایند نیروها برابر با کار شخص است (دقت کنید که نیروی وزن و عمودی سطح به علت عمود بودن بر مسیر حرکت کار انجام نمی‌دهند). در نتیجه با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی به سادگی می‌توانیم کار شخص روی جسم را محاسبه کنیم:

$$\begin{matrix} W_t = \Delta K \\ W_t = W_{\text{شخص}} \end{matrix} \Rightarrow W_{\text{شخص}} = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow W_{\text{شخص}} = \frac{۱}{۲}\times ۰/۴(۸^۲ - ۴^۲) = ۹/۶\,J$$

۱۱۰. گزینه ۴



مطابق شکل جسمی به جرم m را روی یک سطح افقی بدون اصطکاکی فرض کنید که توسط نیروی ثابت و افقی F در حال حرکت است. کار نیروی F پس از d متر جابه‌جایی برابر است با:

$$W = Fd\cos\theta \xrightarrow{\theta=۰} W_F = Fd\cos ۰ = Fd$$

نیروی F تنها نیرویی است که روی جسم کار انجام می‌دهد و کار آن برابر با کار کل انجام شده روی جسم است. در نتیجه طبق قضیهٔ کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} W_t = \Delta K \\ W_t = W_F \end{matrix} \Rightarrow W_F = \Delta K = K_۲ - \underbrace{K_۱}_{۰} = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{W_F = Fd} Fd = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

از رابطهٔ فوق v (تندی) را محاسبه می‌کنیم:

$$v^۲ = \frac{۲Fd}{m} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} v = \sqrt{\frac{۲Fd}{m}}$$

حالا با استفاده از رابطهٔ به دست آمده برای v می‌توانیم تندی دو جسم A و B را پس از جابه‌جایی d محاسبه کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{۲Fd}{m}} \Rightarrow \begin{matrix} \xrightarrow{m_A = m} v_A = \sqrt{\frac{۲Fd}{m}} \\ \xrightarrow{m_B = ۲m} v_B = \sqrt{\frac{۲Fd}{۲m}} \end{matrix} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{۲} \Rightarrow v_A = \sqrt{۲}\,v_B$$

۱۱۱. گزینه ۱

طبق قضیهٔ کار و انرژی، کار نیروی خالص (کار کل) در طی یک جابه‌جایی مستقل از مسیر حرکت بوده و فقط از تغییر انرژی جنبشی جسم در ابتدا و انتهای جابه‌جایی به‌دست می‌آید. یعنی در حل این تست اصلاً نیازی به توجه به مسیر حرکت نیست و به سادگی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times(۵^۲ - ۱۰^۲) = -۷/۵\,J$$

تذکر: چون تندی جسم کاهش یافته است، کار نیروی خالص حتماً منفی است.

۱۱۲. گزینه ۳

گام اول با استفاده از انرژی جنبشی اولیه جسم، جرم جسم را محاسبه می‌کنیم: $K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow[v_۱ = ۱۰\,m/s]{K_۱ = ۱۰۰\,J} ۱۰۰ = \frac{۱}{۲}\times m \times ۱۰^۲ \Rightarrow m = ۲\,kg$

گام دوم طبق قضیهٔ کار و انرژی کار کل انجام شده روی جسم (W_t) مستقل از مسیر حرکت جسم است و برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است:

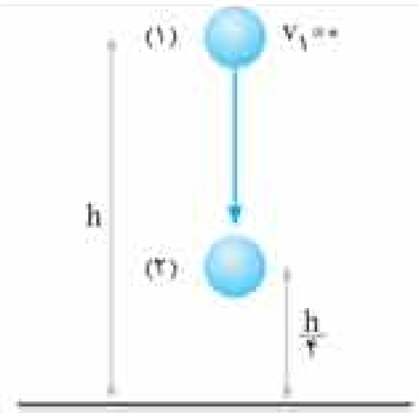
قضیهٔ کار و انرژی: $W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - K_۱ \xrightarrow[m=۲\,kg,\ v_۲ = ۲۰\,m/s]{K_۱ = ۱۰۰} W_t = \frac{۱}{۲}\times ۲\times ۲۰^۲ - ۱۰۰ = ۴۰۰ - ۱۰۰ = ۳۰۰\,J$

۱۱۳. گزینه ۴

کار کل انجام شده روی گلوله در طی این جابه‌جایی مستقل از مسیر حرکت گلوله است و طبق قضیهٔ کار و انرژی ($W_t = \Delta K$) برابر با تغییر انرژی جنبشی گلوله است:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}\times ۲(۱۰^۲ - ۲۰^۲) = -۳۰۰\,J$$

۱۸۶. گزینه ۲



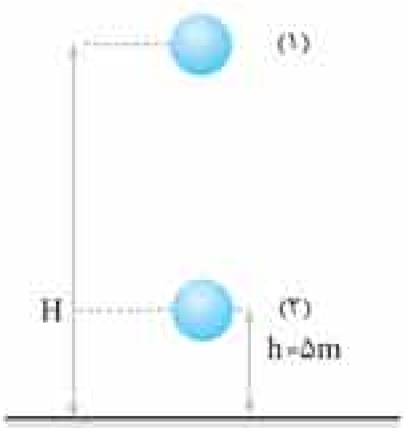
سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب می‌کنیم و انرژی مکانیکی جسم را در نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$E_1 = U_1 + \cancel{K_1} = mgh$$
$$E_2 = U_2 + K_2 = mg(\frac{h}{4}) + \frac{1}{2}mv_2^2$$

طبق پایستگی انرژی مکانیکی $E_1 = E_2$ است:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{m}\,gh = \cancel{m}\,g(\frac{h}{4}) + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{3}{2}gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{3}{2}gh}$$

۱۸۷. گزینه ۲



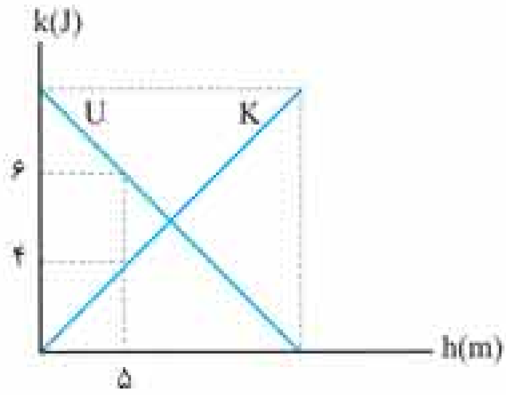
طبق نمودار مسأله مشخص است که انرژی جنبشی جسم در ارتفاع ۵ متری از سطح زمین (نقطه ۲) برابر با $200\,J$ است. انرژی مکانیکی جسم در نقاط ۱ و ۲ را می‌نویسیم و با استفاده از پایستگی انرژی ارتفاع اولیه جسم (H) را محاسبه می‌کنیم.

$$E_1 = U_1 + \cancel{K_1} = mgh + 0 = 2\times10\times H = 20H$$
$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + 200 = 2\times10\times5 + 200 = 300\,J$$

چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، $E_1 = E_2$ است:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 20H = 300 \Rightarrow H = 15\,m$$

۱۸۸. گزینه ۳



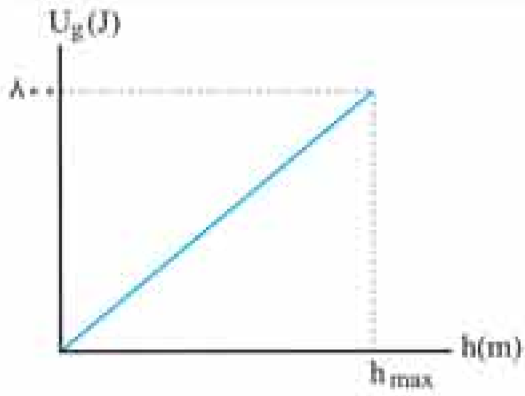
چون گلوله در شرایط خلأ رها شده است، انرژی مکانیکی آن ثابت است. طبق نمودار مقابل انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی گلوله در یک ارتفاع مشخص است، در نتیجه انرژی مکانیکی گلوله برابر است با:

$$E = U + K \xrightarrow[K=4J]{U=6J} E = 6 + 4 = 10\,J$$

بیشینهٔ تندی گلوله هنگامی رخ می‌دهد که تمام انرژی گلوله به‌صورت انرژی جنبشی است و انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است:

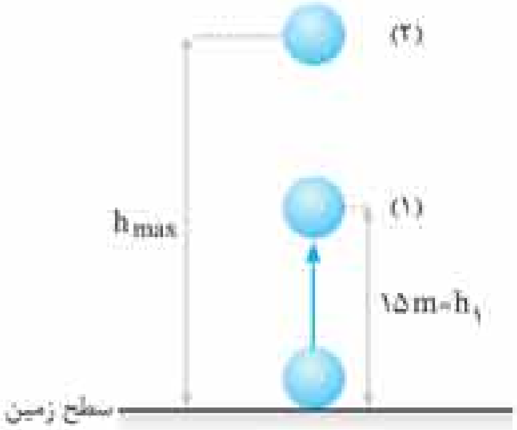
$$E = \cancel{U} + K_{max} \Rightarrow K_{max} = 10 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 10 \Rightarrow \frac{1}{2}\times0/2\times v_{max}^2 = 10$$
$$\Rightarrow v_{max}^2 = 100 \Rightarrow v_{max} = 10\,m/s$$

۱۸۹. گزینه ۱



با استفاده از نمودار انرژی مکانیکی جسم را محاسبه می‌کنیم. جسم در بیشینه ارتفاع خود فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد و می‌توان نوشت:

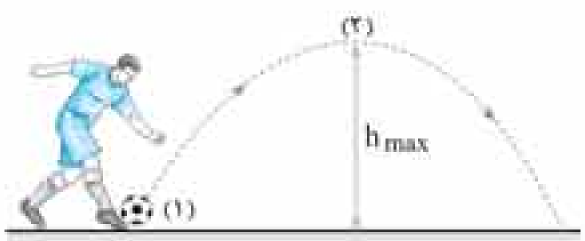
$$E = U + K \xrightarrow[K=0,\ U=800J]{\text{نقطه اوج}} E = 800 + 0 = 800\,J$$



چون گلوله در شرایط خلأ پرتاب شده است، انرژی مکانیکی آن در طول مسیر ثابت و برابر با $800\,J$ است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + \cancel{K_2} = 800\,J$$
$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 800 \Rightarrow 4\times10\times15 + \frac{1}{2}\times4\times v_1^2 = 800$$
$$\Rightarrow v_1^2 = 100 \Rightarrow v_1 = 10\,m/s$$

۱۹۰. گزینه ۳



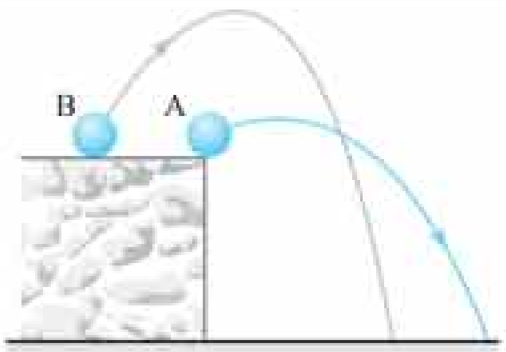
سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی توپ را در نقاط ۱ و ۲ محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = \cancel{U_1} + K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m\times20^2 = 200\,m$$
$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh_{max} + \frac{1}{2}mv_2^2 = m\times10\times h_{max} + \frac{1}{2}m\times16^2$$

چون گلوله در شرایط خلأ پرتاب شده است، انرژی مکانیکی آن ثابت است، یعنی می‌توان نوشت:

$$E_1=E_2 \Rightarrow \cancel{m}\,gh+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2=\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_2^2 \Rightarrow v_2^2=v_1^2+2gh \Rightarrow v_2^2=30^2+2\times 10\times 45=1800 \Rightarrow v_2=30\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$$

۱۹۵. گزینه ۲



گام اول تندی برخورد به زمین گلوله‌ای به جرم m را که با تندی v از ارتفاع h پرتاب شده است را محاسبه می‌کنیم. بدین منظور سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_1=E_2 \Rightarrow K_1+U_1=K_2+\cancel{U_2}^{\,0} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2+\cancel{m}\,gh=\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2=v_1^2+2gh \Rightarrow v_2=\sqrt{v_1^2+2gh}$$

مشاهده می‌کنید که در رابطه به‌دست آمده برای تندی برخورد گلوله با زمین، اثری از جرم (m) وجود ندارد و فقط ارتفاع پرتاب و تندی اولیه مهم است، درنتیجه هر دو گلوله A و B با تندی یکسانی با زمین برخورد می‌کنند: $v_A=v_B$

گام دوم حالا به سراغ مقایسه انرژی مکانیکی دو گلوله A و B هنگام برخورد با زمین می‌رویم. اگر سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، دو گلوله هنگام برخورد با زمین فقط انرژی جنبشی دارند، در نتیجه انرژی مکانیکی هر یک برابر است با:

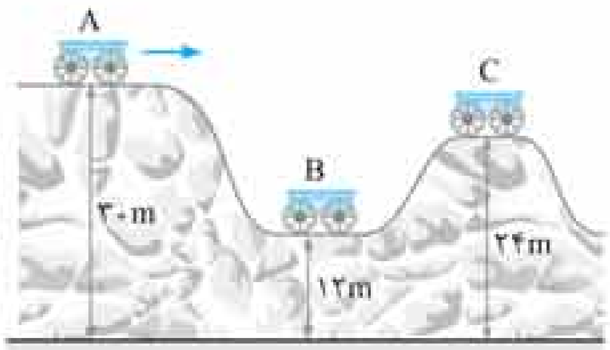
$$E_A=\cancel{U_A}^{\,0}+K_A=\frac{1}{2}mv_A^2$$

$$E_B=\cancel{U_B}^{\,0}+K_B=\frac{1}{2}(2m)v_B^2$$

در گام اول متوجه شدیم که $v_A=v_B$ است، در نتیجه گلولهٔ B به دلیل بیشتر دارای انرژی مکانیکی بیشتر است، در نتیجه می‌توان نوشت: $E_B>E_A$

امیدوارم الان همگی با خیال راحت گزینهٔ «۲» را انتخاب کنید.

۱۹۶. گزینه ۴



سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته و با استفاده از رابطه $E=U+K$، انرژی مکانیکی ارابه را در نقاط A، B و C محاسبه می‌کنیم:

$$E_A=U_A+\cancel{K_A}^{\,0}=mgh_A$$

$$E_B=U_B+K_B=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_C=U_C+K_C=mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2$$

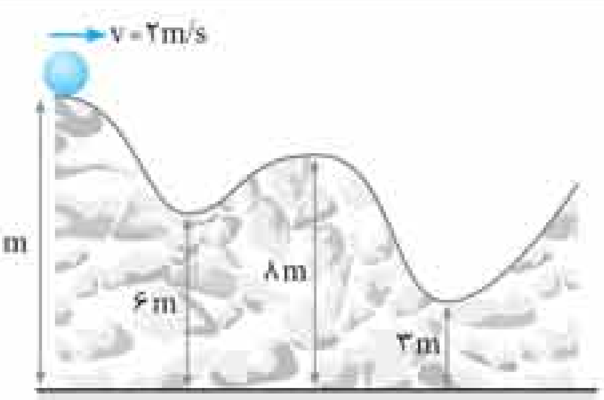
چون اصطکاک ناچیز است، درنتیجه انرژی مکانیکی ارابه ثابت است و می‌توانیم v_B و v_C را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} E_A=E_B \Rightarrow \cancel{m}\,gh_A=\cancel{m}\,gh_B+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_B^2 \Rightarrow 10\times 30=10\times 12+\frac{1}{2}\times v_B^2 \Rightarrow v_B^2=360 \Rightarrow v_B=\sqrt{360}\ \mathrm{m/s} \\ E_A=E_C \Rightarrow \cancel{m}\,gh_A=\cancel{m}\,gh_C+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_C^2 \Rightarrow 10\times 30=10\times 24+\frac{1}{2}\times v_C^2 \Rightarrow v_C^2=120 \Rightarrow v_C=\sqrt{120}\ \mathrm{m/s} \end{cases}$$

حالا به سادگی می‌توانیم $\frac{v_B}{v_C}$ را محاسبه کنیم:

$$\frac{v_B}{v_C}=\frac{\sqrt{360}}{\sqrt{120}}=\sqrt{\frac{360}{120}}=\sqrt{3}$$

۱۹۷. گزینه ۳



با صرف‌نظر از نیروی اصطکاک، انرژی مکانیکی گلوله ثابت است. همچنین می‌دانیم انرژی مکانیکی از رابطه $E=U+K$ به‌دست می‌آید. چون E ثابت است، در نتیجه هر چقدر انرژی پتانسیل گرانشی (U) کمتر باشد، انرژی جنبشی (K) و در نتیجه تندی گلوله بیشتر خواهد بود. اگر سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کنیم، کم‌ترین مقدار انرژی پتانسیل گرانشی گلوله وقتی است که ارتفاع آن از سطح زمین برابر با 3m است و این یعنی در این نقطه انرژی جنبشی و در نتیجه تندی گلوله بیشینه مقدار خود را دارد. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی این بیشینه تندی را محاسبه می‌کنیم:

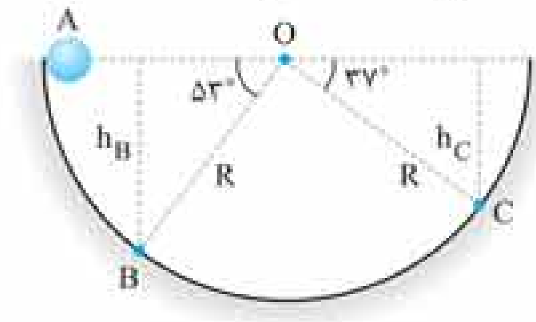
$$E_1=E_2 \Rightarrow U_1+K_1=U_2+K_2 \Rightarrow \cancel{m}\,gh_1+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2=\cancel{m}\,gh_2+\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_2^2$$

$$\Rightarrow 10\times 10+\frac{1}{2}\times 2^2=10\times 3+\frac{1}{2}\times v_2^2 \Rightarrow v_2^2=144 \Rightarrow v_2=v_{max}=\sqrt{144}=12\ \mathrm{m/s}$$

۲۰۱. گزینه ۱

گام اول اختلاف ارتفاع نقاط B و C را از نقطه A محاسبه می‌کنیم:

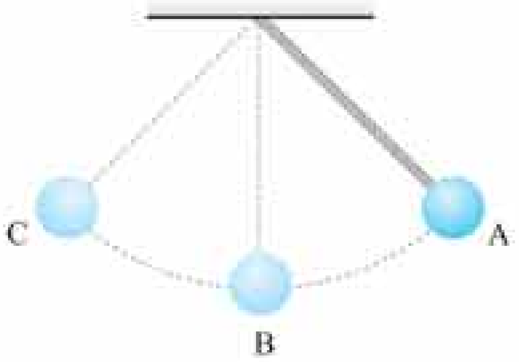
$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \quad \begin{cases} \sin ۵۳^\circ = \frac{h_B}{R} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{h_B}{R} \Rightarrow h_B = \frac{۴}{۵}R \\ \sin ۳۷^\circ = \frac{h_C}{R} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{h_C}{R} \Rightarrow h_C = \frac{۳}{۵}R \end{cases}$$



گام دوم چون گلوله بدون تندی اولیه از نقطه A رها شده است، با استفاده از رابطه $v = \sqrt{۲gh}$ تندی آن را در نقاط B و C محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_B = \sqrt{۲gh_B} \\ v_C = \sqrt{۲gh_C} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{۲gh_B}}{\sqrt{۲gh_C}} = \sqrt{\frac{h_B}{h_C}} \xrightarrow[h_C = \frac{۳}{۵}R]{h_B = \frac{۴}{۵}R} \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{\frac{۴}{۵}R}{\frac{۳}{۵}R}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{۴}{۳}}$$

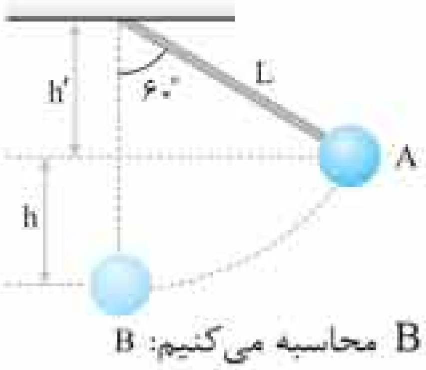
۲۰۲. گزینه ۲



آونگ مطابق شکل مقابل نوسان می‌کند. چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی آونگ در تمام نقاط حرکت آن ثابت است $(E_A = E_B = E_C)$ در نقاط A و C گلوله آونگ متوقف می‌شود و انرژی جنبشی آن صفر می‌شود. در نتیجه در این دو نقطه تمام انرژی مکانیکی به‌صورت انرژی پتانسیل گرانشی است (U_{max}). حالا اگر نقطه B را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کنیم، انرژی پتانسیل گرانشی آونگ در این نقطه صفر است و تمام انرژی مکانیکی به‌صورت انرژی جنبشی است (K_{max}). در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E_A = U_A + \cancel{K_A} \Rightarrow E_A = U_{max} \\ E_B = \cancel{U_B} + K_B \Rightarrow E_B = K_{max} \end{cases} \Rightarrow E_A = E_B \Rightarrow U_{max} = K_{max} \Rightarrow \frac{U_{max}}{K_{max}} = ۱$$

۲۰۳. گزینه ۳



گام اول با استفاده از شکل مقابل ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:

$$\cos ۶۰^\circ = \frac{h'}{L} \Rightarrow h' = L\cos ۶۰^\circ = ۴۰ \times \frac{۱}{۲} = ۲۰\,cm$$

$$h = L - h' = ۴۰ - ۲۰ = ۲۰\,cm \Rightarrow h = ۰/۲\,m$$

البته همان‌طور که قبلاً گفته‌ایم، h را می‌توانستیم از رابطه $h = L(۱ - \cos\theta)$ محاسبه کنیم.

گام دوم نقطه B را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = U_A + \cancel{K_A} = mgh + ۰$$

$$E_B = U_B + K_B = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$

گام سوم چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی آونگ در طی حرکتش ثابت است و می‌توان نوشت:

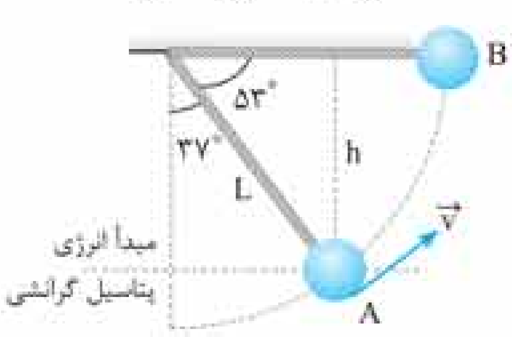
$$E_A = E_B \Rightarrow \cancel{m}gh = \frac{۱}{۲}\cancel{m}v_B^۲ \Rightarrow v_B = \sqrt{۲gh} \xrightarrow{h = ۰/۲\,m} v_B = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۰/۲} = ۲\,m/s$$

نکته: توجه کنید که نتیجه به‌دست آمده برای v_B تکراری است و همان‌طور که بارها در مسائل مختلف دیده‌اید، هنگامی که جسمی بدون تندی اولیه در یک مسیر بدون اصطکاک به اندازه h سقوط می‌کند، تندی آن از رابطه $v_B = \sqrt{۲gh}$ محاسبه می‌شود.

۲۰۴. گزینه ۲

گام اول با استفاده از شکل مقابل، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:

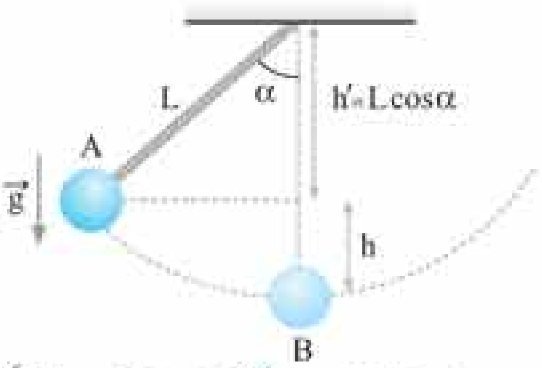
$$\sin ۵۳^\circ = \frac{h}{L} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{h}{۱/۲۵} \Rightarrow h = ۱\,m$$



گام دوم نقطه A را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی گلوله در نقاط A و B را می‌نویسیم. توجه کنید چون ما به دنبال کمترین مقدار v در نقطه A هستیم، یعنی گلوله به زحمت خود را به نقطه B می‌رساند و در نتیجه در نقطه B تندی آونگ و انرژی جنبشی آن صفر است:

گام سوم چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی آونگ ثابت است و این یعنی گلوله آونگ در ابتدا و انتهای مسیر باید در ارتفاع یکسانی باشد. با امتداد ارتفاع آونگ در نقطه A به نقطه C می‌رسیم. طبق شکل مشخص است که زاویه‌ای که راستای آونگ $(O'C)$ با امتداد قائم می‌سازد برابر با 90° است.

۲۰۸. گزینه ۳



گام اول ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم: $h = L - h' = L - L\cos\alpha = L(1-\cos\alpha)$

گام دوم گلولهٔ آونگ هنگام عبور از پایین‌ترین نقطه مسیرش (نقطه B) کمترین میزان انرژی پتانسیل گرانشی و بیشترین میزان انرژی جنبشی و تندی را دارد.

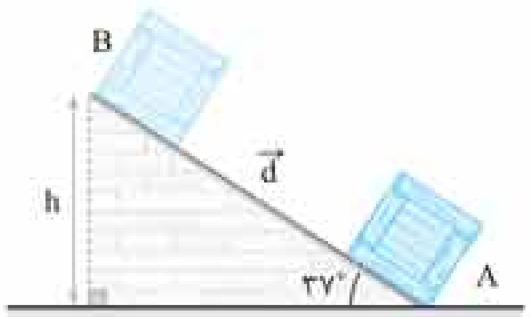
گام سوم نقطه B را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} E_A = U_A + \cancel{K_A} = mgh_A + 0 \\ E_B = \cancel{U_B} + K_B = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \xrightarrow{E_A = E_B} \cancel{m}\, gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

گام چهارم h را از گام اول در رابطه فوق قرار می‌دهیم و بیشینه تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B = \sqrt{2gh} \xrightarrow{h = L(1-\cos\alpha)} v_{max} = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$$

۲۰۹. گزینه ۱



گام اول نقطهٔ A را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی جسم را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که جسم تا جایی روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود که تندی آن صفر شود $(K_B = 0)$:

$$E_A = \cancel{U_A} + K_A = 0 + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$E_B = U_B + K_B = mgh + 0$$

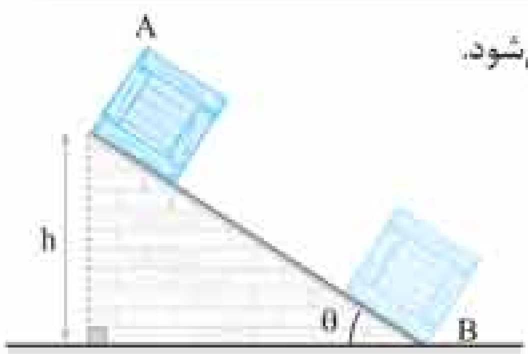
گام دوم چون مسیر بدون اصطکاک است انرژی مکانیکی جسم ثابت است:

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_A^2 = \cancel{m}\, gh \xrightarrow{v_A = 20\,m/s} \frac{1}{2}\times 20^2 \Rightarrow 10\times h \Rightarrow h = 20\,m$$

گام سوم با استفاده از تعریف سینوس، جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{20}{d} \Rightarrow d = \frac{100}{3}\,m$$

۲۱۰. گزینه ۳



گام اول یک سطح شیب‌دار با زاویه دلخواه θ در نظر می‌گیریم که جسمی روی آن از ارتفاع h رها می‌شود.

گام دوم سطح زمین (نقطه B) را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = U_A + \cancel{K_A} = mgh + 0$$

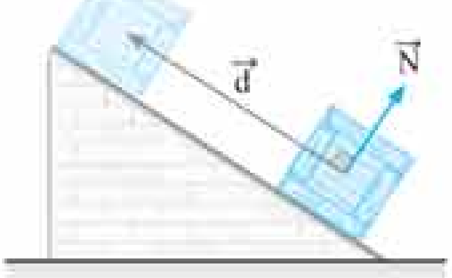
$$E_B = \cancel{U_B} + K_B = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

گام سوم چون سطح شیب‌دار بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی جسم ثابت است: $E_A = E_B \Rightarrow \cancel{m}\, gh = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

گام چهارم همان‌طور که مشاهده می‌کنید تندی جسم در پایین سطح شیب‌دار مستقل از زاویه سطح شیب‌دار است و فقط به ارتفاع اولیه آن (h) بستگی دارد و این یعنی هر دو جسم A و B، با تندی‌های یکسانی به پایین سطح شیب‌دار می‌رسند: $v_A = v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 1$

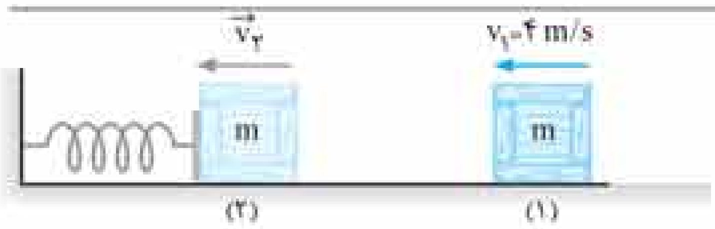
۲۱۱. گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها



گزینه «۱»: مطابق شکل مقابل مشاهده می‌کنید که وقتی جسم روی سطح شیب‌دار به سمت بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه همواره بر جابه‌جایی عمود است و طبق تعریف کار داریم: $W = Fd\cos\theta \Rightarrow W_N = Nd\cos 90^\circ \xrightarrow{\cos 90^\circ = 0} W_N = 0$

۲۱۵. گزینه ۴



انرژی مکانیکی مجموعه را در دو حالت ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$E_1 = \cancel{U_1} + K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

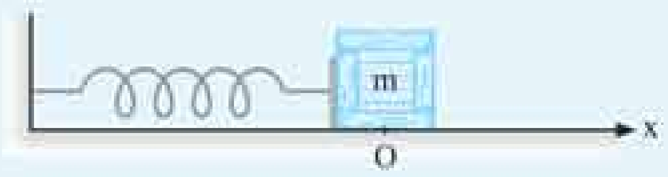
$$E_2 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2=K_2} E_2 = K_2 + K_2 = 2K_2 \Rightarrow E_2 = 2(\frac{1}{2}mv_2^2) = mv_2^2$$

چون سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی مجموعه ثابت است و می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\ v_1^2 = m\ v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{v_1^2}{2} \xrightarrow{v_1=4\ m/s} v_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\ m/s$$

۲۱۶. گزینه ۳

راهبرد «۱۲»: انرژی مجموعه جرم فنر:



مطابق شکل مقابل جسمی به جرم m را فرض کنید که روی سطح افقی بدون اصطکاکی به فنر متصل است. اگر این جسم را بکشیم و رها کنیم و یا یک ضربه به آن بزنیم، به دلیل عدم وجود نیروی اصطکاک، جسم پیوسته یک حرکت رفت و برگشتی (نوسانی) انجام می‌دهد انرژی مکانیکی این مجموعه از رابطه $E = U_e + K$ محاسبه می‌شود.

این یعنی «مجموع» انرژی جنبشی (K) و انرژی پتانسیل کشسانی (U_e) همیشه مقدار ثابتی است. هنگامی که مطابق شکل جسم به دو انتهای مسیر حرکتش می‌رسد (نقاط M و N) لحظه‌ای متوقف می‌شود $(K=0)$. در این لحظه انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر حداکثر مقدار خود را دارد و برابر انرژی مکانیکی است:

$$\text{نقاط } N, M \xrightarrow{K=0} U_{max} = E$$

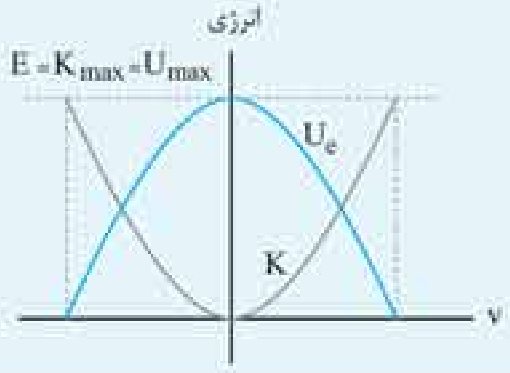
همچنین هنگامی که جسم از نقطه O (طول عادی فنر) عبور می‌کند، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر صفر و تمام انرژی مجموعه به‌صورت انرژی جنبشی است. یعنی در این لحظه انرژی جنبشی جسم حداکثر مقدار خود را دارد:

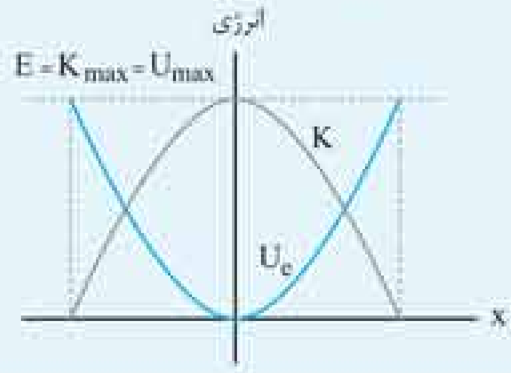
$$\text{نقطه } O \xrightarrow{U_e=0} K_{max} = E \quad , \quad K_{max} = U_{max} = E$$

خلاصه مطالب فوق به‌صورت زیر است:

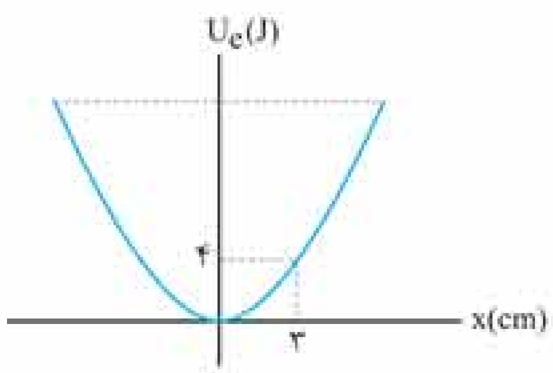
در نقاطی به غیر از N ،M و O انرژی به‌صورت انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی است و دائماً بین این دو جابه‌جا می‌شود. یعنی همواره یک تبدیل انرژی بین انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی وجود دارد.

نمودارهای انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی مجموعه جرم و فنر برحسب تندی و مکان جسم به‌صورت زیر است:





حالا به سراغ حل تست می‌رویم!



در نمودار مقابل مشاهده می‌کنید که حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر برابر با ۲۰J است، یعنی:

$$U_{max} = E = 20J$$

همچنین در مکان $x = 3cm$، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر ۴J است. با استفاده از تعریف انرژی مکانیکی می‌توانیم انرژی جنبشی در این مکان را محاسبه کنیم:

$$E = U_e + K \xrightarrow[U_e=4J]{E=20J} 20 = 4 + K \Rightarrow K = 16J$$

با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توانیم تندی جسم در این نقطه را محاسبه کنیم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[m=kg]{K=16J} 16 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \Rightarrow v = 4m/s$$

۱۵۴. گزینه ۲

تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی به گرما

راهبرد ۲: اگر جسمی به جرم m و گرمای ویژهٔ c از ارتفاع h سقوط نماید و پس از برخورد به زمین، x درصد از انرژی پتانسیل اولیه‌اش صرف افزایش دمای خودش شود، دمای آن به اندازهٔ ΔT بالا می‌رود که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Q=\frac{x}{100}U\xrightarrow[U=mgh]{Q=mc\Delta T}mc\Delta T=\frac{x}{100}mgh\Rightarrow c\Delta T=\frac{x}{100}gh$$

بدیهی است، اگر همهٔ انرژی صرف گرم شدن جسم شود، $Q=U$ است.

تبدیل انرژی جنبشی به گرما

اگر سرعت جسمی به جرم m و گرمای ویژهٔ c از v_1 به v_2 کاهش یابد و x درصد از تغییر انرژی جنبشی آن صرف گرم کردن خودش شود، دمای آن به اندازهٔ ΔT بالا می‌رود که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $Q=\frac{x}{100}|\Delta K|$

$$\xrightarrow[Q=mc\Delta T]{\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)}mc\Delta T=\frac{x}{100}\times\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)\Rightarrow c\Delta T=\frac{x}{100}\times\frac{1}{2}(v_2^2-v_1^2)$$

بدیهی است، اگر همهٔ انرژی جنبشی اولیهٔ جسم صرف گرم شدن جسم گردد، $Q=|\Delta K|$ است.

تذکر: اگر جسمی را از ارتفاع h و با سرعت اولیهٔ v_1 پرتاب کنیم و پس از برخورد به زمین، x درصد از انرژی اولیهٔ آن صرف گرم کردن خودش شود، تغییر دمای آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Q=\frac{x}{100}(U+K_1)\Rightarrow mc\Delta T=\frac{x}{100}(mgh+\frac{1}{2}mv_1^2)\Rightarrow c\Delta T=\frac{x}{100}(gh+\frac{v_1^2}{2})$$

چون قطعهٔ آهن از ارتفاع ۹متری سقوط کرده است، در آن ارتفاع فقط انرژی پتانسیل گرانشی دارد. از طرف دیگر، چون همهٔ انرژی اولیهٔ آن صرف گرم کردن خودش شده است، $Q=U$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q=U\xrightarrow[Q=mc\Delta T]{U=mgh}mc\Delta T=mgh\xrightarrow[h=9m]{c=450J/kg.^\circ C}450\Delta T=10\times 9\Rightarrow \Delta T=0/2^\circ C$$

۱۵۵. گزینه ۳

می‌دانیم آهنگ افزایش دما همان تغییر دما در مدت 1s است.

گام اول باید مشخص کنیم قطعه سنگ در مدت 1s چند متر سقوط می‌کند. چون تندی سنگ $20m/s$ است، یعنی سنگ در مدت 1s، به اندازهٔ $\Delta h=20m$ سقوط کرده است. با توجه به این‌که همهٔ انرژی ازدست‌رفتهٔ سنگ ($\Delta U=mg\Delta h$) به گرما تبدیل شده است، می‌توان نوشت:

$$Q=\Delta U\xrightarrow{Q=mc\Delta\theta}mc\Delta\theta=mg\Delta h\xrightarrow[\Delta h=20m]{c=800J/kg.^\circ C}800\Delta\theta=10\times 20\Rightarrow\Delta\theta=0/25^\circ C$$

گام دوم قطعه سنگ در هر ثانیه، $0/25^\circ C$ افزایش دما پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، آهنگ افزایش دمای آن $0/25^\circ C/s$ است.

۱۵۶. گزینه ۳

گام اول قطعهٔ فلز، در ابتدا انرژی پتانسیل گرانشی دارد که ۴۰٪ آن صرف گرم شدن خودش می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q=\frac{40}{100}U\xrightarrow[U=mgh]{Q=mc\Delta T}mc\Delta T=\frac{4}{10}mgh\xrightarrow[h=100m]{c=500J/kg.^\circ C}500\times\Delta T=\frac{4}{10}\times 10\times 100\Rightarrow\Delta T=0/8^\circ C$$

گام دوم دمای فلز برابر است با:

$$\Delta T=T_2-T_1\xrightarrow{T_1=29/2^\circ C}0/8=T_2-29/2\Rightarrow T_2=30^\circ C$$

۱۵۷. گزینه ۱

چون ۵۰٪ تغییر انرژی جنبشی گلوله به گرما تبدیل شده است، با استفاده از رابطه‌های $Q=mc\Delta\theta$ و $\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$، به‌صورت زیر، $\Delta\theta$ را به دست می‌آوریم:

$$Q=\frac{50}{100}|\Delta K|\Rightarrow mc\Delta\theta=\frac{1}{2}\times|\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)|$$

$$\xrightarrow[v_1=400m/s,\ v_2=0]{c=125J/kg.^\circ C}125\Delta\theta=\frac{1}{4}\times|0-160000|\Rightarrow 125\Delta\theta=40000\Rightarrow\Delta\theta=320^\circ C\xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta}\Delta T=320k$$

۱۵۸. گزینه ۳

راهبرد ۳: در سؤال‌هایی که گرمای لازم برای تغییر دمای دو جسم (بدون تغییر حالت) توسط منبع‌های گرمایی به توان‌های ثابت P_1 و P_2 تأمین شود، در رابطهٔ $Q=mc\Delta T$، باید به جای Q از رابطهٔ $Q=Pt$ استفاده کنیم. در این رابطه، t زمان مبادلهٔ گرما تا تغییر دمای مورد نظر است.

۱۶۲. گزینه۳

گام اول برای محاسبهٔ توان مصرفی گرمکن (در این‌جا همان توان کل است)، باید از رابطهٔ $Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}$ استفاده کنیم، اما چون توان مفید مجهول است، ابتدا باید با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{Q}{t}$، توان مفید را به دست آورد. دقت کنید، در این رابطه، Q برابر مجموع گرماهایی است که ظرف و آب جذب کرده‌اند.

$$t = 7\text{min} = 7\times 60 = 420\text{s}\ ,\ m = 2\text{kg}\ ,\ \Delta T = 40^\circ\text{C}\ ,\ c = 4200\text{J/kg.}^\circ\text{C}\ ,\ C = 840\text{J/}^\circ\text{C}$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}}}{t} \Rightarrow P_{\text{مفید}}\frac{mc\Delta T + C\Delta T}{t} = \frac{2\times 4200\times 40 + 840\times 40}{420} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 880\text{W}$$

گام دوم می‌توان توان مصرفی گرمکن را به دست آورد:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \xrightarrow{Ra = \frac{80}{100}} \frac{80}{100} = \frac{880}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 1100\text{W}$$

۱۶۳. گزینه۲

گام اول مقدار گرمایی که مایع دریافت می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$m = 60\text{g} \xrightarrow{\div 1000} m = 0/06\text{kg}\ ,\ \Delta T = 50 - 30 = 20^\circ\text{C}$$

$$c = 1500\text{J/kg.}^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{مایع}} = mc\Delta T = 0/06\times 1500\times 20 \Rightarrow Q_{\text{مایع}} = 1800\text{J}$$

گام دوم مقدار گرمایی که گرمکن برقی تولید می‌کند را حساب می‌کنیم.

$$Q_{\text{کل}} = Pt \xrightarrow[t=24\text{s}]{P=300\text{W}} Q_{\text{کل}} = 300\times 24 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 7200\text{J}$$

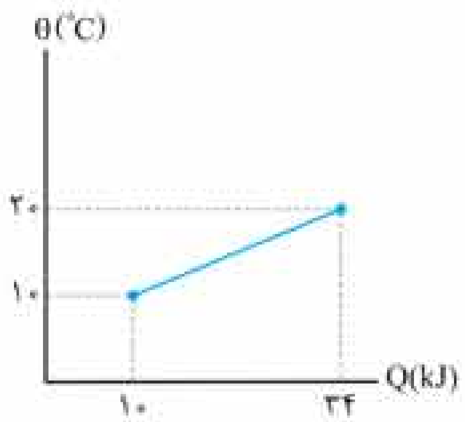
گام سوم می‌بینیم از 7200J گرمایی که گرمکن برقی تولید می‌کند، 1800J آن را مایع دریافت می‌کند. بنابراین درصد گرمایی که مایع دریافت می‌کند (x) برابر است با:

$$x = \frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{کل}}}\times 100 = \frac{1800}{7200}\times 100 \Rightarrow x = \%25$$

دقت کنید، می‌توان به صورت زیر نیز به جواب رسید:

$$x = \frac{Q_{\text{مایع}}}{Q_{\text{کل}}}\times 100 = \frac{mc\Delta T}{Pt}\times 100 \Rightarrow x = \frac{0/06\times 1500\times 20}{300\times 24}\times 100 \Rightarrow x = \%25$$

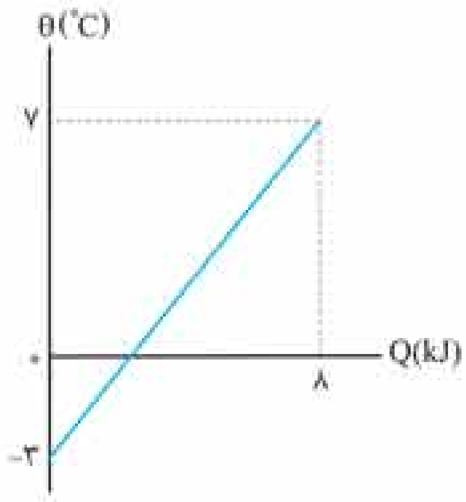
۱۶۴. گزینه۲



همان‌طور که نمودار نشان می‌دهد، جسم با گرفتن $Q = 34 - 10 = 24\text{kJ}$ گرما، دمای آن از $\theta_1 = 10^\circ\text{C}$ به $\theta_2 = 20^\circ\text{C}$ می‌رسد. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، گرمای ویژه را به دست می‌آوریم.

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow[m=10\text{kg}]{Q=24\text{kJ}} 24 = 10\times c\times(20-10) \Rightarrow c = 0/24\text{kJ/kg.}^\circ\text{C}\ \text{یا}\ \text{kJ/kg.K}$$

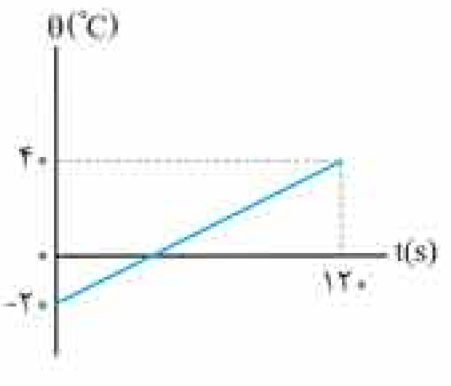
۱۶۵. گزینه۴



آن‌طور که نمودار نشان می‌دهد، جسم با گرفتن $Q = 8\text{kJ}$ گرما، دمای آن از $\theta_1 = -3^\circ\text{C}$ به $\theta_2 = 7^\circ\text{C}$ می‌رسد. بنابراین با توجه به این‌که جرم و گرمای ویژهٔ جسم ثابت‌اند، با استفاده از رابطهٔ $Q = C\Delta\theta$ به صورت زیر گرمای لازم برای تغییر دمای $\Delta\theta' = 3\text{K} = 3^\circ\text{C}$ را به دست می‌آوریم.

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} = \frac{Q'}{\Delta\theta'} \xrightarrow[\Delta\theta' = 3\text{K} = 3^\circ\text{C},\ Q = 8\text{kJ}]{\Delta\theta = 7-(-3) = 10^\circ\text{C}} \frac{8}{10} = \frac{Q'}{3} \Rightarrow Q' = 2/4\text{kJ}$$

۱۶۶. گزینه۳



گام اول با توجه به نمودار، دمای جسم در مدت 120s از $\theta_1 = -20^\circ\text{C}$ به $\theta_2 = 40^\circ\text{C}$ می‌رسد.

بنابراین ابتدا مقدار گرمایی که جسم در این مدت دریافت می‌کند را به دست آوریم.

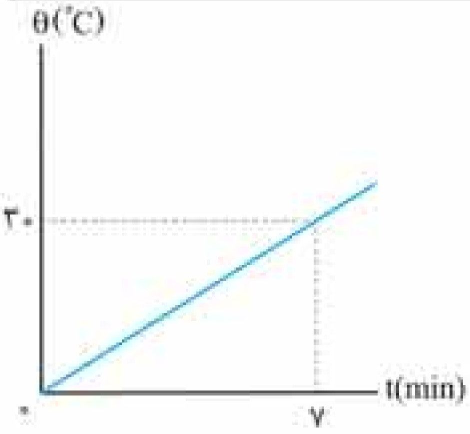
$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\xrightarrow[m=100\text{g}=0/1\text{kg},\ c=400\text{J/kg.}^\circ\text{C}]{\theta_2 = 40^\circ\text{C},\ \theta_1 = -20^\circ\text{C}} Q = 0/1\times 400\times(40-(-20)) \Rightarrow Q = 2400\text{J}$$

گام دوم می‌توان با یک تناسب ساده، مقدار گرمایی که جسم در هر ثانیه دریافت می‌کند را به دست آورد:

$$\frac{120\text{s}}{1\text{s}} = \frac{2400\text{J}}{Q\,(\text{J})} \Rightarrow Q = 20\text{J}$$

۱۷۲. گزینهٔ ۲

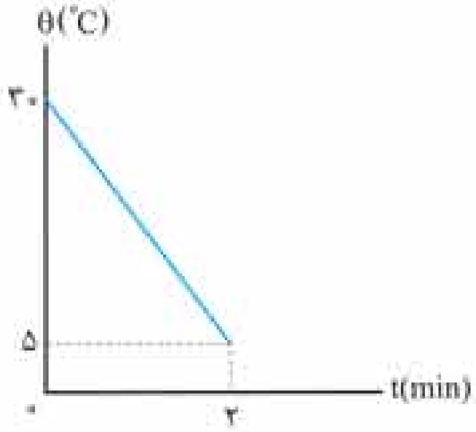


آن‌طورکه نمودار نشان می‌دهد، در مدت $t = ۷\text{min} = ۴۲۰\text{s}$، دمای آب از $\theta_1 = ۰^\circ C$ به $\theta_2 = ۳۰^\circ C$ رسیده است. بنابراین با داشتن m، c، $\Delta\theta$ و t به صورت زیر، توان گرمکن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، چون تمام انرژی، صرف گرم کردن آب شده است، بازده گرمکن ۱۰۰ درصد است.

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{Q = mc\Delta\theta} P = \frac{mc\Delta\theta}{t} \xrightarrow[t = ۴۲۰s,\ c = ۴۲۰۰ J/kg.^\circ C]{m = ۲kg,\ \Delta\theta = ۳۰ - ۰ = ۳۰^\circ C}$$

$$P = \frac{۲ \times ۴۲۰۰ \times ۳۰}{۴۲۰} \Rightarrow P = ۶۰۰W$$

۱۷۳. گزینهٔ ۴



آن‌طور که نمودار نشان می‌دهد، در مدت $t = ۲\text{min} = ۲ \times ۶۰ = ۱۲۰\text{s}$، دمای جسم در اثر از دست دادن گرما از $\theta_1 = ۳۰^\circ C$ به $\theta_2 = ۵^\circ C$ رسیده است. بنابراین با داشتن m، c، $\Delta\theta$ و t با استفاده از رابطه‌های $P = \frac{Q}{t}$ و $Q = mc\Delta\theta$، گرمای ویژهٔ جسم را به دست می‌آوریم. دقت کنید چون جسم گرما از دست می‌دهد، $Q < ۰$ است.

$$P = \frac{|Q|}{t} \xrightarrow{Q = mc\Delta\theta} P = \frac{|mc\Delta\theta|}{t}$$

$$\xrightarrow[P = ۳W,\ t = ۱۲۰s,\ m = ۳۰۰g = ۰/۳kg]{\Delta\theta = ۵ - ۳۰ = -۲۵^\circ C = -۲۵K} ۳ = \frac{|۰/۳ \times c \times (-۲۵)|}{۱۲۰} \Rightarrow ۱۲۰ \times ۳ = c \times ۰/۳ \times ۲۵$$

$$\Rightarrow c = ۴۸ J/kg.K$$

۱۷۴. گزینهٔ ۴

براساس قاعدهٔ «دولن و پتی»، گرمای ویژهٔ مولی برای بیشتر فلزها، تقریباً مساوی $۲۵ J/mol.K$ است و به جنس آن‌ها بستگی ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینهٔ «۱»: گرمای ویژهٔ فلزها به جنس آن‌ها بستگی دارد و با هم برابر نیست.

گزینهٔ «۲»: بنا به عدد آووگادرو، یک مول از هر ماده از تعداد $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول تشکیل می‌شود.

گزینهٔ «۳»: جرم مولی برابر جرم یک مول از ماده است.

۱۷۵. گزینهٔ ۴

می‌دانیم گرمای ویژهٔ مولی فلزها تقریباً با هم برابر است. بنابراین چون تعداد مول (n) و تغییر دمای هر سه فلز با هم برابر می‌باشد، بنا به رابطهٔ $Q = nc_m\Delta T$، گرمای داده شده به آن‌ها برای تغییر دمای یکسان، تقریباً با هم برابر خواهد بود.

۱۷۶. گزینهٔ ۱

برای به دست آوردن تعداد مولکول‌ها باید از رابطهٔ $N = n \times N_A$ (N_A عدد آووگادرو، N تعداد مولکول‌ها و n تعداد مول است.) استفاده کنیم. بنابراین، با داشتن جرم (m) و جرم مولی (M)، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $n = \frac{m}{M}$، تعداد مول را حساب می‌کنیم.

$$n = \frac{m}{M} \xrightarrow[M = ۱۸g/mol]{m = ۹\mu g = ۹ \times ۱۰^{-۶} g} n = \frac{۹ \times ۱۰^{-۶}}{۱۸} \Rightarrow n = ۵ \times ۱۰^{-۷} mol$$

اکنون می‌توان تعداد مولکول‌ها را به دست آورد.

$$N = n \times N_A \xrightarrow[n = ۵ \times ۱۰^{-۷}\ \text{مول}]{N_A = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{مول/مولکول}} N = ۵ \times ۱۰^{-۷} \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \Rightarrow N = ۳/۰۱ \times ۱۰^{۱۷}\ \text{مولکول}$$

۱۷۷. گزینهٔ ۱

چون گرمای ویژهٔ آب داده نشده است، نمی‌توان از رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، گرمای داده شده به آب را به دست آورد. بنابراین برای محاسبهٔ گرما باید از رابطهٔ $Q = nc_m\Delta\theta$ استفاده کرد. در این رابطه، c_m گرمای ویژهٔ مولی و n تعداد مول می‌باشد. بنابراین ابتدا تعداد مول آب را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{m}{M} \xrightarrow[M = ۱۸g/mol]{m = ۳۶۰g} n = \frac{۳۶۰}{۱۸} \Rightarrow n = ۲۰ mol$$

در مرحلهٔ بعد، باید دمای فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس تبدیل کنیم:

$$F_2 = \frac{۹}{۵}\theta_2 + ۳۲ \xrightarrow{F_2 = ۸۶^\circ F} ۸۶ = \frac{۹}{۵}\theta_2 + ۳۲ \Rightarrow \theta_2 = ۳۰^\circ C$$

الان دیگر می‌توان گرما را حساب کرد:

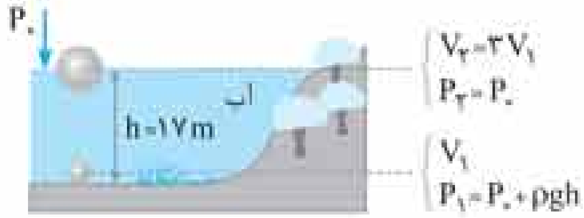
$$Q = nc_m(\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow[c_m = ۷۵ J/mol.^\circ C,\ n = ۲۰ mol]{\theta_2 = ۳۰^\circ C,\ \theta_1 = ۲۰^\circ C} Q = ۲۰ \times ۷۵ \times (۳۰ - ۲۰) \Rightarrow Q = ۱۵۰۰۰ J$$

۱۷۸. گزینهٔ ۲

می‌دانیم گرمای ویژهٔ مولی برابر حاصل‌ضرب جرم مولی در گرمای ویژه می‌باشد. بنابراین گرمای ویژهٔ مولی برابر است با:

$$c_m = Mc \xrightarrow[c = ۴۰۰ J/kg.K]{M = ۶۴g/mol = ۶۴ \times ۱۰^{-۳} kg/mol} c_m = ۶۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۴۰۰ \Rightarrow c_m = ۲۵/۶ J/mol.K$$

۳۹۴. گزینه ۴



گام اول فشار هوای محیط را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم. می‌دانیم در ته دریاچه فشار وارد بر هوای درون حباب برابر $P_{۱}=P_{۰}+\rho gh$ و در سطح آب این فشار کاهش یافته و به فشار هوای محیط یعنی $P_{۲}=P_{۰}$ می‌رسد. بنابراین، با توجه به این که دما ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $P_{۱}V_{۱}=P_{۲}V_{۲}$، می‌توان نوشت:

$$T=\text{ثابت}\Rightarrow P_{۱}V_{۱}=P_{۲}V_{۲}\Rightarrow (P_{۰}+\rho_{\text{آب}}gh)\times V_{۱}=P_{۰}\times ۳V_{۱}$$

$$\Rightarrow P_{۰}+\rho_{\text{آب}}gh=۳P_{۰}\Rightarrow \rho_{\text{آب}}gh=۲P_{۰}\xrightarrow[h=۱۷m]{\rho_{\text{آب}}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}}۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱۷=۲\times P_{۰}\Rightarrow P_{۰}=۸۵۰۰۰Pa$$

گام دوم با استفاده از رابطهٔ $P=\rho gh$، باید مشخص کنیم فشار هوای محیط که برابر $P_{۰}=۸۵۰۰۰Pa$ است، معادل فشار چند سانتی‌متر جیوه می‌شود.

$$P=\rho_{\text{جیوه}}gh\xrightarrow[P=۸۵۰۰۰Pa]{\rho_{\text{جیوه}}=۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^{۳}}}۸۵۰۰۰=۱۳۶۰۰\times ۱۰\times h\Rightarrow h=۰/۶۲۵m\xrightarrow{\times ۱۰۰}h=۶۲/۵cm$$

چون ارتفاع ستون جیوه $۶۲/۵cm$ است، فشار هوای محیط برابر $P_{۰}=۶۲/۵cmHg$ می‌شود.

۳۹۵. گزینه ۱

$$\frac{R_{۲}}{R_{۱}}=۲\quad,\quad \rho_{\text{آب}}=۱۰۰۰kg/m^{۳}$$

$$\frac{V_{۲}}{V_{۱}}=(\frac{R_{۲}}{R_{۱}})^{۳}=۸\Rightarrow V_{۲}=۸V_{۱}$$

$$P_{۱}V_{۱}=P_{۲}V_{۲}\xrightarrow[P_{۲}=P_{۰}]{P_{۱}=P_{۰}+\rho gh}\Rightarrow (P_{۰}+\rho gh)V_{۱}=P_{۰}V_{۲}\Rightarrow (۱۰^{۵}+(۱۰۰۰\times ۱۰\times h))\times V_{۱}=۱۰^{۵}V_{۲}$$

$$\xrightarrow{۱}۱۰^{۵}+۱۰۰۰۰h=۱۰^{۵}\times ۸\Rightarrow ۱۰^{۴}h=۷\times ۱۰^{۵}\Rightarrow h=۷۰m$$

۳۹۶. گزینه ۴

یادآوری: فشار گاز محبوس زیر یک پیستون بدون اصطکاک به وزن W برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون است، یعنی:

$$P_{\text{گاز}}=P_{۰}+\frac{W}{A}$$

گام اول فشار گاز در **حالت اول** را به دست می‌آوریم. در این حالت فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون است: $P_{۱}=P_{۰}+\frac{W}{A}$

گام دوم فشار گاز در **حالت دوم** را به دست می‌آوریم. در این حالت فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون و وزنهٔ روی آن است. $P_{۲}=P_{۰}+\frac{۴W}{A}$

گام سوم چون دما ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $P_{۱}V_{۱}=P_{۲}V_{۲}$ به صورت زیر W را به دست می‌آوریم:

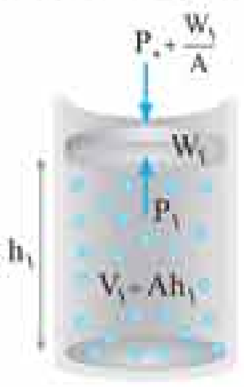
$$T=\text{ثابت}\Rightarrow P_{۱}V_{۱}=P_{۲}V_{۲}\Rightarrow (P_{۰}+\frac{W}{A})\times V_{۱}=(P_{۰}+\frac{۴W}{A})\times \frac{۱}{۲}V_{۱}$$

$$\Rightarrow ۲P_{۰}+\frac{۲W}{A}=P_{۰}+\frac{۴W}{A}$$

$$\Rightarrow P_{۰}=\frac{۲W}{A}\xrightarrow[A=۲۰\times ۱۰^{-۴}m^{۲}]{P_{۰}=۱۰^{۵}Pa}۱۰^{۵}=\frac{۲W}{۲۰\times ۱۰^{-۴}}\Rightarrow ۲W=۲۰۰\Rightarrow W=۱۰۰N$$

۳۹۷. گزینه ۱

با قرار دادن وزنه بر روی پیستون، حجم گاز درون استوانه کاهش و فشار آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین ارتفاع پیستون از ته استوانه، کاهش خواهد یافت. در این صورت گزینه‌های «۳» و «۴» خط می‌خورد. در این صورت برای محاسبهٔ ارتفاع از ته استوانه به صورت زیر عمل می‌کنیم.



گام اول فشار گاز در حالت اول را به دست می‌آوریم. در این حالت فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون است و حجم گاز برابر $V_{۱}=Ah_{۱}$ می‌باشد.

$$P_{۱}=P_{۰}+\frac{W_{۱}}{A}\xrightarrow[A=۱۰\times ۱۰^{-۴}m^{۲},P_{۰}=۱۰^{۵}Pa]{W_{۱}=m_{۱}g=۲\times ۱۰N}P_{۱}=۱۰^{۵}+\frac{۲\times ۱۰}{۱۰\times ۱۰^{-۴}}=۱۰۰۰۰۰+۲۰۰۰۰$$

$$\Rightarrow P_{۱}=۱۲۰۰۰۰Pa$$

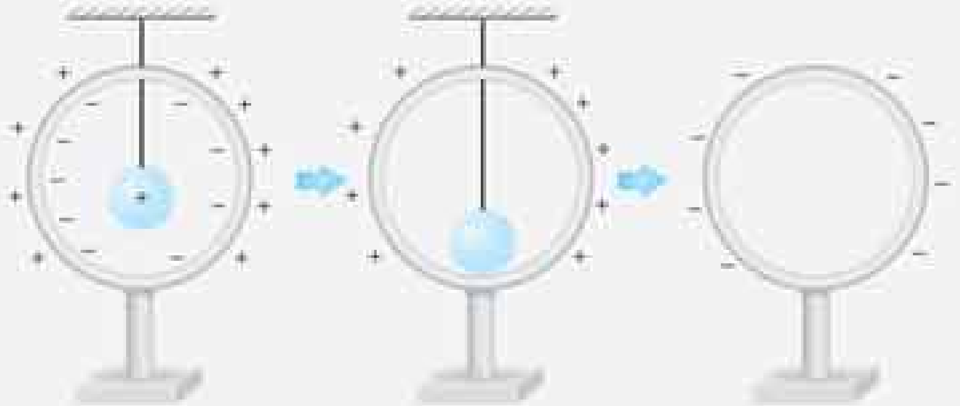
۵ میدان الکتریکی و جسم رسانا

رسانای الکتریکی

جسمی است که بار الکتریکی آزاد بسیار زیادی دارد و با کوچک‌ترین نیروی الکتریکی بارهای آزاد (الکترون‌های ظرفیت) رسانا، به حرکت درمی‌آیند و جابه‌جا می‌شوند. (شارش می‌یابند.)

مثال: اگر به یک جسم رسانای منزوی بار الکتریکی بدهیم، توزیع بار الکتریکی در جسم رسانا چگونه است؟

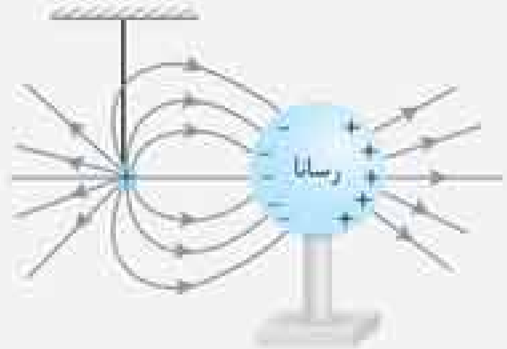
پاسخ: در جسم رسانا، توپر یا توخالی، بار الکتریکی اضافه شده به جسم در سطح خارجی جسم پخش می‌شود.



مثال: اگر جسم رسانای بدون بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی قرار گیرد. توزیع بار الکتریکی در جسم چگونه خواهد بود؟

پاسخ: میدان الکتریکی بر بارهای آزاد جسم (الکترون‌های ظرفیت) نیرو وارد می‌کند و این بارها در سطح خارجی جسم جابه‌جا می‌شوند، تا به حالت تعادل الکتروستاتیکی درآیند.

جسم رسانا در میدان الکتریکی الکترون‌های آزاد جسم در خلاف جهت میدان جابه‌جا شده‌اند.

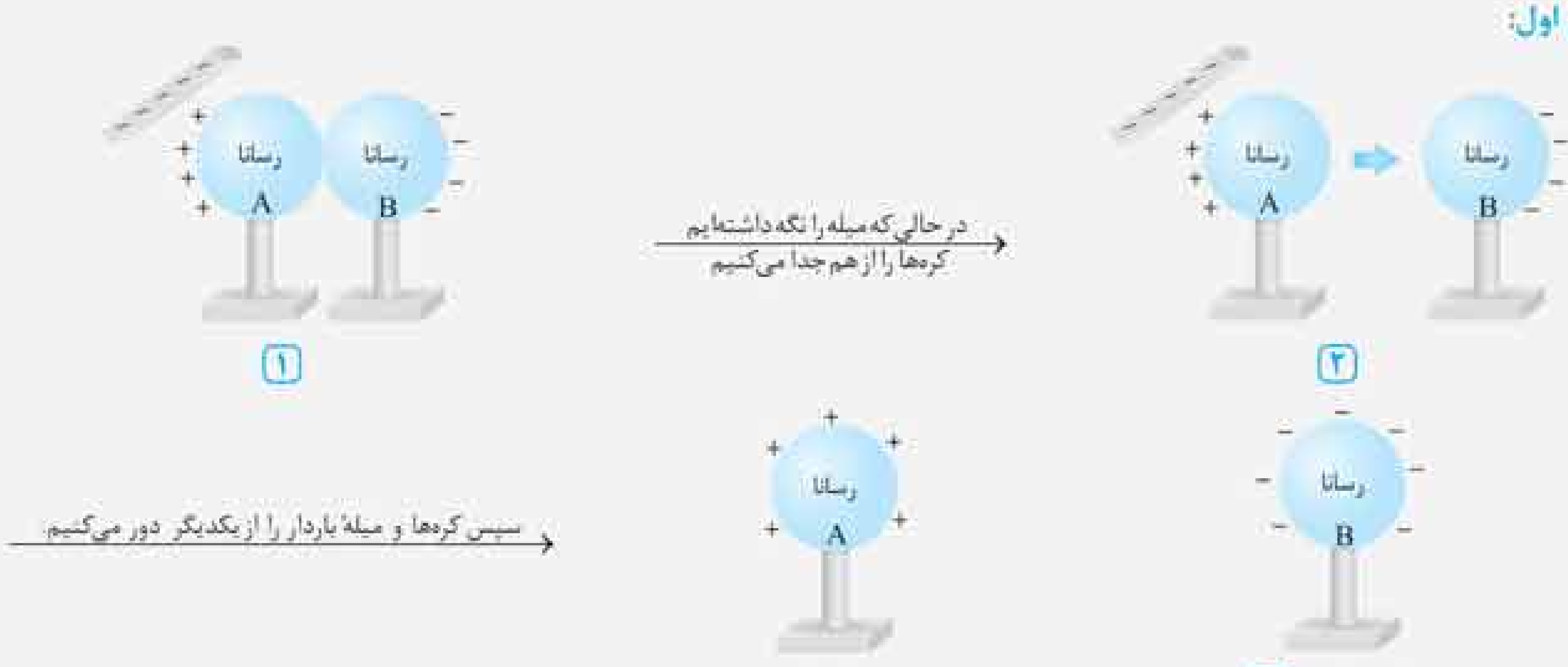


اثر بار نقطه‌ای مثبت بر کرهٔ رسانای بدون بار الکترون‌های آزاد کره خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده‌اند.

القای بار الکتریکی

روشی برای جداسازی بارهای الکتریکی و ایجاد بار الکتریکی در اجسام رساناست. در شکل‌های زیر دو روش القا را ملاحظه می‌کنید:

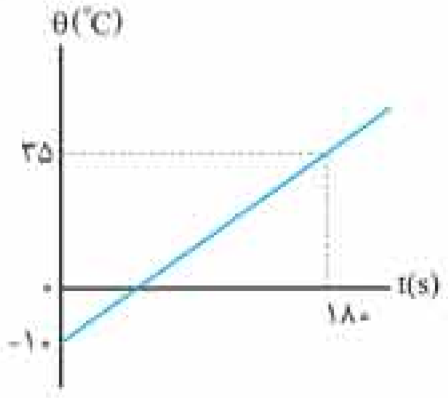
روش اول:



$q_A > 0$ $q_B < 0$

$|q_A| = |q_B|$

۱۶۷. گزینهٔ ۳



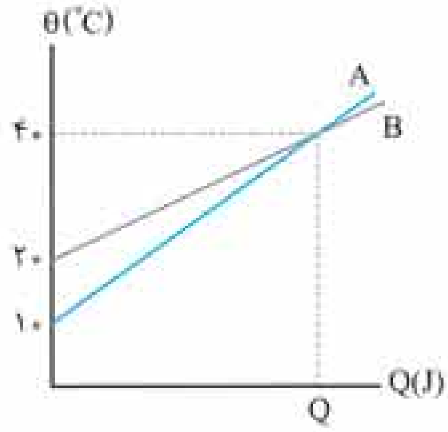
آن‌طور که نمودار نشان می‌دهد، دمای جسم در مدت ۱۸۰s از $\theta_1=-10^\circ C$ به $\theta_2=35^\circ C$ می‌رسد. با توجه به این‌که در هر دقیقه (۶۰s)، $Q=3kJ$ گرما به جسم داده می‌شود، ابتدا باید مشخص شود که در مدت ۱۸۰s جسم چند ژول گرما دریافت می‌کند. بعد از محاسبهٔ گرما، با استفاده از رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$، جرم جسم را به دست آوریم. برای محاسبهٔ گرما از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم.

$$\frac{60s}{180s}=\frac{3kJ}{Q(J)}\Rightarrow Q=9kJ=9000J$$

اکنون به محاسبهٔ جرم جسم می‌پردازیم: $Q=mc\Delta\theta$

$$\xrightarrow[\theta_1=-10^\circ C\,,\,\theta_2=35^\circ C]{Q=9000J\,,\,c=500J/kg.^\circ C}9000=m\times 500\times(35-(-10))\Rightarrow m=\frac{9000}{500\times 45}=0/4kg\xrightarrow{\times 1000}m=400g$$

۱۶۸. گزینهٔ ۴

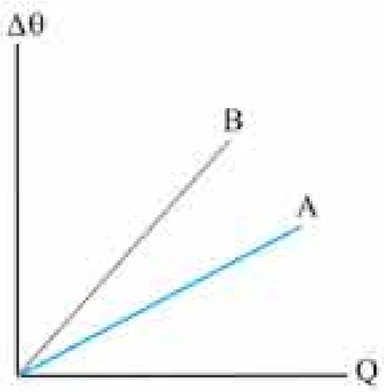


آن‌طور که نمودار نشان می‌دهد، به ازای دریافت گرمای یکسان $Q_A=Q_B=Q$، دمای جسم A از $10^\circ C$ به $40^\circ C$ و دمای جسم B از $20^\circ C$ به $40^\circ C$ می‌رسد. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$ می‌توان نوشت:

$$Q_A=Q_B\Rightarrow C_A\Delta\theta_A=C_B\Delta\theta_B$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_B=40-20=20^\circ C]{\Delta\theta_A=40-10=30^\circ C}C_A\times 30=C_B\times 20\Rightarrow C_A=\frac{2}{3}C_B$$

۱۶۹. گزینهٔ ۴

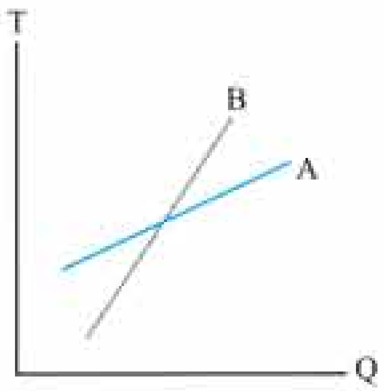


بنا به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ یا $\Delta\theta=\frac{1}{mc}\times Q$، شیب نمودار $\Delta\theta$ برحسب Q برابر عکس ظرفیت گرمایی $(\frac{1}{mc})$ است. بنابراین چون شیب خط B بزرگ‌تر از شیب خط A است، می‌توان نوشت:

$$\text{شیب خط A} > \text{شیب خط B}\xrightarrow{\text{شیب خط}=\frac{1}{mc}}\frac{1}{m_Bc_B}>\frac{1}{m_Ac_A}\Rightarrow m_Ac_A>m_Bc_B$$

چون $m_A>m_B$ است، اگر $c_A=c_B$ یا $c_A>c_B$ و یا حتی $c_A<c_B$ (بستگی به مقدار جرم‌ها دارد.) باشد، رابطهٔ $m_Ac_A>m_Bc_B$ برقرار است. بنابراین گزینهٔ «۴» درست است.

۱۷۰. گزینهٔ ۳



بنا به رابطهٔ $Q=C\Delta T$، شیب نمودار T برحسب Q برابر $\frac{1}{C}$ (عکس ظرفیت گرمایی) است. بنابراین چون شیب نمودار B بزرگ‌تر از شیب نمودار A است، می‌توان نوشت:

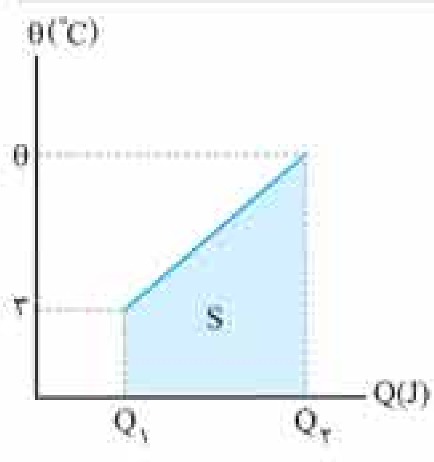
$$\text{شیب نمودار}=\frac{\Delta T}{Q}\xrightarrow{\frac{\Delta T}{Q}=\frac{1}{C}}\text{شیب نمودار}=\frac{1}{C}$$

$$\text{شیب نمودار A} > \text{شیب نمودار B}\Rightarrow\frac{1}{C_B}>\frac{1}{C_A}\Rightarrow C_A>C_B$$

دقت کنید، چون جرم جسم‌ها معلوم نیست، نمی‌توان در مورد گرمای ویژهٔ آن‌ها اظهار نظر کرد.

$$C_A>C_B\xrightarrow{C=mc}m_Ac_A=m_Bc_B\Rightarrow\frac{c_A}{c_B}=\frac{m_B}{m_A}$$

۱۷۱. گزینهٔ ۲



می‌دانیم طبق رابطهٔ $Q=C\Delta\theta$، شیب نمودار θ برحسب Q برابر عکس ظرفیت گرمایی $(\frac{1}{C})$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\text{شیب خط}=\frac{1}{C}=\frac{\theta-3}{Q_2-Q_1}\xrightarrow{C=20J/^\circ C}\frac{1}{20}=\frac{\theta-3}{Q_2-Q_1}\Rightarrow Q_2-Q_1=20(\theta-3)$$

از طرف دیگر، مساحت سطح محصور بین نمودار و محور افقی برابر $720J.^\circ C$ است. بنابراین با توجه به شکل، مساحت ذوزنقه را برابر $720J.^\circ C$ قرار می‌دهیم: $\text{مساحت ذوزنقه}=\frac{\theta+3}{2}\times(Q_2-Q_1)$

$$\xrightarrow[\text{مساحت ذوزنقه}=720]{Q_2-Q_1=20(\theta-3)}720=\frac{\theta+3}{2}\times 20(\theta-3)\Rightarrow 720=10\times(\theta^2-9)\Rightarrow 72=\theta^2-9\Rightarrow\theta^2=81\Rightarrow\theta=9^\circ C$$

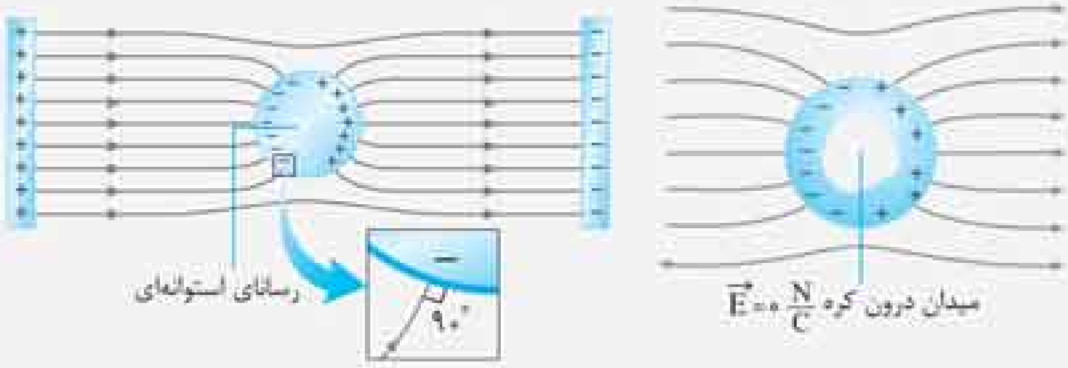
روش دوم:

میلهٔ باردار منفی را نزدیک کرهٔ رسانا می‌بریم.
۱

درحالی که میلهٔ باردار نزدیک کره رسانا است، کره را به زمین متصل می‌کنیم. سپس اتصال را از زمین قطع می‌کنیم الکترون‌ها از کره به زمین می‌روند.
۲

پس از جدا کردن کره از زمین میله را دور می‌کنیم. کره الکترون از دست داده است و بار مثبت خواهد داشت.
۳

۱ اگر جسم رسانا در میدان الکتریکی خارجی در تعادل الکتروستاتیک باشد یا بار الکتریکی اضافه شده به جسم رسانا ساکن باشد، خطوط میدان الکتریکی خارجی بر سطح جسم به گونه‌ای خم می‌شوند که در همهٔ نقاط سطح خارجی جسم بر جسم عمود شوند زیرا، اگر میدان الکتریکی عمود بر سطح رسانا نباشد مولفه‌ای از این میدان، موازی سطح رسانا وجود خواهد داشت و نیرویی بر بارهای آزاد رسانا وارد خواهد کرد که سبب حرکت و شارش بار می‌شود. چون بارهای آزاد در رسانا ساکن هستند، پس میدان الکتریکی مؤلفهٔ موازی با سطح جسم رسانا ندارد و عمود بر سطح رسانا می‌باشد.



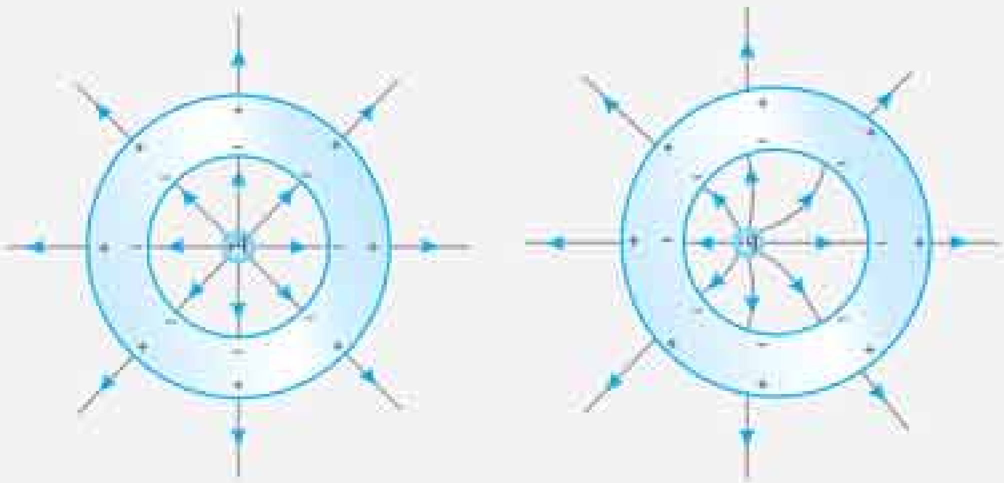
۲ اگر جسم رسانا درحالت تعادل الکتروستاتیک باشد، میدان الکتریکی بر سطح جسم عمود است و با حرکت در سطح جسم همواره عمود بر میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شویم در نتیجه پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند. بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط جسم رسانا در تعادل الکتروستاتیک، صفر است.

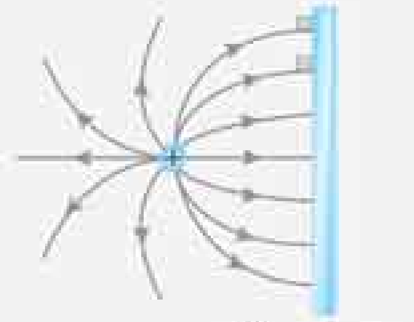
مثلاً در شکل زیر میله با بار منفی را نزدیک جسم رسانا نگه داشته‌ایم. بارهای القایی در جسم ساکن‌اند.میدان الکتریکی عمود بر سطح جسم است و پتانسیل الکتریکی نقاط جسم یکسان است. $V_A = V_B = V_C$

۳ میدان الکتریکی درون رسانای در تعادل الکتروستاتیک (توپر یا توخالی) صفر است اما پتانسیل الکتریکی نقاط آن یکسان و ممکن است مخالف صفر باشد.

۴ اگر جسم رسانا در یک میدان الکتریکی قرار گیرد و رسانا در تعادل **الکتروستاتیک** باشد، میدان الکتریکی **درون** رسانا **صفر** است. به عبارت دیگر اگر رسانای منزوی درحال تعادل الکتروستاتیک باشد، میدان الکتریکی از تودهٔ (گوشت) رسانا عبور نمی‌کند.

۵ اگر بار الکتریکی درون رسانای توخالی قرار گیرد در سطوح داخلی و خارجی رسانا هم‌اندازهٔ بار داخل رسانا بار الکتریکی القا می‌شود.





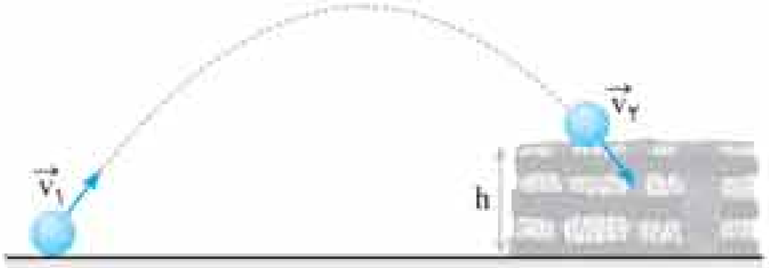
بار مثبت داخل کرهٔ رسانای توخالی نزدیک به سطح داخلی سمت چپ کره قرار دارد و در سمت چپ بار منفی بیشتری القا شده است. زیرا میدان الکتریکی بار مثبت در جدارهٔ سمت چپ قوی‌تر است.
اما چون جسم کروی است و میدان الکتریکی از جرم رسانا عبور نمی‌کند، بار مثبت القا شده در سطح خارجی مستقل از بار جدارهٔ داخلی است و در سطح خارجی کره، بار توزیع یکنواخت دارد. $|q|=|q^+|=|q^-|$

بار مثبت در نقطه‌ای نزدیک صفحهٔ فلزی ضخیم نگه داشته شده است و بار منفی در سطح مجاور بار القا شده است.

چون توپ در شرایط خلأ پرتاب شده است درنتیجه انرژی مکانیکی آن در طول مسیر ثابت است:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow ۲۰۰ m = m \times ۱۰ \times h_{max} + \frac{۱}{۲} m \times ۱۶^۲ \Rightarrow h_{max} \Rightarrow h_{max} = ۷/۲\,m$$

۱۹۱. گزینه ۲



سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب می‌کنیم و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

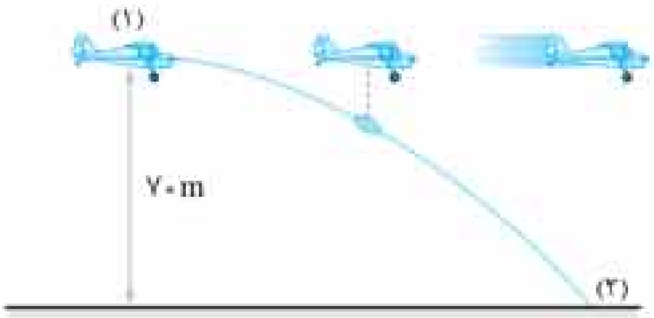
$$E_۱ = \cancel{U_۱}^{۰} + K_۱ = \frac{۱}{۲} m v_۱^۲$$

$$E_۲ = U_۲ + K_۲ = mgh + \frac{۱}{۲} m v_۲^۲$$

چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی گلوله در طی مسیر ثابت است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۱^۲ = \cancel{m} gh + \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۲^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۸^۲ = ۱۰ \times h + \frac{۱}{۲} \times ۲^۲ \Rightarrow h = ۳\,m$$

۱۹۲. گزینه ۲



تندی بسته هنگام رها شدن از هواپیما برابر با تندی هواپیما است، یعنی:

$$v_۱ = ۱۰۸\,km/h \xrightarrow{\div ۳/۶} v_۱ = ۳۰\,m/s$$

سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی بسته را در نقاط ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ = mgh + \frac{۱}{۲} m v_۱^۲$$

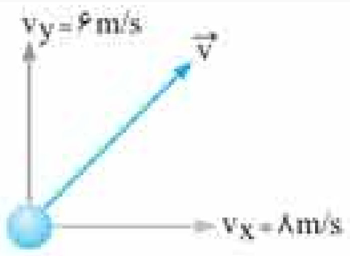
$$E_۲ = \cancel{U_۲}^{۰} + K_۲ = \frac{۱}{۲} m v_۲^۲$$

با صرف‌نظر از تأثیر مقاومت هوا می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \cancel{m} gh + \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۲^۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۷۰ + \frac{۱}{۲} \times ۳۰^۲ = \frac{۱}{۲} \times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۵۰\,m/s$$

نکته: تندی هرجسمی هنگام **رهاشدن** از جسم متحرک دیگری برابر تندی جسم متحرک است.

۱۹۳. گزینه ۴



سنگ در لحظه پرتاب دو مؤلفه سرعت دارد. یک مؤلفه افقی سرعت که برابر با $۸\,m/s$ است و دیگری مؤلفه قائم سرعت که برابر با سرعت بالا رفتن بالن $(۶\,m/s)$ است. درنتیجه سرعت سنگ در لحظه پرتاب برابر است با:

$$v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۸^۲ + ۶^۲} = ۱۰\,m/s$$

حالا سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی سنگ را در لحظه پرتاب و برخورد به زمین می‌نویسیم:

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ = mgh + \frac{۱}{۲} m v_۱^۲$$

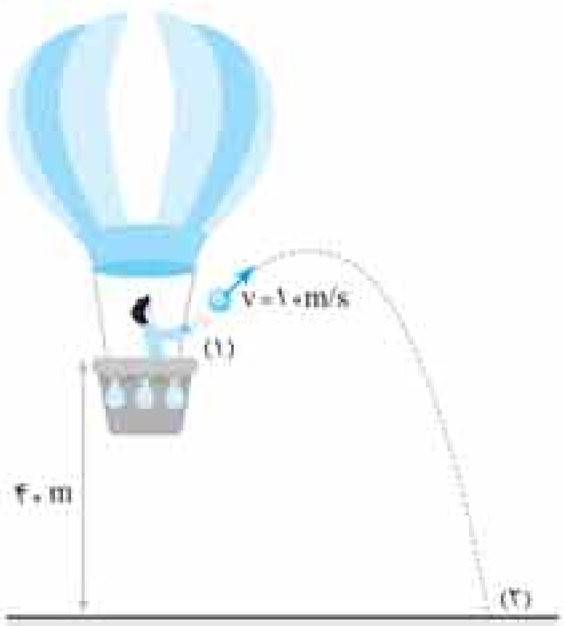
$$E_۲ = \cancel{U_۲}^{۰} + K_۲ = \frac{۱}{۲} m v_۲^۲$$

با صرف‌نظر از مقاومت هوا، انرژی مکانیکی گلوله ثابت است و می‌توان نوشت:

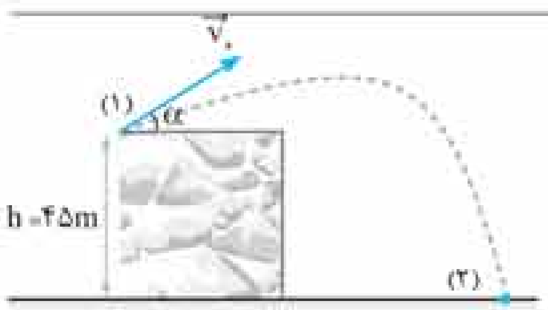
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \cancel{m} gh + \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \cancel{m} v_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۴۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰^۲ = \frac{۱}{۲} v_۲^۲ = v_۲ = ۳۰\,m/s$$

توجه کنید که یک ناظر بیرونی، مسیر حرکت سنگ را مطابق شکل مقابل، مشاهده می‌کنید.



۱۹۴. گزینه ۲

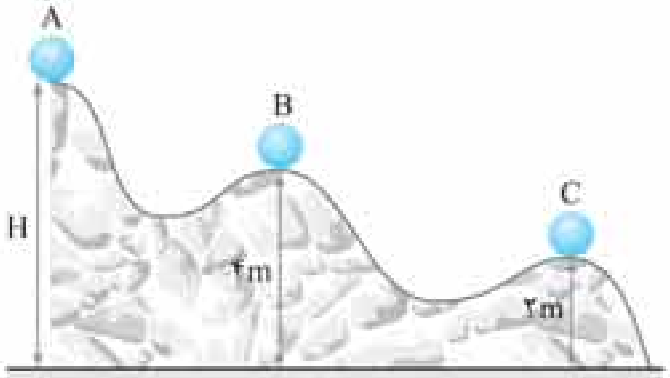


(ابتدا تکلیف زاویه α را مشخص می‌کنیم. همان‌طور که قبلاً هم گفته‌ایم (ابتدای فصل!) انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای است و جهت ندارد و همچنین برای محاسبه آن جهت حرکت جسم مهم نیست. یعنی انرژی جنبشی جسم در نقطه ۱ به زاویه α ربطی ندارد.) سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط ۱ و ۲ محاسبه می‌کنیم:

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ = mgh + \frac{۱}{۲} m v_۱^۲$$

$$E_۲ = \cancel{U_۲}^{۰} + K_۲ = ۰ + \frac{۱}{۲} m v_۲^۲$$

۱۹۸. گزینه ۲



گام اول سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته و با استفاده از رابطه $E=U+K$، انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A، B و C محاسبه می‌کنیم:

$$E_A=U_A+\cancel{K_A}=mgh$$

$$E_B=U_B+K_B=mgh_B+\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$E_C=U_C+K_C=mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2$$

گام دوم چون سطح بدون اصطکاک است، در نتیجه انرژی مکانیکی گلوله ثابت است. با استفاده از رابطه $E_A=E_B$، تندی گلوله در نقطه B را برحسب H محاسبه می‌کنیم:

$$E_A=E_B\Rightarrow \cancel{m}gH=\cancel{m}gh_B+\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2\xrightarrow{h_B=4\,m}10H=10\times4+\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow v_B^2=20(H-4)$$

گام سوم با برابر قرار دادن انرژی مکانیکی گلوله در نقاط A و C، تندی گلوله در نقطه C را محاسبه می‌کنیم:

$$E_A=E_C\Rightarrow \cancel{m}gh=\cancel{m}gh_C+\frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2\xrightarrow{h_C=2\,m}10H=10\times2+\frac{1}{2}v_C^2\Rightarrow v_C^2=20(H-2)$$

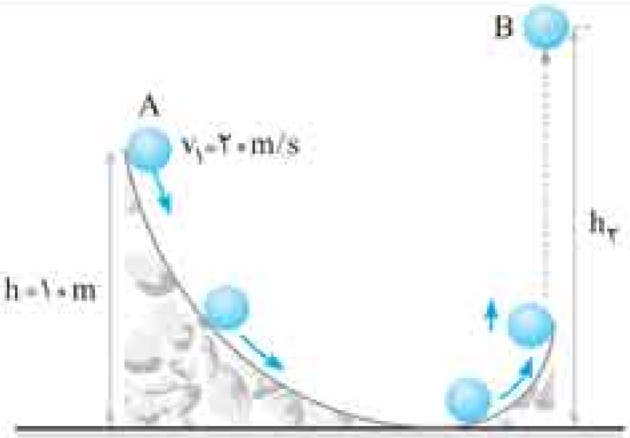
گام چهارم طبق اطلاعات تست $\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{2}$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{v_C}{v_B}=\sqrt{2}\xrightarrow[\text{توان ۲ می‌رسانیم}]{\text{طرفین را به}}\frac{v_C^2}{v_B^2}=2$$

گام پنجم با استفاده از نتایج گام سوم، چهارم و پنجم می‌توان نوشت:

$$\frac{v_C^2}{v_B^2}=2\Rightarrow\frac{20(H-2)}{20(H-4)}=2\Rightarrow\frac{H-2}{H-4}=2\Rightarrow H-2=2H-8\Rightarrow H=6\,m$$

۱۹۹. گزینه ۴



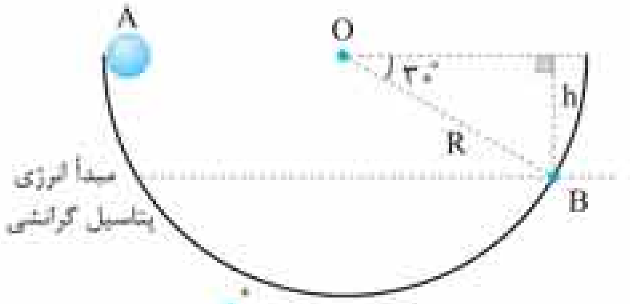
گلوله مسیری مطابق شکل مقابل را طی می‌کند. چون از اصطکاک مسیر و مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی گلوله ثابت است. گلوله تا جایی بالا می‌رود که تندی‌اش صفر شود. توجه کنید هنگامی که گلوله از سطح کروی جدا می‌شود چون آخرین قسمت سطح موازی سطح قائم است، گلوله نیز در راستای قائم از سطح جدا می‌شود. یعنی انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ B صفر است. سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته و انرژی مکانیکی گلوله در نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$E=U+K\begin{cases}E_A=U_A+K_A=mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2\\E_B=U_B+\cancel{K_B}=mgh_B\end{cases}$$

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A=E_B\Rightarrow\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2+\cancel{m}gh_A=\cancel{m}gh_B\Rightarrow\frac{1}{2}\times20^2+10\times10=10\times h_B=30\,m$$

۲۰۰. گزینه ۲



روش اول: **گام اول** با استفاده از تعریف سینوس، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin30^\circ=\frac{h}{R}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{h}{20}\Rightarrow h=10\,cm=\frac{1}{10}\,m$$

گام دوم نقطه B را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم:

$$E_A=U_A+\cancel{K_A}=mgh+0\quad,\quad E_B=U_B+K_B=0+\frac{1}{2}mv_B^2$$

گام سوم چون مسیر بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی گلوله ثابت است و می‌توان نوشت:

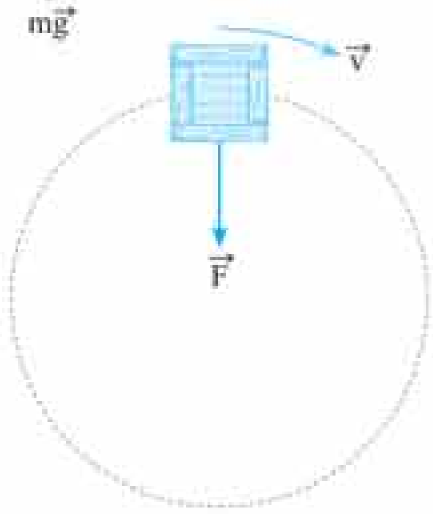
$$E_A=E_B\Rightarrow\cancel{m}gh=\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2\Rightarrow v_B^2=2gh\xrightarrow{h=\frac{1}{10}m}v_B^2=2\times10\times\frac{1}{10}=2\Rightarrow v_B=\sqrt{2}\,m/s$$

روش دوم: نتیجه به‌دست آمده برای v_B را قبلاً هم در یک راهبرد دیده بودیم: $v_B=\sqrt{2gh}$

نتیجه به‌دست آمده یک نتیجه کلی است بد نیست آن را حفظ باشید. به‌طوری که وقتی جسمی در یک مسیر بدون اصطکاک، بدون تندی اولیه به اندازه h سقوط می‌کند، تندی آن از رابطه فوق محاسبه می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_B=\sqrt{2\times10\times\frac{1}{10}}=\sqrt{2}\,m/s$$

گزینهٔ «۲»: مطابق شکل مقابل در یک جابه‌جایی افقی، نیروی وزن عمود بر جابه‌جایی است و کار آن صفر است.



گزینهٔ «۳»: این مورد نادرست است. جسمی مانند شکل مقابل را در نظر بگیرید که با استفاده از یک ریسمان با تندی ثابت v در یک مسیر دایره‌ای می‌چرخد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید نیروی کشش ریسمان بر جسم وارد می‌شود، اما چون همواره عمود بر جابه جایی جسم است، کار آن صفر بوده و طبق قضیه کار و انرژی $(W_t = \Delta K)$، تغییر انرژی جنبشی جسم صفر و در نتیجه تندی آن ثابت است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که امکان دارد بر جسمی نیروی خالصی اثر کند اما تندی آن ثابت بماند.

گزینهٔ «۴»: وقتی جسمی در شرایط خلأ به سمت بالا پرتاب می‌شود، رفته‌رفته ارتفاعش افزایش می‌یابد و طبق رابطهٔ $U_g = mgh$، انرژی پتانسیل گرانشی آن نیز افزایش می‌یابد.

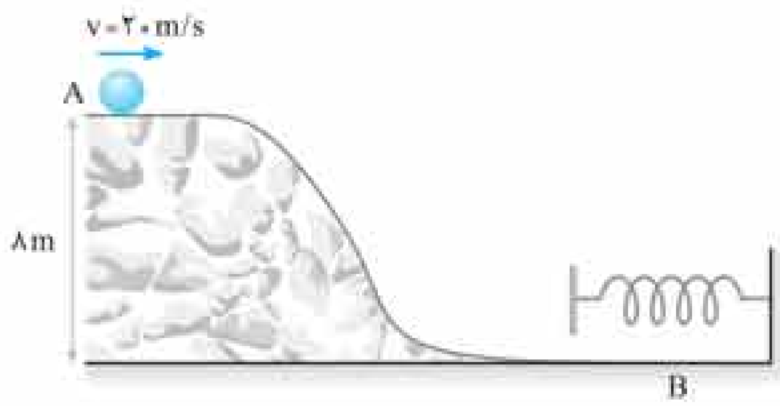
همچنین می‌دانیم انرژی مکانیکی جسم از رابطه $E = U + K$ محاسبه می‌شود و در شرایط ایده‌آل انرژی مکانیکی ثابت است. یعنی با افزایش U، انرژی جنبشی (K) باید کاهش بیابد. در حرکت رو به بالای جسم انرژی پتانسیل گرانشی افزایش و انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.

۲۱۲. گزینه ۱

سطح زمین را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A (لحظه رها شدن) و B (نقطه بیشترین فشردگی فنر) محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = U_A + K_A = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow E_A = 0/4 \times 10 \times 8 + \frac{1}{2} \times 0/4 \times 20^2 \Rightarrow E_A = 112\,J$$



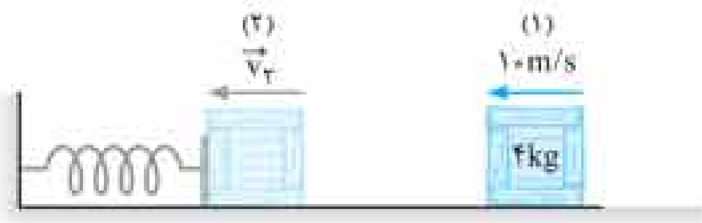
وقتی جسم با فنر برخورد می‌کند، شروع به فشرده کردن آن می‌کند، این عمل تا جایی ادامه دارد که تندی جسم به صفر برسد. هنگامی که تندی جسم به صفر می‌رسد، بیشترین فشردگی فنر رخ می‌دهد. در نتیجه انرژی مکانیکی در نقطه B برابر است با:

$$E_B = \cancel{U_B} + U_{e_{max}} + \cancel{K_B} \Rightarrow E_B = U_{e_{max}}$$

طبق پایستگی انرژی مکانیکی $E_A = E_B$ است. در نتیجه داریم:

$$U_{e_{max}} = 112\,J$$

۲۱۳. گزینه ۲



چون جسم همواره روی سطح افقی که آن را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم قرار دارد، انرژی پتانسیل گرانشی آن ثابت است و تأثیری در پاسخ ندارد. در نقطه ۱ جسم فقط انرژی جنبشی دارد، اما در نقطه ۲، جسم انرژی جنبشی و فنر ۱۵۰J انرژی پتانسیل کشسانی دارد. در نتیجه انرژی مکانیکی مجموعه در نقاط ۱ و ۲ برابر است با:

$$E_1 = \cancel{U_{e_1}} + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = 200\,J \quad , \quad E_2 = U_{e_2} + K_2 = U_{e2} + \frac{1}{2}mv_2^2 = 150 + \frac{1}{2} \times 4v_2^2$$

چون سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 200 = 150 + 2v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow v_2 = 5\,m/s$$

۲۱۴. گزینه ۱

انرژی مکانیکی مجموعه جسم و فنر از رابطه $E = U_e + K$ به‌دست می‌آید. چون سطح بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی ثابت است، این موضوع یعنی هرچقدر U کمتر باشد، K بیشتر است.

کمترین میزان انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر (U_e) در لحظه‌ای است که فنر طول عادی خود را دارد و برابر با صفر است. در نتیجه انرژی مکانیکی مجموعه در ابتدا و انتهای حرکت جرم و فنر برابر است با:

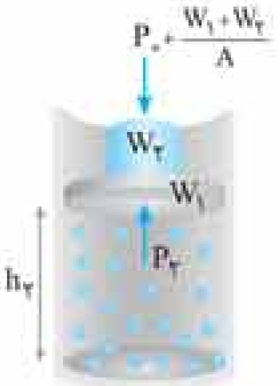
$$E_1 = U_{e1} + \cancel{K_1} = 2 + 0 \Rightarrow E_1 = 2\,J$$

$$E_2 = \cancel{U_{e_2}} + K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

چون سطح افقی بدون اصطکاک است، انرژی مکانیکی ثابت است:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{m=\frac{1}{2}kg} 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 8 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{2}\,m/s$$

گام دوم فشار گاز در حالت دوم را به دست می‌آوریم: در این حالت فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون و وزنهٔ روی آن است و حجم گاز برابر $V_2 = Ah_2$ می‌باشد.



$$P_2 = P_0 + \frac{W_1+W_2}{A} \Rightarrow P_2 = P_0 + \frac{\overbrace{m_1 g}^{\text{وزن پیستون}} + \overbrace{m_2 g}^{\text{وزن وزنه‌ها}}}{A} \xrightarrow[A=10\times10^{-4}\,m^2]{m_1=2kg,\ m_2=3kg}$$

$$P_2 = 10^5 + \frac{2\times10+3\times10}{10\times10^{-4}} = 100000+50000$$

$$\Rightarrow P_2 = 150000\,Pa$$

گام سوم چون **دما ثابت** است، می‌توان نوشت:

$$T = \text{ثابت} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \xrightarrow[V_2=Ah_2]{V_1=Ah_1}$$

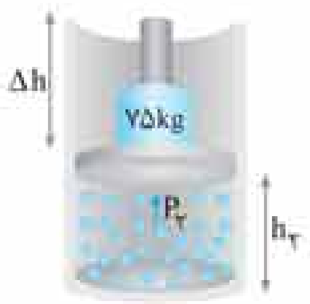
$$120000\times Ah_1 = 150000\times Ah_2 \Rightarrow 12h_1 = 15h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{12}{15}h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{4}{5}h_1$$

۳۹۸. گزینه ۴

یادآوری: یک لیتر برابر $1000\,cm^3$ است.

گام اول چون وزن پیستون ناچیز است، فشار گاز در حالت اول برابر $P_1 = P_0$ و حجم آن برابر $V_1 = 1L$ و فشار گاز در حالت دوم برابر $P_2 = P_0 + \frac{W}{A}$ و حجم آن V_2 است. بنابراین چون دما ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $P_1V_1 = P_2V_2$، حجم گاز در حالت دوم را به دست می‌آوریم.

حالت (۱)



حالت (۲)

$$\begin{cases} P_1 = P_0 = 10^5\,Pa \\ V_1 = 1L \end{cases} \qquad \begin{cases} P_2 = P_0 + \frac{W}{A} \\ V_2 = ? \end{cases}$$

$$T = \text{ثابت} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow P_0V_1 = (P_0 + \frac{W}{A})\times V_2$$

$$\xrightarrow[A=50\times10^{-4}\,m^2,\ V_1=1L]{W=mg=75\times10\,N,\ P_0=10^5\,Pa}$$

$$10^5\times1 = (10^5 + \frac{75\times10}{50\times10^{-4}})\times V_2 \Rightarrow 10^5 = (10^5 + 1/5\times10^5)V_2$$

$$\Rightarrow 10^5 = 2/5\times10^5 V_2$$

$$\Rightarrow 1 = 2/5V_2 \Rightarrow V_2 = 0/4L$$

گام دوم V_1 و V_2 را به cm^3 تبدیل می‌کنیم و سپس ارتفاع پیستون از ته استوانه را به دست آوریم و اختلاف این دو ارتفاع را حساب می‌کنیم.

$$V_1 = Ah_1 \xrightarrow[A=50\,cm^2]{V_1=1L=1\times1000\,cm^3} 1000 = 50h_1 \Rightarrow h_1 = 20\,cm$$

$$V_2 = Ah_2 \xrightarrow{V_2=0/4L=0/4\times1000\,cm^3} 0/4\times1000 = 50h_2 \Rightarrow h_2 = 8\,cm$$

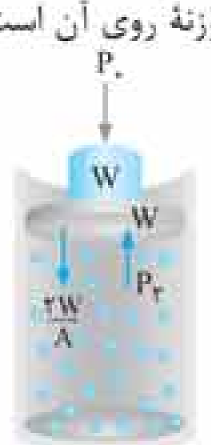
$$\Delta h = h_2 - h_1 = 8 - 20 \Rightarrow \Delta h = -12\,cm$$

علامت منفی نشان می‌دهد ارتفاع پیستون کاهش یافته است.

۳۹۹. گزینه ۳

گام اول چون اصطکاک وجود ندارد، با توجه به شکل‌های زیر، فشار گاز در حالت اول برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون است و در حالت دوم فشار گاز برابر مجموع فشار هوای محیط و فشار ناشی از وزن پیستون و وزنهٔ روی آن است. بنابراین چون دما ثابت است با استفاده از رابطهٔ $P_1V_1 = P_2V_2$، نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ که برابر k است را به دست می‌آوریم:

حالت اول



حالت دوم

$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \frac{W}{A} \\ V_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} P_2 = P_0 + \frac{2W}{A} \\ V_2 \end{cases}$$

$$T = \text{ثابت} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{W}{A})\times V_1 = (P_0 + \frac{2W}{A})\times V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_0 + \frac{W}{A}}{P_0 + \frac{2W}{A}} \xrightarrow{\frac{V_2}{V_1}=k} k = \frac{P_0 + \frac{W}{A}}{P_0 + 2\frac{W}{A}}$$

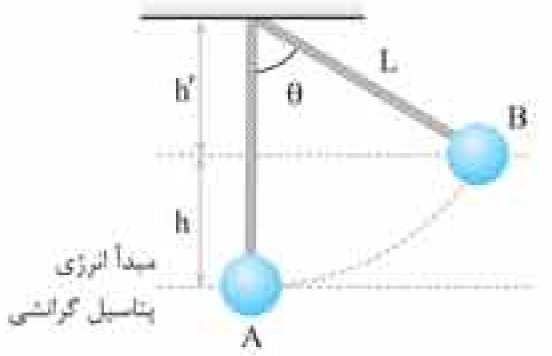
در این‌جا می‌بینیم، صورت کسر کوچک‌تر از مخرج آن است، بنابراین حاصل کسر کوچک‌تر از یک می‌باشد و در نتیجه $k < 1$ است. از طرف دیگر، حاصل کسر از $\frac{1}{2}$ بزرگ‌تر است، زیرا مخرج کسر از دو برابر صورت کم‌تر می‌باشد. به عنوان مثال، اگر P_0 را ۴ و $\frac{W}{A}$ را ۲ فرض کنیم، حاصل کسر برابر $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت $\frac{1}{2} < k < 1$ است.

$$\begin{cases} E_A = \cancel{U_A} + K_A = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \\ E_B = U_B + \cancel{K_B} = mgh + 0 \end{cases}$$

گام سوم چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی آونگ ثابت است و می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, v^2 = \cancel{m}\, gh \xrightarrow{h=1\,m} \frac{1}{2}v^2 = 10\times 1 \Rightarrow v^2 = 20 \Rightarrow v = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ m/s$$

۲۰۵. گزینه ۳



گام اول گلوله آونگ تا جایی بالا می‌رود که تندی آن به صفر برسد. یعنی در نقطه B (بالاترین نقطه مسیر) انرژی جنبشی گلوله آونگ صفر است. نقطه A را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب کرده و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط A و B می‌نویسیم:

$$E_A = \cancel{U_A} + K_A = 0 + \frac{1}{2}mv_A^2$$
$$E_B = U_B + \cancel{K_B} = mgh + 0$$

گام دوم چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی گلوله در طی مسیرش ثابت است و می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_A^2 = \cancel{m}\, gh \xrightarrow{v_A = 4\,m/s} \frac{1}{2}\times 4^2 = 10\times h \Rightarrow h = 0.8\,m$$

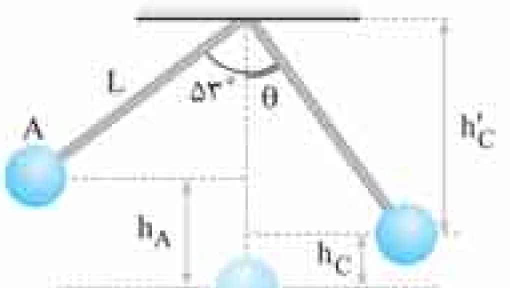
گام سوم حالا به سراغ محاسبه زاویه θ می‌رویم، بدین منظور ابتدا ارتفاع h' را محاسبه می‌کنیم:

$$h' + h = L \Rightarrow h' = L - h \xrightarrow[h=0.8\,m]{L=1.6\,m} h' = 1.6 - 0.8 = 0.8\,m$$

با استفاده از تعریف کسینوس می‌توان نوشت:

$$\cos\theta = \frac{h'}{L} = \frac{0.8}{1.6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۲۰۶. گزینه ۳



گام اول ارتفاع h_A را برحسب طول آونگ (L) محاسبه می‌کنیم:

$$h_A = L(1-\cos 53^\circ) = L(1-0.6) = 0.4\,L$$

گام دوم پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه B) را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و انرژی مکانیکی گلوله در نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} E_A = U_A + \cancel{K_A} = mgh_A + 0 \\ E_B = \cancel{U_B} + K_B = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow E_A = E_B \Rightarrow \cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 \Rightarrow v^2 = 2gh_A$$

گام سوم انرژی مکانیکی گلوله در نقطه C برابر است با:

$$E_C = U_C + K_c = mgh_C + \frac{1}{2}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}v\right)^2 = mgh + \frac{1}{4}mv^2$$

گام چهارم با ترکیب روابط گام دوم و سوم و اینکه $E_A = E_C$ است، می‌توان نوشت:

$$E_A = E_C \Rightarrow \cancel{m}gh_A = \cancel{m}gh_C + \frac{1}{4}\cancel{m}v^2 \xrightarrow{v^2=2gh_A} gh_A = gh_C + \frac{1}{4}(2gh_A) \Rightarrow h_C = \frac{1}{2} \xrightarrow{h_A=0.4L} h_C = \frac{1}{2}\times 0.4L$$

گام پنجم حالا به سراغ محاسبه زاویه θ می‌رویم، بدین منظور ابتدا h'_C را محاسبه می‌کنیم:

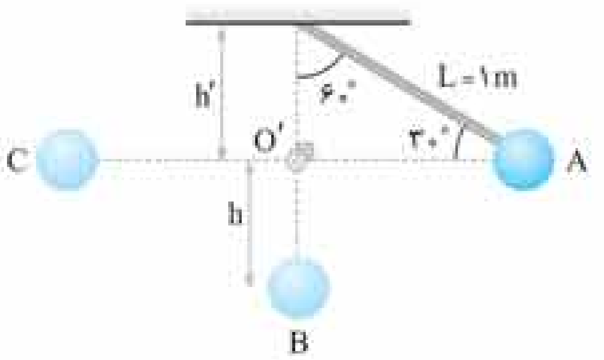
$$h'_C + h_C = L \Rightarrow h'_C = L - h_C = L - 0.2\,L = 0.8\,L$$

با استفاده از تعریف کسینوس می‌توان نوشت:

$$\cos\theta = \frac{h'_C}{L} \xrightarrow{h'_C = 0.8\,L} \cos\theta = \frac{0.8\,L}{L} = 0.8$$

θ زاویه‌ای است که کسینوس آن ۰/۸ است، این یعنی $\theta = 37^\circ$ است.

۲۰۷. گزینه ۳



گام اول با استفاده از تعریف کسینوس، ارتفاع h' را محاسبه می‌کنیم:

$$\cos 60 = \frac{h'}{L} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h'}{1} \Rightarrow h' = \frac{1}{2}\,m$$

گام دوم طبق نتیجه به‌دست آمده $h' = OO' = \frac{1}{2}\,m$ است. این یعنی آونگ پس از برخورد به میخ به آونگی به طول $h = \frac{1}{2}\,m$ تبدیل می‌شود.

چون توان گرمایی اجاق الکتریکی برای آب و روغن یکسان است، با استفاده از رابطه‌های $P=\frac{Q}{t}$ و $Q=mc\Delta T$، به صورت زیر، نسبت $\frac{c_O}{c_W}$ را به دست می‌آوریم. دقت کنید روغن (oil) را با اندیس O و آب (water) را با اندیس W نشان داده‌ایم.

$$P=\frac{Q}{t}\xrightarrow{P=\text{ثابت}}\frac{Q_O}{t_O}=\frac{Q_W}{t_W}\xrightarrow{Q=mc\Delta T}\frac{m_O c_O \Delta T_O}{t_O}=\frac{m_W c_W \Delta T_W}{t_W}$$

$$\xrightarrow[m_O=۲kg\,,\,\Delta T_O=\Delta T_W=۳۰^\circ C]{m_W=۱kg\,,\,t_W=۱۰min\,,\,t_O=۱۵min}\frac{۲\times c_O\times ۳۰}{۱۵\times ۶۰}=\frac{۱\times c_W\times ۳۰}{۱۰\times ۶۰}\Rightarrow\frac{c_O}{c_W}=\frac{۱}{۲}$$

۱۵۹. گزینه ۲

چون تمام گرمای تولید شده توسط گرمکن را مجموعهٔ گرماسنج و آب جذب می‌کند، بنا به رابطه‌های $Q_{\text{کل}}=Pt$، $Q_{\text{آب}}=mc\Delta T$ و $Q_{\text{گرماسنج}}=C\Delta T$ می‌توان نوشت:

$$P=۵۰W\,,\,t=۱min=۶۰s\,,\,m=۱۰۰g=۰/۱kg,\,\Delta T=۲۵-۲۰=۵^\circ C$$

$$C_{\text{آب}}=۴۲۰۰J/kg.^\circ C\quad,\quad Q_{\text{کل}}=Q_{\text{گرماسنج}}+Q_{\text{آب}}\Rightarrow Pt=C\Delta T+mc\Delta T$$

$$\Rightarrow ۵۰\times ۶۰=C\times ۵+۰/۱\times ۴۲۰۰\times ۵\Rightarrow ۳۰۰۰=۵C+۲۱۰۰\Rightarrow ۹۰۰=۵C\Rightarrow C=۱۸۰J/^\circ C$$

۱۶۰. گزینه ۲

می‌دانیم بازده برابر $Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}$ است.

گام اول ابتدا از رابطهٔ $P=VI$، توان کل را به دست می‌آوریم:

$$P=VI\xrightarrow[I=۲A]{V=۲۲۰V}P=۲۲۰\times ۲=۴۴۰W$$

گام دوم توان مفید یا مصرفی از رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ به دست می‌آید. با توجه به این‌که $Q=mc\Delta T$، $m=\rho V$ است، می‌توان نوشت:

$$m=\rho V\xrightarrow[V=۱/۵L=۱/۵\times ۱۰۰۰cm^۳]{\rho=۱g/cm^۳}m=۱\times ۱/۵\times ۱۰۰۰=۱۵۰۰g$$

$$P_{\text{مفید}}=\frac{Q}{t}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{mc\Delta T}{t}\xrightarrow[\Delta T=۱۰۰-۲۰=۸۰^\circ C\,,\,m=۱/۵kg]{t=۲۰min=۲۰\times ۶۰s\,,\,c=۴/۱۸J/g.^\circ C}P_{\text{مفید}}=\frac{۱۵۰۰\times ۴/۱۸\times ۸۰}{۲۰\times ۶۰}\Rightarrow P_{\text{مفید}}=۴۱۸W$$

تذکر: چون c برحسب $J/g.^\circ C$ است، جرم را برحسب گرم جایگزین نمودیم. اکنون که توان کل و توان مفید را داریم، بازده را به دست می‌آوریم:

$$Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\xrightarrow[P_{\text{کل}}=۴۴۰W]{P_{\text{مفید}}=۴۱۸W}Ra=\frac{۴۱۸}{۴۴۰}=\%۹۵\Rightarrow Ra=\%۹۵$$

۱۶۱. گزینه ۲

راهبرد ۴: اگر به‌وسیلهٔ یک دستگاه گرماده با توان مصرفی P به جسمی به جرم m و گرمای ویژهٔ c گرما بدهیم، به‌طوری‌که بعد از مدت زمان t، دمای جسم را به اندازهٔ ΔT بالا ببرد، برای محاسبهٔ هر یک از کمیت‌های ذکر شده به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) اگر اتلاف گرما ناچیز باشد، تمام گرمای تولید شده، جذب جسم می‌شود. بنابراین، طبق رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ می‌توان نوشت:

$$Q=Pt\xrightarrow{Q=mc\Delta T}mc\Delta T=Pt$$

۲) اگر بخشی از گرمای تولید شده تلف شود، باقی‌ماندهٔ گرمای تولید شده را جسم جذب می‌کند. در این حالت اگر به فرض x درصد، گرما باقی مانده باشد، داریم:

$$Q=x(Pt)\xrightarrow{Q=mc\Delta T}mc\Delta T=x(Pt)$$

۳) اگر بازده (Ra) دستگاه گرمکن داده شده باشد، داریم:

$$Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}$$

در این رابطه، توان مفید برابر $P=\frac{Q}{t}=\frac{mc\Delta T}{t}$ و توان کل همان توان ثبت شده بر روی دستگاه است.

چون ۲۰٪ از گرمای تولیدی توسط گرمکن تلف می‌شود، ۸۰٪ آن جذب آب می‌شود. بنابراین با توجه به این‌که گرمای تولید شده توسط گرمکن برابر $Q=Pt$ است، می‌توان نوشت:

$$P=۱kW=۱۰۰۰W\,,\,m=۲kg\,,\,T_۱=۲۰^\circ C\,,\,T_۲=۱۰۰^\circ C$$
$$c=۴۲۰۰J/kg.^\circ C\,,\,t=?$$

$$Q_{\text{آب}}=\frac{۸۰}{۱۰۰}Q_{\text{گرمکن}}\xrightarrow[Q_{\text{گرمکن}}=Pt]{Q_{\text{آب}}=mc\Delta T}mc(T_۲-T_۱)=\frac{۸}{۱۰}Pt$$

$$\Rightarrow ۲\times ۴۲۰۰\times(۱۰۰-۲۰)=\frac{۸}{۱۰}\times ۱۰۰۰t\Rightarrow t=۸۴۰s\xrightarrow{\div ۶۰}t=۸۴۰\div ۶۰\Rightarrow t=۱۴min$$